

# 有限要素法による浸透流解析と現地への適用について

赤井浩一・大西有三・西垣 誠

## FINITE ELEMENT ANALYSIS OF BEHAVIOR OF GROUNDWATER AND ITS APPLICATION TO IN-SITU PROBLEMS

By *Koichi AKAI, Yuzo OHNISHI and Makoto NISHIGAKI*

### Synopsis

The finite element procedure to formulate the variational principle in the problems of groundwater was described and its application to the in-situ problems was discussed. The steady state flow analyses were performed in the cases of open cut excavations with sheet piles and tunnel excavation. Results of the analyses were compared with the results of the in-situ measurements. The nonsteady state flow analyses were also carried out to investigate the time-dependent free surface change and compared to the laboratory test results. It was recognized that the finite element analysis was accurate enough to evaluate the behavior of the groundwater in the complex soil media qualitatively and quantitatively.

### 1. まえがき

土木工事に関連した地下水の取り扱いとは古くから重要な課題として注目をあびてきた。特にわが国の地下水は一般に水位が高く、しかも地層構成が複雑に変化するので、地下水の挙動を正確に把握することはきわめて困難と考えられていた。しかし、近年、深い基礎の掘削および大規模な地下構造物の施工がさかんになってくるにつれて、それらの工事に伴って生じる地下水の変動も従来の小規模な工事と異なり、影響範囲も広大なものとなるので、何らかの根本的な対策が必要とされるようになった。特に、地下水保全の問題や環境アセスメントなどが社会的に大きな関心を呼んでいる今日では、事前に十分な調査が必要であり、その調査に基づく厳密な解析を実施し、十分な排水設計を行い、地盤の掘削に伴う水位変動による周辺井戸への影響ならびに地盤沈下などの問題に対して、十分注意を払わねばならない。

一方、掘削地点においても、水位低下により浸透水圧の過剰によるクイックサンドやパイピング現象、あるいは過大な地下水水圧によるヒービングなどの事故が生じることがしばしばあり、それらに対する防止策も重要な課題となっている。また湧水による排水量も、排水設備を設置する必要上、的確に把握されなければならない。

従来より、上述の問題に対処するため多くの地下水の浸透解析がなされている。均一地盤で、簡単な境界条件のもとでの定常流の問題は、複素関数論により理論的に解析できる。しかし、自由水面が存在し、境界条件が複雑になると、もはや理論解を得ることは不可能になる。自由水面を有する場合には、流線網を用いる図式解法あるいは実験手法として電気的相似法、粘性流体相似法が知られている。

しかし、近年のように工事に高い精度が要求され、工事大型機械の導入によって迅速化すると、地下水の

取り扱いにも時間の項を考慮する必要がある。したがって、上記のような手法では非定常解析が困難であり、それらに代わる方法として数値解析法が目されるようになった。数値解析法として、まず差分法が考えられるが、不均質あるいは異方性地盤や、境界条件が複雑な場合に対して解析が困難になったり、精度が悪くなることが多い。それに対して連続体の応力解析に威力を発揮していた有限要素法は、Zienkiewiczら<sup>1)</sup>によって浸透流、熱伝導などの場の問題 (field problem) に適用されるようになり、差分法におけるような制約がほとんどないということから、多くの研究成果が報告されつつある<sup>2)3)4)5)</sup>。しかし、これらの報告の大部分は堤体などの浸透解析、それも解析手法についての議論を進めたもので、土木工事の排水設計あるいは地下水の制御という面から検討を加えたものはほとんどない。

本論文では、有限要素法による浸透解析を基礎やトンネルなどの掘削時の排水設計へ適用することについて論述する。

## 2. 有限要素法による定常浸透解析

### 2.1 定常浸透の支配方程式と変分原理

多孔質媒体内を流れる物質に対する運動方程式として、一般に次式に示す Darcy の式が用いられる。

$$v_i = -k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \dots\dots\dots (1)$$

浸透流が定常状態にあるとき、連続の式は、

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (v_i) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

と表され、(1) 式と (2) 式から水頭  $h$  に関する準調和微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = 0 \dots\dots\dots (3)$$

(3) 式は、Fig. 1 の領域  $R$  内で浸透流が満足すべき支配方程式であり、これを解くには境界条件が必要である。

一般に Fig. 1 に示すような問題を解く場合には、次の4つの境界条件が考えられる。

(i) 水位が一定な面上 ( $A_1$  上) において、

$$h = H \dots\dots\dots (4)$$

(ii) 流量が一定な面上 ( $A_2$  上) において、

$$k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i = -V \dots\dots\dots (5)$$

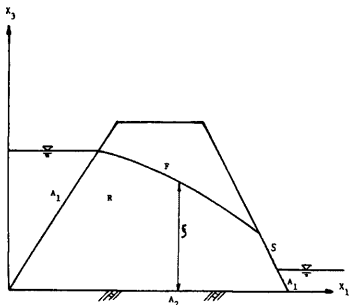


Fig. 1. Cross section of dam showing flow region with a free surface.

(iii) 自由水面上 ( $F$  上) においては、水頭  $h$  がその点の鉛直方向の座標  $x_3$  と等しいことにより

$$h = \xi \dots\dots\dots (6)$$

また、自由水面上においては、水の流出や流入がないと考えられ、

$$k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i = I n_3 = 0 \dots\dots\dots (7)$$

(iv) 浸出面 ( $S$  上) においては、自由水面と同様に次のように与えられる。

$$h = x_3 \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $H$  ならびに  $V$  は既知の関数、 $I$  は鉛直方向の流入量の大きさである。

(4)~(8) 式の境界条件をもとに (3) 式の解を求める手段

として有限要素法を用いるが、解法として変分原理を導入する。

変分原理によると、境界条件 (4)~(8) 式を満足する (3) 式の解を求めることは、次に示す汎関数  $\Omega(h)$  の値を最小にする  $h$  を求めることと等価である<sup>4)</sup>。

$$\Omega(h, \xi) = \int_R \frac{1}{2} k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \frac{\partial h}{\partial x_i} dR - \int_{A_1} (h-H) k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i dA - \int_S (h-x_3) k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i dA + \int_{A_2} Vh dA - \int_F (h-\xi) k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i dA - \int_F \xi In_3 dA \quad \dots\dots\dots (9)$$

(9) 式の中に2つの変数  $h$  と  $\xi$  があるので、(9) 式を直接解くことは困難であり、次の手順で問題を処理する。

**第1段階**

$h=x_3=\xi$  と仮定すると、自由水面および浸出面での境界条件は満たされ、(9) 式は次式のように簡単になる。

$$\Omega(h) = \int_R \frac{1}{2} k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_i} \frac{\partial h}{\partial x_j} dR + \int_{A_2} Vh dA \quad \dots\dots\dots (10)$$

(10) 式を最小にする  $h$  を求めることにより、 $h$  を用いて浸出面での流速  $V_S$  が求まる。

**第2段階**

境界条件の (7) 式を満足する必要があるため、自由水面上においては流量が0とし、第1段階で求めた  $V_S$  と  $V_F=0$  の条件を用いて (9) 式を次のような汎関数に書き換える。

$$\Omega(h) = \int_R \frac{1}{2} k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_i} \frac{\partial h}{\partial x_j} dR + \int_S hV_S dA + \int_{A_2} Vh dA - \int_F hIn_3 dA \quad \dots\dots\dots (11)$$

(11) 式を最小にするような  $h$  を再び求める。しかし  $h$  は境界条件式 (4), (5), (7) を満足するが、(6), (8) 式を満足していない。したがって、(6), (8) 式を満足するまで上記の2段階の手順を繰り返し、誤差が許容範囲内におさまるまで計算を行う。

**2.2 有限要素法による定常浸透問題に対する解析例**

掘削工事における排水設計のもとになる地下水位の低下状況、ならびに流出量の算定を有限要素法で解析した例をいくつか挙げる。ある地盤に矢板を打込むことにより土留めと遮水を行い、オープンカット工法により掘削するさいに、地下水位を4m低下させたことによる湧出量の計算と、付近地下水位の変動を検討

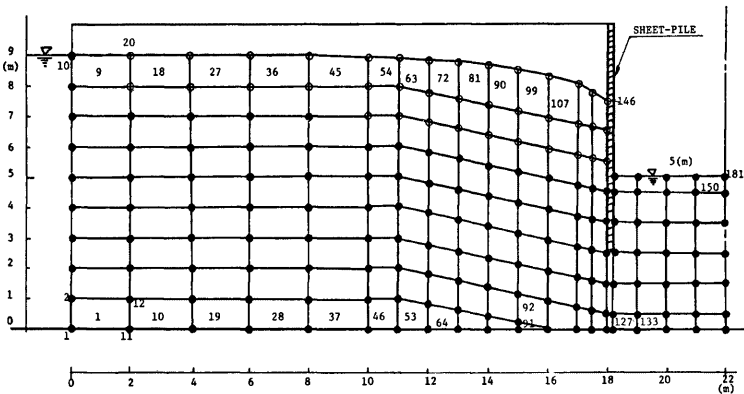


Fig. 2. Finite element discretization of flow region.

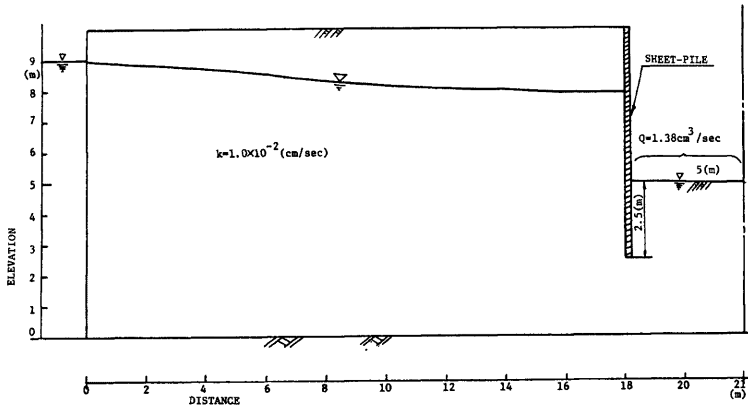


Fig. 3. Result of steady state flow analysis.

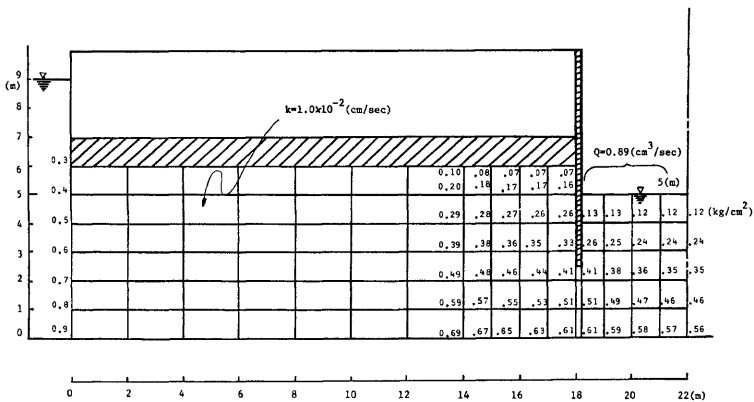


Fig. 4. Pore water pressure distribution around sheet pile.

した。Fig. 2は有限要素分割をしたもので、滞水層は透水係数が  $k=1.0 \times 10^{-2} \text{cm/sec}$  で等方均質地盤と仮定した。計算結果を Fig. 3に図示してある。湧出流量は奥行き1cmあたり  $Q=1.38 \text{cm}^3/\text{sec}$  となった。

Fig. 4は同様の問題で被圧滞水層に矢板を打ち込み、土留めと遮水を行って掘削したときの湧出流量と矢板周辺の間けき水圧分布を求めた例である。このときの掘削面からの湧出流量は単位奥行きあたり  $Q=0.887 \text{cm}^3/\text{sec}$  と求められた。

上記の2つの例は均質な地盤についての計算であるが、Fig. 5に示すものは、滞水層が中間に透水係数の異なる層（たとえば粘土層）を含んでいるような不均質地盤での解析例を示す。中間の粘土層は透水係数  $k=1.0 \times 10^{-6} \text{cm/sec}$  と仮定した。結果は、中間層の透水係数が小さいため自由水面はほんのわずかしか低下せず、掘削面での湧出流量は  $Q=0.884 \text{cm}^3/\text{sec}$  で、Fig. 4の被圧滞水層の場合とほぼ同じ値となった。

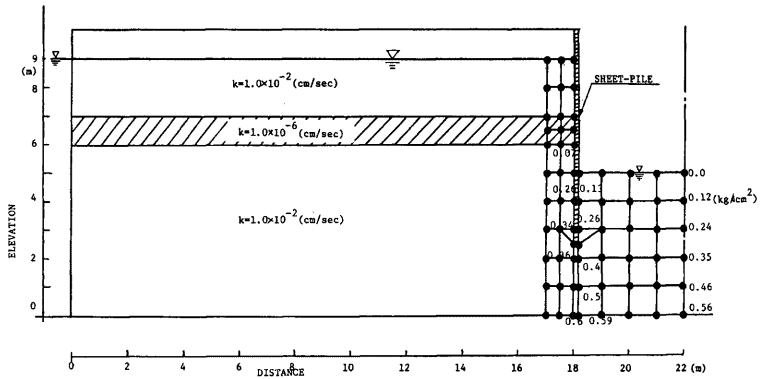


Fig. 5. Inhomogeneous soil medium and finite element mesh.

また矢板周辺の間げき水圧分布も Fig. 4 の場合とほとんど相違がなかった。

### 2.3 掘削工事における排水実績との比較検討

有限要素法による定常浸透解析の例を 2.2 において示した。ここでは、この解法を用いて実際の掘削工事の排水実績との比較検討を行うことにする。

京都市地下鉄建設工事の一条工区（延長 495m）では、昭和 50 年秋から掘削に着手し、その後 1 年間でほぼ完工したが、この期間の掘削（深度 9.6m、幅 10.5m）および埋戻しに伴う湧水量、ならびに沿線の地下水の変動の様子が測定されている。地下水位観測孔は工区沿線に Fig. 6 に示すように 8 点に設置され、昭和 50 年 4 月より観測が行われた。水位変動の特性としては、地下鉄の延長方向に進行してきた掘削が各観測井のある断面を横切ったときに水位低下が大きくなっている。

いま個々の観測井の観測結果を吟味する代わりに、工区全体の排水流量と平均地下水位よりの水位低下量

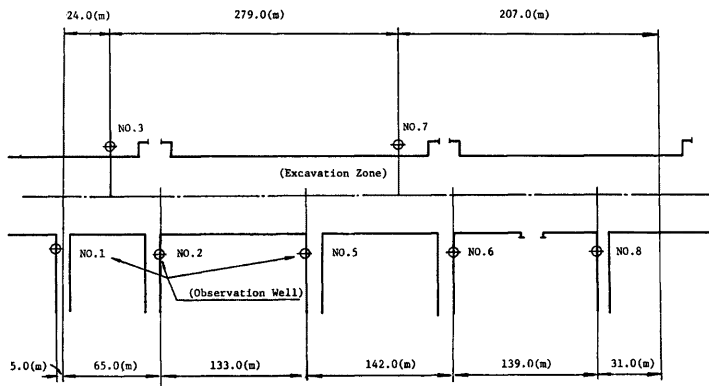


Fig. 6. Location of observation wells.

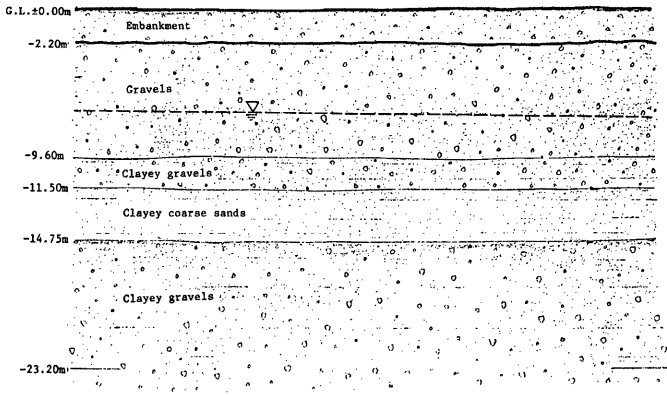


Fig. 7. Geologic condition of the excavation site.

について、観測結果と有限要素法による解析結果との比較を行った。

昭和51年6月に延長495mの掘削を完了したときの現場における排水流量は42053 m<sup>3</sup>/monthであった。したがって単位奥行き(1m)に対する湧水量は、 $Q=48.2 \text{ cm}^3/\text{sec}$ であった。

掘削前に実施されたボーリング調査によれば、地層はFig.7に示すように掘削深さ(9.6m)まではほぼ均質な砂れき層である。また表層滞水層での揚水試験結果より、透水係数は $k=7.3 \times 10^{-4} \text{ cm/sec}$ であった<sup>6)</sup>。

この滞水層定数を用いて有限要素法による定常浸透解析を行った。数値解析において問題となる点は、滞水層の厚さ  $H$  と、影響圏の長さ  $L$  の決定である。従来の定常溝型完全貫入式<sup>7)</sup>によると、Fig.8に示すように、滞水層の厚さは掘削底面より掘削幅  $B$  のところまでとして、次式を用いて掘削面での湧水流量を算出する。

$$Q = \frac{k}{L} (H^2 - h_0^2) \dots\dots\dots (12)$$

有限要素法による解析では、 $H=14\text{m}$  と  $34\text{m}$  の各場合について計算を行った。 $H=14\text{m}$  は掘削底面が平均地下水面より3.6m下になり、掘削幅  $B=10.5\text{m}$  より、定常溝型完全貫入式と同様の滞水層厚と仮定して求めた。また、 $H=34\text{m}$  は滞水層厚を厚く仮定すると湧水流量の計算結果がどのように変化するかを比較するために行った。

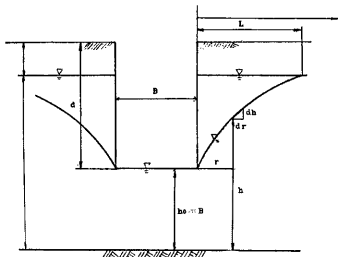


Fig. 8. Steady state flow to a ditch.

また、観測による影響圏は各月ごとにほぼ一定で、Fig.8に示すように  $L=11.8 \sim 15.9\text{m}$  (平均  $13.3\text{m}$ ) であることが知られた。したがって、この影響圏  $L$  に掘削幅  $B$  の半分の値 ( $5.25\text{m}$ ) を加えることによって、Fig.9に示すように  $L'=20\text{m}$  として計算した。また、滞水層厚と同様に  $L'=50\text{m}$  と仮定したときの計算も比較のために行った。

以上の値を用いて有限要素法による定常浸透解析を行った

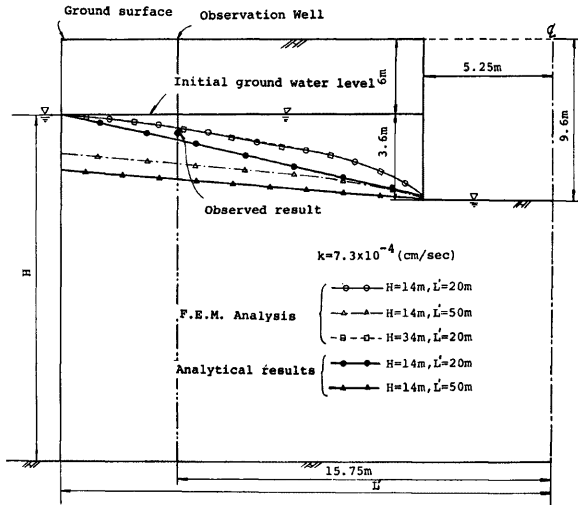


Fig. 9. Finite element analysis and theoretical solution.

結果を Fig. 9 に示す。図中の実線で示している理論解析結果は、(12) 式と同様の次式に示す定常溝型完全貫入式<sup>7)</sup>により求めたものである。

$$h = \sqrt{h_0^2 + \frac{r}{L} (H^2 - h_0^2)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

Fig. 9 より  $L'=20\text{ m}$ ,  $H=14\text{ m}$  または  $34\text{ m}$  とした有限要素法による定常解析結果は、掘削中心より  $15.75\text{ m}$  の点に設けられた水位低下の観測井による観測結果と良く一致した。 $L'=50\text{ m}$  と仮定すると、付近地下水水位低下量を過大に見積ることも Fig. 9 より明らかである。

一方、湧出流量については、Table 1 に示すように  $L'=20\text{ m}$ ,  $H=14\text{ m}$  の計算結果が現地における排水流量とよく一致している。滞水層の厚さを  $H=34\text{ m}$  としたときには、湧水流量は現地での実測値より過大となることがわかる。

実際には、土留めのために H 型杭が打ち込まれており、また掘削面においては、H 型杭の間に土留め用横矢板が設置されている。加えて土留め矢板の先端部分に薬液注入が行われ、一応止水対策がなされているため、矢板による止水効果を吟味する意味で、Fig. 10 に矢板を考慮した有限要素法による解析結果を示す。その結果、付近地下水位は、ほとんど低下しないという結果を得た。また、湧水流量も Table 2 に示すように矢板がない場合 (Table 1) の約半分に近いものになることがわかる。

しかし、現地の観測井による観測結果と比較すると、この場合、矢板による止水効果がないと考えた場合の降ろがよく一致した。これは矢板はあくまで土留めだけを目的としたものであり、止水効果

Table 1. Comparison of amount of water drainage.

H (m)	L (m)	Q (cm <sup>3</sup> /sec)
14	20	$2.34 \times 10^{-1}$
14	50	$1.70 \times 10^{-1}$
34	20	$2.59 \times 10^{-1}$

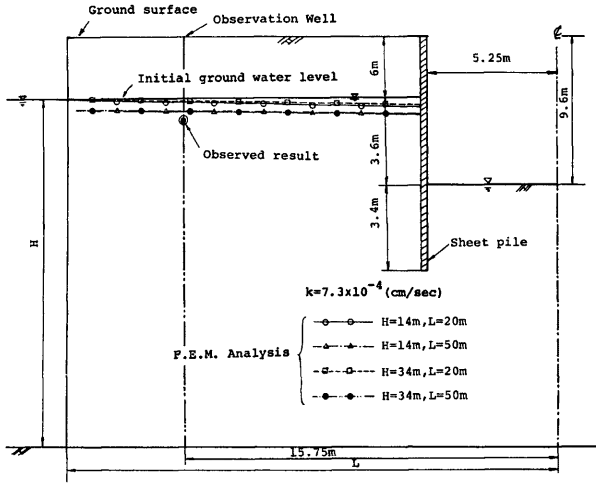


Fig. 10. Effect of sheet pile on groundwater flow.

Table 2. Comparison of amount of water drainage.

H (m)	L (m)	Q (cm <sup>3</sup> /sec)
14	20	1.25 × 10 <sup>-1</sup>
14	50	1.10 × 10 <sup>-1</sup>
34	20	1.54 × 10 <sup>-1</sup>
34	50	1.32 × 10 <sup>-1</sup>

をあまり期待していない事実と一致する。

また観察によると、掘削側面からの湧水はほとんど生じていなかった。このことは、Fig. 9 に示すように掘削面での水位低下が十分終わって、湧水が掘削底面のみから生じていることにより説明できる。

2.4 トンネル掘削による排水実績と水抜き孔の機能

地盤掘削の中で、トンネル掘削においても出水の取り扱いがしばしば問題となる。トンネル掘削現場では、出水による切羽の崩壊を防止するために注入領域を設け、その周辺に多数の水抜き孔を配置するなどの処置がとられている。これらの水抜き孔の機能を定量的に評価すること、および現場において水抜き孔の開閉試験を行った結果より岩盤内の透水係数を推定することは、重要な課題であると考えられる。

ここでは、上述の問題に対処するために、有限要素法による定常浸透流の解析を用いて、岩盤内にトンネルを掘削するさいの水抜き孔の機能を定量的に評価し、水抜き孔の開閉試験結果から岩盤の透水係数の推定を行う。

Fig. 11 には、海底トンネル周辺に配置された水抜き孔と注入領域を示している。このように自由水面を持たない浸透流（被圧滞水層内の浸透流）の有限要素法による定常浸透解析を行うため、Fig. 12 のようにトンネル中心より上下左右 30m の位置を境界として、要素分割を行った。

Fig. 12 における斜線の部分は注入領域を示し、この領域の透水係数を  $k_g$  とする。これに対して地山の透水係数を  $k_1$  とする。また、 $A_1 \sim A_5$  の水抜き孔は常時開放されているため、これらの水抜き孔に対しては実測値である湧水量を条件として、水抜き孔  $D_1 \sim D_{16}$  を閉塞した状態、あるいは開放した状態に対して



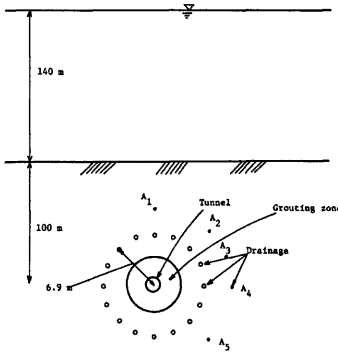


Fig. 11. Undersea tunnel and drainage holes.

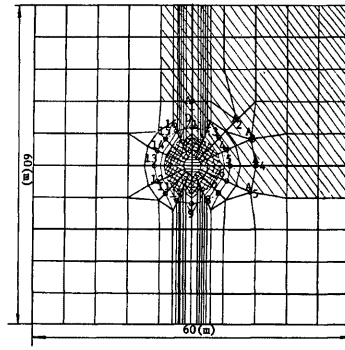


Fig. 12. Finite element idealization.

有限要素法による解析を行い、現地試験結果<sup>8)</sup> 実測値との比較検討を行う。

$D_1 \sim D_{16}$  の水抜き孔を閉塞したときの各水抜き孔内の間げき水圧の実測値を Fig. 13 中に実線で示す。また Fig. 13 の 1 点鎖線は、地山の透水係数  $k_1 = 5 \times 10^{-4} \text{cm/sec}$ , 注入領域の透水係数  $k_g = 5 \times 10^{-6} \text{cm/sec}$  を用いた解析結果による間げき水圧分布を示したものである。

実測値と解析結果を比較すると、Fig. 13 の右上部においてはあまりよく一致しない。この原因は地山が均質であると仮定したために生じた結果であると考えられる。Fig. 13 の間げき水圧の実測値は、右上部において他の部分よりも小さい値を示している。したがって Fig. 12 に示すように右上部の自然地山の透水係数が他の部分より小さいと仮定し、斜線をほどこした領域の透水係数を  $k_2 = 5 \times 10^{-5} \text{cm/sec}$  として解析を行った。その結果を Fig. 13 に破線で示したが、全体にわたって間げき水圧の分布は実測値と比較的良好一致を示していることがわかる。この状態での試験坑道内への湧出流量を計算すると、 $k_g = 5 \times 10^{-6} \text{cm/sec}$ ,  $k_1 = 5 \times 10^{-4} \text{cm/sec}$ ,  $k_2 = 5 \times 10^{-5} \text{cm/sec}$  の場合に  $Q_T = 53.0 \text{cm}^3/\text{sec} \cdot \text{m}$  であり、その実測値  $Q_T = 56.0 \text{cm}^3/\text{sec} \cdot \text{m}$  と比較して一応妥当な結果が得られている。これらの結果から、ここで仮定した透水係数の次数は妥当な値であると考えられる。

次に  $D_1 \sim D_{16}$  の水抜き孔を開放したときの流量の実測値を用いて、前述の透水係数を用いた解析を行い、各点における間げき水圧を求めた。その結果の一例として、とくに注入領域の外周における間げき水圧の分布を Fig. 14 の黒丸で示す。また、Fig. 14 の白丸は前述した全孔閉塞状態での注入領域の外周における間げき水圧分布である。これらの結果より、水抜き孔を開放した状態の湧出流量を用いた計算では、水抜き孔内部でなお間げき水圧が残留していることがわかる。 $D_1 \sim D_{16}$  の水抜き孔を完全に開放した状態、すなわち各水抜き孔において間げき水圧を 0 として解析すると、Fig. 14 に半白丸で示すように、注入領域の外周では間げき水圧が 0 となる。また、そのさいの各水抜き孔からの湧出流量は、Fig. 15 に破線で示してあるが、実測値の実線と比較してよい一致が得られていない。その原因としていくつか考えられるが、次のことであろう。すなわち、そこに流入する湧出流量  $Q$  (Fig. 15 の破線の値) を水抜き孔ですべて排水すると、その部分とその内部での間げき水圧は 0 となる。しかし、実測の湧出流量  $Q_d$  (Fig. 15 の実線の値) では、Fig. 14 に示すように間げき水圧が残留するため、排水が完全に行われていないことになる。そこで、 $m_d = Q_d/Q$  なるパラメーターを導入して各孔における  $m_d$  を計算した結果、平均値は  $m_d = 0.69$  と

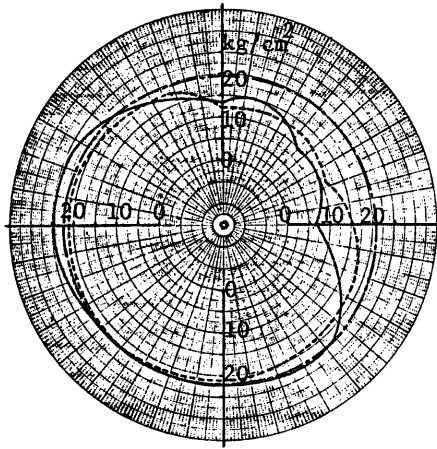


Fig. 13. Distribution of pore water pressure around tunnel.

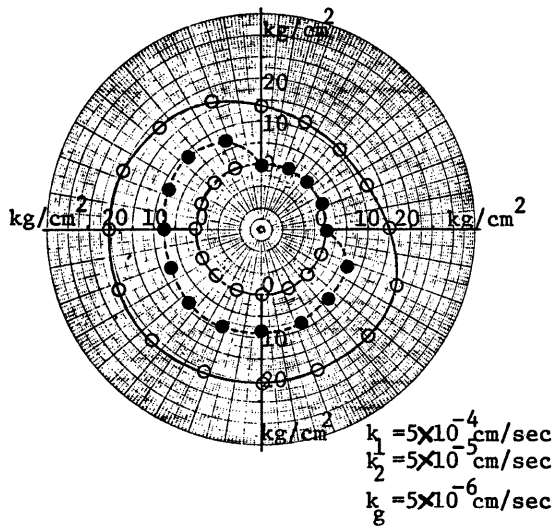


Fig. 14. Distribution of pore water pressure with and without drainage holes.

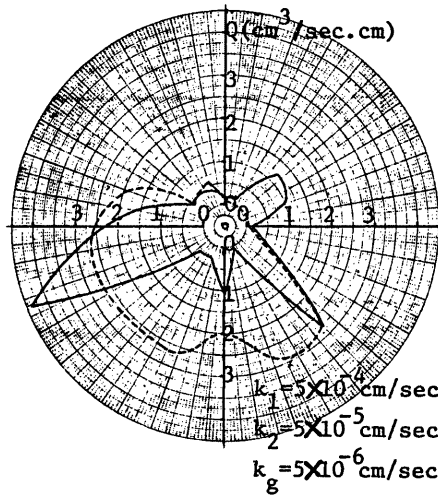


Fig. 15. Comparison between analytical results and in-situ measurement.

なり、全孔を開放した状態でも  $m_d=1$  となっていない。この  $m_d$  なるパラメーターによって水抜き孔の機能が評価できる。すなわち、 $m_d$  が 1 に近いほど水抜き孔による排水の効果がよいことになる。

### 3. 有限要素法による非定常浸透解析

#### 3.1 概説

近年、大型施工機械の導入により土木技術は急速に進歩してきた。またそれに伴って、工事期間も従来より短くなってきている。

このように短い工事期間の施工に対して、地下水の定常状態の挙動のみを用いて排水設計および基礎掘削の設計を行った場合、しばしば排水流量を過大に見積ったり、危険側に見積もることがある。

したがって地下水の定常的な挙動だけでなく、非定常的な挙動を知ることによって最適な設計を行う必要がある。

この節では、上記の観点より自由水面を有する非定常浸透問題の有限要素法による解析を論述する。

#### 3.2 非定常浸透の支配方程式と変分原理

非定常浸透の運動方程式にも定常浸透と同様に Darcy の式が用いられ、

$$v_i = -k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \dots\dots\dots (14)$$

また連続の式は

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} (v_i) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots\dots (15)$$

と表される。ここで  $S_s$  は比貯留係数である。

非定常問題に対して、連続の式として (15) 式を用いることが一般的な方法であるが、自由水面を有する問題においては、水頭変化による滞水層の圧縮により産出される流量は、自由水面降下により産出される流

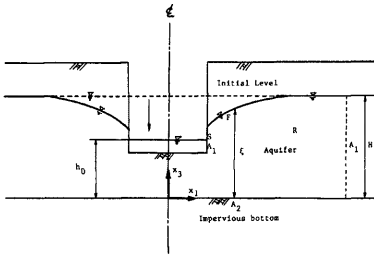


Fig. 16. Transient flow to a ditch.

量に比較して非常に小さいと考えられる。したがって自由水面を有する問題に対しては、連続の式として近似的に次式を用いる。

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(v_i) \approx 0 \quad \dots\dots\dots(16)$$

(16) 式と (14) 式より Fig. 16 に示す領域 R における浸透の支配方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(17)$$

また、Fig. 16 に示す問題に対する初期条件および境界条件は、次のように与えられる。

初期条件

$$h(x_i, 0) = h_0(x_i) \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\xi(x_1, x_2, 0) = \xi_0(x_1, x_2) \quad \dots\dots\dots(19)$$

境界条件

(i) 水位が一定な面上 (A<sub>1</sub> 上) において

$$h(x_i, t) = H(x_i) \quad \dots\dots\dots(20)$$

(ii) 流量が一定な面上 (A<sub>2</sub> 上) において

$$k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i = -V(x_i, t) \quad \dots\dots\dots(21)$$

(iii) 自由水面 (F) の上においては、水頭 h がその点の鉛直方向の座標 x<sub>3</sub> と等しいことより、

$$h(x_1, x_3, \xi, t) = \xi(x_1, x_3, t) \quad \dots\dots\dots(22)$$

(iv) 自由水面低下による流入流量と降雨の浸透量 (I) との連続の式より、

$$k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i = \left( I - S_y \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) n_3 \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここに S<sub>y</sub> は貯留係数 (有効間げき率) である。

(v) 浸出面 (S 上) においては自由水面と同様に次のように与えられる。

$$h(x_i, t) = x_3 \quad \dots\dots\dots(24)$$

(17) 式の解を (18)~(24) 式の条件より求めるために、定常浸透の問題と同様に変分原理を用いるが、非定常問題もある瞬間を考えると定常問題に帰着する。したがって、境界条件 (20)~(24) 式を満足する (17) 式の解を求めることは、次に示す汎関数 Ω(h)<sup>9)</sup> の値を最小にするような h を求める問題と等価である。

$$\begin{aligned} \Omega(h, \xi) = & \int_R \frac{1}{2} k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \frac{\partial h}{\partial x_i} dR - \int_{A_1} (h-H) k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i dA \\ & + \int_S (h-x_3) k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i dA + \int_{A_2} V h dA \\ & - \int_F (h-\xi) k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} n_i dA - \int_F \xi \left( I - S_y \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) n_3 dA \quad \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

浸出点と自由水面を求める方法は 2.1 の定常浸透解析と同じ手法を用いる。

なお、時間については、差分近似として陽の表示と陰の表示を重ね合わせた “time centered scheme” を採用して解の安定と収束をよくしている。

### 3.3 有限要素法による非定常浸透問題の解析と実験結果との比較

3.2 で示した解析と比較するために、野満らによって実施された浸透実験<sup>9)</sup>を採用する。これは Fig. 17

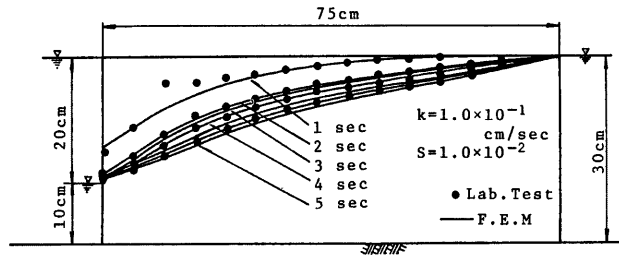


Fig.17. Comparison between F.E. analysis and laboratory test results.

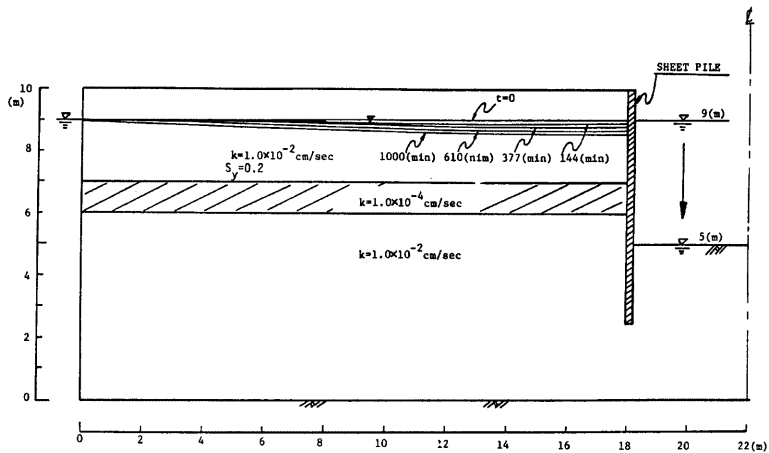


Fig. 18. Transient free surface change due to drawdown.

のような寸法をもつ砂模型の一方の境界の水位を瞬間的に一定水位まで低下させ、砂層内の水頭変化の様子を測定するものである。透水係数  $k=1.0 \times 10^{-1}$  cm/sec、貯留係数  $S_y=1.0 \times 10^{-2}$  とおいた。解析結果を各時刻ごとの自由水面の形にし、図中に記入したが、これらは実験結果をよく説明しているといえよう。

また次に、地盤内に構造物を設置するさいに頻繁に遭遇する問題であり、特に排水設備の的確な設計に必要とされる矢板の周辺の浸透に関する非定常解析の例を Fig. 18 に示す。

#### 4. 結 語

本文では、有限要素法の浸透解析を土木工事、特に掘削時の地下水制御への適用について例をあげて論じた。この研究によって得られた結論を要約すれば次のようである。

- (1) 有限要素法による定常浸透解析について述べ、地盤を掘削したときの排水流量ならびに付近地下水

の変動を定量的に検討した。

(2) 実際の掘削工事現場での実測値と比較し、有限要素法による定常浸透解析が十分に現地の実際問題に適用できることを示した。

(3) 遮水のために用いる矢板の効果を定量的に評価した。その結果、ここで取り扱った現場では、矢板を設けたことにより排水流量が約半分減少することを示した。

(4) 海底トンネル掘削における地山の透水係数を現場の水抜き孔の開閉試験結果を用いて有限要素解析により推定した。さらにこの解析を用いて、水抜き孔の機能を定量的に評価するために、実測による湧水流量 ( $Q_d$ ) と解析による流量 ( $Q$ ) より  $m_d=Q_d/Q$  なるパラメーターを導入した。

(5) 有限要素法による非定常浸透解析を示し、Neuman らの手法に準拠して収束と精度のよい解を得ることができた。さらにこの解析結果を浸透実験結果と比較して解析の妥当性を検討した。

(6) 最後に、非定常解析により矢板を設けた不均質地盤の掘削により地下水位低下の状況を解析した例を示した。

本研究では、地盤掘削による地下水の取り扱いを定量的に評価するために有限要素法による浸透解析を実施した結果を示した。解析を行うときに必要な数値として滞水層定数を求めなければならない。そのために現地揚水試験などが実施されるが、そのさいに遭遇する諸問題についての議論は他の論文<sup>10)</sup>に譲る。ここでは、これらの定数を用いて実際の透水問題への適用について検討を加え、有限要素法による浸透解析の有効性について述べた。

最後に、現地で排水実績データを提供された防災研究所助教授、足立紀尚博士、京都市交通局高速鉄道建設本部長、利田春男氏ならびに計算プログラムの作成に助力いただいた(財)関西情報センター、岸本英明氏に謝意を表す。

#### 参 考 文 献

- 1) Zienkiewicz, O.C. and Y.K. Cheung.: Finite Element in the Solution of Field Problems, The Engineer, 1965, Sept., pp. 501-510.
- 2) Finn, W.D.: Finite Element Analysis of Seepage through Dams, J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 93, SM6, 1967. p. 41,
- 3) Taylor, G.S. and J.N. Luthin: Computer Methods for Transient Analysis of Water-Table Aquifers, Water Resource Res., 5(1), 1969. p. 144,
- 4) Neuman, S.P. and P.A. Witherspoon: Finite Element Method of Analyzing Steady Seepage with a Free Surface, Water Res. Research, 6(5), 1970.
- 5) Neuman, S.P. and P.A. Witherspoon: Analysis of Nonsteady Flow with a Surface Using the Finite Element Method, Water Resource Res., Vol. 7, 1971, pp. 611-622.
- 6) 赤井, 西垣, 村上: 島モデルにおける揚水試験結果の解析, 第12回土質工学研究発表会講演集, 1977, pp. 925-928.
- 7) 松尾新一郎, 河野伊一郎: 地下水位低下工法, 鹿島出版会, 1970, p. 51.
- 8) 足立, 大西, 西垣: 岩盤内に設けた水抜き孔の機能と岩盤の透水係数について, 第30回土木学会年次学術講演会講演集, 第Ⅲ部門, 1975, pp. 497-498.
- 9) 野満隆治, 山下馨: 井戸理論の一進展 (第2報), 地理物理, 7-1, 1943, pp. 21-40.
- 10) 赤井浩一: 地下水調査のための原位置試験の解析における諸問題, 京大防災研究所年報, 18-B, 1975, pp. 305-321.