京都大学防災研究所年報　第29号　B-2　昭61. 4
Annuals, Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 29B-2, 1986

環境負荷量配分計画のためのゲーム理論モデル

岡田憲夫・錦織　敦

GAME-THEORETIC MODELS FOR THE PLANNING OF ENVIRONMENTAL LOAD ALLOCATION

By *Norio* OKADA and *Atsushi* NISHIKORI

Synopsis

The paper focuses the planning of environmental load allocation for a closed water system, and presents two mathematical models based on game theory for the analysis of this planning problem. The first model called "weak coalition model" will be formulated by assuming that municipalities which are located on a lake contemplate sharing a total of environmental allowances imposed on by the national government, while each constructing its own treatment plant independently. The second model called "strict coalition model" postulates that the municipalities join in building a joint treatment plant.

Given a set of case examples, illustration will be made of applicability and potential of the models developed and as to how they compare to each other.

1. はじめに

閉鎖性水域において水質総量規制を導入することが昨今重要な環境政策となりつつあるが，この場合汚染源である各個別の水利用主体に国や県などの広域水管理主体が汚濁負荷量の総許容量をどのように負担させるかが問題となる。このような視点から筆者は環境負荷量配分計画を取り上げるとともに，これが関連主体間の利害調整（コンフリクト）問題の性格を有していることに着目し，ゲーム理論手法を援用したモデル化とそれを用いた分析・評価の有効性を示す研究を展開してきた[1,2,3,4]。本研究ではこれらの研究成果をふまえるとともに，弱提携モデルを拡張した強提携モデルについても言及し，両者の特徴の比較を試みる。

2. モデル化

2.1 基本的仮定と定式化

① ある湖の周囲に立地した n 個の都市 $(i=1, \cdots\cdots, n)$ からの排水に対してこの水域を広域的に管理する国は，総流入 COD 負荷量を基準値 $A(t/日)$ 以下に規制することを考えている。なお都市 $i(i=1, \cdots\cdots, n)$ からの現在の排出負荷量を L_i $(t/日)$ とすると，自明の条件として次式を得る。

$$A \leqq \sum_{i \in N} \hat{L}_i, \qquad N=\{1, 2, \cdots, n\} \cdots\cdots (1)$$

② 国は都市 $i \in N$ に対して何らかの形で総 COD 排出負荷量基準値 A を配分して，各都市排水の充足すべき負荷量水準（これを割り当て負荷量水準という）を設定しなければならない。

③ 都市 $i \in N$ はこれに対処する一つの方策として単独で下水処理施設を建設し，課せられた割り当て負荷量水準を満たすことを考える。いま，都市 $i \in N$ が作る処理プラントの処理後の水質（COD 残存負荷量）が投資額 x_i の単調減少関数で表せるとすると，②でのべたことより，

$$L_i(x_i) \leqq A\rho_i \qquad (i \in N) \quad \cdots\cdots (2)$$

$$\sum_{i \in N} \rho_i = 1 \quad \cdots\cdots (3)$$

が成立しなければならない。ここに $L_i(x_i)$ は都市 i（の下水処理プラント）から排出される残存 COD 負荷量を表し，投資額 x_i の関数である。また $\rho_i(i \in N)$ は流入総負荷量水準 A の都市 i への配分比率を表す。（なお明らかに $i \in N$ に対して $\hat{L}_i = L_i(0)$ が成立するから，$A \leqq \sum_{i \in N} L_i(0)$ でもある。）

④　このとき都市 i は(1)の条件下で投資費用の最小化を図るとすれば，この都市の関心は

$$\hat{X}(\{i\}) = \min \{x_i | L_i(x_i) \leqq A\rho_i, \quad \sum_{i \in N} \rho_i = 1\} \quad \cdots\cdots (4)$$

を満たす $\hat{x}_i$ と $\hat{X}(\{i\})$ を求めることである。

⑤　都市 $i \in N$ は上述のような単独対策の代りに次のような弱提携を結ぶことを考える。全都市は全体で経済的に最も効率的な施設建設を行いたい。ただし各都市は距離的に大きく隔った位置関係にあるため，共同処理プラントを建設するという形はとらず，それぞれが自身のプラントを建設する方式をとる。つまり単独建設事業を各都市が想定するという意味では不完全であるが，全都市が協力して処理水準を調整し，あわせて費用の節限を図るという意味で「弱提携」と呼ぶのである。なおここでは暗に規模の経済性 $\sum_{i \in N} L_i(x_i) \geqq L_N(\sum_{i \in N} x_i)$ が仮定されている。

⑥　このとき問題は

$$X^*(N) = \min \{\sum_{i \in N} x_i | \sum_{i \in N} L_i(x_i) \leqq A\} \quad \cdots\cdots (5)$$

となる x_i^*（ただし $i \in N$）と $X^*(N)$ を求めることになる。ここに $L_i(x_i)$ は必ずしも汚濁源が都市 i に限定されてはいず，都市 $i(i \in N)$ が他都市 $i'(i' \neq i \in N)$ から処理をいわば請け負うことも可能であるとする。

⑦　この他に都市のいくつかは部分提携 S を形成して，そのグループ内で費用の最小化を図ることも可能である。すなわち，

$$\tilde{X}(S) = \min \{\sum_{i \in S} x_i | \sum_{i \in S} L_i(x_i) \leqq A\rho_S, \rho_S = \sum_{i \in S} \rho_i\} \quad \cdots\cdots (6)$$

となる $\tilde{x}_i(i \in S)$ と $\tilde{X}(S)$ を求めればよい。

⑧　さて一般に規模の経済性から考えて，各都市が自身に課せられた規制を単独で充足するよりは部分提携が，また部分提携よりは全提携の方が有利となるはずである。そこで全都市は全提携を組んで協力しあうことになるが，その際，この共同事業の経費をどのように配分すべきかという，いわゆる費用割り振り問題が生じる。

⑨　一般にこの共同事業が成立するためには，費用割振りに当たって次のような公正規範が成り立たなければならない。いま，単独行動，部分提携ならびに全提携の非効用（ここでは効用の負の概念に相当している）を規定するパラメータ（特性関数）を $v(\{i\}), v(S), v(N)$ で表し，次式を定義する。

$$v(\{i\}) = \hat{X}(\{i\}) \quad \cdots\cdots (7)$$

$$v(S) = \tilde{X}(S) \quad \cdots\cdots (8)$$

$$v(N) = X^*(N) \quad \cdots\cdots (9)$$

このとき，都市 i への費用割振り額を ξ_i $(i \in N)$ で表すと，次式が成立する。

$$\xi_i \leqq v(\{i\}) \quad (i \in N) \quad \text{（個人合理性）} \quad \cdots\cdots (10)$$

$$\sum_{i \in S} \xi_i \leqq v(S) \quad \text{（集団合理性）} \quad \cdots\cdots (11)$$

$$\sum_{i \in N} \xi_i = v(N) \quad \text{（全体合理性）} \quad \cdots\cdots (12)$$

⑩　(10)～(12)式で表される ξ_i $(i \in N)$ の解領域はコアと呼ばる。Young et al[4] はこのコアに基づいた費用割振り法として仁 (Nucleolus), 弱仁 (Weak Nucleolus) および比例仁 (Proportional Nucleolus) を用いた配分法を提案し，その長所・短所を比較考察している。また必ずしもコアを充足するとは限らないが，シャプレ

イ値 (Shapley Value) を用いた配分法の有効性についても言及している。いまこれらを一括して費用割振り法と呼び，そのうちのいずれかを適用して求めた費用割振り額の値を $\xi_i{}^*$ $(i \in N)$ と表記する。

⑪ このようにして各都市が分担すべき費用が $\xi_i{}^*(i \in N)$ と決定されたならば，各都市はそれぞれの処理レベル（残存負荷量）$L_i(x_i{}^*)$ に要する経費（施設建設費）$x_i{}^*$ に応じて，$\xi_i{}^*$ との差額を課徴金または奨励金としてきょ出するか，賦与されるかのいずれかになる。すなわち $\xi_i{}^*-x_i{}^*>0$ なら課徴金，$\xi_i{}^*-x_i{}^* \leq 0$ なら奨励金となる。

2.2 本モデルで想定している計画プロセス

以上で述べたモデルにおいて想定されていた計画プロセスを整理すると，**Fig. 1** のようになる。すなわち第1段階では本閉鎖性水域について COD の総排出負荷量基準値 A とその各都市への割当て率 $\rho_i\,(i \in N)$ を決定する。この問題を総負荷量配分指針計画と呼ぶ。

ついで第2段階では各都市が単独，部分提携（弱）あるいは全提携（弱）により，それぞれの最適施設建設（実処理）費用 $\hat{X}(\{i\})=\hat{x}_i$, $\tilde{X}(S)=\sum_{i \in S}\tilde{x}_i$ あるいは $X^*(N)=\sum_{i \in N}x_i{}^*$ とそのときの処理レベル（実は残存負荷量）$L_i(\hat{x}_i)$, $\sum_{i \in S}L_i(\tilde{x}_i)$ あるいは $\sum_{i \in N}L_i(x_i{}^*)$ を決定する。本問題を総負荷量配分施設計画と呼ぶ。上記の第1段階とこの第2段階目の計画を合わせて単に総負荷量配分計画と称する。

第3段階ではこの共同事業の総費用を各自の貢献度に応じて割当てる問題を取り扱う。これを費用割振り計画という。

第4段階では各都市の割当て処理レベルでの施設建設費と上で決まった割振り費用との差額を課徴金として他の都市にきょ出するか，逆に奨励金として他の都市から受け取るかを決める。これを調整費用割振り計画という。また第3段階と第4段階の計画を合わせて単に費用割振り計画という。

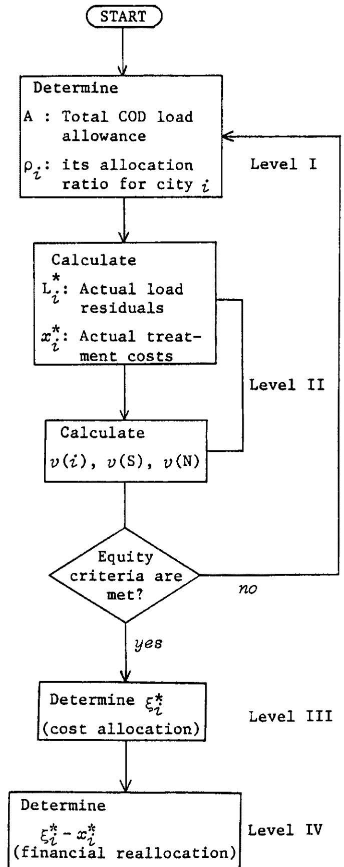

Fig. 1 Assumed Planning Process (Weak Coalition).

2.3 総負荷量配分指針計画のための公正規範

実はこれまでの議論では，第1段階の総負荷量配分指針計画においてどのように総排出負荷量基準値 A や各都市への割当て率 $\rho_i\,(i \in N)$ を決定すべきかについて明示的なモデルを示していない。本研究では後述の具体的事例を通して，この種の問題が A や ρ_i に関する公正規範領域の明示的定形化の問題に帰着されることを示す。

3. 計算のアルゴリズム

2.2で述べた4段階の計画プロセスにおいて，第2段階および第3段階の計画問題を処理するためには，その数理計画モデルとこれを解くための最適化手法が必要になる。

第2段階の最適化問題は各都市が単独行動，部分提携ならびに全提携を形成する場合についてそれぞれ式(10)，(11)ならびに(12)で与えられている。一般にこの種の最適化問題には動的計画法を用いた解法の適用

が有効であるので，本研究では以下でこの手法を用いる。なお都市が2つの場合には微分法による解析も可能である。第3段階の費用割振り問題において仁や弱仁あるいは比例仁により割振り費用を求めるには，式(10)～(12)で定義されるコアをいくつかの付加的な公正規範を用いて一点に縮める数理計画問題を解けばよい。これは結局，線形計画問題 (LP) となることがわかっている。

4. モデルの拡張（強提携モデル）

上述した弱提携モデルの基本的構造をそのまま保持しつつ，本モデルをつぎのように拡張する。すなわち，**2.1**の⑤で述べた各都市の提携方式（弱提携）に代えて，各都市は全体で単一の共同処理プラントを建設し，都市全体に課せられた総流入 COD 負荷量基準値 A を充足するような提携方式をとる方を選ぶと考える。このような提携方式を「強提携」と呼び，「弱提携」と区別する。

強提携モデルを定式化するには**2.1**で示した弱提携モデルの定式化において，式(5)と(6)のみを次のように書き変えればよい。

$$X^*(N)=\min\{\sum_{i\in N}x_i\,|\,\sum_{i\in N}L_i(x_i)\leqq A\}+C(N) \quad\cdots\cdots(5)'$$

$$\tilde{X}(S)=\min\{\sum_{i\in S}x_i\,|\,\sum_{i\in S}L_i(x_i)\leqq A\rho_S,\ \rho_S=\sum_{i\in S}\rho_i\}+C(S) \quad\cdots\cdots(6)'$$

ここに $C(N)$, $C(S)$ はそれぞれ強提携 N ($N=\{1,\cdots\cdots,n\}$ の都市全体が湖の周辺のある地点に単一の共同下水処理プラントを設ける場合)，強提携 S ($i\in N$ なる都市全体が湖の周辺のある地点に単一の共同下水処理プラントを設ける場合）の各都市から当該下水処理場まで結ぶパイプラインの布設費である。これは各都市から下水処理場へ輸送される負荷量 $L_i(0)$ ($i\in N$ または $i\in S$) により一意的に決まると考えられるので，強提携の構造が与えられれば一定値とみなしうる（ただし下水処理場の位置は用地や環境条件の制約から1地点に絞られているものとする)。

以上のような補正を施せば，後は弱提携モデルと同じである。ただし想定されている計画プロセスについては **Fig. 1** のフローチャートに示した各ステージのうち，最終ステージの調整割振り計画の部分が不要となる。これは強提携では文字どおり単一の共同施設を共有することになるので，$v(i)$, $v(S)$, $v(N)$ のデータを用いて総費用 $X^*(N)=v(N)$ を割振れば，それがそのまま各自の負担すべき費用となると考えられるからである。

5. 事　例　分　析

弱提携モデルおよび強提携モデルの実用性を例示するために2人ゲームと3人ゲームの場合についていくつかの計算を実施し，その結果の分析を行った。

5.1 負荷量関数の同定

過去の実績例をもとに，負荷量関数は建設費 x の関数として

$$L(x)=L(0)\{1-0.667\ln(x/Q^{0.737}+1)\} \quad\cdots\cdots(13)$$

この逆関数は $L(x)=L$ としてつぎのような建設費用関数となる。

$$x=Q^{0.737}[\mathrm{Exp}\,\{1.5(1-L/L(0))\}-1] \quad\cdots\cdots(14)$$

5.2 弱提携モデル

まず弱提携モデルについて結果の分析を行い，後に強提携モデルを同一のパラメータ設定条件（各計算ケース）の下で計算し，両者を比較する。

(1)　**2人ゲーム**

ここでは以下の3つのケースについて考える。

a）　**ケース1**

①　都市排水としていずれの都市も生活排水のみを扱う場合を考え，しかも処理対象汚水量と COD 負荷量

は人口のみによって決まるものとする。

② 各パラメータの設定と値の計算に当たっては，つぎのような関係を想定した。なおこれらは後述する他のケースの場合にも共通である。

$$L_i(0)=W_i^I+W_i^D \quad (i\in N) \qquad \cdots\cdots(15)$$

$$W_i^D=P_i w^D \quad (i\in N) \qquad \cdots\cdots(16)$$

$$W_i^I=\sum_k S_{ik}w^I \quad (i\in N) \qquad \cdots\cdots(17)$$

$$Q_i=U_i^I+U_i^D \quad (i\in N) \qquad \cdots\cdots(18)$$

$$U_i^I=\sum_k S_{ik}q_k^I \quad (i\in N) \qquad \cdots\cdots(19)$$

Q_i：都市 i の汚水量 (100m³/日)

$L_i(0)$：都市 i での総 COD 負荷量 (t/日)

W_i^I：都市 i の工場から出る1日当たりの COD 負荷量 (t/日)

W_i^D：都市 i の事務所および家庭から出る1人1日当たりの総 COD 負荷量 (t/日)

S_{ik}：都市 i のタイプ k の業種の1日当たりの出荷額 (百万円)

w_k^I：タイプ k の業種の1日当たりかつ単位出荷額当たりの COD 負荷量 (t/日/百万円)

P_i：都市 i の人口 (万人)

w^D：1人が1日に出す COD 負荷量 (t/日/人)

U_i^I：都市 i の工場から出る1日当たりの総汚水量 (100m³/日)

U_i^D：都市 i の事務所および家庭から出る1日当たりの総汚水量 (100m³/日)

q_k^I：タイプ k の業種の1日の出荷額当たりの汚水量 (100m³/日/百万円)

q^D：1人が1日に出す汚水量 (100m³/日/人)

なお **Table 1** に本ケースならびに後述の2ケースのパラメータ値を掲げてある。

③ 人口は都市2が都市1の3倍の大きさであるから，当然，汚水量，負荷量ともに都市2の方が大きくなる。しかしながら予め総負荷量水準 A および負荷量配分比 ρ_1, ρ_2 が適正に決定されないと，各自が単独で行動した場合の事業費が $X_1^*>X_2^*$ すなわち $v(1)\geqq v(2)$ となって，汚水量や負荷量が大きい都市の方が実処理費用が安いという不合理なことが生じうる。このことより $v(1)<v(2)$ なる条件が負荷量配分計画を規定する上で不可欠な公正配分条件になると考えられる。また各都市は何らかの形で費用を負担すべきであるから，当然 $v(1), v(2)>0$ でなければならない。

④ **Fig. 2** は総負荷量配分指針計画において A と ρ_1 を変数としたときの $v(1)<v(2)$ かつ $v(1)>0, v(2)>0$ が成立する領域を表している。図中 $\rho_1=0.25$ は ρ_1 を総負荷量 W_1^D と W_2^D の比率（これは人口の比率と等しくなる）にとることを意味している。本ケースでは $A=26$ (t/日) つまり現状維持の場合を除けば，$\rho_1=$

Table 1 Assumed Cases and Parameters (Cases 1, 2, 3).

Case	City	P_i	q^D	w^D	Q_i	$L_i(0)$
1	1	25	0.003	26×10^{-6}	750	6.5
	2	75	0.003	26×10^{-6}	2250	19.5
Case	City	s_{ik}	q_k^I	w_k^I	Q_i	$L_i(0)$
2	1	200	0.0069	692×10^{-6}	1.38	0.14
	2	306	0.0045	1400×10^{-6}	1.38	0.43
3	1	200	0.0069	692×10^{-6}	1.38	0.14
	2	275	0.0045	1400×10^{-6}	1.24	0.39

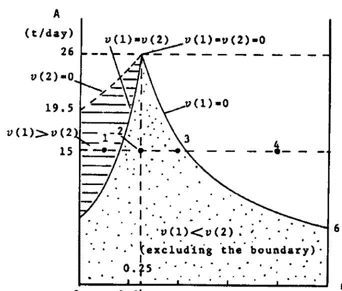

Fig. 2 Equity Domain (Case 1).

Table 2 Calculated Treatment Costs and Corresponding Cost Allocation (Cases 1, 2, 3).

Case	Point number	ρ_1	ρ_2	$v(1)$	$v(2)$	$v(12)$	ξ_1	ξ_2	A (t/day)
1	1	0.100	0.900	285.4	173.3	371.9	242.0	127.0	15.00
	2	0.250	0.750	116.5	261.9		113.3	258.6	
	3	0.400	0.600	16.1	367.2		10.4	361.5	
	4	0.800	0.200	−94.5	755.9		—	—	
2	1	0.200	0.800	1.12	0.58	1.04	0.79	0.25	0.40
	2	0.244	0.756	0.70	0.70		0.52	0.52	
	3	0.300	0.700	0.27	0.86		0.23	0.81	
	4	0.600	0.400	−0.85	1.98		—	—	
3	1	0.200	0.800	2.04	1.24	2.27	1.54	0.73	0.25
	2	0.264	0.736	1.51	1.39		1.20	1.07	
	3	0.400	0.600	0.65	1.75		0.59	1.68	
	4	0.800	0.200	−0.62	3.15		—	—	

Unit: hundred million yen

0.25 という実績値をそのまま用いた配分方式が妥当化されることがわかる。このような実績値比率配分法は実際によく用いられる最も簡便な方法であるが，本ケースの場合には公正規範に照らしても一応妥当であることがわかる。

⑤ **Table 2** には $A=15$ (t/日) で ρ_1, ρ_2 の値を **Fig. 2** の点1，2，3，4にとったときの都市1，2の費用配分額 ξ_1, ξ_2 があげてある。これより $v(1)<v(2)$ の条件を満たさない点1あるいは点4では，都市1の方が都市2より負担額が多くなったり，$v(1), v(2)>0$ なる条件すら満足しえなかったりして結局不合理になってしまうことがわかる。

⑥ **Table 3** は **Table 2** で求めた配分費用 ξ_i^* と実処理費用 x_i^* の差すなわち課徴金（負の場合は奨励金）を表している（ただし妥当な費用配分となる点についてのみ計算を行った）。これより，総負荷量配分計画において点2を選んだ場合には最終段階の費用配分調整計画では都市1に課徴金45.1（億円）が課せられ，都市2には逆に45.1（億円）が奨励金として与えられることになる。

b） **ケース2**

① 都市排水として，いずれの都市も産業排水のみを扱う場合を考える。具体的には都市1が果実缶詰製造業，都市2が植物油脂製造業を想定している。この場合には処理対象汚水量と COD 負荷量は出荷額（百万円）のみによって決まるとする。ただし COD 負荷量は都市2の方が都市1より大きいが ($L_1(0)<L_2(0)$), 汚水量はほぼ等しい ($Q_1 \fallingdotseq Q_2$) という例を考えた (**Table 2** 参照)。

② **Fig. 3** はケース1と同様に A と ρ_1 を変数としたときの $v(1)<v(2)$ が成立する領域を示している。図中 $v(1)=v(2)$ の条件で規定される公正規範の境界線（公正規範領域に含まれない）は

Table 3 Calculated Taxes and Subsidies (Cases 1, 2, 3).

Case	Point number	City	ξ_i^*	x_i^*	$\xi_i^*-x_i^*$
1	2	1	113.30	68.20	45.10
		2	258.60	306.70	−45.10
	3	1	10.40	68.20	−57.80
		2	361.50	303.70	57.80
2	3	1	0.23	0	0.23
		2	0.81	1.04	−0.23
3	3	1	0.59	0	0.59
		2	1.68	2.27	−0.59

ξ_i^* : allocated costs (hundred million yen)
x_i^* : actual treatment costs (hundred million yen)
$\xi_i^*-x_i^*$: tax (subsidy) (hundred million yen)
(NB) Cost allocations were calculated by Nucleolus.

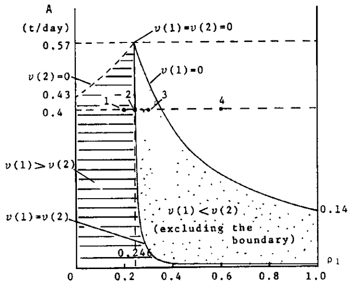

Fig. 3　Equity Domain (Case 2).

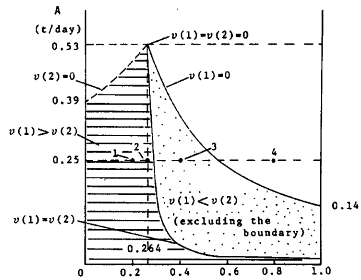

Fig. 4　Equity Domain (Case 3).

A が小さい値の場合を除けば $\rho_1=0.246$ すなわち ρ_1 を実績値の比率 $(L_1(0)/L_2(0))$ にとることに相当している。この実績値比率配分法は実際によく用いられているが，本ケースでは A が 0(t/日) に近い場合を除けば $0<A<0.57$ の範囲のいずれに設定しても公正規範を充足しえないことになる。よって $\rho_1=0.246$ という実績値をそのまま用いた配分方式は本ケースでは妥当とはいえない。

③ **Table** 2 には **Fig.** 3 において $A=0.4$(t/日) で切ったときにできる断面図において点1，2，3，4の値に ρ_1, ρ_2 をとったときの都市1，2の費用配分額が掲げてある。これより点1，4はケース1と同様に不合理であるが，点2すなわち実績値を用いた配分比の場合も割振られる費用が等しくなってやはり不合理な結果になり，②で述べたことが具体的に裏づけられることがわかる。

④ **Table 3** よりこのケースの点3の場合，実処理費用は都市1がまったく処理せず都市2のみが処理する形であることがわかる。よって都市1に課徴金0.23（億円）が課せられ，都市2には0.23（億円）の奨励金が与えられることがわかる。

c）**ケース3**

① ケース2と同様に産業排水のみを考える（業種はケース2と同じ）。ただし負荷量は都市2の方が都市1より大きいが $(L_1(0)<L_2(0))$，汚水量は逆に都市1の方が都市2より大きい $(Q_1>Q_2)$ という例を考えた(**Table 1** 参照)。

② **Fig.** 4 および **Table** 2 より，点1と4はもちろんのこと，点2 $(\rho_1=0.264)$ すなわち実績値による配分比を用いた場合でも明らかに $v(1)<v(2)$ の領域に入っていないことがわかる。ただし本ケースの場合は処理負荷量については1，2，3の順に大きくなるが，汚水量では逆の関係にあり，$v(1)<v(2)$ を公正規範にすることは保留しなければならない。ただ総負荷量規制の立場からは，汚水量の増大につれて濃度が小さくなることでメリットを得る方式には抵抗があろう。

③ **Table 3** よりケース2の点3と同様にして，このケースの点3の場合も都市1は実際には処理を行わず，都市1から都市2へ0.59（億円）が移動していることがわかる。

(2)　**3人ゲーム**

2人ゲームを拡張して都市1，2，3による3人ゲームを考える。

a）**ケース4**

① ケース1と同様，都市排水として生活排水のみを考える。また処理前の負荷量は $L_1(0)<L_2(0)<L_3(0)$ で，汚水量は $Q_1<Q_2<Q_3$ とした (**Table 4** 参照)。

② **Fig.** 5 は総負荷量配分指針計画において A, ρ_1, ρ_2 を変数としたときに $v(1)<v(2)<v(3)$ でかつ $v(\{i\})\geq 0\ (i=1,2,3)$ が成立する領域を示している。またこの図の右上には $A=2.9$(t/日) としたときの当該図形の断面図が示されている。

③ **Table 5** のケース4には $A=2.9$(t/日) で ρ_1, ρ_2 $(\rho_3=1-\rho_1-\rho_2)$ を **Fig. 5** の断面図上の点1，2，3，

Table 4 Assumed Cases and Parameters (Cases 4, 5, 6).

Case	City	P_i	q^0	w^0	Q_i	$L_i(0)$
4	1	1	0.003	26×10^{-6}	30	0.26
	2	5	0.003	26×10^{-6}	150	1.30
	3	10	0.003	26×10^{-6}	300	2.60
Case	City	s_{ik}	$q_k{}^I$	$w_k{}^I$	Q_i	$L_i(0)$
5	1	150	0.019	577×10^{-6}	2.88	0.087
	2	270	0.011	131×10^{-6}	2.88	0.354
	3	317	0.009	245×10^{-6}	2.88	0.777
6	1	150	0.019	577×10^{-6}	2.88	0.087
	2	200	0.011	131×10^{-6}	2.13	0.262
	3	180	0.009	245×10^{-6}	1.64	0.441

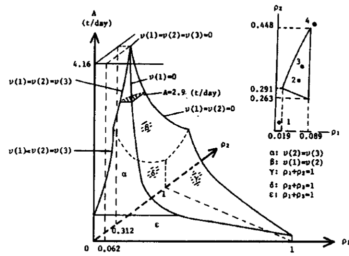

Fig. 5 Equity Domain (Case 4).

4にとったときで，しかも都市1，2，3が単独行動の場合と提携をした場合に関する実処理費用が示してある。また **Table 6** には **Table 5** に基づき，特定の割振り手法 (Nucleolus) で各都市に割振った費用が示してある。**Table 5** の各ケースにおいて点1，4をとる場合，条件 $v(1)<v(2)<v(3)$ あるいは $v(\{i\})\geqq0$ ($i=1, 2, 3$) の条件が満たされていない。このため一番負荷の大きいはずの都市3が最小の処理費用となり，不合理である。点1の場合は割振られた費用 (**Table 6** 参照) を見ても，$\xi_2<0$ となり明らかに不合理であることがわかる。（点4の場合には **Table 5** より明らかに不合理であるので負担費用の割振りは行わなかった。）点2は実績値の配分比をとる場合に相当しているが，$v(1)<v(2)<v(3)$ の条件を満たしており (**Table 5** 参照)，割振られた負担費用 (**Table 6** 参照) も $\xi_1<\xi_2<\xi_3$ となっている。よって本ケースの場合は実績値による配分は妥当である。

④ 点3 (**Fig. 5** 参照) の場合の配分比も点2と同様に妥当である。また相対的に都市3への割振り額 ξ_3 は点3より点4の方が大きくなる傾向が認められる。これより **Fig. 5** の $v(1)<v(2)<v(3)$ の領域内で ρ_1, ρ_2 を大きくするにつれて，ρ_3 が小さくなり，都市3の負担費用が増すことがわかる。

Table 5 Calculated Treatment Costs (Cases 4, 5, 6).

Case	Point number	ρ_1	ρ_2	ρ_3	$v(1)$	$v(2)$	$v(3)$	$v(12)$	$v(13)$	$v(23)$	$v(123)$	A (t/day)
4	1	0.010	0.200	0.790	34.23	52.01	13.06	76.62	24.47	51.40	66.12	2.90
	2	0.062	0.312	0.626	7.22	23.20	38.32	29.26	43.30	60.86		
	3	0.070	0.350	0.580	4.78	15.64	46.74	19.43	50.54	62.37		
	4	0.100	0.459	0.441	−1.95	−1.54	76.74	—	74.15	68.13		
5	1	0.050	0.200	0.750	3.03	3.08	1.22	4.34	1.57	2.89	3.40	0.73
	2	0.071	0.290	0.639	1.80	1.80	1.80	2.43	2.08	3.04		
	3	0.100	0.300	0.600	0.60	1.68	2.02	1.92	2.13	3.25		
	4	0.150	0.500	0.350	−0.70	−0.10	3.79	—	3.54	3.63		
6	1	0.100	0.300	0.600	2.17	1.75	1.03	2.65	1.39	2.25	2.74	0.47
	2	0.110	0.331	0.559	1.83	1.47	1.20	2.19	1.54	2.31		
	3	0.160	0.450	0.390	0.49	0.59	2.02	0.75	2.16	2.59		
	4	0.200	0.600	0.200	−0.25	−0.19	3.24	—	3.13	2.83		

Unit: hundred million yen

Table 6 Cost Allocation (Cases 4, 5, 6).

Case	Point number / ξ_i^*	1	2	3
4	ξ_1^*	19.90	5.45	3.79
	ξ_2^*	46.83	23.01	15.62
	ξ_3^*	−0.61	37.66	46.72
5	ξ_1^*	1.13	0.60	0.32
	ξ_2^*	2.45	1.56	1.44
	ξ_3^*	−0.19	1.24	1.65
6	ξ_1^*	0.69	0.56	0.15
	ξ_2^*	1.55	1.33	0.59
	ξ_3^*	0.67	0.84	2.00

ξ_i^* : allocated costs (hundred million yen)
NB) Cost allocations were calculated by Nucleolus

Table 7 Calculated Taxes and Subsidies (Cases 4, 5, 6).

Case	Point number	City	ξ_i^*	x_i^*	$\xi_i^*-x_i^*$
4	2	1	5.45	0.01	5.44
		2	23.01	17.59	5.42
		3	37.66	48.52	−10.86
	3	1	3.79	0.01	3.78
		2	15.62	17.68	−1.98
		3	46.72	48.52	−1.80
5	3	1	0.32	0	0.32
		2	1.43	0.25	1.18
		3	1.65	3.15	−1.50
6	3	1	0.15	0.51	−0.36
		2	0.59	1.29	−0.70
		3	2.00	0.94	1.06

ξ_i^* : allocated costs (hundred million yen)
x_i^* : actual treatment costs (hundred million yen)
$\xi_i^*-x_i^*$: tax (subsidy) (hundred million yen)
NB) Cost allocations were calculated by Nucleolus

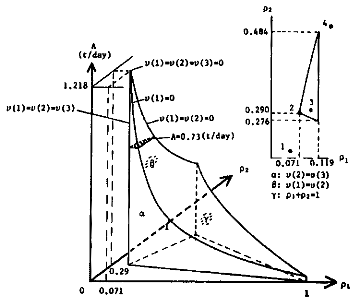

Fig. 6 Equity Domain (Case 5).

⑤ **Table 7** は **Table 6** に基づいて計算した課徴金（負の場合は奨励金）を示している。(ただし妥当な費用配分となる点のみについて計算を行った。) 点 2 の場合は都市 1，2 にそれぞれ5.44（億円），5.42（億円）の課徴金が課せられ，都市 3 に奨励金として10.86（億円）が賦与される。点 3 の場合には都市 1 のみに課徴金が課せられるという結果になっている。

b） **ケース 5**

① 都市排水として，いずれの都市も産業排水のみを考える。具体的には都市 1 が砂糖精製業，都市 2 が植物油脂製造業，都市 3 が魚肉ハム・ソーセージ製造業を想定した。ただし負荷量は $L_1(0)<L_2(0)<L_3(0)$ であるが，汚水量はほぼ等しいものとした (**Table 4** 参照)。

② **Fig. 6** は A と ρ_1, ρ_2 を変数としたときに $v(1)<v(2)<v(3)$ が成立する領域と $A=0.73$ (t/日) としたときの当該図形の断面図を表している。

③ **Table 5** のケース 5 より明らかなように，点 2（実績値を用いた配分比）の場合の単独費用はいずれも1.80（億円）と等しく，公正規範を充足しない。このことは 2 人ゲームのケース 2 の結果と一致している。しかも 2 都市の提携費用は $v(1, 3)<v(1, 2)<v(2, 3)$ である。このため配分費用が不合理な結果となっている (**Table 6** 参照)。従ってこのケースでは点 3 のみが妥当な配分比といえる。これは 3 人ゲームの場合，必要に応じて $v(1, 2)<v(1, 3)<v(2, 3)$ なる公正規範を付加すべきことを暗示している。

④ **Table 7** より，点 3 の場合，都市 1，2 の課徴金の合計が都市 3 に奨励金として移動することがわかる。

c） **ケース 6**

① このケースは処理前の負荷量が $L_1(0)<L_2(0)<L_3(0)$ であるが，汚水量は $Q_1>Q_2>Q_3$ とした場合である。なお本ケースにおける 4 つの点の位置関係は基本的にはケース 4，5 の場合と同じである (**Table 4** 参

Table 8 Calculated Treatment Costs and Corresponding Cost Allocation (Cases 7, 8, 9).

Case	Point number	ρ_1	ρ_2	$v(1)$	$v(2)$	$v(12)$	ξ_1	ξ_2	A (t/day)
7	1	0.100	0.900	285.4	173.3	326.6	219.3	107.3	15.00
	2	0.250	0.750	116.5	261.9		90.6	236.0	
	3	0.400	0.600	16.1	367.2		−12.2	338.8	
	4	0.800	0.200	−94.5	755.9		—	—	
8	1	0.200	0.800	1.12	0.58	1.23	0.89	0.34	0.40
	2	0.244	0.756	0.70	0.70		0.615	0.615	
	3	0.300	0.700	0.27	0.86		0.32	0.91	
	4	0.600	0.400	−0.85	1.98		—	—	
9	1	0.200	0.800	2.04	1.24	2.50	1.65	0.85	0.25
	2	0.264	0.736	1.51	1.39		1.31	1.19	
	3	0.400	0.600	0.65	1.75		1.40	1.10	
	4	0.800	0.200	−0.62	3.15		—	—	

Unit : hundred million yen

照)。

② これは2人ゲームのケース3の3人ゲームへの拡張であり，ケース3の結果と基本的に同じことがいえる。

5.3 強提携モデル

上述した弱提携モデルの結果と強提携モデルの結果とを比較する。なおここでは2人ゲームのみを取り上げるが，3人ゲームについても基本的には同じような比較ができることを付記しておく。

a） **ケース7**

本ケースは弱提携モデルのケース1に対応している。2都市間の距離は20 km とし，その共同処理プラントは2都市の中間に建設するものとする。その他のパラメータの値はケース1と同じである。

① 人口は都市2が都市1の3倍の大きさなので当然，汚水量，負荷量ともに都市2の方が大きくなる。よって弱提携の場合と同様に $v(1)<v(2)$ および $v(1)\geqq 0$, $v(2)\geqq 0$ なる条件を公正配分条件とすると公正規範領域は基本的にはケース1の **Fig. 2** と同様の図で表される。

② ケース1の **Fig. 2** に対応する4つの点，すなわち点1（領域の左境界の外），点2（領域の内部で実績値配分比に相当），点3（領域の内部で点2の右側に位置する），ならびに点4（領域の右境界の外）に，ρ_1 をとったときの実処理費用と配分費用を計算し，これを **Table 8** に示した。これより点2と3のみが妥当な結果となっていることがわかる。

③ **Table 9** の第1行目には本ケースとケース1との共同事業費の差額が示してある。これより設定されたパラメータ値の下では強提携（ケース7）の方が弱提携を組むより45.32億円安いことがわかる。

b） **ケース8**

本ケースは弱提携モデルのケース2に対応している。

① ケース2の **Fig. 3** に対応する4つの点，すなわち点1（最左端の点で公正規範領域の外），点2（点1の右隣の点でやはり領域の外になり，実績値配分比に相当），点3，点4（点3の右隣にあり，領域の外）のそれぞれに，

Table 9 Calculated Differences (Cases 1 vs. 7, 2 vs. 8, 3 vs. 9).

Cases	①	②	①−②
1, 7	371.90	326.58	45.32
2, 8	1.04	1.23	−0.19
3, 9	2.27	2.50	−0.23

①: joint cost (weak coalition)
②: joint cost (strict coalition)
Unit : hundred million yen

ρ_1 をとったときの実処理費用と配分費用を計算し，これをやはり **Table 8** に示した。これより点3のみが $v(1)<v(2)$ を満たすことがわかる。しかしながらこの点も優加法性条件 $v(1)+v(2)\geq v(1,2)$ を充足しておらず，これでは2人の強提携が形成される動機づけが不十分になってしまう。従ってこの場合にはこの優加法性条件をさらに付加する方が合理的であろう。このような視点から公正規範領域をさらに縮めたのが **Fig. 7** の図である。これより点3も縮小された公正規範領域の外にあることが示される。

② ケース2と比較すると，本ケース（強提携）の方が共同事業費の低廉化の上で若干不利であることがわかる。

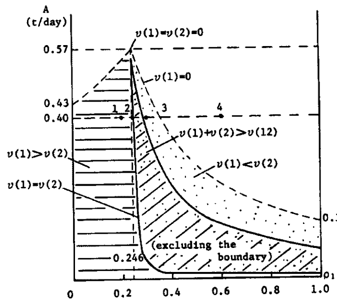

Fig. 7 Equity Domain (Case 6).

c） **ケース9**

本ケースは弱提携モデルのケース3に対応している。

① 本ケースの場合もやはり優加法性条件を付加することにより公正規範領域を縮小する方が合理的であることがわかる。

② この場合もやはり，本ケース（強提携）の方が共同事業費の低廉化の点で不利であることがわかる。

なお以上の比較では，都市1，2が強提携を組んだ場合，必ず処理施設の立地が容易にでき，パイプラインの建設費用があまりかからない場合を想定した。しかしもし施設を建設するための用地の取得が困難であるならば，地形的制約からパイプライン布設にばく大な費用がかかって規模の経済性の効果が期待できないので，都市1，2は弱提携を組んで対応する方を選ぶ傾向がより強まろう。

6. む す び

本研究で得られた知見を整理すると以下のようになる。

① 環境負荷配分計画問題はその性格上，多段階のコンフリクト調整問題として捉えられること，またこれを科学的に取り扱う上でゲーム理論モデルが有効であることが示された。

② すなわちこの種の問題を論じるためには，単なる水質汚濁のメカニズムに関する技術論的な議論のみではなく，社会的公正規範に関する分析・評価が不可欠であることがわかった。

③ また現在慣用的によく用いられる実績値に基づく配分方式は必ずしも適切ではないことが明らかになった。

④ 強提携方式と弱提携方式にはそれぞれ長所・短所があり，必ずしも一概にどちらがよいと言えないこと，また強提携方式の場合，優加法性が保証しえない場合が起こりうるので，これを保証する条件を公正規範条件に付加した方が妥当となりえることが示された。

謝 辞

本研究を進めるに当たり，ウイルフリッド・ローリエ大学工学部教授マーク・キルガー氏より多くの御教示を得た。また京都大学防災研究所水資源研究センターの石原安雄教授，池淵周一教授，友杉邦雄助教授ならびに岐阜大学工学部小尻利治助教授には色々とアドバイスを賜った。付して感謝の意を表する。

参　考　文　献

1）岡田憲夫・錦織　敦：環境負荷量配分問題に関するゲーミング分析，鳥取大学工学部研究報告，第15巻第1号，1984年10月．

2）岡田憲夫・錦織　敦・マーク・キルガー：環境負荷量の配分方式に関するゲーム論的アプローチ——弱提携2人ゲームモデル，第40回土木学会年次学術講演会概要集（Ⅳ），1985年9月．

3）岡田憲夫・錦織　敦：ゲーム理論を用いた環境負荷量配分モデルに関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 3，1986年1月，pp. 65-72.

4) Nishikori, A： A Game Theory Model of the Environmental Load Allocation, Master Thesis submitted to Postgraduate School of Engineering, Tottori University, March 1986.

5) Young, H P, N. Okada and T. Hashimoto： Cost Allocation in Water Resources Development—A Case Study of Sweden. Water Resources Research, Vol. 18, No. 3, June 1982.