

## Gaussian Beam 法を用いた不整形地盤中のやや 長周期地震波の解析

山田 善一・野田 茂・山脇 司

### SURFACE WAVE SYNTHESIS IN A LATERALLY HETEROGENEOUS MEDIUM BY THE GAUSSIAN BEAM METHOD

By *Yoshikazu YAMADA, Shigeru NODA*  
and *Tsukasa YAMAWAKI*

#### Synopsis

In this paper, the Gaussian beam approach to surface wave propagation proposed by Yomogida is used to examine surface waveforms in a laterally heterogeneous medium. The Gaussian beam formulations for surface waves in a laterally slowly-varying medium is firstly explained in detail. Numerical example is conducted by forward modelling of Love waves for a heterogeneous Imperial Valley structure. The prototype event assumed is the 1968 Borrego Mountain earthquake. As a site, El Centro is chosen. Ray tracing of Love waves and the contributions of each Gaussian beam to the synthetic seismogram are examined. The results indicate the good sensitivity of the present method to the details of laterally heterogeneity.

#### 1. 緒 論

1985年9月19日、メキシコ市は、震央距離(約390km)の遠い巨大地震( $M_s=8.1$ )の洗礼を受けた初の近代都市となった。このメキシコ地震はさまざまな話題を与えた。なかでも、一般の人々に最も関心を引き起こしたことは、周期2秒前後の地震波であろう。ボールの中の豆腐といったような表現を伴い、社会的に問題になった。これは、地震工学的表現に従えば、軟弱地盤盆地に入射したやや長周期の表面波によって励起された継続時間の長い地盤震動と言える。

我が国では、これまで、震央距離の比較的短い短周期の実体波に対して、地震工学上の重点が主に置かれていた。しかし、固有周期が数秒から十数秒の巨大なあるいは長大な構造物が次々と建設あるいは計画されている現況において、やや長周期波の軟弱な不整形地盤での震動様式を検討し、予測することは地震工学上極めて重要な課題である。本研究は、このような問題について、比較的最近の数値解析法を用いて、定量的な解析を試みようとするものである。

地表の地形や地下構造が水平方向に変化する地域、いわゆる不整形地盤において、構造物の震害が集中することはよく知られた事実である。このような地域における波動を解明するため、これまで、有限要素法、有限差分法や積分方程式法などが用いられてきた。例えば、1)境界要素法による、半無限地盤に埋没した一様な2層地盤モデルに対する表面波入射の解析、2)離散型波数(DW)法による、非対称地盤モデルに対するSH波入射の解析、3)盆地地盤の脈動増幅作用の解明、などに関する研究がある<sup>1)</sup>。

最近、Červenýら<sup>2-4)</sup>は、不整形地盤内を伝播する波動を計算するための有効な方法として、実体波に注目したGaussian Beam法を提案した。この方法は、波線理論の一種であるが、波線のトレースを行い、波線中心座標系で波動方程式を解くことから構成されている。Gaussian Beam法は、横方向にも不均質性を有

する地盤構造において、既往の波形合成法に比べ、実際のモデルへの適応性、計算の効率化などの多くの点で優れている。さらに、実体波 Gaussian Beam 法を拡張することにより、蓬田<sup>5)</sup> は、表面波 Gaussian Beam 法の定式化を提案した。

以上のことを勘案し、本研究は、不整形地盤によるやや長周期波の震動様式を検討するために、表面波 Gaussian Beam 法を適用し、その有用性を確認することを目的として実施するものである。まず、2. では、蓬田ら<sup>5,6)</sup> の論文に従い、横方向に不均質性を有する媒質内における弾動性方程式を用いて表面波 Gaussian Beam 法を定式化する際の基礎的な概念を述べる。次に、3. では、表面波 Gaussian Beam 法の注意点と数値解析のフローを具体的に説明し、簡単なモデル（平行成層地盤）に適用することにより、この方法の特質を調べる。4. では、表面波 Gaussian Beam 法を1968年の Borrego Mtn. 地震に適用し、El Centro 地点において計算した合成波の検討を試みる。

## 2. Gaussian Beam 法

本章では、文献2)~6)に従って、Gaussian Beam 法の内容を具体的に説明する。

### 2.1 波線中心座標における放物線方程式

Fig. 1 は、直交座標系  $(x, y, z)$  の媒質を示したものである。媒質は、横方向の不均質性よりも鉛直方向に強い構造変化をもつ。すなわち、媒質中の弾性定数  $\lambda(x, y, z)$ ,  $\mu(x, y, z)$  と密度  $\rho(x, y, z)$  は、微小パラメーター  $\varepsilon$  に関して、式(1)のオーダーを有するものとする。ただし、 $\varepsilon$  は、横方向と鉛直方向の不均質性を示すスケールである。

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \eta_i} = 0(1), \quad \frac{\partial \mu}{\partial \eta_i} = 0(1), \quad \frac{\partial \rho}{\partial \eta_i} = 0(1) \quad i=1, 2, 3 \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = (\varepsilon x, \varepsilon y, z)$  である<sup>7)</sup>。

また、地表面  $z = \zeta(x, y)$  は式(2)のオーダーを有する。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \eta_i} = 0(1) \quad i=1, 2 \dots \dots \dots (2)$$

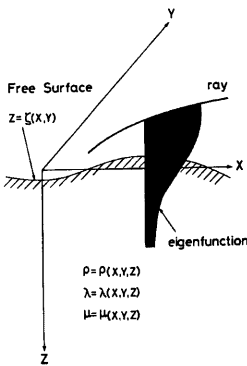


Fig. 1 A laterally slowly-varying medium with a slightly irregular free surface in the coordinate system  $(x, y, z)$  and an eigenfunction of normal mode theory propagating along the ray after Yomogida.

次に、波線中心座標  $(s, n)$  は、Fig. 2 に示すように、水平面の各波線について定義する。 $s$  は波線に沿う弧の長さ、 $n$  は点  $s$  での波線の法線方向の長さである。波線上では  $n=0$  となる。 $\underline{l}$  は  $(s, 0)$  で波線に接する、 $\underline{n}$  はそれに垂直な単位ベクトルである。 $\underline{z}$  は鉛直下向きの単位ベクトルとする。

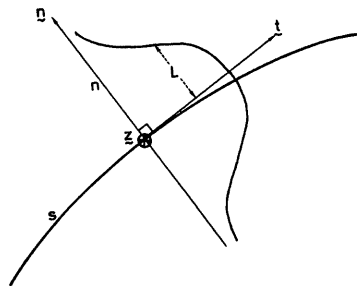


Fig. 2 Ray-centered coordinates  $(s, n)$  and basic unit vectors  $\underline{l}$ ,  $\underline{n}$  and  $\underline{z}$  after Yomogida.

地盤構造が横方向に緩やかに変化する場合、パラメーター  $\varepsilon$  を用いて、次のような変数変換を行う。

$$\eta_1 = S = \varepsilon s, \quad \eta_2 = N = \varepsilon n, \quad \eta_3 = z, \quad T = \varepsilon t \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 $t, T$  は時間項である。なお、深さの  $z$  については変数変換をしない。

実体波の動弾性方程式の解は波線に集中する。すなわち、高周波の弾性波動は主に波線に沿って伝播する。そこで、横方向に緩やかに変化する媒質中の表面波に対しても、その動弾性方程式の解は、 $s$  の増す方向の波線に沿って求められるとする。

一般的な右手直交曲線座標系  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  における動弾性方程式は、スケーリングファクター  $(h_1, h_2, h_3)$  を用いると、式(4)で表示できる。ただし、体積力は考えない。

$$\rho \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial t^2} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \sum_{\rho=1}^3 \sum_{q=1}^3 \frac{\partial}{\partial \xi_q} (\tau_{pq} \underline{z}_p h_1 h_2 h_3 / h_q) \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 $\underline{u}(\xi_1, \xi_2, \xi_3, t)$  は時間  $t$  の  $\xi_i$  座標における変位ベクトル、 $\rho$  は媒質の密度、 $\tau_{pq}$  は応力テンソルの成分、 $\underline{z}_p$  は地表面 ( $\xi_3 = \text{一定}$ ) での単位法線ベクトルである。

座標系  $(S, N, z, T)$  を用いると、表面波に関する式(4)の試解は次式と置ける。

$$u_j(s, n, z, t) = e^{i\psi(s, t)} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{k/2} U_j^k(S, N, z, T) \quad j = s, n, z \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 $\psi(s, t)$  は位相項である。波数  $k$ 、角振動数  $\omega$  と位相  $\psi$  の関係は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} k(S, T) &= \omega(S, T) / C(S) = \partial\psi(s, t) / \partial s \\ \omega(S, T) &= -\partial\psi(s, t) / \partial t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$C(S)$  は、波線に沿う表面波 (Love 波と Rayleigh 波) の局所的な位相速度である。なお、局所的とは、地面上の特定の地点での表面波の正規モードや分散曲線 (位相速度・群速度) がその地点での地盤の鉛直構造によって決定されることを意味する。

さて、式(5)を波数の  $k$  に関して展開し、 $\varepsilon^{3/2}$  次以上の項を省略した後、 $\varepsilon \rightarrow 0$  と近似する。このことは、実体波における高周波近似 ( $\omega \rightarrow \infty$ ) に相当する。その結果、Love 波と Rayleigh 波の  $U_j^k$  (式(5)) がおのおの式(7)と(9)、地表面での境界条件が式(8)と(10)で得られる。ただし、 $\nu = N\varepsilon^{-1/2}$  と置換している。

Love 波に関して、

$$\left. \begin{aligned} 2i\mu k U_{n,s}^0 + i\mu \frac{\partial k}{\partial s} U_n^0 + i\mu_s k U_n^0 + \mu U_n^0,_{\nu\nu} - \mu\omega^2 C^{-3} C,_{nn} \nu^2 U_n^0 \\ + 2i\rho\omega U_{n,t}^0 + i\rho \frac{\partial\omega}{\partial t} U_n^0 = 0 \\ U_s^0 = U_z^0 = 0 \\ U_{z^1} = 0 \\ U_n^0,_{\nu} + i\omega C^{-1} U_s^1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$\text{境界条件 } (z = \zeta \text{ で}); \quad ik \frac{\partial \zeta}{\partial s} \mu U_n^0 = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

Rayleigh 波に関して、

$$\left. \begin{aligned} 2i(\lambda + 2\mu)k U_{s^0,s} + i(\lambda + 2\mu) \frac{\partial k}{\partial s} U_s^0 + i(\lambda + 2\mu),_s k U_s^0 + (\lambda + 2\mu) U_{s^0,\nu\nu} \\ - (\lambda + 2\mu)\omega^2 C^{-3} C,_{nn} \nu^2 U_s^0 + \frac{i\omega}{2} C^{-2} C,_{nn} \nu^2 \left[ \lambda \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \mu \right] U_s^0 \\ + (\lambda U_{z^0,z},_s) + (\mu U_{z^0,s},_z) + 2i\rho\omega U_{s,t}^0 + i\rho \frac{\partial\omega}{\partial t} U_s^0 = 0 \\ 2i\mu k U_{z^0,s} + i\mu \frac{\partial k}{\partial s} U_s^0 + i\mu_s k U_{z^0,s} + \mu U_{z^0,\nu\nu} - \mu\omega^2 C^{-3} C,_{nn} \nu^2 U_{z^0,s} \\ + \frac{i\omega}{2} C^{-2} C,_{nn} \nu^2 \left[ \mu \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda \right] U_s^0 + (\mu U_{s^0,z},_s) + (\lambda U_{s^0,s},_z) \\ - iC\omega^{-1} \left[ \mu \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda \right] U_{s^0,\nu\nu} + 2i\rho\omega U_{z^0,t} + i\rho \frac{\partial\omega}{\partial t} U_{z^0,s} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\left. \begin{aligned}
 U_n^0 &= 0 \\
 U_n^1 + i\omega^{-1}CU_s^0, \nu &= 0
 \end{aligned} \right\}$$

境界条件 ( $z=\zeta$  で);

$$\left. \begin{aligned}
 \mu \frac{i\omega}{2} C^{-2}C, nn\nu^2 U_z^0 + \mu U_z^0, s - \frac{\partial \zeta}{\partial s} \{(\lambda + 2\mu)i\omega C^{-1}U_s^0 + \lambda U_z^0, z\} &= 0 \\
 \lambda \frac{i\omega}{2} C^{-2}C, nn\nu^2 U_s^0 - ik^{-1}\lambda U_s^0, \nu\nu + \lambda U_s^0, s - \frac{\partial \zeta}{\partial s} \mu(i\omega C^{-1}U_z^0 + U_z^0, z) &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

式(7)の解釈は次の通りである。0次近似での Love 波変位ベクトルの非消去成分は、地表面に沿う波線経路に垂直(水平面上で)な成分である。0次近似解は波線に接するか鉛直な成分をもたない。従って、 $U_s^0 = U_z^0 = 0$  となる。この場合、成分  $U_n (= U_n^0)$  が主成分となる。一方、1次近似解  $U_s^1$  は  $U_n^0$  によって表示できるが、従属的な成分であることから、付加成分と呼ぶ。式(7)の第1式は、波線中心座標における主成分  $U_n^0$  の放物線近似式である。

同様に、式(9)は次のような意味をもつ。0次近似の Rayleigh 波の変位ベクトルの非消去成分は、地表面に沿う波線経路に接する成分と地表面に鉛直な成分の2つよりなる。すなわち、 $U_s (= U_s^0)$  と  $U_z (= U_z^0)$  が主成分で、 $U_n (= U_n^1)$  が付加成分である。式(9)の第1式と第2式が  $U_s^0$  と  $U_z^0$  に関する放物線近似式である。

2.2 放物線方程式の解

式(7)と(9)の解は次のように仮定する。

$$U_j^0 \propto A(s, t) \exp \left\{ \frac{i}{2} \omega(s, t) \nu^2 M(s) \right\} \quad j = s, n, z \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 $M(s)$  は複素スカラー関数である。

Love 波と Rayleigh 波とも、式(7)と(9)より、次式が成り立つ。

$$M, s(s) + C(s)M^2(s) + C^{-2}(s)C, nn(s) = 0 \dots\dots\dots(12)$$

ここで、次式のような複素関数  $p(s)$  と  $q(s)$  を導入する。

$$M(s) \equiv \frac{1}{C(s)q(s)} \frac{dq(s)}{ds} \equiv \frac{p(s)}{q(s)} \dots\dots\dots(13)$$

これより、式(12)は式(14)の連立線形常微分方程式に変換できる。

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dq}{ds} &= C(s)p(s) \\
 \frac{dp}{ds} &= -C^{-2}(s)C, nn(s)q(s)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

さらに、式(7)と(9)により、次式が成り立つ。

$$\frac{\partial}{\partial t}(A^2 q I_1) + \frac{\partial}{\partial s}(U A^2 q I_1) = 0 \dots\dots\dots(15)$$

上式において、 $U A^2 q I_1$  の項は、次式のように、波線に沿って一定値である。

$$U A^2 q I_1 \equiv \Phi \dots\dots\dots(16)$$

ただし、 $U$  は群速度、 $I_1$  はエネルギー積分である。Love 波のエネルギー積分は  $I_1(s) = \frac{1}{2} \int_{\zeta(s)}^{\infty} \rho(s, z) l_1^2(s, z) dz$ , Rayleigh 波のそれは  $I_1(s) = \frac{1}{2} \int_{\zeta(s)}^{\infty} \rho(s, z) \{r_1^2(s, z) + r_2^2(s, z)\} dz$  となる。 $l_1(s, z)$ ,  $r_1(s, z)$ ,  $r_2(s, z)$  は表面波の正規モードである。正規モードは、地表面で1、すなわち  $l_1(s, 0) = 1$  あるいは  $r_1(s, 0) = 1$  となるように正規化する。また、 $q$  は幾何的な波線の拡がりを表わすパラメーターである。

さて、式(7)の第2~4式、式(11)、(13)、(16)を式(5)に代入し、元の座標に変換 ( $S \rightarrow s, N \rightarrow n, T \rightarrow t$ ) する。その結果、波線中心座標における Love 波は式(17)で与えられる。ただし、 $\Phi = \Phi_L$  とする。

$$\begin{aligned}
 \underline{u}(s, n, z, t) &= \frac{\Phi_L}{\sqrt{q(s)U(s)I_1(s)}} \left[ n - \frac{np(s)C(s)}{q(s)} z \right] l_1(s, z) \\
 &\cdot \exp i \left[ \psi(s, t) + \frac{\omega}{2} \frac{p(s)}{q(s)} n^2 \right] \dots\dots\dots(17)
 \end{aligned}$$

同様に、式(9)の第3、4式、式(11)、(13)、(16)を式(5)に代入し、 $\Phi = \Phi_R$  とおくと、波線中心座標における Rayleigh 波は次式で表わせる。

$$\begin{aligned}
 \underline{y}(s, n, z, t) = & \frac{\Phi_R}{\sqrt{q(s)U(s)I_1(s)}} \left[ r_1(s, z) \left( \underline{t} + \frac{n\rho(s)C(s)}{q(s)} \underline{z} \right) + ir_2(s, z) \underline{z} \right] \\
 & \cdot \exp i \left[ \psi(s, t) + \frac{\omega}{2} \frac{\rho(s)}{q(s)} n^2 \right] \dots\dots\dots(18)
 \end{aligned}$$

**2.3 表面波 Gaussian Beam の特性**

(1) 波線両側近似

Gaussian Beam の特性を述べる前に、式(17)と(18)について検討する。

波線上 ( $n=0$ ) で、式(17)と(18)は一般的な波線理論の定式化と同じである。すなわち、波線に沿って位相速度の遅度を積分した分だけ、位相は遅れる。振幅は  $\{q(s)U(s)I_1(s)\}^{-1/2}$  に比例する。Love 波の非消去成分は水平面内で波線に垂直な成分であり、Rayleigh 波のそれは波線に接する成分と鉛直成分である。幾何的な拡がりを示すパラメーター  $q(s)$  を求めるためには、波線に沿って式(14)の動的な波線トレース式を解かなければならない。式(14)は、位相速度分布に関して波線に垂直な座標  $n$  の2階空間微分すなわち  $C_{,nn}$  に依存している。式(17)と(18)の位相項は、波線経路に沿う位相速度の影響によって決められる。

ところで、式(17)と(18)の解は、波線上の解だけでなく、 $n \neq 0$  の波線近傍における解も与える。このことが波線両側近似<sup>9)</sup>と呼ぶゆえんである。すなわち、波線は観測点の近傍を通過するだけでよい。この方法は、波線が直達しない観測点での波動を評価できる既往の波線理論と異なる概念を有する。

式(17)と(18)に示した  $K(s) = C(s)M(s) = C \cdot \rho/q$  は、Fig. 3 (図は Love 波の例である) のように、波線上の点  $s$  での波面の曲率を示す。例えば、 $K(s) = 0$  ならば、波線の法線上の Love 波の走時すなわち位相遅れは、波線からの距離  $n$  に関わらず、一定となる。このような波動は物理的には平面波となる。 $K = \pm \infty$  あるいは  $q = 0$  の場合、位相面はある点に集中する。これはその点が線震源であることを意味する。

Love 波の変位ベクトルの水平成分の方向は式(19)の第1式、Rayleigh 波のそれは第2式で示される。

$$\left. \begin{aligned}
 n - nK\underline{t} \\
 \underline{t} + nK\underline{n}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

$K$  は波線の曲率を表わすから、上式のベクトルは、おのおの、 $(s, n)$  での位相面に対して、ほぼ接線方向と法線方向のベクトルである。Fig. 3 に示すように、上式のベクトルの付加成分は、位相面に接するまたは垂直な変位ベクトルの補正項となっている。

ここでは、横方向に緩やかに地盤構造が変化する媒質を仮定している。従って、Love 波の局所的な正規モードは  $I_1(s, z)$ 、Rayleigh 波のそれは  $r_1(s, z)$ 、 $r_2(s, z)$  となる。横方向に均質なモデルを仮定すると、これらの正規モードは波線上の点  $s$  での地盤構造によって決定される。波線両側近似によると、 $n \neq 0$  の波線近傍  $(s, n)$  での正規モードは、波線上の点  $(s, 0)$  で計算された正規モードと一致する。

波線両側近似は、既往の波線理論に基づく波動計算の難点、すなわち波線が観測点を通る必要性を無視できる特徴をもつ。しかし、2、3の問題点が残っている。第1に、幾何的な拡がりを示すパラメーターの  $q(s)$  が0となり、その結果、振幅が無限大になることがある。また、波線が通過しないような shadow zone に対する取り扱いである。この場合、一部の波線の寄与は観測できる。特異領域での解は、完全波線理論の近似法を導入することによ

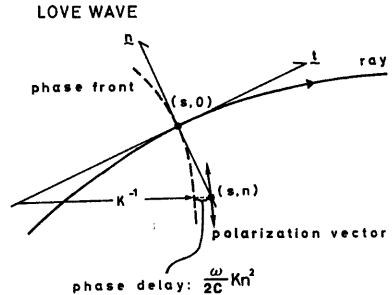


Fig. 3 Polarization vector at the point  $(s, n)$  for Love waves after Yomogida.

り求めることができる。第2に、波線両側近似は、震源と観測点間の波線経路に沿う地盤速度にのみ敏感である。しかし、実際には、観測点での波動はこのような波線だけによって構成されるだけでなく、すべての領域の波動からの寄与によっても部分的に影響を受ける。

これらの難点は Gaussian Beam 合成法を用いることによって克服できる。

(2) Gaussian Beam 法

(1)は変数  $p$  と  $q$  が実数である場合の議論であった。Gaussian Beam 法では  $p$  と  $q$  が複素数となる。

動的波線トレス式の(14)は連立1階常微分方程式である。その一般解は、式(20)のように、2組の独立な解の線形結合で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} q(s) &= \varepsilon q_1(s) + q_2(s) \\ p(s) &= \varepsilon p_1(s) + p_2(s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

ここで、 $q_i$  と  $p_i$  ( $i=1, 2$ ) は独立な解の対であり、実数である。従って、複素数としての  $q$  と  $p$  の一般解は複素数  $\varepsilon$  によって決まる。2組の独立な解は、次式のように、 $s=s_0$  での初期条件によって求まる。

$$\left. \begin{aligned} q_1(s_0) &= 1, p_1(s_0) = 0 \\ q_2(s_0) &= 0, p_2(s_0) = C^{-1}(s_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

ただし、すべての  $s$  に対し、次式が成り立つ。

$$q_1(s)p_2(s) - p_1(s)q_2(s) = C^{-1}(s_0) \dots\dots\dots(22)$$

式(21)の第1式は、 $s=s_0$  において、平面波のような波動場に対応する。なぜならば、 $K(s_0) = C(s_0)p'(s_0)/q(s_0) = 0$  となつて、曲率が0となるからである。式(21)の第2式は、 $s=s_0$  において、線震源のような波動場に対応する。それは、 $K(s_0) = \infty$  となり、曲率が無限大となるからである。

複素パラメーター  $\varepsilon$  は次の条件を満足する。

- (i)  $q(s) \neq 0$   
特異性の非存在と caustics における有限振幅の保証。
- (ii)  $Im(p/q) > 0$   
波動場の解は波線近傍に集中し、その結果、Beam としての解の存在を保証する。

上記の条件のもとで、式(17)と(18)の指数項は次式のように書き改められる。

$$\exp \left[ i\psi(s, t) + \frac{i\omega n^2}{2C(s)} K(s) - \frac{n^2}{L^2(s)} \right] \dots\dots\dots(23)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} K(s) &= C(s) Re \left[ \frac{p(s)}{q(s)} \right] \\ L(s) &= \left\{ \frac{\omega}{2} Im \left[ \frac{p(s)}{q(s)} \right] \right\}^{-1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

式(23)の指数項  $\exp\{-n^2/L^2(s)\}$  と条件(iii)から、波動の振幅は、波線中心から遠ざかり、 $n$  が増すにつれて指数的に減少する。この減少の割合を定める振幅の形状がガウス分布を示している。そこで、式(23)を含む解は Gaussian Beam と呼ぶ。

なお、 $L(s)$  については後述する。

2.4 分散性波動に対する波線トレス式

表面波は、非分散性波動(実体波)と異なり、位相速度と群速度を有する。ここでは、分散性波動としての表面波の運動学的波線トレス式を説明する。

表面波の位相項は時間と空間座標に関して一義的に決められない。そこで、式(5)の試解のように位相項を仮定し、式(6)を変形すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t}(\underline{x}, t) + \omega(\underline{x}, \underline{\xi}) \frac{\partial \psi}{\partial \underline{x}} = 0 \dots\dots\dots(25)$$

ここに、 $\omega(\underline{x}, \underline{\xi})$  は角振動数であり、局所的分散性を満たす。 $\underline{\xi} (= \partial\psi/\partial\underline{x})$  は波数ベクトルである。

Woodhouse<sup>7)</sup>によれば、式(25)は次式のように分離できる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= \frac{\partial \omega}{\partial k_i}(x, k) \\ \frac{dk_i}{dt} &= -\frac{\partial \omega}{\partial x_i}(x, k) \quad i=1, 2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

ただし、 $d\omega/dt=0$  とする。 $\partial\omega/\partial|k|$  は群速度であるから、次式が成り立つ。

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial |k|} \frac{\partial |k|}{\partial k_i} = \frac{\partial \omega}{\partial |k|} \frac{k_i}{|k|} = UCn_i \dots\dots\dots(27)$$

ここで、 $\mathbf{n}$  は位相速度  $C$  に対する速度ベクトルである。交軸方向に等方性の場合、 $\omega = |k|C(x, |k|)$  となる。 $\omega$  は波線に沿って一定であるので、次式が成り立つ。

$$\left( \frac{\partial |k|}{\partial x_i} \right) \omega, x_j = - \left( \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) |k|, x_j / \left( \frac{\partial \omega}{\partial |k|} \right) x_i, x_j \quad j \neq i \dots\dots\dots(28)$$

従って、波線トレース式 (式(26)の第2式) は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \frac{d(k_i/\omega)}{dt} &= \frac{dn_i}{dt} = -\frac{1}{\omega} \left( \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) |k| = \frac{1}{\omega} \left( \frac{\partial |k|}{\partial x_i} \right) \omega \left( \frac{\partial \omega}{\partial |k|} \right) x_i = \frac{U}{\omega} \left( \frac{\partial |k|}{\partial x_i} \right) \omega \\ &= \frac{U}{\omega} \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\omega}{C} \right) \right]_0 = U \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{C} \right) \right]_0 = -\frac{U}{C^2} \frac{\partial C}{\partial x_i} \dots\dots\dots(29) \end{aligned}$$

ただし、 $d\omega/dt=0$  である。

結局、分散性波動に対する波線トレース式は式(30)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= UCn_i \\ \frac{dn_i}{dt} &= -\frac{U}{C^2} \frac{\partial C}{\partial x_i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(30)$$

波線経路の長さの増分は  $ds=Udt$  である。すなわち、座標は局所的な群速度で移動すると仮定する。その結果、次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_i}{ds} &= Cn_i \\ \frac{dn_i}{ds} &= -\frac{1}{C^2} \frac{\partial C}{\partial x_i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

上式は、分散性波動の一般化座標 (デカルト座標) における波線トレース式となる。

### 2.5 Gaussian Beam の合成

動弾性方程式は線形の式である。従って、合成波は各波線ごとの Gaussian Beam の要素波の重ね合わせによって計算できる。

Gaussian Beam の基本解すなわち式(17)と(18)は、要素波ごとに次に示す  $\delta$  で記述する。すなわち、 $\delta$  は、平面波では Fig. 4 のように初期波面からの距離で、線震源では Fig. 5 のように初期射角で表示する。

重み係数  $\Phi_L, \Phi_R$  が1となるように  $\{g(s_0)U(s_0)I_1(s_0)\}^{1/2}$  を導入すると、式(17)と(18)は次式のようなになる。

Love 波に関して、

$$\begin{aligned} U_2^L(x, n, z, t) &= \sqrt{\frac{g(s_0)U(s_0)I_1(s_0)}{g(s)U(s)I_1(s)}} \\ &\cdot \left( n - \frac{n\rho(s)C(s)}{g(s)} \ell \right) I_1(s, z) \\ &\cdot \exp \left\{ i \left[ \psi(s, t) + \frac{\omega}{2} \frac{\rho(s)}{g(s)} n^2 \right] \right\} \dots\dots\dots(32) \end{aligned}$$

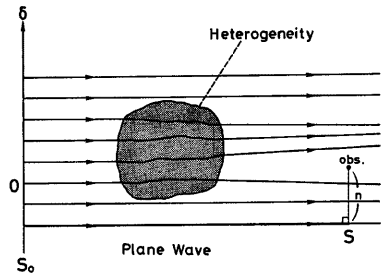
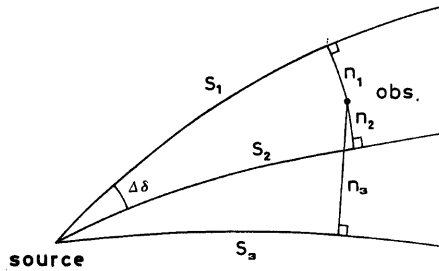


Fig. 4 Ray-centered coordinates ( $s, n$ ) and ray index parameter  $\delta$  for a plane wave source at  $s=s_0$  after Yomogida *et al.*



$$u(\text{obs.}) = \sum_i \Delta\delta \cdot u_i(s_i, n_i, t)$$

Fig 5 The points along rays where each Gaussian beam is constructed in order to produce seismograms at the station for the point source problem after Yomogida *et al.*

Rayleigh 波に関して,

$$u^j_R(s, n, z, t) = \sqrt{\frac{q(s_0)U(s_0)I_1(s_0)}{q(s)U(s)I_1(s)}} \left[ r_1(s, z) \left( t + \frac{np(s)C(s)}{q(s)} \right) \right. \\ \left. + ir_2(s, z) \right] \exp \left\{ i \left[ \psi(s, t) + \frac{\omega}{2} \frac{p(s)}{q(s)} n^2 \right] \right\} \dots\dots\dots (33)$$

さらに,  $s=s_0$  で評価される重み係数  $\Phi_L(\delta)$ ,  $\Phi_R(\delta)$  を新しく導入すると, 任意の観測点での波動は式(34)によって示される。

$$u^j(s, n, z, t) = \int_{\delta_0}^{\delta_1} \Phi_j(\delta) u^j(s, n, z, t) d\delta \dots\dots\dots (34)$$

上式は式(17), (18), (32), (34)から求められる。ここで,  $j$  は Love 波 ( $j=L$ ), Rayleigh 波 ( $j=R$ ) を示す。 $\delta_0$  と  $\delta_1$  は, 波線パラメーター  $\delta$  の範囲を示す下限と上限である。

Gaussian Beam 法は, 式(20)からわかるように, 本質的に線震源と平面波震源の線形結合で示される。従って,  $\Phi_j(\delta)$  は, 両者の放射特性を考慮して決められる。しかし, 現実的な地震源を考える場合には, モーメントテンソル  $M_{ij}(i, j=x, y, z)$  で表示した方がよい。

$s=0$  と  $z=h$  の震源に単力源が存在したとき, モーメントテンソル表示を用いた Gaussian Beam の重ね合わせ式は, Love 波に関して式(35), Rayleigh 波に関して式(36)となる。

$$u^L = \frac{i}{8\pi C(0)U(0)I_1(0)} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ ik(0)I_1(h) [M_{xx} \sin \delta \cos \delta + M_{xy}(\sin^2 \delta - \cos^2 \delta) \right. \\ \left. - M_{yy} \sin \delta \cos \delta] - \frac{I_2(h)}{\mu(h)} [M_{xx} \sin \delta - M_{yz} \cos \delta] \right\} u^L(s, n, z, t) d\delta \\ \approx \frac{i}{8\pi C(0)U(0)I_1(0)} \sum_s \left\{ \sqrt{\frac{q(0)U(0)I_1(0)}{q(s)U(s)I_1(s)}} \left( t - \frac{np(s)C(s)}{q(s)} - \frac{L}{c} \right) \right. \\ \left. \cdot I_1(s, z) \cdot \exp \left[ i \psi(s, t) + i \frac{\omega}{2} \frac{p(s)}{q(s)} n^2 \right] \right\} \Delta\delta \dots\dots\dots (35)$$

$$u^R = \frac{1}{8\pi C(0)U(0)I_1(0)} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ k(0)r_1(h) [M_{xx} \cos^2 \delta + 2M_{xy} \sin \delta \cos \delta \right. \\ \left. + M_{yy} \sin^2 \delta] + \frac{-k(0)\lambda(h)r_1(h) + r_2(h)}{\lambda(h) + 2\mu(h)} M_{zz} + i \frac{r_3(h)}{\mu(h)} [M_{xx} \cos \delta + M_{yz} \sin \delta] \right\} \\ \cdot u^R(s, n, z, t) d\delta \\ \approx \frac{1}{8\pi C(0)U(0)I_1(0)} \sum_s \left\{ \sqrt{\frac{q(0)U(0)I_1(0)}{q(s)U(s)I_1(s)}} \right.$$



$$\begin{aligned} & \cdot \left[ r_1(s, z) \left( z + \frac{np(s)C(s)}{q(s)} \right) + ir_2(s, z)z \right] \\ & \cdot \exp \left[ i\psi(s, t) + i\frac{\omega}{2} \frac{p(s)}{q(s)} n^2 \right] \Delta\delta \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

ここで、 $\Delta\delta$  は射出角の間隔であり、式(35)と(36)の第2式の  $\{ \}$  内は第1式中の  $\{ \}$  内と同じである。式(35)と(36)は、震源の条件と横方向に不均質な媒質(緩やかに変化する)が与えられたときの、表面波 Gaussian Beam の合成波に関する一般的な表示式である。

2.6 Gaussian Beam の波束

表面波 Gaussian Beam を合成する際、震源時間関数の表示が問題となる。 $\check{C}$ ervený<sup>3)</sup> は実体波 Gaussian Beam の計算の際、波束法が最も有効な方法であることを提示した。すなわち、震源から励起された波動は波線に沿って拡がる波束により表わされ、観測点での波は Gaussian Beam の波束の重ね合わせによって構成されるとした。

$\check{C}$ ervený<sup>3)</sup> は、各波線に対する震源時間関数として Gabor 小波<sup>8)</sup> を採用し、次式を仮定した。

$$f(t) = \exp \left\{ -\left( \frac{\omega_0 t}{\gamma} \right)^2 - i\omega_0 t - i\phi_0 \right\} \dots\dots\dots (37)$$

ここで、 $\omega_0$  は中心振動数、 $\phi_0$  は初期位相、 $\gamma$  は周波数帯域を決める尺度を表わす。

結局、合成波は次式で表わせる。

$$u(z, t) = \sum_{i=0}^N \Phi(\delta_i) g(z, t, \delta_i) \Delta\delta \dots\dots\dots (38)$$

ここに、 $g(z, t, \delta_i)$  は波束である。これは、式(37)の震源時間関数と初期射出角  $\delta_i$  での Gaussian Beam の式(32)あるいは式(33)との畳み込み積分によって得られる。

次に、表面波に関する震源時間関数を考えてみる。表面波は分散性を有する。従って、地震記象は継続時間の長い波列となることが多い。また、表面波は振動数ごとに波線経路が変化する。これは、位相速度分布が振動数ごとに一般に異なることに起因している。

ところで、狭周波数帯域内の位相速度分布は同一と考えられる。従って、波線のトレースは中心振動数に対して一回行えば十分である。そこで、表面波の震源時間関数としては、実体波の計算で用いた Gabor 小波の式(37)をそのまま採用した。周波数領域の震源時間関数は、式(37)より、次式で表わせる。

$$F(\omega) = \frac{\gamma\sqrt{\pi}}{\omega_0} e^{-i\phi_0} \exp \left\{ -\left[ \frac{\gamma(\omega - \omega_0)}{2\omega_0} \right]^2 \right\} \quad \omega > 0 \dots\dots\dots (39)$$

なお、パラメーターの  $\gamma$  はサンプリング周波数帯域を左右する。狭帯域とするには  $\gamma$  を大きくすればよい。

これまで有限周波数帯域の波動を取り扱ってきたが、次のような注意点がある。第1に、Fig. 6 に示すように、波束は波線に沿って群速度で拡がるが、位相は位相速度によって決定されることである。第2に、Gabor 小波を用いると、表面波の分散現象が再現できることである。この現象によれば、多経路干渉や副屈折波が波動のビートを生み出す。第3に、異なる周波数の位相速度分布が同一でないときは、各々の周波数帯域に対して波線トレースを行い、波動の合成をすればよい。

狭周波数帯域で表面波を合成するための定式化は以下の通りである。ただし、波束の群遅れと位相遅れの区別はしておかなければならない。式(37)の震源時間

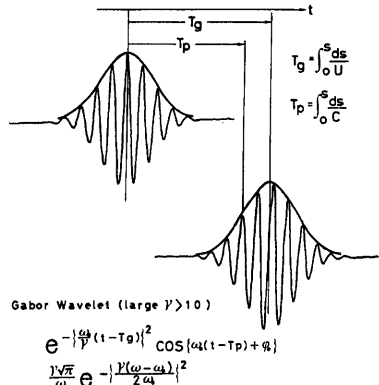


Fig. 6 Propagation of the Gabor wavelet for dispersion waves after Yomogida *et al.*

関数を与えると, Gaussian Beam の観測点での波束は次式で示される。

$$g(x, t, \delta) = \left( \left| \frac{q(0)}{q(s)} \right| \frac{U(0)I_1(0)}{U(s)I_1(s)} \right)^{1/2} \mathcal{L} \exp \left\{ - \left( \frac{\omega_0 t \delta}{\gamma} \right)^2 - \omega^* n^2 B - \left( \frac{\omega_0 n^2 B}{\gamma} \right)^2 \right\} \\ \cdot \cos(\omega^* t_p + \phi_0 - \arg \left( \frac{q(0)}{q(s)} \right)^{1/2}) \dots\dots\dots(40)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} &\text{Love 波に関して, } z(s, z) = zI_1(s, z) \\ &\text{Rayleigh 波に関して, } z(s, z) = r_1(s, z)I_1 + ir_2(s, z)I_2 \\ &t_p = t - \int_0^s \frac{ds}{C} - \frac{n^2 K}{2}, \quad t_q = t - \int_0^s \frac{ds}{U} - \frac{n^2 K}{2}, \quad \omega^* = \omega_0 \left( 1 - \frac{2\omega_0 n^2 B}{\gamma^2} \right) \\ &B = \omega_0^{-1} L^{-2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

上式に式(35)と(36)で与えられる係数を乗じた後, 式(38)のように Gaussian Beam を重ね合わせることに  
より, 観測点での波動が得られる。

### 3. 本研究で用いた表面波 Gaussian Beam 法

#### 3.1 概 説

本研究では, 表面波 Gaussian Beam 表示式として, Love 波に関する式(35)と Rayleigh 波に関する式(36)を基本的に採用し, 汎用的なプログラムの開発を試みた。震源時間関数としては式(37)の Gabor 小波を用いた。式(38)の畳み込み積分の後, 波動を合成した。

本章では, Gaussian Beam 法を適用する際の種々のパラメーターや波動の変位成分の算出法を述べ, 計算のフローについて記す。また, この方法を平行成層地盤に適用し, 若干の考察を行った。

#### 3.2 Gaussian Beam のパラメーター L(s) と K(s)<sup>2)</sup>

式(20)の  $\varepsilon$  は次式のようにおく。

$$\varepsilon = S_0 - \frac{i\omega}{2C(s_0)} L_M^2 \dots\dots\dots(42)$$

ここで,  $S_0$  と  $L_M$  は距離の次元をもつ。式(20), 式(24)の第2式および式(42)より, 次式が成り立つ。

$$L(s) = \left[ \frac{\omega}{2} \operatorname{Im} \left( \frac{p(s)}{q(s)} \right) \right]^{-1/2} \\ = \left[ L_M^2 q_1^2 + \left( \frac{2C_0}{\omega L_M} \right)^2 (S_0 q_1 + q_2)^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots(43)$$

ただし,  $q_1, p_1, q_2, p_2$  は点  $s$  で評価される。式(43)では  $C_0 \equiv C(s_0)$  とした。

2. 3)で述べた条件(i)と(iii)は, 次式が成立する場合, あらゆる  $s$  に対して満足される。

$$L_M \neq 0 \dots\dots\dots(44)$$

式(42)の  $S_0$  と  $L_M$  の幾何的な意味は次のようである。今, 簡単のため, 均質な媒質を考えてみる。初期条件の式(21)に対し, 式(14)の解は次式ようになる。

$$q_1(s) = 1, \quad q_2(s) = (s - s_0), \quad p_1(s) = 0, \quad p_2(s) = C_0^{-1} \dots\dots\dots(45)$$

上式を式(43)に代入すると, 次式が得られる。

$$L(s) = \left[ L_M^2 + \left( \frac{2C_0}{\omega L_M} \right)^2 (S_0 + s - s_0)^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots(46)$$

式(46)を変形すると, 式(47)が求められる。

$$\frac{L^2}{L_M^2} - \frac{4C_0^2}{\omega^2 L_M^4} (S_0 + s - s_0)^2 = 1 \dots\dots\dots(47)$$

上式より,  $L = L(s)$  は双曲線関数であることがわかる。 $L = L(s)$  は  $s_M - s_0 + S_0 = 0$  となるような  $s = s_M$  で最小となる。 $L_M$  は,  $s = s_M$  での Beam の有効的な半幅を示す。すなわち,  $L_M$  は Beam の最小有効半幅である。 $S_0$  は, 点  $s = s_0$  から  $L = L(s)$  が最小となる点までの距離を示す。

次に, Beam が  $s=s_0$  で最小となるケースについて考察してみる。この場合, 次式が成り立つ。

$$S_0=0, \quad \varepsilon = -i \frac{\omega}{2C_0(s_0)} L_M^2 \dots\dots\dots(48)$$

従って, 均質な媒質に対しては次式が成り立つ。

$$L(s) = \left[ L_M^2 + \left( \frac{2C_0}{\omega L_M} \right)^2 (s-s_0)^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots(49)$$

不均質な媒質に対しては, 式(43)より, 式(50)が得られる。

$$L(s) = \left[ L_M^2 q_1^2 + \left( \frac{2C_0}{\omega L_M} \right)^2 q_2^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots(50)$$

式(42)と(44)から,  $\varepsilon$  を選ぶと, 条件(i)と(ii)は自動的に満足される。しかしながら, パラメーターの  $L_M$  は選択の余地を残している。そこで, 数値計算に最も適した選択法を考えてみる。計算上の観点からはできる限り幅の狭い Beam を扱う方が便利である。そこで, 観測点で  $L(s)$  が最小となるように  $L_M$  を選ぶことにする。式(50)より,  $L(s)$  の最小値に対して  $L_M$  を決めれば, 次式が求められる。

$$L_M^{opt} = \left( \frac{2C_0}{\omega} \right)^{1/2} \left| \frac{q_2}{q_1} \right|^{1/2} \dots\dots\dots(51)$$

均質な媒質の場合, 式(45)と(51)より, 次式が成り立つ。

$$L_M^{opt} = \left[ \frac{2C_0}{\omega} (s-s_0) \right]^{1/2} \dots\dots\dots(52)$$

$L_M^{opt}$  の選択法に関しては簡単な例題で説明する。今, 速度  $C_0$  の均質な媒質を考えてみる。Fig. 7 は, 3つの異なる  $L_M$  に対する双曲線 (Gaussian Beam) をプロットしたものである。ただし,  $S_0=0$  である。この場合, 3組の双曲線の最小部は  $s=s_0$  に対応している。小さな  $L_M$  に対して, Beam は  $s=s_0$  の近くで非常に狭くなるが, その幅はすぐに増大する。大きな  $L_M$  に対しては, 小さな  $L_M$  の場合に比し,  $s=s_0$  での Beam の幅は広いが, 緩やかに増大している。従って, 式(52)からわかるように, 任意の  $s(\neq s_0)$  に対して, 初期幅の最適値  $L_M^{opt}$  が存在する。 $L_M^{opt}$  に対する  $s$  での Beam 幅は他の  $L_M$  の場合よりも小さい。

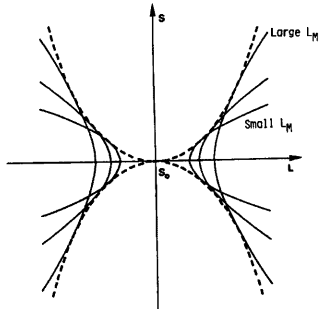


Fig. 7 Three hyperbolae-Gaussian beams corresponding to various values of the effective half-width  $L_M$  of the beams at the point  $s_0$  after Červený et al. The envelope of all Gaussian beams is shown by dash lines.

式(52)を式(49)に代入すると, Gaussian Beam の包絡線が次のように得られる。

$$L^{env}(s) = 2 \left[ \frac{C_0(s-s_0)}{\omega} \right]^{1/2} \dots\dots\dots(53)$$

Fig. 7 の破線はこの包絡線を示したものである。  $s$  における最狭の双曲線はこの包絡線に接する双曲線である。

式(24)の第1式, 式(20), (42)より, 式(54)が得られる。

$$K(s) = C(s) Re \left[ \frac{\rho(s)}{q(s)} \right] = \frac{C(s) \left[ (S_0 \rho_1 + \rho_2)(S_0 q_1 + q_2) + \left( \frac{\omega L_M^2}{2C_0} \right)^2 \rho_1 q_1 \right]}{\left[ (S_0 q_1 + q_2)^2 + \left( \frac{\omega L_M^2}{2C_0} \right)^2 q_1^2 \right]} \dots\dots\dots(54)$$

### 3.3 モーメントテンソル表示

本研究では, Gaussian Beam の基本式として, 式(35)と(36)を採用した。両式において,  $C(0), U(0), I_1(0), k(0)$  は,  $s=0$  における, モードと周期ごとの位相速度, 群速度, エネルギー積分, 波数である。また,  $l_i(k)$ ,

$I_2(h)$  は  $s=0$  で震源深さ  $h$  における Love 波の,  $r_1(h) \sim r_4(h)$  は同じく Rayleigh 波の変位と応力の正規モード,  $\lambda(h), \mu(h)$  は同じく Lamé 定数である。正規モードの計算法は文献9)と10)に従った。

式(35)と(36)のモーメントテンソル  $M_{ij}(i, j=x, y, z)$  は式(55)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_{xx} &= -M_0(\sin \delta \cos \lambda \sin 2\phi_s + \sin 2\delta \sin \lambda \sin^2 \phi_s) \\ M_{xy} &= M_0(\sin \delta \cos \lambda \cos 2\phi_s + \frac{1}{2} \sin 2\delta \sin \lambda \sin 2\phi_s) = M_{yx} \\ M_{xz} &= -M_0(\cos \delta \cos \lambda \cos \phi_s + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \phi_s) = M_{zx} \\ M_{yy} &= M_0(\sin \delta \cos \lambda \sin 2\phi_s - \sin 2\delta \sin \lambda \cos^2 \phi_s) \\ M_{yz} &= -M_0(\cos \delta \cos \lambda \sin \phi_s - \cos 2\delta \sin \lambda \cos \phi_s) = M_{zy} \\ M_{zz} &= M_0 \sin 2\delta \sin \lambda \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(55)$$

ただし,  $M_0$  は地震モーメントである。断層の幾何パラメーターとしては, 走向  $\phi_s$  (断層面が地表を横切る線を北から測った方位角), 食い違いの方向を示す slip angle (断層の下盤に対する上盤の運動の方向を, 水平線から反時計回りに測った角度), 傾斜角  $\delta$  (断層面の傾斜方向から測った角度) を考える。

モーメントテンソル表示を用いると, 断層の幾何と震源のメカニズムに応じた放射特性が得られる。

3.4 表面波の変位成分

Gaussian Beam 表示式の(35)と(36)における水平成分に関連した項の  $\underline{u} = \frac{n\rho(s)C(s)}{q(s)} \underline{\xi}$  と  $\underline{\xi} + \frac{n\rho(s)C(s)}{q(s)} \underline{u}$  は, 次のような物理的意味をもつ。複素変数  $\rho(s)$  と  $q(s)$  に対し, 付加成分と主成分の実部は  $(s, n)$  における Gaussian Beam の位相面に対して, Love 波の法線方向と接線方向の, Rayleigh 波の接線方向と法線方向の成分を与える。付加成分の虚部は Beam の有限幅による位相のずれを意味する。

地表面での Love 波の変位成分を計算するため, 式(35)から exp 項を省略した後, 次式のようにおく。

$$\underline{u} = \frac{i}{A} \sum_{\delta} (iB - C) D \{ \underline{\xi} - (F + Gi) \underline{\xi} \} \Delta \delta \dots\dots\dots(56)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} A &= 8\pi C(0)U(0)I_1(0) \\ B &= k(0)I_1(h)[M_{xx} \sin \delta \cos \delta + M_{xy}(\sin^2 \delta - \cos^2 \delta) - M_{yy} \sin \delta \cos \delta] \\ C &= \frac{I_2(h)}{\mu(h)} [M_{xz} \sin \delta - M_{yz} \cos \delta] \\ D &= \left\{ \frac{q(0)U(0)I_1(0)}{q(s)U(s)I_1(s)} \right\}^{1/2} \\ F &= R_e \left\{ \frac{n\rho(s)C(s)}{q(s)} \right\} = nK(s) \\ G &= I_m \left\{ \frac{n\rho(s)C(s)}{q(s)} \right\} = \frac{2C(s)n}{\omega L(s)^2} \\ I_1(s, 0) &= 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(57)$$

上式を展開し,  $\underline{u}, \underline{\xi}$  の係数 (複素数) の実数部と虚数部を求めると, 以下の式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} R_e \underline{u} &= - \sum_{\delta} \frac{BD}{A} \Delta \delta \\ I_m \underline{u} &= - \sum_{\delta} \frac{CD}{A} \Delta \delta \\ R_e \underline{\xi} &= \sum_{\delta} \frac{BF - CG}{A} D \Delta \delta \\ I_m \underline{\xi} &= \sum_{\delta} \frac{BG + CF}{A} D \Delta \delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(58)$$

同様に, 式(36)から exp 項を省略した後, 次式に置換する。

$$\underline{u} = \frac{1}{A} \sum_{\delta} (B + iC) D [r_1(s, 0) \underline{\xi} + (F + Gi) \underline{u}] + i \underline{\xi} \Delta \delta \dots\dots\dots(59)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 A &= 8\pi C(0)U(0)I_1(0) \\
 B &= k(0)r_1(h) [M_{xx} \cos^2 \delta + 2M_{xy} \sin \delta \cos \delta + M_{yy} \sin^2 \delta] \\
 &\quad + \frac{-k(0)\lambda(h)r_1(h) + r_1(h)}{\lambda(h) + 2\mu(h)} M_{xz} \\
 C &= \frac{r_2(h)}{\mu(h)} [M_{xx} \cos \delta + M_{yz} \sin \delta] \\
 D &= \left\{ \frac{q(0)U(0)I_1(0)}{q(s)U(s)I_1(s)} \right\}^{1/2} \\
 F &= R_s \left\{ \frac{n\phi(s)C(s)}{q(s)} \right\} = nK(s) \\
 G &= I_m \left\{ \frac{n\phi(s)C(s)}{q(s)} \right\} = \frac{2C(s)n}{\omega L(s)^2} \\
 r_2(s, 0) &= 1
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (60)$$

上式を展開し、 $\delta$ ,  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  の係数の実数部と虚数部を求めると、以下の式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 R_{\delta\xi} &= \sum_{\delta} \frac{BD}{A} r_1(s, 0) \Delta\delta \\
 I_{m\xi} &= \sum_{\delta} \frac{CD}{A} r_1(s, 0) \Delta\delta \\
 R_{\delta\eta} &= \sum_{\delta} \frac{BDF - CDG}{A} r_1(s, 0) \Delta\delta \\
 I_{m\eta} &= \sum_{\delta} \frac{BDG + CDF}{A} r_1(s, 0) \Delta\delta \\
 R_{\delta\zeta} &= - \sum_{\delta} \frac{CD}{A} \Delta\delta \\
 I_{m\zeta} &= \sum_{\delta} \frac{BD}{A} \Delta\delta
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (61)$$

Love 波と Rayleigh 波の変位成分は主成分の実数部で代表させてもよいと考えられる。そこで、表面波の水平成分としては式(58)の  $R_{\delta\eta}$  と式(61)の  $R_{\delta\xi}$  を、鉛直成分としては式(61)の  $R_{\delta\zeta}$  を計算した。式(58)、(61)を重み係数とみなして式(40)との畳み込み積分を行えば、水平と鉛直の両成分が得られる。

### 3.5 計算のフロー

表面波 Gaussian Beam 法の計算は以下のステップで行う。

- 1) 計算の対象とした地盤構造の領域内に座標軸と原点を設ける。また、震央と観測点の座標を与える。地盤構造はメッシュに分割し、ゾーニングと地盤モデルの幾何構造を決める。
- 2) メッシュ分割した各格子点における地盤構造すなわち局所的地盤の層厚、 $P$  波速度、 $S$  波速度と密度を与える。
- 3) 対象地域の地盤構造から、各格子点における分散曲線（モード次数と周波数帯域を与えておく）を求める。各格子点で計算した位相速度を用いて、双3次スプライン補間式<sup>12)</sup>による補間により、任意地点での位相速度とその1階・2階の空間微分の平滑化を実施する。
- 4) 正規モード理論により、式(35)と(36)に示した変位と応力のモードをモード次数と周期ごとに求めておく。その際、周辺の格子点でのモードを用いて、スプライン補間により、格子点内の任意の位置でも滑らかな値が得られるようにする。
- 5) 波線本数、初期射出角、射出角間隔、波線経路の増分値など、波線トレーシングのパラメーターを与える。
- 6) モードおよび周期ごとに平滑化された位相速度分布から、式(31)の kinematic ray tracing 式を解いて、震源からの波線のトレースを構成する。次に、波線上の任意点で複素数  $p$  と  $q$  を得るために、dynamic

Table 1 A laterally homogeneous, multi-layered model of crustal structure.

Thickness of Layer (km)	P-Wave Velocity (km/sec)	S-Wave Velocity (km/sec)	Density (g/cm <sup>3</sup> )
6	5.80	3.35	2.86
6	5.95	3.44	2.89
6	6.15	3.35	2.93
6	6.40	3.70	2.89
9	7.04	4.06	3.11
∞	8.10	4.68	3.32

ray tracing の式(14)を解く。

- 7) 上記の結果をもとにして、波線経路図を作成する。
- 8) モーメントテンソルを規定する各種の断層パラメーター、式(40)のパラメーター、式(42)の  $S_0$  などの Gaussian Beam のパラメーターを指定する。
- 9) まず、観測点への垂直投影を与える波線上の点を算出し<sup>2)</sup>、各 Gaussian Beam に関して波線中心座標  $(s, n)$  での  $\beta, g, C, U, I_1$  と  $\psi$  を得る。
- 10) 式(38)により、波線に沿う点での重み付き Gaussian Beam の重ね合わせを行う。

3.6 数値計算例

表面波 Gaussian Beam 法を平行層地盤に適用した例を示す。

Table 1 は解析に用いた地盤構造(層厚,  $P$  波速度,  $S$  波速度, 密度)である。 $S$  波速度と密度は、ポアソン比を仮定して、 $P$  波速度より求めたものである。Table 2 は、断層パラメーター(走向, 食い違いの方向, 傾斜角, 地震モーメントと震源深さ)と震央距離を示したものである。この地震は典型的な低角逆断層型の地震である。地盤構造は、東西( $x$ )方向に 700 km, 南北( $y$ )方向に 500 km の地域を対象とした。メッシュ分割は、 $x$  方向,  $y$  方向ともに 20 km の間隔とし、合計で  $36 \times 26 = 936$  の格子点に分割した。Gaussian Beam 法のパラメーターは次の通りである。波線射出角間隔は  $1^\circ$ 、波線本数は 21, 式(42)の  $S_0$  は  $S_0 = 0$ , 式(37)の  $\gamma$  は  $\gamma = 40$  とした。波動の対象時間区間は 90 ~ 150 秒とし、時間間隔は 0.1 秒とした。

Fig. 8 は基本モードの周期 3 秒の Love 波の波線経路図である。図中、×印が震源、○印が観測点の位置を示す。地下構造は平行成層構造であり、不整形地盤ではないから、波線は震源から直進している。なお、波線経路図は、Love 波と Rayleigh 波の種別に関わらず、またモードや周期によらず、同一となる。

Fig. 9(a)~(d) は、おのおの、式(58)に相当した、 $R_{2y}, I_{m2y}, R_{2z}, I_{m2z}$  の変位波を示し

Table 2 Fault parameters used in this example.

strike	$\phi_s = 295^\circ$
rake	$\lambda = 90^\circ$
dip	$\delta = 18^\circ$
seismic moment	$M_0 = 9.0 \times 10^{27}$ dyne $\cdot$ cm
focal depth	$h = 16$ km
epicentral distance	$r = 393$ km

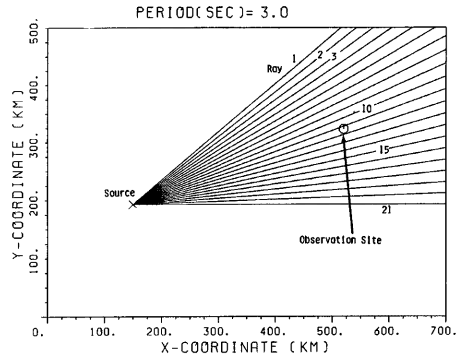


Fig. 8 Ray tracing of 3 sec-Love waves for a laterally homogeneous, multi-layered medium.

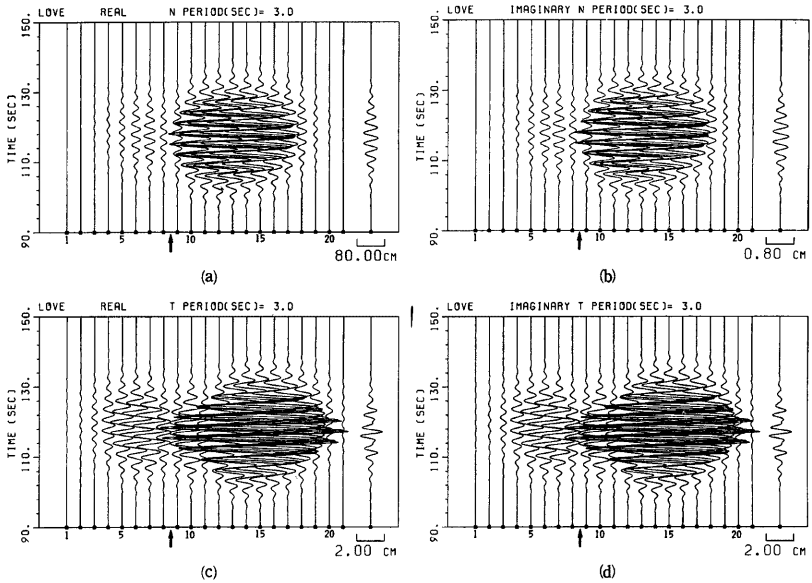


Fig. 9 Contributions of each beam (1 to 21) to the synthetic 3 sec-Love wave (on right-hand side).  
 a) Real part of principal component    b) Imaginary part of principal component  
 c) Real Part of additional component    d) Imaginary part of additional component

たものである。基本モードを対象とし、Gabor 小波の中心周期は3秒としている。図中、左から1~21番目の波は Fig. 8 の各波線に対応した要素波である。右端の波は要素波を合成した波である。なお、各要素波の振幅スケールは右端の合成波に併せている。

Love 波の主成分は  $R_{e2}$  である。図よりわかるように、 $I_{m2}$ ,  $R_{e1}$  や  $I_{m1}$  に比べて、 $R_{e2}$  の振幅は40~100倍ほど大きい。主成分の実数部が Love 波を支配していることがわかる。付加成分 (c) の波は主成分の波に比べて若干変化している。このように、付加成分の波 ( $R_{e1}$ ) が複雑な波相となっているのは大いに興味深い。大きな振幅を示す要素波は、Fig. 8 と対比させると、観測点近傍を通過する11本目の波線ではなく、13, 14

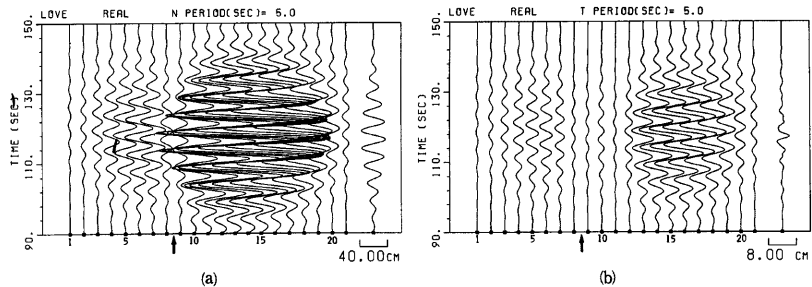


Fig. 10 Contributions of each beam (1 to 21) to the synthetic 5 sec-Love wave (on right-hand side).  
 a) Real part of principal component    b) Real part of additional component

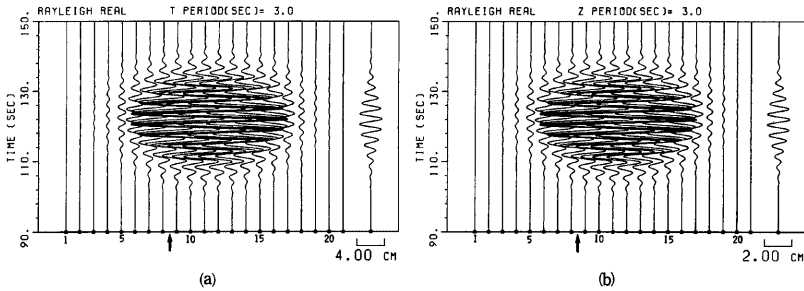


Fig. 11 Contributions of each beam (1 to 21) to the synthetic 3 sec-Rayleigh wave (on right-hand side).  
 a) Radial component b) Vertical component

本目の波線による波に相当している。

Fig. 10 の (a) と (b) は、周期5秒の Love 波の  $R_{eZ}$  と  $R_{eL}$  を示したものである。Fig. 9 の波に比べて、周期は長くなっている。各波は Gabor 小波の特徴を反映したものと言える。周期5秒の付加成分の実数部の波は、地震波らしい複雑な波形となっている。

Rayleigh 波の水平変位は式(61)の  $R_{eL}$ 、鉛直変位は  $R_{eZ}$  に着目すればよい。そこで、基本モードの周期3秒に対し、Love 波の場合と同様の図を示したのが Fig. 11 である。この場合、Love 波と異なり、ほぼ11本の波線の要素波を中心に左右の要素波が同じような挙動をしている。震源のメカニズムすなわち振幅方位分布の特性により、Rayleigh 波の振幅は Love 波のものよりも小さい。

Fig. 9~11 の水平成分の波は、図中の↑で示した波線の左右の要素波の位相が逆転している。これは震源の放射特性によるものと考えられる。

#### 4. 1968年 Borrego Mtn. 地震時のやや長周期波の推定

##### 4.1 断層の巨視的パラメーターと地下構造

1968年の Borrego Mtn. 地震は、Fig. 12 に示す Borrego Mtn. 断層で破壊が生じた地震 ( $M_s=6.7$ ) である。この地震は震源が浅く、完全な右横ずれ型のタイプの地震であった。

断層パラメーターとしては、Heaton ら<sup>13)</sup> と Swanger ら<sup>14)</sup> の解析結果を参考にして、Table 3 のような値を用いた。すなわち、断層の上盤のすべり角は  $\lambda=180^\circ$ 、傾斜角は  $\delta=90^\circ$ 、走向は  $\phi_s=N138^\circ E$ 、震源深さは  $h=8$  km、地震モーメントは  $M_0=9 \times 10^{25}$  dyne·cm である。本研究では、鉛直右横ず

Table 3 Macro fault parameters of the 1968 Borrego Mountain earthquake.

rake	$\lambda=180^\circ$
dip	$\delta=90^\circ$
strike	$\phi_s=138^\circ$ (N 138° E)
seismic moment	$M_0=9 \times 10^{25}$ dyne·cm
focal depth	$h=8$ km
epicentral distance	$r=66$ km

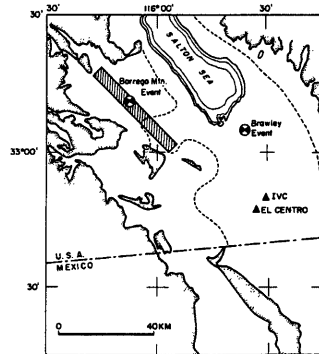


Fig. 12 Map showing epicenter of the 1968 Borrego Mountain and location of El Centro site after Swanger et al.



れ断層の点震源を考え、破壊の開始点を発震点と見なした。解析の対象地点は Fig. 12 に示す El Centro である。震央距離は 66 km とする。

El Centro と Borrego Mtn. を含む Imperial Valley の地下構造は、Fuis ら<sup>15)</sup> によって調べられている。Fig. 13 に示す 5 つの測線 (6NNW-13SSE, 10SE-2NW, 1E-2W, 1E-SE, 6NW-1SE-1NW) に沿った  $P$  波速度の分布が得られている。この地域の地盤構造は深さ 4, 5 km のところに  $P$  波速度で 5.5~6 km/s 程度の基盤層 (地殻の最上層) が存在し、6NNW-13SSE や 10SE-2NW のように、南々西方向には地盤構造の変化はほとんど見られない。しかし、東北東方向には変化が見られ、不整形地盤となっている。密度の分布については、La Jolla-Brawley-Chocolate Mtn. を結ぶ測線下の鉛直断面について明らかにされている<sup>15)</sup>。

Fig. 14 は、1968年 Borrego Mtn. 地震の震央 (図印), El Centro 地点 (■印) と 5 つの測線を含む地域をメッシュ分割したものである。ここでは対象地域を A~F の 6 地域に分割した。各ゾーンの地盤構造は、測線上の 1 つのショットポイントで得られた地盤構造で代表させるとした。すなわち、図中の●印での地盤構造を採用した。6 つのショットポイント (●印の位置) で得られている地盤構造 ( $P$  波速度・密度) は、Fig. 15 のようである。 $P$  波速度は、図中の

の実線のように、深度とともに変化する。ここでは、簡単のため、これらの地盤構造はゾーン内で変化しないとした。すなわち、6 つのゾーンの中の地盤構造は平行成層地盤であると仮定した。ゾーンの境界部では地盤構造が多少急変する。数値計算では、Fig. 15 の破線で示すように、 $P$  波速度の近似値を用いた。 $S$  波速度は、 $P$  波速度を  $\sqrt{3}$  で除した値を用いた。密度は、図の如く、深さとともに階段状に変化するとした。

4.2 シミュレーションの前提条件

ここでは、Gaussian Beam 法を Love 波に適用し、その有用性の検討を行った。数値計算のステップに従って前提条件を列挙すれば、以下のようになる。

- 1) Fig. 14 の地盤構造 (東西方向の  $x$  軸=100 km, 南北方向の  $y$  軸=80 km) は、両方向に 5 km 間隔でメッシュ分割した。格子点の数は  $21 \times 17 = 357$  である。震央は (13.5 km, 65.3 km) に、観測点は (66.5 km, 20 km) に位置する。
- 2) 地下構造は A~F の 6 領域にゾーン分割した。各領域の地下構造は平行成層構造と仮定した。
- 3) 分散曲線 (位相速度・群速度) と正規モードは、0.5秒ごとに1~10秒の周期に対して 2次モードまで

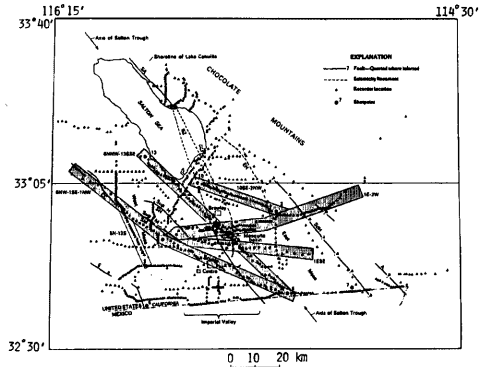


Fig. 13 Locations of shotpoints, recorders and refraction profiles analyzed across Imperial Valley after Fuis et al.

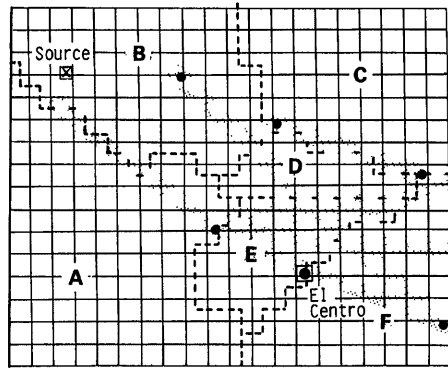


Fig. 14 Zoning map of crustal structure in Imperial Valley region.

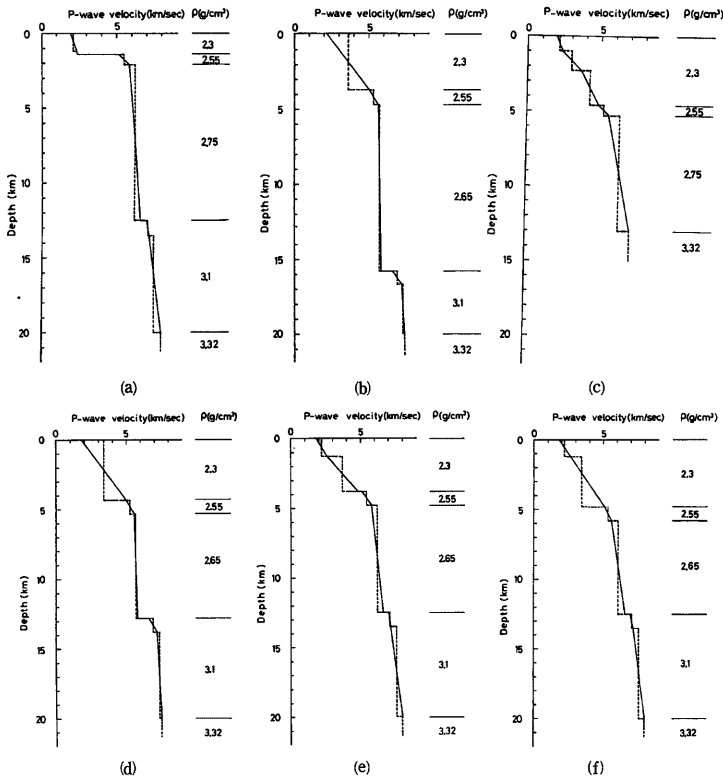


Fig. 15 P-wave velocity and density as a function of depth at selected places along profiles in Fig. 13 after Fuis *et al.*  
 a) Zone A b) Zone B c) Zone C d) Zone D e) Zone E f) Zone F

計算した。なお、Table 4 は、6 領域の A~F での基本モードの周期が 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5 秒の、また 2 次モードの周期が 2, 2.5 秒の位相速度を比較したものである。

- 4) 波線射出角を  $-90^\circ$  から  $0^\circ$  まで、射出角間隔を  $3^\circ$  として、波線のトレースを実施した。波線数は 31 となる。波線長の増分は 1 km とした。
- 5) 断層パラメータは Table 3 に示す通りである。観測点で  $L(x)$  の値が最小となるように、式(42)の  $S_0$  は  $S_0=0$  とした。式(37)の Gabor 小波の初期位相  $\phi_0$  は  $\phi_0=0$ 、周波数帯域を支配するパラメータの  $\gamma$  は  $\gamma=50$  とした。波動の時刻歴は 0~90 秒とし、時間刻みは 0.05 秒に設定した。Love 波の計算は  $\gamma$  波成分の実数部に限定した。

#### 4.3 Love 波の波線経路図

Fig. 16 は Love 波の波線経路図を示したものである。図中 (a)~(d) は基本モードの、(e), (f) は 2 次モードの波線である。(a)~(f) 図における Gabor 小波の周期 (式(37)より、 $T_0=2\pi/\omega_0$ ) は、おのおの、2.5, 3.5, 4.5, 6.5, 2, 2.5 秒である。波線の総数は 31 である。図中には一部の波線の番号 (1, 6, 7, 9, 11, 13, 16, 18, 24) も併記している。波線 1 は初期射出角が  $0^\circ$ 、波線 2 は  $-3^\circ$ 、波線 3 は  $-6^\circ$  の、以下同様にして、

Table 4 Phase-velocity dispersion curves of Love waves at each zone in Imperial Valley region.

Love Wave		Phase Velocity at Each Zone (km/sec)					
Mode	Period (sec)	A	B	C	D	E	F
1st	1.5	1.28	2.11	1.30	1.98	1.34	1.35
	2.5	1.42	2.18	1.42	2.03	1.47	1.48
	3.5	1.71	2.28	1.57	2.09	1.63	1.62
	4.5	2.20	2.40	1.75	2.18	1.83	1.76
	5.5	2.91	2.53	1.95	2.28	2.04	1.89
	6.5	3.25	2.67	2.17	2.40	2.29	2.03
2nd	2.0	3.51	2.91	2.33	2.50	2.41	2.16
	2.5	3.64	3.22	2.66	2.86	2.74	2.34

波線31は初期射出角が  $-90^\circ$  のものに相当している。図の例では、基本モードの周期4.5秒の波線経路図を除いて、一般に複雑な波線経路となっている。なお、Fig. 16において、震央は×印で、観測点の El Centro は座標上 (66.5 km, 20 km) に○印で示している。

地盤構造のゾーンBからゾーンCあるいはゾーンBからゾーンDさらにゾーンCに入射してくる波線は、地盤の境界部 (B-C 境界や C-D 境界) において、図中で大きく右上に折れ曲がっている。波線1は異なる2つの成層地盤の B-C 境界を、波線6と7は C-D 境界を透過している。この傾向は特に基本モードの周期が2.5, 3.5, 4.5秒の波線で顕著である。2次モードの周期が2, 2.5秒や基本モードの周期が6.5秒の波線では、このような境界部での波線の屈曲現象がほとんど見られない。Table 4 よりわかるように、ゾーンB, C, Dでの位相速度の相違が反映した結果と言える。すなわち、ゾーンBとDの位相速度は同じような値となっているが、ゾーンCの位相速度とは相異なる。特に、基本モードの周期が4.5秒以下の位相速度の違いは、各ゾーン間で目立っている。一方で、境界部での波線の屈曲現象は、位相速度が大きい地盤から小さい地盤 (ゾーンB→ゾーンCやゾーンD→ゾーンC) に変化するときに見られる。しかし、波線の屈曲の角度は、位相速度の変化にのみ左右されるのではなく、Fig. 14に見られるように、ゾーンの分割すなわち不整形地盤の境界線の不規則性に支配されているものと考えられる。

波線9, 10, 11は、ゾーンD, E, Fの境界部で右下方向に曲がっている。しかし、その折れ曲がり方はそれほど極端ではない。周期が4.5秒以下の基本モードの波線で、その屈曲の角度が若干大きいのは先の例と同じである。基本モードの周期2.5と3.5秒の波線13~16は、A-B-D-E境界部付近で下方に大きく曲がっている。Table 4 よりわかるように、ゾーンAとBおよびゾーンDとEの位相速度の違いが目立って大きいからである。波線は、位相速度の大きいゾーンBからゾーンA、ゾーンAからEあるいはゾーンDからEに透過している。

図の例によれば、基本モードの周期6.5秒、2次モードの周期2, 2.5秒の波線20~25は、他の波線経路と異なり、右方向に曲がっている。Table 4 よりわかるように、ゾーンAとBの位相速度を比較して見れば、この様相が理解できる。すなわち、基本モードの周期1.5, 2.5, 3.5, 4.5秒の位相速度はゾーンAよりもゾーンBの方で大きい。一方、基本モードの周期5.5, 6.5秒および2次モードの周期2, 2.5秒の位相速度はゾーンBよりもゾーンAの方で大きくなっている。波線20~25の屈曲部は、ゾーンBがゾーンAに突き出している地域に該当している。これらの波線は、地盤境界部の凹凸により、ゾーンBからゾーンAに透過している波線である。すなわち、地盤構造が複雑に入り組んでいる地域で、屈曲現象が生じている。

基本モードの周期2.5秒の波線26~31は A-B 境界部で曲がっている。波線が震源を含むゾーンBからゾーンAに垂直入射するためか、先の事例のように、波線の20~25ほど大きく曲がっていない。

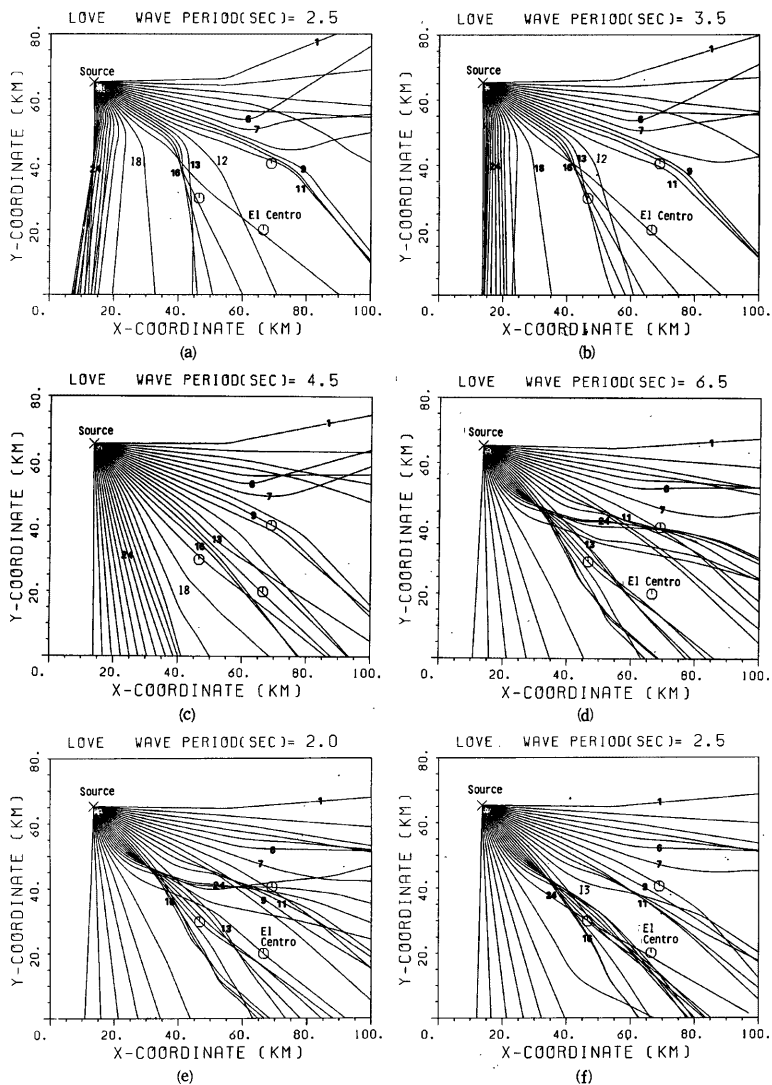


Fig. 16 Ray tracing of Love waves for an event on the 1968 Borrego Mountain earthquake with a laterally heterogeneous medium in Imperial Valley region.

- a) Fundamental mode with center period of 2.5 sec
- b) Fundamental mode with center period of 3.5 sec
- c) Fundamental mode with center period of 4.5 sec
- d) Fundamental mode with center period of 6.5 sec
- e) Second mode with center period of 2 sec
- f) Second mode with center period of 2.5 sec

実在の不整形地盤でも、Fig. 16 のように、波線経路の屈曲現象は出現するものと考えられる。断層ほど不連続ではない境界すなわち地盤急変部や地盤構造の物性値のコントラストが明らかに異なる場合、程度の差こそあれ、同様の現象が生起するものと考えられる。本例の A-B 境界部はほぼ Borrego Mtn. 断層の位置に相当している。前述した波線の20~25のように、波が境界線（ほぼ断層位置に対応している）のそばに存在している地域に入射する場合、地盤の不整形性は波線経路の重要な因子となる。単一の周期の波は実地震波では存在しないが、ある周期の波は入射し、また別の周期の波は反射・屈折するという現象が考えられ、各波線が地盤震動にどのような影響を及ぼすか興味深い。

基本モードの周期2.5秒の波線経路図ではかなりのばらつきが認められるのに対し、基本モードの周期4.5、

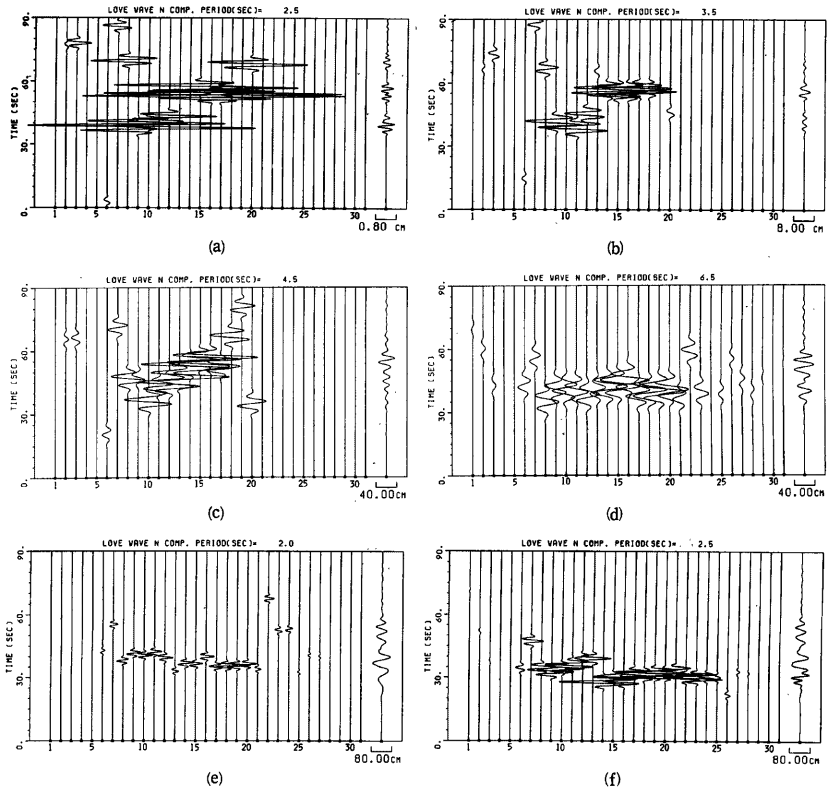


Fig. 17 Contributions of each beam (1 to 31) to the synthetic seismogram (right-hand side) at station of El Centro.

- a) Fundamental mode with center period of 2.5 sec
- b) Fundamental mode with center period of 3.5 sec
- c) Fundamental mode with center period of 4.5 sec
- d) Fundamental mode with center period of 6.5 sec
- e) Second mode with center period of 2 sec
- f) Second mode with center period of 2.5 sec

6.5秒や2次モードの周期2, 2.5秒の経路図では波線が観測点付近を密に通過している。このような相違は、同一の周期の波線を異なるモードについて比較したときによくわかる。これは、不整形地盤下で計算した正規モードと分散曲線が各地域ごとに異なる結果を反映して生じたためである。Gaussian Beam 法は地盤構造の変化に対して敏感に反映し、物理的な現象を的確に捉えられることを示唆している。

#### 4.4 表面波 Gaussian Beam 法による Love 波の挙動

Fig. 17 は, Fig. 16 の波線経路図に対応して求めた各波線における要素波とそれらの合成波(右端)を示したものである。波は Love 波の transverse 成分 (Fig. 2 の  $y$  方向に相当する) の実数部を意味する。図中の (a)~(d) は基本モードの周期が2.5, 3.5, 4.5, 6.5秒の、(e), (f) 図は2次モードの周期が2, 2.5秒の波を示している。図には、左側から Fig. 16 の波線1, 2, ……、31に対応した要素波をプロットし、それらの振幅値は合成波のスケールに統一している。

各波線における要素波には、不整形地盤を透過した波の走時の違いが如実に現われている。基本モードの周期4.5, 6.5秒と2次モードの周期が2, 2.5秒の合成波は基本モードの周期が2.5, 3.5秒の波に比べて、波束の分離があいまいである。これは、各波線における要素波の波束の前後で重なるということと、走時が各波線ごとに微妙にずれているからである。要素波の到達時刻が波線ごとにずれ、かつ要素波はいくつかの波線ごとにグループを形成していることがわかる。例えば、基本モードの周期2.5秒の要素波では波線9~12と波線15~18, 同じく3.5秒の要素波では波線9~12と波線14~18のグループという具合である。これは、Table 4 よりわかるように、各ゾーンごとの位相速度が異なり、表面波の分散性を有するためである。

図より明らかなように、各波線ごとの要素波の振幅の差が大きい。周期が2.5秒のときのあるいは観測点近傍を通過する波線では、特に大きな振幅を与えている。式の意味は省略するが、計算上、 $\exp\{-\omega n^2 B/\gamma\}$  の項が含まれており、周期が長く ( $\omega$  が小)、観測点に近い ( $n$  が小) ほど、相乗作用により、この  $\exp$  項が大きくなるためである。本研究では、震源時間関数として式(37)の Gabor 小波を用いている。そのため、この Gabor 小波の影響を受け、各波線の要素波は単純な形を示している。しかし、地盤の不整形性による波線経路の乱れで生じた各要素波の走時の違い、モーメントテンソル表示による放射特性により、合成波は、Fig. 9 で示した成層地盤の例よりも、地震波らしい挙動を示している。

図より、周期2.5秒で2つの異なるモードすなわち基本モードと2次モードの結果を比較すれば、各波線ごとの要素波の振幅や波束の連なりの様相が大きく異なっていることがわかる。正規モード形の差が強く現われたものであろう。1968年の Borrego Mtn. 地震のように、震源が浅くかつ完全な右横ずれ断層では、やや長周期帯域で、Rayleigh 波よりも Love 波が卓越すると考えられる。本研究では割愛したが、Rayleigh 波の振幅は Love 波の振幅よりも小さく、また Rayleigh 波は Love 波のようにモード間の差があまりでなかった。Love 波の振幅が大きいのは実測記録<sup>13)14)</sup> とよく対応しており、震源の radiation pattern の特性が反映したものと考えられる。

なお、本手法による計算時間は、従来の解法(例えば、有限要素法、有限差分法、積分方程式法など)のそれよりも大幅に短縮される。これより、本計算法は不整形地盤における表面波の解析に有効なことが確認できた。

## 5. 結 論

本研究は、蓬田らによって提案された、横方向に不均質な媒質における表面波 Gaussian Beam 法を用いて、不整形地盤中におけるやや長周期地震波の解析を試みたものである。その際、モーメントテンソル表示による震源過程を導入し、表面波の正規モードと分散曲線の特性を考慮した表面波 Gaussian Beam の汎用的なプログラムを開発した。震源時間関数には Gabor 小波を採用した。この方法を1968年の Borrego Mtn. 地震に適用し、El Centro 地点での合成波を周期とモードごとに計算した。地盤構造の不整形性が Love 波の波線経路や波動に及ぼす影響を調べた。

本研究の主な成果は以下の通りである。

- 1) 正規モードの計算と断層震源モデルや表面波 Gaussian Beam 法を有機的に結合し、不整形地盤中のやや長周期波を合成する汎用的なプログラムを開発した。Gaussian Beam 法は、横方向に不均質な媒質に対する既往の方法に比べて、実際のモデルへの適応性、計算の効率化などの点で優れていることがわかった。
- 2) 1968年の Borrego Mtn. 地震時の断層モデルと Imperial Valley 地域の地盤構造（6地域にゾーニング）を用いて、El Centro 地点の表面波 Gaussian Beam を合成した。その結果、モードと周期ごとに Love 波の波線経路、要素波や合成波は不整形地盤の影響を強く受けていることがわかった。また、表面波 Gaussian Beam 法の有効性が確認できた。

最後に、本研究の端緒を開いて下さった京都大学防災研究所の入倉孝次郎助教授ならびに有益な御教示を賜った南カリフォルニア大学(前・マサチューセッツ工科大学)の安芸敬一教授、また Gaussian Beam 法の基本的なプログラムや貴重な文献を提供して頂いたり、有益なアドバイスをして頂いたスタンフォード大学(前・マサチューセッツ工科大学)の蓬田清博士に対し、感謝申し上げます。さらに、実体波 Gaussian Beam 法のプログラムの使用を許可して下さい、チェコスロバキアのチャールズ大学の Červený 教授と同国の科学アカデミーの Pšenčík 博士にも深甚なる謝意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) 吉川宗治(研究代表者)：地下構造の不規則な地域での地震動災害とその防止に関する研究，文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果 No. A-57-5, 1982.
- 2) Červený, V., M. M. Popov and I. Pšenčík : Computation of wave fields in inhomogeneous media —Gaussian beam approach, Geophys. J. R. astr. Soc., Vol.70, 1982, pp. 109-128.
- 3) Červený, V.: Synthetic body wave seismograms for laterally varying layered structures by the Gaussian beam method, Geophys. J. R. astr. Soc., Vol. 73, 1983, pp. 389-426.
- 4) Červený, V. and I. Pšenčík: Gaussian beams in two-dimensional elastic inhomogeneous media, Geophys. J. R. astr. Soc., Vol. 72, 1983, pp. 417-433.
- 5) Yomogida, K.: Gaussian beams for surface waves in laterally slowly-varying media, Geophys. J. R. astr. Soc., Vol. 82, 1985, pp. 511-533.
- 6) Yomogida, K. and K. Aki: Waveform synthesis of surface waves in a laterally heterogeneous earth by the Gaussian beam method, Journal of Geophysical Research, Vol. 90, No. B9, 1985, pp. 7665-7688.
- 7) Woodhouse, J. H.: Surface waves in a laterally varying layered structure, Geophys. J. R. astr. Soc., Vol. 37, 1974, pp. 461-490.
- 8) Červený, V., I. A. Molotkov and I. Pšenčík: Ray Method in Seismology, Univerzita Karlova, Praha, 1977.
- 9) 山田善一・野田 茂・上松英司：地盤構成が表面波の分散特性に及ぼす影響，土木学会論文報告集，第335号，1983，pp. 31-40.
- 10) 山田善一・野田 茂：地盤特性および震源特性によるやや長周期地震動の感度解析，自然災害科学，Vol. 3, No. 2, 1984, pp. 1-28.
- 11) Aki, K. and P. G. Richards: Quantitative Seismology, Theory and Methods, Vol. I, W. H. Freeman and Co., 1980.
- 12) 市田浩三・吉本富士市：スプライン関数とその応用，教育出版，1985.
- 13) Heaton, T. H. and D. V. Helmberger: A study of the strong ground motion of the Borrego

- Mountain, California, earthquake, B. S. S. A, Vol. 67, No. 2, 1977, pp. 315-330.
- 14) Swanger, H. J. and D. M. Boore : Simulation of strong-motion displacements using surface-wave modal superposition, B. S. S. A, Vol. 68, No. 4, 1978, pp. 907-922.
  - 15) Fuis, G. S., W. D. Mooney, J. H. Healey, G. A. McMechan and W. J. Lutter : Crustal structure of the Imperial Valley region, in The Imperial Valley, California, Earthquake of October 15, 1979, U. S. G. S. Professional Paper 1254, 1982, pp. 25-49.