

複層ラチスドームの幾何学的非線形座屈解析

韓 相乙・國枝 治郎

THE GEOMETRICALLY NON-LINEAR BUCKLING ANALYSIS OF DOUBLE LAYER LATTICED DOME

By *Sang-Eul HAN* and *Haruo KUNIEDA*

Synopsis

The primary objective of this paper is to grasp many characteristics of buckling behavior of double layer latticed spherical domes under various conditions. The Arc-Length Method proposed by E. Riks is used for the computation and evaluation of geometrically nonlinear fundamental equilibrium paths and bifurcation points and the direction of the path after the bifurcation point is decided by means of Hosono's concept. Three different nonlinear stiffness matrices of the Slope-Deflection Method are derived for the system with rigid nodes and results of the numerical analysis are examined in regard to geometrical parameters such as slenderness ratio, half-open angle, boundary conditions, and various loading types. But in case of analytical model 2 (rigid node) the post-buckling path could not be surveyed because of Newton-Raphson iteration process being diversified on the critical point, since many eigenvalues become zero simultaneously.

1. ま え が き

一般的に、構造物の座屈特性を究明する理論的手法としては、通常、釣合経路を連続的に計算し、変形の各段階の性状を検討していく方法が用いられることが多い。釣合経路を求める主要な目的は、構造物の座屈前の挙動、座屈荷重の大きさ、座屈後の挙動等に関する情報を得ることにある。特に、分岐座屈が生じ得るような構造物においては、初期不整感度の影響が大きいことを考え合わせて、分岐後のパスを求めることは、重要な意義を有している。

様々なタイプの構造物の中で複層ラチスドームについても多くの研究が行われ、その力学的挙動が把握されつつあるが、正確な座屈経路及び座屈荷重の推定に関する研究は少ないと言えるし、座屈特性、変形特性が十分に明確だとは云えない。特に、ラチスドームの様なシェル状構造物は、その耐力が主として弾塑性座屈で定まる場合が多いが、弾塑性座屈荷重を球形シェルのように CLOSDE FORM で表現するのは不可能に近く、今のところ幾何学的非線形性を考慮した数値解析が不可欠である。従って、本研究ではラチス構成部材の端部が剛に接合されている場合は稜線に沿って6分割、ピン接合の場合は8分割した比較的偏平な円形平面の球形複層ラチスドームについて、幾何学的非線形性を考慮し、いくつかの基本的な分布荷重状態について数値解析を行い、設計上どの様な分布荷重形態が注意を要するかを把握する。また、上弦材の細長比、頂部部材の半開角をパラメータとして座屈解析を行い、このパラメータ等が弾性複層ラチスドームの座屈荷重と座屈モードに及ぼす影響について論じる。また、剛接合ラチスドームの座屈解析においては、軸力と撓みの相互作用を考慮して定式化した3種類の基礎方程式による結果について比較、考察する。

2. 解析モデルの概要

2.1 複層ラチスドームの形状と境界条件

複層ラチスドームの解析モデルの形状と諸元が Fig. 1 及び Table 1, Table 2 に示されている。平面形は円形、構成部材の接合部はピン接合（解析モデル1）と剛接合（解析モデル2）との2つのモデルとし、ピン接合モデルの場合は上弦材のドーム頂点を通る大円は8本、剛接合モデルの場合は6本の部材で構成されている。ドームの境界条件は周辺ピン支持及び固定端とする。

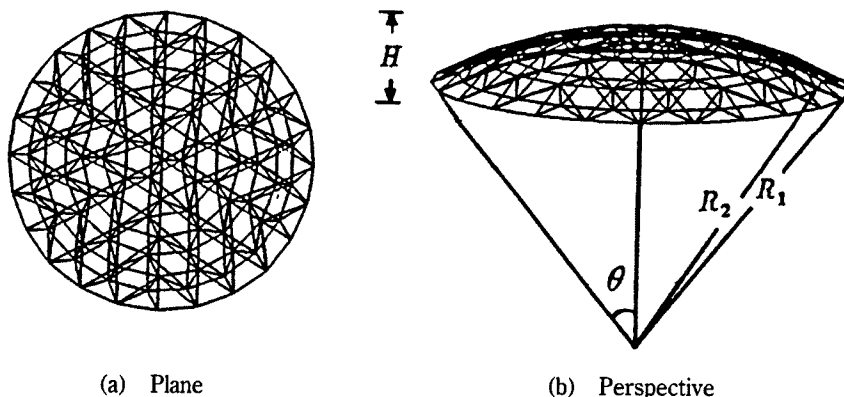


Fig. 1. Analytical model of double layer latticed dome.

Table 1. Shape factors of analytical model 1

Radius	Upper Member R_1 (m)	28.0
	Lower Member R_2 (m)	27.5
Span L (m)		29.7
Rise H (m)		4.25
Web Depth h (m)		0.5
Upper Member Length ℓ_0 (m)		3.9
Section Area	Upper & Lower Mem. A_1 (cm ²)	12.18
	Web Member A_2 (cm ²)	7.35

Table 2. Shape factors of analytical model 2

Radius	Upper Member R_1 (m)	30.0
	Lower Member R_2 (m)	29.5
Span L (m)		25.4
Rise H (m)		2.81
Web Depth h (m)		0.5
Upper Member Length ℓ_0 (m)		3.87
Section Area	Upper & Lower Mem. A_1 (cm ²)	12.18
	Web Member A_2 (cm ²)	7.35

2.2 基本部材の特性

ラチスドームを構成している部材は弾性直線円管材で、坂の実例の調査表¹⁾によってセンチメートル単位で表現すると断面積と断面2次モーメントとの比が17の薄肉剛管を用いた。剛接合モデルの場合は断面積12.18 cm²、部材座屈長さ387 cm、細長比100、ピン接合モデルの場合は断面積12.18 cm²、部材長さ390 cm、細長比100の上弦材を基準部材とした。

3. 荷重条件

本研究で設定する荷重は等分布鉛直荷重とし、上弦材の各節点に作用させる。荷重形態は中央部分等分布荷重（荷重モデル1）と偏載等分布荷重（荷重モデル2）の2種類として以下の様なものになっている。

3.1 荷重モデル1 (中央部分等分布荷重)

ピン接合の場合には、全体の形状が頂点を中心として対称の為、頂点から各々2番目の分割、3番目の分割及び4番目の分割(全載)まで荷重が掛かっている3種類のモデルを設定している。剛接合の場合の荷重モデルは全載だけを考慮して3種類の基礎方程式による座屈挙動を比較する。

3.2 荷重モデル2 (偏載分布荷重)

本荷重モデルは頂点を通る或る大円線の片側半分だけ荷重がかかるケースと球面を緯線方向に6分割して等間隔に3つの分割部分に荷重がかかるケースを設定している。

4. 部材、接合部のモデル化及び基礎方程式

4.1 モデル化における仮定

(1) 接合部における仮定

(a) ピン接合

(b) 剛接合

(2) 部材に関する仮定

(a) 部材は軸対称円形断面付

(b) 変形後も平断面及び法線を保持する。

(c) ねじりに伴う応力は独立と仮定する。

(3) その他の仮定

(a) 荷重は節点荷重とする。

(b) 移動座標系を用いる為に増分区間内での部材の剛体回転は微小とする。

4.2 基礎方程式と接線剛性

(1) ピン接合モデル

変形後の状態に関する基礎方程式を変形前の座標系を用いて作成する。部材の接線剛性関係式は次のようになる。

$$[f_{i,j}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right] = \left[\begin{array}{c|c} [a] & [a] \\ \hline [a] & [a] \end{array} \right] \dots\dots\dots (1)$$

$$[a] = EA \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{1}{\ell_0} - \frac{1}{\ell^3} \left(3u^2 - \frac{v^2 + w^2}{2} \right) & \frac{v}{\ell^2} \left(1 + \frac{u}{\ell} \right) & \frac{w}{\ell^2} \left(1 + \frac{u}{\ell} \right) & \\ \frac{1}{\ell_0} - \frac{1}{\ell} + \frac{u}{\ell^2} - \frac{u^2}{\ell^3} + \frac{3v^2 + w^2}{2\ell^3} & \frac{vw}{\ell^3} & & \\ \text{Sym.} & & & \\ & \frac{1}{\ell_0} - \frac{1}{\ell} + \frac{u}{\ell^2} - \frac{u^2}{\ell^3} + \frac{v^2 + 3w^2}{2\ell^3} & & \end{array} \right] \dots\dots\dots (2)$$

ℓ_0 : 変形前の部材の長さ

ℓ : 変形後の部材の長さ

u, v, w : x, y, z 方向の変位

(2) 剛接合モデル

剛接合トラスの座屈解析においては、軸力と撓みの相互作用を考慮した定式化が必要である。Fig. 2のように部材変形は小さくて接点の変位は大きいと仮定する基本部材モデルの全ポテンシャルエネルギーは次式で表される。

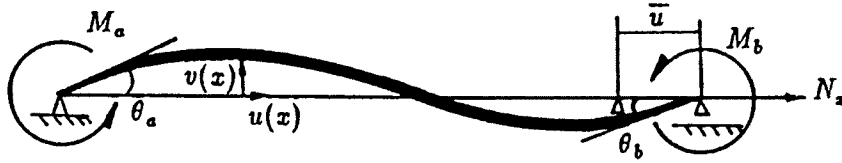


Fig. 2. Unit member model.

$$\Pi = \int_0^l \left\{ \frac{EA\epsilon_N^2}{2} + \frac{EI\kappa_v^2}{2} + \frac{EI\kappa_z^2}{2} \right\} dx - \{\bar{p}\}^T \{\bar{w}\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\epsilon_N = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{x} \right)^2 \right\}$$

$$\kappa_v = -\frac{d^2w}{dx^2}, \quad \kappa_z = -\frac{d^2v}{dx^2}$$

Π を汎関数とする変分問題を解く。部材内部の場の方程式は停留条件より u, v, w に関する連立非線形微分方程式として求まるが、直接解くことは非常に困難であるため、この論文では u は1次、 v, w は3次の近似式を用いる。これによって誘導した部材「剛性行列1」²⁾ は次式のようなになる。この式に関する接線剛性行列は各々の変位で微分し得る。

$$\begin{Bmatrix} P \\ M_a \\ M_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & \frac{EA(4\theta_a - \theta_b)}{60} & \frac{EA(4\theta_b - \theta_a)}{60} \\ \frac{EA(4\theta_a - \theta_b)}{30} & \frac{4EI}{l} + \frac{EAl}{140}(4\theta_a^2 - \theta_a\theta_b + \theta_b^2) & \frac{2EI}{l} - \frac{EAl}{280}(\theta_a^2 + \theta_b^2) \\ \frac{EA(4\theta_b - \theta_a)}{30} & \frac{2EI}{l} - \frac{EAl}{280}(\theta_a^2 + \theta_b^2) & \frac{4EI}{l} + \frac{EAl}{140}(4\theta_b^2 - \theta_a\theta_b + \theta_a^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \theta_a \\ \theta_b \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

式(4)において、節点回転角はその2次以上の項が無視し得る程度に微小であると仮定すると、「剛性行列2」は次のようになる。接線剛性行列も同じである。

$$\begin{Bmatrix} P \\ M_a \\ M_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{l} + \frac{2EA\bar{u}}{15} & \frac{2EI}{l} - \frac{EA\bar{u}}{30} \\ 0 & \frac{2EI}{l} - \frac{EA\bar{u}}{30} & \frac{4EI}{l} + \frac{2EA\bar{u}}{15} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \theta_a \\ \theta_b \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (5)$$

一般に「座屈たわみ角法」³⁾で使われている有限変形の時の剛性行列は次のようになって、ここでは「剛性行列3」と称える。接線剛性行列は各々の変位で微分し得る。

$$\begin{Bmatrix} P \\ M_a \\ M_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EA\alpha(\sinh \alpha l - \alpha l \cosh \alpha l)}{2(\cosh \alpha l - 1) - \alpha l \sinh \alpha l} & \frac{EI\alpha(-\sinh \alpha l + \alpha l)}{2(1 - \cosh \alpha l) + \alpha l \sinh \alpha l} \\ 0 & \frac{EI\alpha(-\sinh \alpha l + \alpha l)}{2(1 - \cosh \alpha l) - \alpha l \sinh \alpha l} & \frac{EI\alpha(\sinh \alpha l - \alpha l - \alpha l \cosh \alpha l)}{2(\cosh \alpha l - 1) - \alpha l \sinh \alpha l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \theta_a \\ \theta_b \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

5. 数値解析方法

5.1 基本概念

本研究では幾何学的非線形問題の数値解析法として、基本釣合経路を追跡する場合には増分パラメータと

して釣合経路の弧長 (Arc Length) を用いる。E. Riks によって提案された、いわゆる弧長増分系の解法⁴⁾を利用している。釣合経路上のある既知の点 (s_1) における変位及び変位の導関数ベクトルを次の様に示す。

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= \tilde{x}(s_1) \\ \dot{\tilde{x}}_1 &= \dot{\tilde{x}}(s_1) \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

経路の次の点における近似値 ($\tilde{\sigma}^{(1)}$) は次式で計算できる。

$$\tilde{\sigma}^{(1)} = \tilde{x}_1 + \Delta s \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_1 + (s - s_1) \dot{\tilde{x}}_1 \dots\dots\dots (8)$$

近似値 $\tilde{\sigma}^{(1)}$ は Newton-Raphson 法による次式の連続的な計算によってもっと正解に接近できる。

$$\begin{aligned} f_{\alpha,\beta}(\tilde{\sigma}^{(i)}) \Delta \sigma_{\beta}^{(i)} + f_{\alpha}(\tilde{\sigma}^{(i)}, s_1 + \Delta s) &= 0 \\ \tilde{\sigma}^{(i+1)} &= \tilde{\sigma}^{(i)} + \Delta \tilde{\sigma}^{(i)} \dots\dots\dots (9) \\ (i &= 1, 2, 3, \dots N) \end{aligned}$$

もし、釣合経路上に分岐点が存在するような挙動をしている場合には分岐点の同次モードと荷重の関係する特解モードとの組合せに含まれる未知パラメータを修正 Newton-Raphson 過程で試行錯誤的に決定する。この細野によって導入された追跡方法^{5),6)}は分岐点において接線剛性マトリクスのランク数が (全自由度 - 1) の時のみ適用ができる限界性がある。また、分岐モードを推定により与えて試行錯誤法によって計算を行なう為解析が不安定になり易いが、分岐解析にしばしば用いられる摂動法と比較すると定式化及びプログラミングが非常に容易である。だから、この点に注目して基本パスの計算には弧長法、分岐点での経路の方向を決める時には細野の方法を用いたが解析結果から検討するとピン接合の場合には分岐座屈以後も基本パス上にうまくいけるが予想の通り剛接合の場合には分岐点近傍で例外なく接線剛性行列が不安定になって発散した。この結果から今後分岐点でランク数が1つ以上下がるモデルに関しても分岐後の座屈経路の方向を求められる方法についての研究が要請される。

5.2 座屈判定の方法

Fig. 3 を参考にして極限点座屈の場合には、 k ステップまでの基本パスの弧長を s_k として、 s_k 点の接線剛性マトリクスの最小固有値 $\omega = \omega(s_k)$ を求める。そして $s_k = s^*$ の時 $\omega(s^*) = 0$ になると座屈と判断する。しかし、実際的には正確に $\omega(s^*) = 0$ にはならないから s_k が s^* の近傍にあるとして、 s_k のまわりに Taylor 展開すると

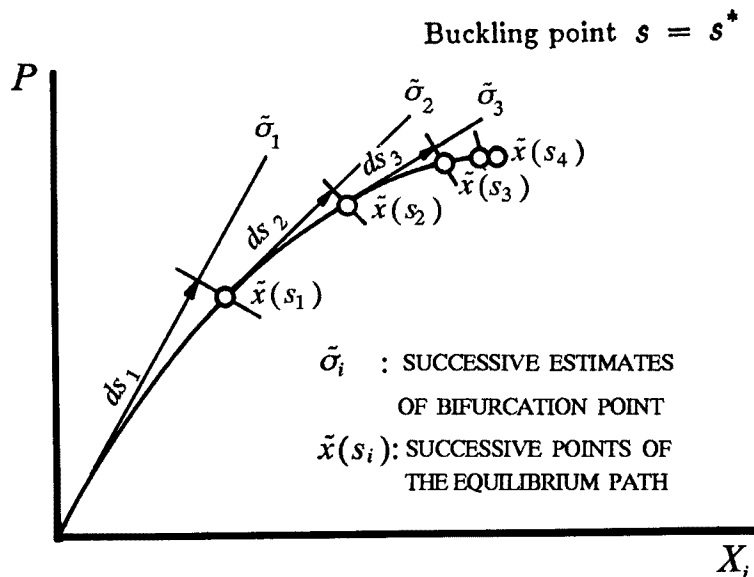


Fig. 3. Process for the decision of limit buckling point.

$$\omega(s^*) = \omega(s_k) + \dot{\omega}(s_k) \cdot ds_k = 0 \dots\dots\dots (10)$$

上式より

$$ds_k = -\omega(s_k) / \dot{\omega}(s_k) \\ \doteq -\omega(s_k) \cdot ds_{k-1} / \{\omega(s_k) - \omega(s_{k-1})\} \dots\dots\dots (11)$$

$s_k \rightarrow s^*$ とすると $ds_k \rightarrow 0$ となるから次式より極限点座屈が発生すると判断する。

$$ds_k < \varepsilon \cdot ds_1$$

ε : 任意定数 (今回は0.05)

また、 $\omega(s_k) \doteq \omega(s_{k-1})$ の場合には $ds_k \rightarrow \infty$ になるから増分パラメタの制限値も設定しなければならない。

6. 解析結果・考察

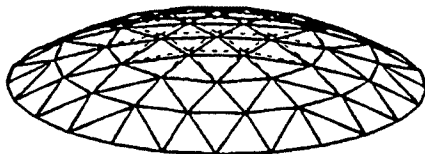
6.1 解析モデル1の解析結果

Table 3 によって解析モデルを F-APS の記号で示す。Fig. 4 は固有値解析による座屈モードと歪エネルギー分布の例を示している。この分布によって歪エネルギーが大きくなる部材がわかり、もし個材座屈が先行する時は座屈すると思われる部材を判定する為の1指標となる。また歪エネルギーの分布はウェブ部材が一番大きくて上弦材、下弦材順である為設計する時にはこの点に注意しなければならない。

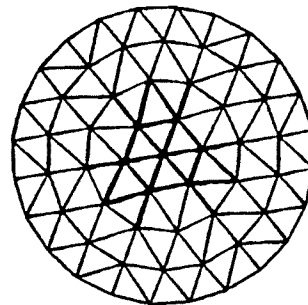
複層ラチスドームは比較的安定な構造物で、ピン

Table 3. Classification of analytical model 1

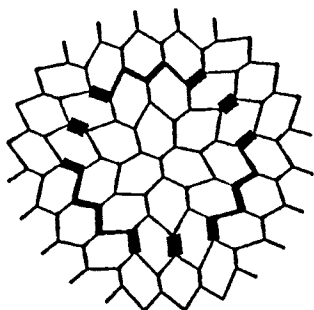
CONTENTS OF CLASSIFICATION		NO.	
Half Open Angle (A)	32°	1	
	28°	2	
	24°	3	
Load (P)	Model 1	All, 2/4, 3/4	1, 2, 3
	Model 2	Half, 6 Division	4, 5
Slenderness Ratio (S)	100		1
	75		2
	130		3



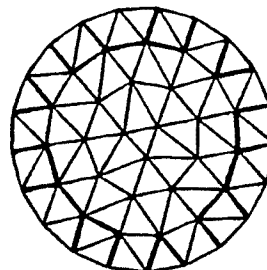
(a) Buckling mode of upper member



(b) Upper member



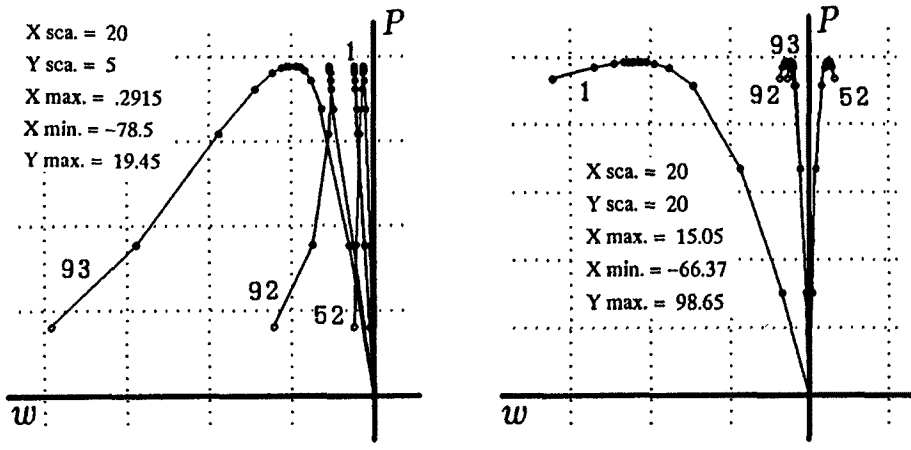
(c) Web member



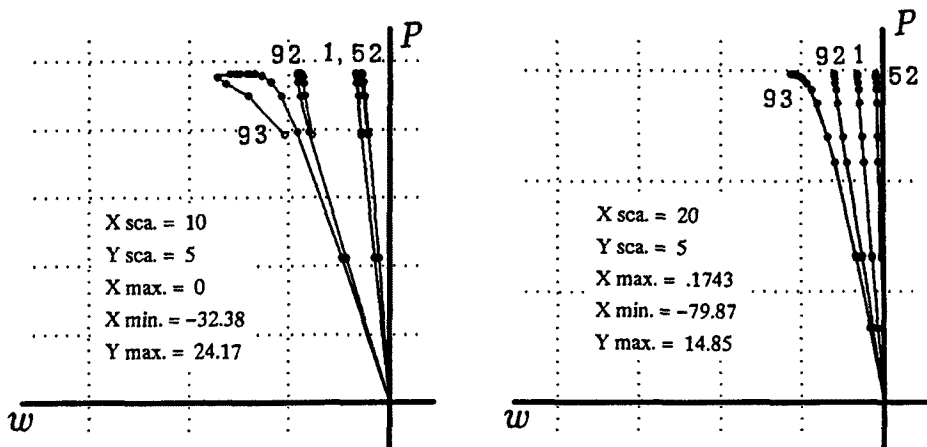
(d) Lower member

Fig. 4. Buckling mode and member strain energy distribution of analytical model F 121.

接合の単層ラチスドームは一般的に極限点型の座屈が起こっているが複層ラチスドームの場合はほとんど分岐点型になっている。今度の解析では荷重単位は ton、変位は cm を使う。図の中の数字は節点の番号で、 $X_{min.}$, $X_{max.}$, $Y_{min.}$, $Y_{max.}$ は該当する解析モデルの各々節点の撓みと荷重の最大値, 最小値を示している。負の符号は正の座標軸の反対方向だけを意味している。Fig. 5 は荷重モデル 1 による座屈特性を示している。解析モデル F121 の方が分岐座屈後更に負になる固有値の数が多い。このことはこの座屈点が多岐点であることを意味し、座屈後経路を求めることは大変複雑になる。ただ、複数の固有値が同時に負になるのはモデルの形態及び荷重状態が対称であることも 1 つの原因と思われる。また全体座屈が起こる時点で既にオイラー座屈が発生した部材の数は 10.5% に達している。この点から見ると複層ラチスドームの場合は弾塑性座屈解析が必要である。Fig. 6 では部材が同一断面積を持つとすると取り扱うと解析モデル F113 の全体座屈荷重が F112 の 0.61 倍で、最大変位が 2.46 倍である。座屈荷重と変位に及ぼす細長比の影響が大きいことがわかる。Fig. 7 では半開角が小さい解析モデル F311 の座屈荷重は F211 の 0.57 倍、F111 の 0.29 倍である。なお、この 2 つのモデルでは全体的には極限点座屈が行なっている。全モデルを通じてドーム支持点最近接部材以外の部材は座屈前及び後ではほぼ直線的な挙動をしている。これから見ると連続体シェルから求められた固有モードの線形結合によるモデル解析も充分に出来ると思われる。Fig. 8 は荷重



(a) F 111 (b) F 121
Fig. 5. Buckling characteristics in regard to the loading model 1.



(a) F 112 (b) F 113
Fig. 6. Buckling characteristics according to the variation of slenderness ratio.

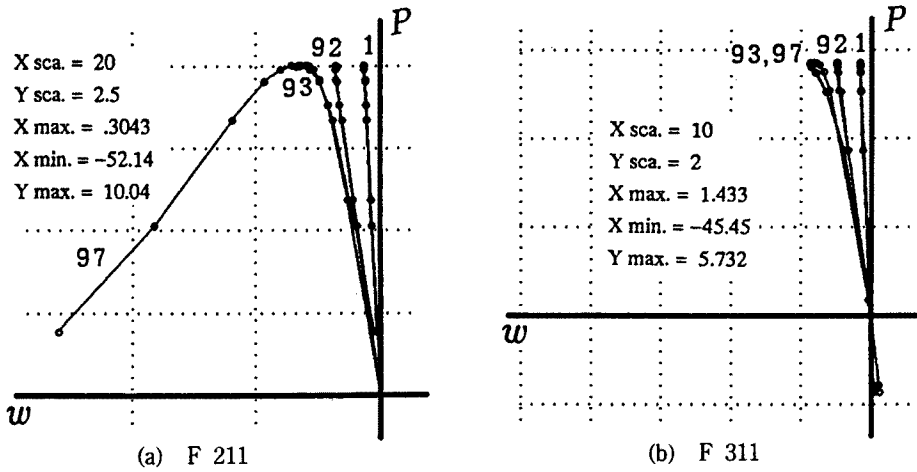


Fig. 7. Buckling characteristics according to the variation of half open angle of upper member.

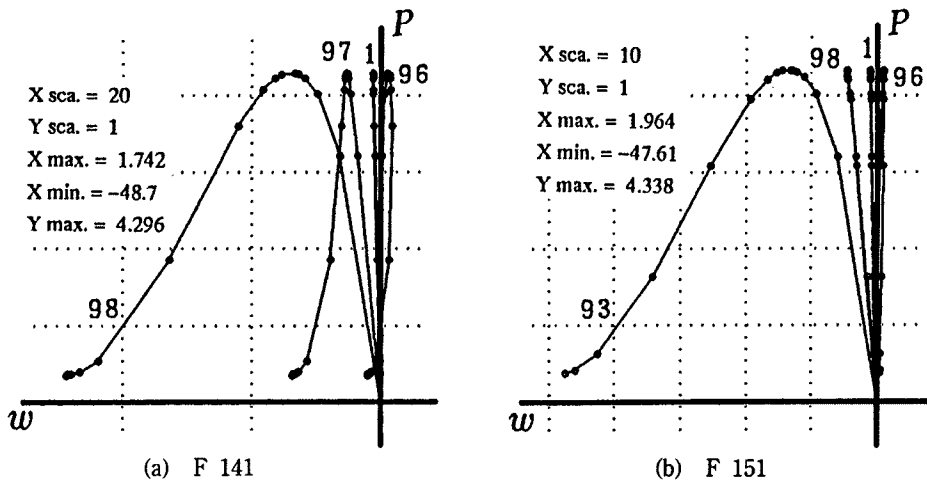


Fig. 8. Buckling characteristics in regard to the loading model 2.

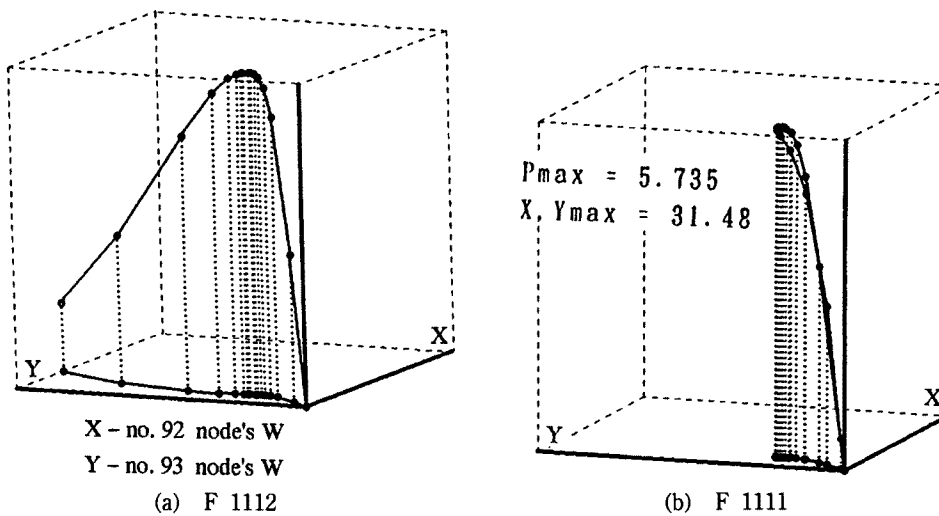


Fig. 9. Three dimensional representation of buckling paths in regard to boundary conditions: pin support (F 1112) and rigid support (F 1111).

モデル2による解析結果を示している。2つのモデルの間では同一節点における変位の大きさは違うが構造物全体の中の座屈荷重と変位の最大、最小値はほぼ同じである。解析モデル F141 の節点は荷重がかかっている部分のものである。Fig. 9 は境界がピン支持 (F1112) と剛支持 (F1111) とではピン支持のほうが剛支持より座屈荷重が3.5倍大きくて、最大変位は2.5倍である。X, Y 軸は変位、縦軸は荷重で3次元の中の座屈経路を表している。解析モデル1の全体に通じて座屈点の近傍では数個の固有値が零にほぼ等しくなっており、実際の座屈挙動を予測するのは困難であると思われる。

6.2 解析モデル2の解析結果

Table 4 によって解析モデルを T-NBKH 記号で示す。ここで H に該当する一連の数字は括弧の中の節点番号1 (1), 2(4), 3(10), 4(64)と部材の番号5 (85), 6(90), 7(148), 8(153), 9(219), 10(234)を意味している。全モデルに通じて歪エネルギーの分布は上弦材とウェブ材の端部部分にあつまっているが下弦材にはほぼ零に近い。Fig. 10 で見られるように座屈が起こった時点で全体構造物の変形モードは見えないくらい小さい。個材のオイラー座屈荷重は「剛性行列1」の定式化によると $12EI/l_0^2$ で「剛性行列3」のものより1.2倍大きいである。分岐点では全てのモデルで最小固有値が重解であり、前述の座屈の判定基準を満足する前に Newton-Raphson 反復計算が収束しなくて発散したので今回は座屈後経路は求め得なかった。Fig. 11 からは端部が固定端のほうがピン支持より全体座屈荷重は

Table 4. Classification of analytical model 2

CONTENTS OF CLASSIFICATION		NO.
Stiffness Matrix (K)	Stiffness Matrix 1	1
	Stiffness Matrix 2	2
	Stiffness Matrix 3	3
Node (N)	Pin Node	2
	Rigid Node	1
Support (B)	Pin Support	2
	Rigid Support	1

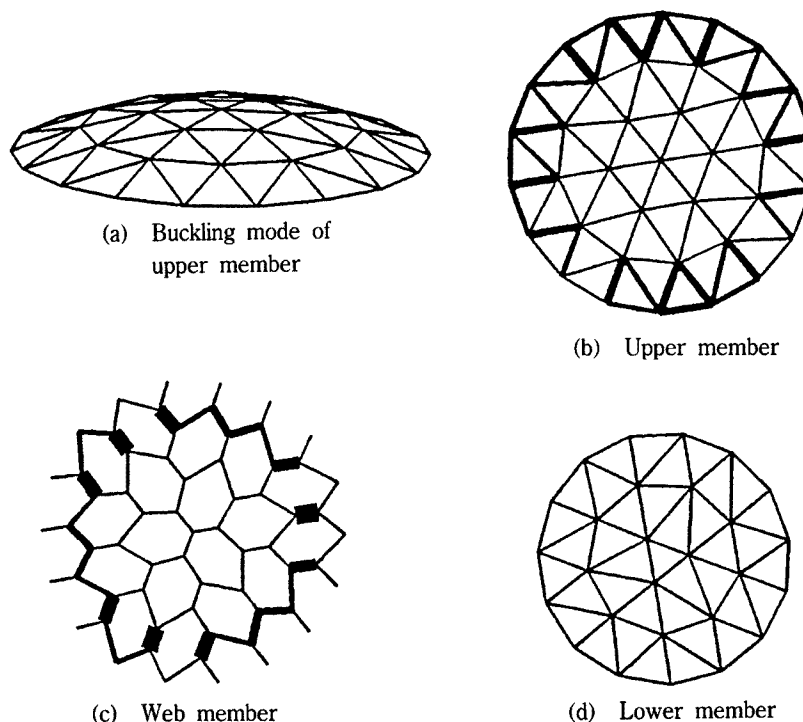


Fig. 10. Buckling mode and member strain energy distribution of analytical model T 121.

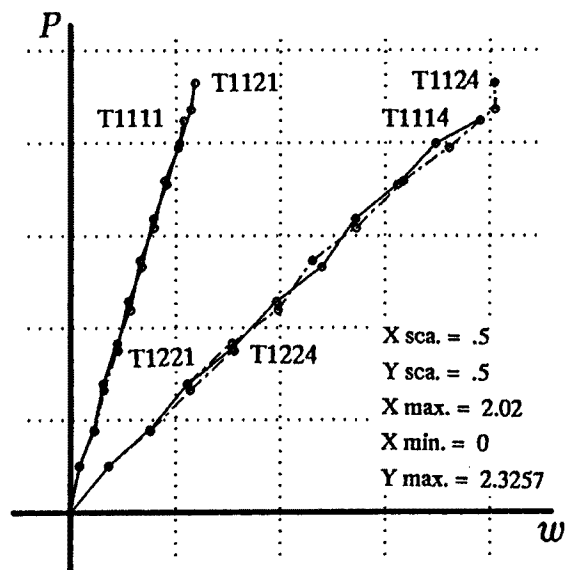


Fig. 11. Buckling characteristics in regard to boundary conditions.

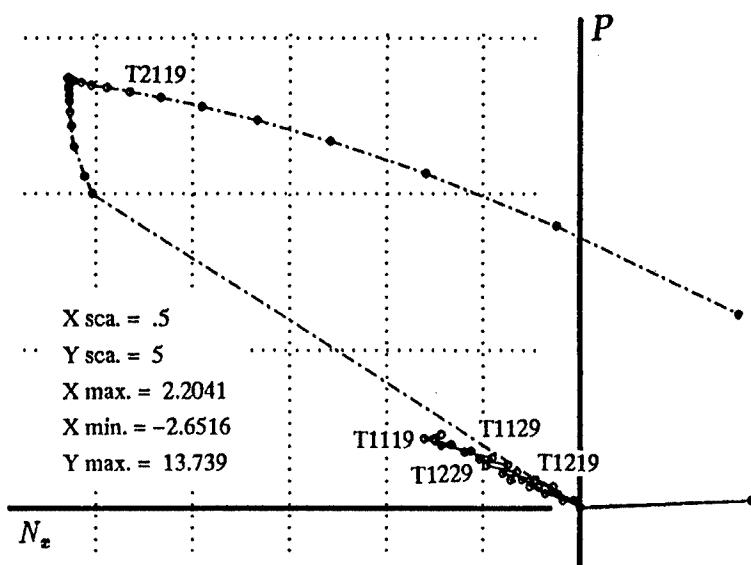


Fig. 12. Relations of axial forces and load according to the variation of node and boundary conditions.

3倍大きくて、剛性行列別による座屈荷重の大きさは「剛性行列3」>「剛性行列2」>「剛性行列1」の順番であるが差はほとんどないことがわかる。Fig. 12では荷重と軸力との関係を示している。同じ条件のピン接合のものと比べると剛接合のほうは軸力の影響がほぼ無視する程度小さいことがわかる。剛接合の中では端部が剛支持のほうが大きい。Fig. 13とFig. 14ではピン支持と剛支持による荷重とモーメントの関係を示している。ピン支持のほうはモーメントの初期変化が大きいが分岐点近傍では形状と大きさが近似している。Fig. 15では同じ端部条件即ち固定端を持つ解析モデルに関して「剛性行列1」と「剛性行列3」による座屈経路を示しているが区別なくほぼ直線的に挙動していることがわかる。また「剛性行列3」のほ

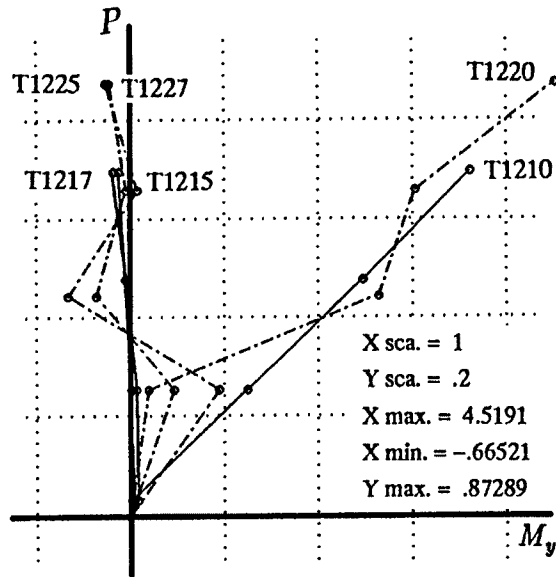


Fig. 13. Relations of moments and load according to the stiffness matrix 1 and 2 on the pin support.

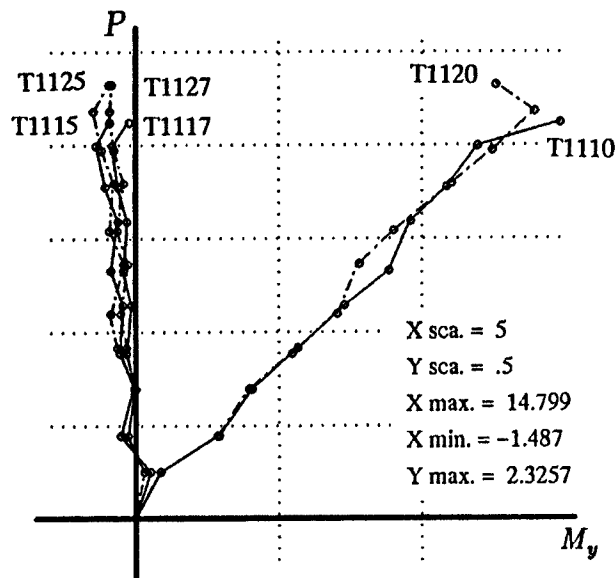


Fig. 14. Relations of moments and load according to the stiffness matrix 1 and 2 on the rigid support.

うがちょっと大きいがほぼ同じくらいである。Fig. 16 では固定端を持つ剛接合モデル T111 とピン接合モデル T211 において節点番号 1 と 64 の撓みを各々 X, Y 軸とする 3 次元座屈経路を示している。Fig. 15 を参考にしてこの解析モデルの座屈荷重を比べると解析モデル T211 のほうが T111 より非常に大きいことがわかる。これによって固定端の場合には力学的にピン接合のほうがもっと有利だといえよう。全モデルに通じて今回の数値解析においての増分荷重による固有値の変化を検討して見ると単層あるいはピン接合の複層ラチスドームでは座屈点近傍に行くと固有値が段々零に接近しているが剛接合の場合には分岐座屈点までほぼ変化しなくてその点で重根になって発散するパターンであった。

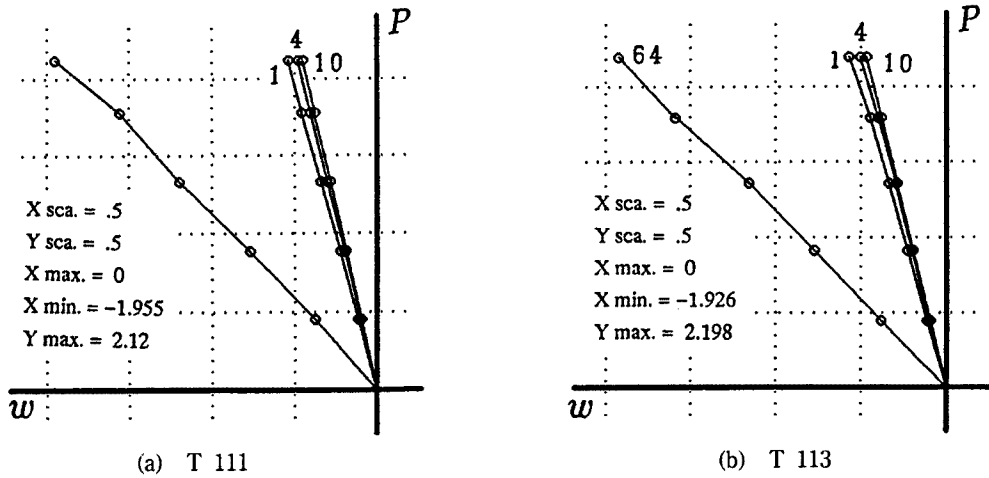


Fig. 15. Buckling characteristics in regard to the stiffness matrix 1 and 3.

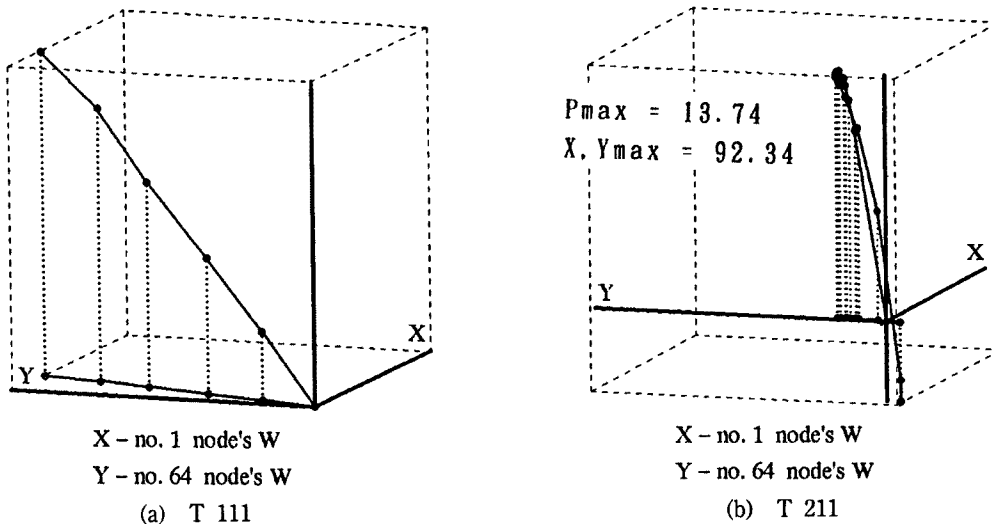


Fig. 16. Three dimensional representation of buckling paths in regard to node conditions: rigid node (T 111) and pin node (T 211).

7. ま と め

本研究ではピン接合及び剛接合複層ラチスドームについて荷重形態及び細長比，半開角あるいは境界条件をパラメータとして弧長法による幾何学的非線形座屈解析を行なった。今回の解析によって得られた主要な結果をまとめると次の様になる。

解析モデル1について，

(1) 構造物の頂点を中心とする部分荷重形態（荷重モデル1）の場合荷重が掛かった節点当たりの分岐座屈荷重は全載ケースより非常に大きいである。部分荷重を全節点に掛かる様に換算して比べても全載ケースより大きいことがわかった。これによって複層ラチスドームの設計上には座屈荷重は全載ケースを基準とするほうが望ましい。

(2) 細長比によると座屈荷重の変化は F112($\lambda = 70$) を基準として F111($\lambda = 100$)，F113($\lambda = 130$) の

比率が1 : 0.8 : 0.61であるが最大変位の比率は1 : 2.42 : 2.46で細長比が大きくなるとほぼ一致することがわかった。

(3) 解析モデル F311 (半開角24°) を基準として F211 (28°), F111 (32°) の比率が1 : 1.75 : 3.39で、半開角の変化が座屈荷重に及ぼす影響が非常に大きかった。

(4) 今回の解析では部材の塑性を考慮しなかったが全体座屈が起こった時既にオイラ座屈が発生した部材の数が全モデルに通じて10%前後になったのでこの点を考慮して複層ラチスドームの場合には弾塑性座屈解析が必要である。

(5) 境界条件から見るとピン支持のほうが固定端より座屈荷重が大きいである。

解析モデル2について

(1) 3種類の「剛性行列」による解析結果から見ると座屈荷重の大きさは「剛性行列3」 > 「剛性行列2」 > 「剛性行列1」であり、設計上には「剛性行列1」を用いることが望ましい。

(2) 分岐座屈が起こる時の部材の歪エネルギー分布を見ると、上弦材、ウェブ材に比べて下弦材にはエネルギーがほぼ集まらないからこの点を考慮すると経済的な設計が可能であると思われる。

(3) 境界条件から見ると端部が固定端のほうがピン支持より全体荷重が大きいである。同じ固定端ではピン接合のほうが剛接合より座屈荷重においては非常に大きいことがわかった。

(4) 全解析モデル、特に、解析モデル2においては全節点にわたってほぼ直線的な挙動をしている為同じ形態の連続体から求められた固有モードの線形結合によるラチスドームの座屈挙動を把握するいわゆるモーダル重畳法の適用も十分にできるとと思われる。

(5) 全モデルに通じて今回の数値解析に於いての増分荷重による固有値の変化を検討して見ると単層あるいはピン接合の複層ラチスドームでは座屈近傍に行くとも固有値が段々零に接近しているが剛接合の場合には分岐座屈点まではほぼ変化しなくてその点で重根になって発散するパターンであった。

参 考 文 献

- 1) 坂 寿二・谷口与史也：直交二方向二層立体トラス平板の耐力に及ぼす部材配列の効果について，日本建築学会大会学術梗概集（東北），1991.9，pp. 1261-1262.
- 2) Powell, G. H.: Theory of Nonlinear Elastic Structures, Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST12, 1969.12, pp. 2687-2701.
- 3) 成岡昌夫外4人：骨組構造解析——日本鋼構造協会編，培風館，1971.
- 4) Riks, E.: An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems, Int. J. Solids and Structures, Vol. 15, 1979, pp. 529-551. pp. 63-74.
- 5) 細野 透：弧長法による弾性座屈問題の解析（その1）——座屈点に於ける増分解の性質，日本建築学会論文報告集，第242号，昭和51年4月，pp. 41-50.
- 6) 細野 透：弧長法による弾性座屈問題の解析（その2）——数値解析方法としての弧長法，日本建築学会論文報告集，第243号，昭和51年5月，pp. 21-31.
- 7) Thomson, J. M. T. and G. W. Hunt: A General Theory of Elastic Stability, John Wiley & Sons. 1973.
- 8) Sumec, J.: Regular Lattice Plates and Shells, Elsevier, 1990.
- 9) Murtha-Smith, E. and J. E. Bean: Double Layer Grid Space Frame Buckling, Int. J. Space Structures, Vol. 4, No. 3, 1989. pp. 117-127.
- 10) Oran, C.: Tangent Stiffness in Space Frames. Proc. ASCE. Vol. 99, No. ST6, 1973.6, pp. 987-1001.
- 11) Clarke, M. J. and G. J. Hancock: Finite-Element Nonlinear Analysis of Stressed-Arch Frames, Proc. ASCE, Vol. 117, No. ST10, 1991.10, pp. 2819-2837.
- 12) 川井忠彦：座屈問題解析——日本鋼構造協会編，培風館，1970.