

新 制
工
929
京大附図

非線形系を含む機械・構造物の  
動的シミュレーションに関する研究

1993年

井 上 喜 雄



非線形系を含む機械・構造物の  
動的シミュレーションに関する研究

1993年

井上喜雄



# 目 次

おもな記号	1
<b>第 1 章 緒論</b>	<b>3</b>
1.1 問題の設定	3
1.2 従来の研究	8
1.3 本研究の目的と概要	11
<b>第 2 章 振動解析理論</b>	<b>15</b>
2.1 緒言	15
2.2 座標系と要素分割	15
2.3 構造系要素の運動方程式の導出	19
2.3.1 線形ばね・質量・減衰要素	20
2.3.2 その他の構造系線形要素	22
2.3.3 ガタ要素および断片線形要素	23
2.3.4 摩擦・弾塑性要素およびクラッチ要素	23
2.3.5 大変位トラス要素・はり要素	28
2.3.5.1 大変位トラス要素	28
2.3.5.2 滑車付き大変位トラス要素	31
2.3.5.3 大変位はり要素	33
2.3.5.4 モータ軸付き大変位はり要素	40
2.4 油空圧系要素の運動方程式の導出	43
2.4.1 配管内流体要素	43
2.4.1.1 油圧系配管内流体要素	43
2.4.1.2 空圧系配管内流体要素	46

2.4.2	容量要素	47
2.4.3	分岐管内流体要素	48
2.4.4	バルブ要素	48
2.4.4.1	絞り弁要素、オリフィス要素	48
2.4.4.2	電磁切り換え弁要素、電磁比例制御弁要素	51
2.4.4.3	リリーフ弁要素、チェック弁要素	51
2.4.5	ポンプ要素	53
2.4.6	油圧シリンダ要素	53
2.5	制御系要素の状態方程式および定義	59
2.5.1	伝達関数要素	60
2.5.2	シーケンス制御要素	62
2.5.3	モータ要素	62
2.6	外力のモデリングおよび系全体の運動方程式の導出	63
2.7	運動方程式の解法	66
2.7.1	時刻歴応答解析	66
2.7.2	周波数応答解析	68
2.7.3	複素固有値解析および感度解析	69
2.7.3.1	複素固有値解析	69
2.7.3.2	感度解析	70
2.7.3.3	設計変更後の固有振動特性予測	74
2.8	結言	74
<b>第3章 ガタを含むねじり振動系の非線形振動シミュレーション</b>		<b>76</b>
3.1	緒言	76
3.2	同期電動機駆動の回転軸系の非線形ねじり振動シミュレーション	76
3.2.1	問題の記述	76
3.2.2	共振点通過時の応答計算開始振動数	77

3.2.3	モデル実験および計算	79
3.2.3.1	実験装置および解析モデル	79
3.2.3.2	計算および実験結果	80
3.2.4	実機での検討	85
3.2.4.1	解析モデル	85
3.2.4.2	計算および実測結果	88
3.2.4.3	パラメータ変化の応答への影響	94
3.2.5	まとめ	96
3.2.6	3.2.4.3の補足	97
3.3	2台の駆動源を持つねじり振動系におけるクラッチ切り替え時の 非線形振動応答シミュレーション	98
3.3.1	問題の記述	98
3.3.2	解析モデル	99
3.3.3	計算および結果の検討	99
3.3.4	まとめ	110
3.4	結言	111
<b>第4章</b>	<b>骨組み構造物の非線形振動シミュレーション</b>	<b>112</b>
4.1	緒言	112
4.2	リンク構造物の大変位運動と振動のシミュレーション	112
4.2.1	問題の記述	112
4.2.2	大変位トラス・はり要素を用いたモデル構造物での 応答計算	112
4.2.3	クレーン運転時の動的挙動のシミュレーション	118
4.2.4	まとめ	121
4.3	弾性支持された剛体の浮き上がりおよび転倒振動 シミュレーション	124

4.3.1	問題の記述	124
4.2.2	浮き上がりおよび転倒振動のモデル化	124
4.3.3	モデル実験および計算	128
4.3.3.1	実験装置および解析モデル	128
4.3.3.2	実験および計算結果	128
4.3.4	まとめ	134
4.4	結言	134
<b>第5章</b>	<b>油空圧機械の動的現象のシミュレーション</b>	<b>135</b>
5.1	緒言	135
5.2	ロータリローブフロアの圧力脈動のシミュレーション	135
5.2.1	問題の記述	135
5.2.2	作動原理と脈動発生機構	136
5.2.3	解析モデル	136
5.2.4	計算および実測値との比較	138
5.2.5	まとめ	140
5.3	油圧プレスの運動と振動のシミュレーション	144
5.3.1	問題の記述	144
5.3.2	構造-油圧系のモデル実験	144
5.3.3	油圧鍛造プレス動作時の過渡振動現象シミュレーション	145
5.3.3.1	油圧鍛造プレスの1サイクルの動作	145
5.3.3.2	計算および実測値との比較	150
5.3.4	まとめ	150
5.4	間接押出プレスの自励振動の安定性解析	153
5.4.1	問題の記述	153
5.4.2	解析モデルおよび計算結果	154
5.4.3	まとめ	159

5.5 結言	161
<b>第6章 制御系を内蔵する機械の運動と振動のシミュレーション</b>	162
6.1 緒言	162
6.2 問題の記述	162
6.3 2アームロボットの動作および過渡振動のシミュレーション	164
6.3.1 解析モデル	164
6.3.2 3次元動作と過渡振動の計算	164
6.4 1アームロボットの固有振動特性の感度解析	169
6.5 結言	172
<b>第7章 総括</b>	173
<b>参考文献</b>	178
<b>謝辞</b>	183



## おもな記号

- $C$  : 全体系の減衰マトリックス  
 $K$  : 全体系の剛性マトリックス  
 $L$  : 座標変換マトリックス  
 $M$  : 全体系の質量マトリックス  
 $c$  : 要素の減衰マトリックス  
 $f$  : 外力ベクトル  
 $f_N$  : 補正外力ベクトル  
 $k$  : 要素の剛性マトリックス  
 $m$  : 要素の質量マトリックス  
 $u$  : 変位ベクトル、流量の積分値ベクトル、状態変数ベクトル  
 $\dot{u}$  : 速度ベクトル、流量ベクトル、状態変数の時間に関する1階微分ベクトル  
 $\ddot{u}$  : 加速度ベクトル、流量の1階微分ベクトル、状態変数の2階微分ベクトル  
 $c$  : 減衰定数、減衰マトリックスの成分  
 $f$  : 外力  
 $f_N$  : 補正外力  
 $h$  : 減衰比率  
 $k$  : ばね定数、剛性マトリックスの成分  
 $m$  : 質量、質量マトリックスの成分  
 $t$  : 時間  
 $u$  : 変位、流量の積分値、状態変数  
 $\dot{u}$  : 速度、流量、状態変数の時間に関する1階微分  
 $\ddot{u}$  : 加速度、流量の1階微分、状態変数の2階微分  
 $\rho$  : 密度

右下付き添え字

- e : 局所座標における要素に関するパラメータ、変数を表す
- E : 全体座標における要素に関するパラメータ、変数を表す
- m : 構造系の変数であることを示す
- h : 油空圧系の変数であることを示す

# 第 1 章 緒論

## 1.1 問題の設定

静的な荷重を受ける機械や構造物の設計をするに際しては、通常、強度面での信頼性を確保するために構造解析などによる検討が行われている。一方、地震などの動的な外荷重を受ける場合、あるいは機械自身の運動のために動的な力を発生する場合、また、自励振動の発生の可能性のある場合などには、振動問題についても十分検討して置く必要がある。特に近年、各種機械は、高速高効率化、高精度化、軽量化、低コスト化などいろいろな面での要求が厳しくなっており、それらの要求のなかには振動と関連するものも多い。このような要求にこたえ、良好な機械や構造物を製作するには、設計時に振動に関する十分な検討を行うことが必要である。

設計時に検討を行う手段としては、静的な構造解析の分野では、Zienkiewicz が有限要素法に関する研究<sup>(1)(2)</sup> を発表したことがきっかけとなり、有限要素法による構造解析が活発に行われるようになり、その結果、 NASTRANなどの多くの汎用の構造解析プログラム<sup>(3)(4)</sup> が開発され、広く用いられるようになってきている。有限要素法による構造解析プログラムは、一般的に非常に汎用的でかつデータ作製が容易であるので、構造解析の専門家でなくても計算が可能であることから、期間的にあまり余裕のない日常の設計業務のなかでもよく用いられている。最近では、計算機の容量や計算速度面での発達により、かなり多くの要素分割が可能になってきたこと、また、静的な問題の場合には境界条件さえはっきりしておれば、一部分だけ取り出して詳細なモデル化をすることが可能であることなどにより、複雑な構造物の解析が可能になってきている。

前述の静的な有限要素法解析を拡張すれば、動的な問題への展開が可能である。すなわち、有限要素法により静的な問題として離散化して得られた下式のようなつ

りあい式

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1.1.1)$$

ここで  $\mathbf{K}$  : 剛性マトリックス

$\mathbf{u}$  : 変位ベクトル

$\mathbf{f}$  : 外力ベクトル

にダランベールの原理を適用し、剛性マトリックスと同様の離散化により質量マトリックスを求め慣性力項を下式のように付加すれば<sup>(5)</sup>、

$$\mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{f} \quad (1.1.2)$$

ここで  $\mathbf{M}$  : 質量マトリックス

$\ddot{\mathbf{u}}$  : 加速度ベクトル

となり、減衰の無い線形系の離散化された運動方程式が静的解析の延長線上で求められ、広く用いられている汎用の構造解析プログラムのほとんどのものではこのような解析が可能である<sup>(3)</sup><sup>(4)</sup>。

境界条件が単純で運動を伴わないような構造物における微小変形の範囲での振動問題であれば、このような静的な構造解析手法の延長線上での手法が適している場合もあるが、機械や構造物の動的な設計を行う場合には、次のように前述の手法だけでは対応できない問題がある。

- ・ 解析対象の範囲に関する問題
- ・ 油空圧系や制御系との連成問題
- ・ 非線形系振動問題

以下、項目ごとに示す。

#### (1) 解析対象の範囲に関する問題

静的な構造解析の場合には、境界条件が明確であれば一部分だけとりだしての解

析が比較的容易であるが、動的な問題の場合にはそれがなかなか困難である。それは、動的な現象の場合、系がどのような運動をするかは、系全体の動特性によって定まるからである。したがって、一般的に静的な解析よりもその解析対象が広くならざるを得ない場合が多い。また、振動解析の一つである非定常応答を計算するときには計算の繰り返し回数が非常に多くなることがある。したがって、静的計算と同様のモデル化では、計算機の容量、計算時間の点で非現実的なものになってしまう場合がある。

このような問題に対しては、有限要素法で要素分割して生ずる自由度は大きくても応答計算で用いる自由度を縮小する手法が報告されており、構造物のみを対象とした部分構造剛性法<sup>(6)(7)(8)(9)</sup>や、Guyanの静縮小<sup>(10)</sup>などを用いれば計算時間を大幅に短縮することが可能である。また、固有値解析は大自由度で行っても応答計算では、自由度を落とすことが可能なモーダルアナリシス<sup>(65)(66)(67)</sup>もよく用いられている。

## (2) 油空圧系や制御系との連成問題

運動をともなう機械において、その動的な現象を検討するには、その駆動系である油空圧系や制御系との連成を考慮して論ずる必要がある。

制御系との連成問題の例としては、飛躍的な進歩を遂げつつあるメカトロニクスを駆使した機械の代表ともいえる電動ロボットがある。ロボットの設計を行う上での重要な課題のなかに、高速・高精度化、およびコストダウンのための限界設計技術などが挙げられる。このなかで、高精度化という立場からは、振動は出来るだけ小さく抑えることが必要であるが、剛性が低下する軽量化や、高速化は、加減速時の残留振動などを助長する。このような、相反する要求を満たしていくためには、振動が問題にならないような良好な機構および電気制御系の設計を行う必要があり、そのためには機構－制御連成系での動的解析手法が必要となる。

また、油空圧系との連成問題を考慮する必要があるものの例に、油圧プレスや建設機械などがある。油圧プレスのなかでも、鍛造プレスでは生産性をあげるため高

速な運動が要求される。通常、大型の油圧プレスの制御は電磁切り換え弁などのON、OFF や電磁比例弁などにより制御される場合が多く、高速の油圧機械で弁の切り換えのタイミングや機器の仕様の選定を誤ると、大きな過渡振動を生じて機械の精度が不十分になったり、構造系や油圧機器の破損につながったりすることがある。また、周囲へ地盤振動となって伝わったり、騒音問題が発生したりする可能性もある。近年、騒音や振動公害防止に関する要求が高まってきていることから、このような問題が生じないようにする必要がある。そのためには、構造系、油圧系、制御系の連成を考慮した解析により設計時に十分検討することが有効である。

このような問題については、静的構造解析を主目的に開発され広く行きわたっているNASTRAN に代表される汎用の有限要素法プログラムでは、そのような連成系の計算を行うことは困難である。有限要素法以外のアプローチの一つとして、油圧・制御系のシミュレーションによく使われているものとしてボンドグラフを用いた方法<sup>(11)</sup>などがあるが、このような手法の場合には、油空圧系や制御系中心で、複雑な構造系を扱うことは難しい。

そこで本研究では、非常に汎用的で使いやすい構造系の有限要素法の概念を制御系、油空圧系に拡張し、構造系－油空圧系－制御系からなる機械の動的なシミュレーションを行う手法を提案することを目的の一つとする。

### (3) 非線形振動問題

ロボットなどのメカトロニクスを駆使した機械以外にも、高効率化、低コスト化は重要な課題であり、良好な設計を実施しないと振動が問題となり、機械の破損や振動や騒音の環境問題を生じる可能性がある。特に、その形式上、加振力を有するような回転機械などにおいては、事前に十分な検討をしておく必要がある。回転機械には、アンバランスによる加振力との共振<sup>(12)</sup><sup>(13)</sup>や流体不安定力による自励振動<sup>(14)</sup><sup>(15)</sup><sup>(16)</sup>を回避する必要があるだけでなく、駆動系のねじり振動<sup>(17)</sup><sup>(18)</sup>にも十分注意をはらう必要がある。例えば、同期電動機で駆動される回転軸系には、電動機起動時に同期電動機特有のトルク脈動が発生し、ねじり振動系の共振点通過

を避けることが難しい場合が多い。その場合には共振点を通過しても強度的に問題がないかどうかを定量的に確認しておく必要がある<sup>(17)</sup>。このような回転軸系には減速機が含まれていることが多いが、減速機においては歯車のバックラッシュによりねじり剛性が非線形になっている。バックラッシュのような、ガタをふくむ系のねじり振動はガタの存在によって振動の様子が大きく変わってくることが知られており<sup>(19)</sup>、線形の計算では、現象を正しく把握することが困難である。これ以外にも、ねじり振動系における問題としては、駆動系のクラッチのON、OFF時の過渡的現象などがあるが、このような場合にも、歯車のバックラッシュによる非線形性が応答値に大きく影響する<sup>(20)</sup>。

冒頭に示した、ロボットや建設機械など運動を伴う機械では、姿勢が変化するための大きな非線形性が重要な問題となる。また、油圧機械の油圧系においては、各種の弁における圧力損失と流量の関係が非線形であること、さらに弁の開度が増えるための非線形など現象の本質にかかわるところで多くの非線形が存在する。

構造物の振動の分野で非常に大きい部分を占めている問題の一つに、耐震設計がある。耐震設計では構造物の重要度や地域によって異なるが、何年あるいは何十年に一度発生するかもしれないかと言うような大きな地震を想定して設計計算を行う。そのような場合には、構造物の一部の塑性変形によるエネルギー吸収や、浮き上がりなどが許容される場合もある。このような現象の本質には非線形が大きく関係している<sup>(21)(22)(23)(24)</sup>。

以上のように非線形性がその応答に大きく影響する機械や構造物の動的な挙動を計算により予測する場合に、計算精度を確保し十分現象を把握するためには、非線形を考慮した解析が有効であると考えられる。

有限要素法による汎用の構造解析手法において、ある程度の非線形を扱うことは可能であるが、材料非線形や接触問題などの静的な非線形問題中心であり<sup>(25)</sup>、動的な問題のための非線形計算のための要素はあまり用意されていない。そこで、本研究では構造系での大変位トラス・はり要素、油圧系でのバルブ要素など特徴のある非線形要素を提案し、複雑な非線形系の振動解析を汎用的に行う手法としてまと

めることを目的の一つとする。

また、前述のような特徴のある解析手法を、構造系、油空圧系、それぞれ単独の系、および制御系も含めた連成系での動的な問題に適用し、それらの現象の明確化を試み手法の有効性を示すことが最後のねらいである。

## 1.2 従来の研究

### ・振動解析法

構造系における有限要素法は、Zienkiewicz<sup>(1)(2)</sup>が静的な解析手法として世に出して以来急速に広がり、多くの関連する研究<sup>(26)(27)(28)(29)</sup>が報告された。静的問題で離散化された剛性マトリックスに、同様の手法で離散化された質量マトリックスをあわせれば、減衰のない振動系の解析が簡単に行えるため<sup>(5)</sup>、線形の振動解析が可能な汎用の解析プログラムとしてはNASTRAN<sup>(3)</sup>やANSYS<sup>(4)</sup>など多くのものが用いられている。このような解析プログラムにおいては、静的な解析からスタートしていることもあり大次元の線形解析を高速で処理するのが得意である。しかし、本研究で目指しているような、あまり自由度が大きくないかわりに、油空圧系、制御系と連成したりする場合の解析にはあまり適していない。また、非線形に関しては材料非線形や接触問題など静的な問題に近い領域では取り扱っているもの<sup>(25)</sup>も最近は増えてきているが、動的な非線形問題についてはまだ十分ではない。

ロボットや建設機械などの大きく姿勢の変化するリンク機構の解析については、Paulら<sup>(30)</sup>やChaseら<sup>(31)</sup>がLagrangeの運動方程式<sup>(32)</sup>をベースにした剛体リンクの動力学に関する研究を行っている。このような考え方をベースに開発された汎用の機構解析のプログラムとしては、Uickerらにより開発されたIMP<sup>(33)</sup>、ChaseらによるDRAM<sup>(34)</sup>、ADAMS<sup>(35)</sup>、HaugらによるDADS<sup>(36)</sup>などがあり、動力学以外に運動学の解析や、逆運動学解析、静解析も行える物が多いが、油圧パワーライン系が連成する油圧機械などの詳細な解析ができるものは少ない<sup>(36)</sup>。また、リンク機構のモデル化も一部モード解析を用いているが<sup>(35)</sup>、基本はLagrangeの運動方程式を用

いた剛体リンクモデルであり、汎用性はあるが、有限要素法的な考え方は用いられていない。

油空圧系の動的なシミュレーションとしては、有限要素法的な考え方をしているものはほとんどなく、葉山ら<sup>(37)</sup>や藤川ら<sup>(38)</sup>、井上ら<sup>(39)</sup>が配管内流体系の圧力脈動解析に用いているくらいである。ただし、これらの研究では有限要素法を用いて配管内流体の気柱共鳴の検討など周波数応答解析を行っており、流体系のみが解析の対象であり構造系との連成は考えておらず、弁の開閉など系のパラメータが変化した時の非定常応答についても言及していない。有限要素法以外の方法としては、水撃や油撃などの波動現象について特性曲線法<sup>(40)</sup><sup>(41)</sup><sup>(42)</sup>やラプラス数値逆変換を用いて計算したもの<sup>(43)</sup>や、電磁弁を含む空圧系の過渡現象をみつかったものなど<sup>(44)</sup>が報告されているが、それらは主に油空圧系あるいは水圧系での現象を検討するためのものであり、これらについても弁を制御信号でコントロールして構造系を駆動するなどの構造や制御系との連成を目的にはしていない。油圧系に構造系の質量など簡単なものが加わった系の過渡現象については、ラプラス変換および波動関数を用いて解析した小嶋の研究<sup>(45)</sup>や、アナコンを用いた阿武ら<sup>(46)</sup>の報告がある。

油圧系、制御系を汎用的に解析する手法としてボンドグラフを用いたシミュレーション手法<sup>(11)</sup><sup>(78)</sup>や、武藤らによるパーソナルコンピュータを用いたシミュレーション手法<sup>(79)</sup>などがあるがそれらは、油圧系、制御系を中心にした手法であり複雑な構造系を扱うことは難しい。

また、制御系の設計のためには、多くの計算手法<sup>(47)</sup>があるが、それらは制御系中心の手法が多く、前述の油圧系に関する手法の場合と同様それらの手法を用いる場合の構造系は、単純化されたものが用いられているのが現状である。

非線形振動の解析法としては、定常振動あるいはそれに準ずるような場合には等価線形化法<sup>(48)</sup>や調和バランス法<sup>(49)</sup>などの近似解法が用いられているが、本研究の応答計算ではおもに非定常問題をみついているので、数値積分による時刻歴応答計算を用いている。時刻歴応答解析に用いる数値積分の手法としては、陽解法と

陰解法<sup>(60)</sup>に大きく分類することができるが、非線形振動解析の場合であり自由度が大きくないものの計算にはその使いやすさや精度の点で Runge-Kutta-Gill法<sup>(61)</sup>に代表される陽解法がよく用いられている。しかし清水ら<sup>(62)(63)</sup>が整理したように、陽解法には数値的不安定に注意しなければならないものが多く、解析対象となる系の最大固有値と積分の時間刻みとの関係で不安定が起こるかどうかが決まる。したがって、自由度が大きく、非常に大きな最大固有値をもつような系の数値積分を行う場合には、実際には最大固有値のような高い周波数成分が現れていないような場合でも積分の時間刻みを非常に細かくする必要があるので、計算時間が非常に長くなってしまう。Seiregらは陽解法の一つであるPhaseplane- $\delta$ 法を用いて、対象としている系のなかで場所により積分の時間刻みを変更し計算時間の短縮を図っている<sup>(74)(75)(76)</sup>。これに対して陰解法については、Newmark- $\beta$ 法<sup>(64)</sup>、Wilson- $\theta$ 法<sup>(66)</sup>、Houbolt法<sup>(67)</sup>などの解法が開発されており、その係数の選び方によっては、数値的な不安定は積分時間刻みに関係なく発生しない。ただしHoubolt法やWilson- $\theta$ 法では、時間刻みと比較して十分高い周波数成分については逆に数値ダンピングがかかってしまうことに注意する必要がある。また、陰解法の場合には、時刻歴積分の時間ステップごとに連立方程式を解かなければならないので、線形の問題であればそのプロセスは簡略化が可能であり、計算時間を短縮することができるが、非線形系の場合には工夫が必要になる。

本研究では、陰解法のなかから、数値的な不安定もダンピングもないNewmark- $\beta$ 法( $\beta=1/4$ )を用いるとともに、断片線形系の解析では、計算精度を落とさず、計算時間を短縮する方法について提案している。

時刻歴応答解析で詳細な応答を求めることが有効である一方、時刻歴応答計算結果を補足しパラメータの影響など見通しをつけるためには、モーダルパラメータに関する感度解析も有効な手段となる。非減衰系の固有振動数、振動モードなどのモーダルパラメータに関する感度解析としては、Foxら<sup>(58)</sup>の研究がよく知られており、井上ら<sup>(59)</sup>はエネルギー分布などを用いて設計パラメータを大きく変更した後の固有振動数の予測方法について報告している。非減衰系のモーダルパラメータの感

度解析の応用例としては、Lund<sup>(60)</sup>が回転軸系の危険速度の変更に、Doughty<sup>(61)</sup>がねじり振動系の動的設計に用いている。また、山川<sup>(62)</sup>は最適設計の傾斜ベクトルとして感度を用いている。対称なMCKマトリックスを持つ減衰振動系の固有値、固有ベクトルの感度解析に関しては、井上ら<sup>(63)</sup>や、Vanhoneker<sup>(64)</sup>の研究がある。一方、構造-油圧-制御連成系においては、系の動特性を表すマトリックスが非対称となり、非対称のMCKマトリックスを持つ系に対する感度解析が必要となる。

#### ・非線形振動、連成系での動的現象への応用

振動解析手法適用対象である非線形振動問題や機構-油圧-制御連成系での動的現象そのものに関する従来の研究については、対象が多岐にわたるため、ここでは省略し対象ごとにそれぞれの章において示す。

### 1. 3 本研究の目的と概要

本研究の目的は、以下の通りである。

(1) メカトロニクスを駆使したロボットや油圧機械など、構造系だけではなく、油空圧系や、制御系などとの連成を考慮しなければならない機械の動的設計を効率的に行うために、汎用的で使いやすい有限要素法による構造解析手法の概念を制御系、油空圧系に拡張し、構造系-油空圧系-制御系が連成するような機械の動的なシミュレーションを行う汎用的な手法を提案する。

(2) ガタを含むねじり振動系や、姿勢が変化する構造物、油圧系の弁における圧力損失と流量の関係など、現象の本質に非線形性が多くかかっているような問題の動的解析を効率的に行うために、構造系での大変位トラス・はり要素や、油圧系でのバルブ要素など特徴のある非線形要素を提案し、複雑な非線形の振動解析を汎用的に行う手法としてまとめる。また、運動方程式の解法についても、ガタのような断片線形で表現できるような非線形特性を含む多自由度系の時刻歴応答計算を行う場合には、精度を確保しつつ計算時間を短縮する方法を提案するとともに、時刻歴

応答計算だけでは見通しがつきにくい点については、感度解析などの有効活用を考  
える。

(3) 上述のように提案した手法を、構造系、油空圧系、それぞれ単独の系における  
非線形振動現象の解析に適用し、その現象の本質を把握する。さらに、制御系を含  
めた連成系に本手法を適用し、複雑な系の動的設計における手法の有効性を明らか  
にする。

以上のような、本研究の目的に対して、第2章から第7章まで以下に示すような  
検討を行う。

第2章では、本研究で提案している振動解析手法について示す。まず、構造一油  
空圧一制御連成系での系全体の運動方程式を構造系の有限要素法の延長線上で離散  
化するための各系における座標のとり方や要素分割の概念を示す。

次に、構造系、油空圧系、制御系の各要素の要素のつりあい式の導出方法ならび  
にその結果を示す。構造系要素のなかでは、まず線形の要素で基本的な概念を示し  
たあと、ガタやすべりなどを断片線形のばねとしてモデル化する手法について示す。  
その後、建設機械やロボットなどの姿勢の変化をともなう運動と振動のシミュレー  
ションに有効な大変位トラス・はり要素の離散化手法を提案する。

油空圧系の要素については、その基本となる配管内流体要素を、有限要素法によ  
る弾性棒の離散化手法と同様の方法で離散化し、容量や分岐要素についてもそのつ  
りあい式を導出する。そのあと、各種のバルブやポンプを非線形減衰および外力で  
表現する方法について提案する。さらに、構造系と油空圧系とを連成させる要素で  
ある油圧シリンダ要素について報告する。

制御系要素については、まず伝達関数についても有限要素法と同様に要素分割の  
概念を導入し、伝達関数から運動方程式に準じた形での状態方程式に変換する手法  
について示す。さらに、シーケンス制御のモデル化について示した後、構造系との  
連成する部分であるモータ要素について報告する。

その後、外力のモデリング手法ならびに系全体の運動方程式の組立て方法について整理し、運動方程式の解法について示す。運動方程式の解法については、ガタなどの断片線形系を含む多自由度系の時刻歴応答解析の計算時間を短縮する手法についてしめした後、時刻歴応答解析以外で見通しをつけるための手法として、固有値解析、感度解析などについても紹介する。

第3章から第6章は、第2章で提案した振動解析理論の検証を行うとともに、構造系、油空圧系、連成系におけるいろいろな振動問題に応用しその現象の理解などを試みると同時に手法の有効性を示す。

第3章では、構造系の非線形振動の典型的なものの一つであるガタを含む多質点系の振動応答として、ねじり振動を取り上げる。まずモデル実験でガタ要素のモデル化および断片線形系での計算時間短縮のための手法の妥当性を検証したのち、同期電動機駆動で歯車減速機を含む回転軸系の、共振点通過時のガタ系独特の非線形ねじり振動応答について示す。さらに、2台の駆動源ならびに減速機をもつ回転軸系におけるクラッチON、OFF時の過渡的な振動についてガタの大きさなどのパラメータの影響について検討する。

第4章では、骨組み構造物や弾性リンク機構の非線形現象について示す。まず、ロボットや建設機械のように姿勢の変化する弾性リンク構造物の解析に有効な、大変位トラス・はり要素の精度を簡単なモデルで検討した後、クレーンへの適用例を紹介する。また、地震応答における非線形振動問題として、弾性骨組み構造物で支持され、かつ固定されていない剛体の転倒振動をとりあげ、その独特の非線形振動現象について検討する。

第5章では、油空圧系単独の現象、油圧－構造連成系および油圧－構造－シーケンス制御連成系での適用例について示す。まず、油空圧系での非線形過渡現象の例として、ロータリ・ローブプロアの吐出ポート開口時の過渡的な圧力変動について、実験値との比較により、モデル化の妥当性を調べた後、各種パラメータの影響について検討する。次に構造－油圧連成系での簡単なモデル実験を行い連成モデルの妥当性を検証するとともに、油圧－構造－シーケンス制御系が連成する実機の油圧鍛

造プレスでの計算を行い実測値と比較しその有効性を確認する。また、構造－油圧連成系での複素固有値解析の応用例として、油圧押し出しプレスの自励振動問題について示す。

第6章では、構造系と制御系の連成系での応用例として、多関節ロボットの動的挙動のシミュレーションを行う。まず、多関節ロボットの3次元動作過渡振動のシミュレーションを行い構造系パラメータの影響や振動制御手法の効果について検討した後、構造－制御連成系での見通しをつけるための手法として感度解析の応用例を示す。

第7章では本研究の総括を行う。

## 第2章 振動解析理論

### 2.1 緒言

本研究で提案している振動解析手法のおもな特徴は、汎用性のある有限要素法による動的な構造解析手法<sup>(6)</sup>の概念を拡張し、種々の非線形性にも対応できるようにしていること、および、構造系だけでなく油圧系や制御系との連成問題も解析可能であることである。したがって、本研究で提案している振動解析手法を用いれば、有限要素法を用いる場合と同様の手軽さで、いろいろな非線形性を考慮しなければならない複雑な現象や、構造系、油圧系、制御系から構成される複雑な機械の運動と振動のシミュレーションが可能となる。

本章では、前述のような特徴を持つ振動解析手法について、まず各系において定義される座標と要素分割の概念について示した後、本手法で用いることができる構造系、油圧系、制御系要素についての要素の運動方程式の導出方法や、外力のモデリング法について示す。さらに、個々の要素の運動方程式と外力から組み立てられた系全体の運動方程式に関して、時刻歴応答、固有値、感度などを計算する手法について示す。

### 2.2 座標系と要素分割

本研究で提案している振動解析手法では、構造系における有限要素法<sup>(1)(5)</sup>の概念を拡張した考え方をを用いている。したがって、全体系の運動方程式を組み立てるのに構造系における有限要素法に準じた手法を用いる。

構造系における有限要素法では、まず、系全体を図2.2.1に示すように有限個の要素に分割し、状態変数である節点における変位を全体変位座標系として定義した後、各要素ごとに要素の座標系（局所座標系）におけるつりあい式をマトリックス形式で次式のように求め、

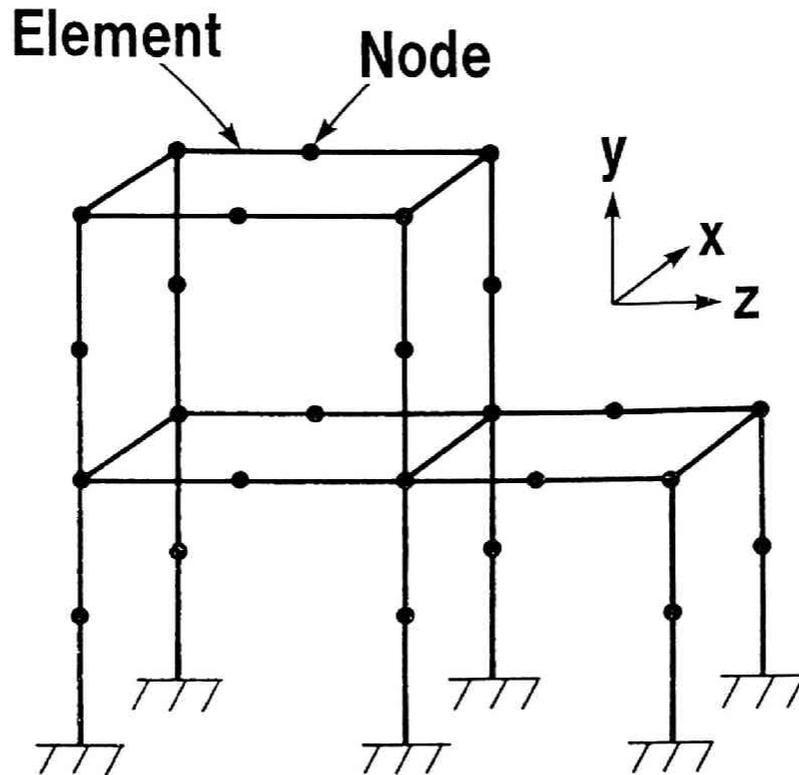


図 2.2.1 構造系の座標と要素分割

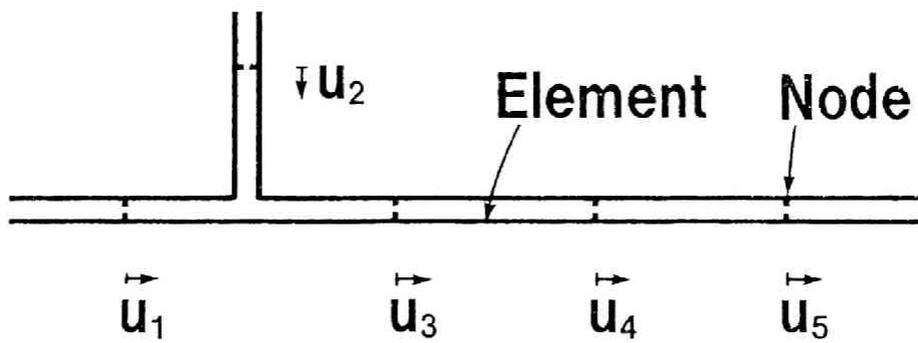


図 2.2.2 油圧配管系の座標と要素分割

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.2.1)$$

ここで  $\mathbf{k}$  : 要素剛性マトリックス

$\mathbf{u}$  : 局所座標系における変位ベクトル

$\mathbf{f}$  : 局所座標系における反力ベクトル

これを全体座標系に座標変換し、それらを力のつりあい条件と変位の適合条件を用いて、全体系における運動方程式を構成する全体マトリックスに単純に重ねあわせれば自動的に全体系の運動方程式が得られる<sup>(1)</sup>。本研究で用いる構造系要素でも基本的には前述の概念を用いており、全体位置座標系としてはおもに右手直交座標系を使用している。また、どの程度細かく分割するかは、解析の目的や考慮すべき周波数領域などに応じて選択すればよい。

油圧系の場合にも、構造系の概念を拡張した考え方をを用いる。図2.2.2は油圧配管系の一部であるが、構造系の場合と同様、図のように分割し、個々の要素の運動方程式が本手法で定義されている要素で表現できるようにする。油圧系の場合の全体座標は、構造系の変位に相当するものとして流量の積分値を用いる。また、構造系の力に相当するものとしては圧力を用いる。そして、構造系の場合と同様要素の座標系におけるつりあい式を全体座標系に重ね合わせるにより全体系の運動方程式を組み立てる。

図2.2.3に示しているのは、制御系部分のブロック線図である。制御系の場合にも、同様に構造系の考え方を拡張して図2.2.4のように要素分割を行う。ただし、制御系では、構造系や油圧系での要素のつりあい式のかわりに状態方程式を用いる。したがって、構造系の変位に相当する全体座標は制御系の場合には状態変数となり、アナログの制御系の場合であれば、電圧や電流が該当する。制御系の要素においては、まず要素内の状態方程式を生成し、それらを構造系、油圧系とは異なった考え方ではあるが、単純に全体マトリックスに重ね合わせるにより、全体系の状態方程式を組み立てていくことができる。

また、構造系、油空圧系、制御系の結合部は、2つの系にまたがった要素を用い

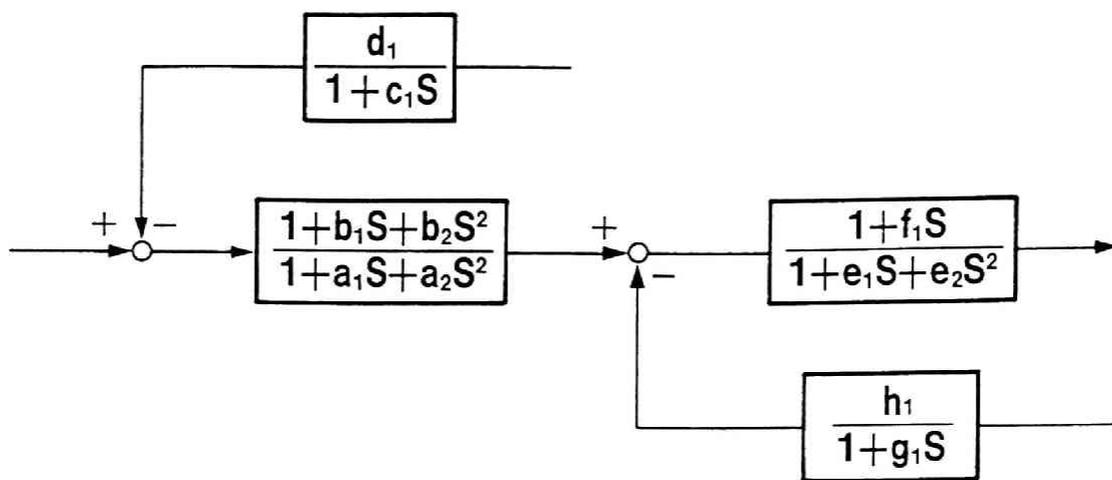


図 2.2.3 ブロック線図

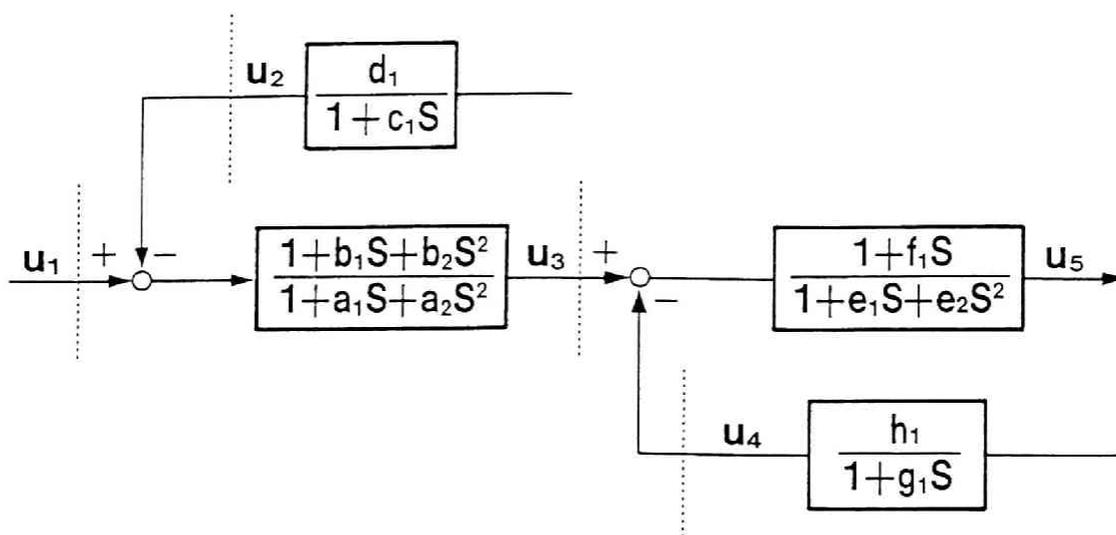


図 2.2.4 制御系の座標と要素分割

て自動的に連成が表現できるように組み立てる。このような要素での基礎式は2つの系の状態変数が混在した形で導出する。

一般的に運動方程式は2階の微分方程式で表現され、状態方程式は1階の微分方程式で表現されるが、本質的には両者は異なるものではなく、変数のとりかたを工夫すれば、両者を2階、あるいは1階の連立微分方程式のいずれにも統一することは可能である。本研究では、全体系を式(2.2.2)のように

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.2.2)$$

連立の2階の微分方程式にそろえているので、ここでは運動方程式と状態方程式を含んだ連立微分方程式を、簡単のため系全体の運動方程式と呼ぶことにする。また、 $\mathbf{u}$ としては、構造系では変位、油空圧系では流量の積分値、制御系では電圧などの状態変数を用いるが、それらを簡単のため、まとめて全体座標系における一般変位ベクトル、あるいは変位ベクトルと呼ぶことにする。

### 2.3 構造系要素の運動方程式の導出

構造解析の分野においては、有限要素法による汎用の構造解析プログラムも多くものが発表されており<sup>(3)(4)</sup>、そのなかでは、多くの構造系の要素が用いられている。それらの要素の多くは、細かい要素分割を行い応力を精度良く求めるのに適したものが多く、本研究では、自由度が少ない場合にはそれらのプログラムで用いられているものと同様の要素を使用することもあるが、よりマクロ的な現象の非線形非定常応答解析を対象としていることが多いので、詳細に分割したものをそのままの自由度で用いることは、非常に多くの計算時間がかかり、解析目的から考えてもあまり適当ではない。そこで、本研究で提案している手法では、形状の複雑さのために詳細な分割が必要な場合には、部分構造剛性法<sup>(6)(7)(8)(9)</sup>やGuyanの静縮小<sup>(10)</sup>などを用いて自由度を十分落としたものを用いている。また、ここでは、マクロ的な非線形現象やリンク機構のように大きな変位をして姿勢が変化するようなも

のに適した要素を中心に示す。

### 2.3.1 線形ばね・質量・減衰要素

本要素は構造系の要素のなかで最も基本的かつ簡単な要素である。図2.3.1に示しているのは、線形の多自由度系の解析モデルの一例である。図で $u$ は全体変位座標を示している。この中で $u_2$ と $u_3$ との間のばね $k_2$ をとりだしたものを図2.3.2に示している。このような要素が線形ばね要素であり、関連自由度の数が2であるのでその局所変位座標を内向きに $u_{e1}$ 、 $u_{e2}$ ととれば局所座標系における力のつりあいを表す式は下式のようなになる。

$$k_2(u_{e1} + u_{e2}) = f_{e1} = f_{e2} \quad (2.3.1)$$

ここで  $f_{ei}$  : 局所変位座標  $u_{ei}$  に対する要素の反力

これを、マトリックス形式で表現すれば次式のようなになる。

$$\begin{bmatrix} k_2 & k_2 \\ k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{e1} \\ u_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{e1} \\ f_{e2} \end{bmatrix} \quad (2.3.2)$$

本研究では、このようなマトリックスを各要素共通に局所座標系における要素剛性マトリックス $k_e$ と呼ぶことにする。 $k_e$ を用いて上式を書き直せば下式のようなになる。

$$k_e u_e = f_e \quad (2.3.3)$$

要素における力のつりあいを局所座標と全体座標の関係を表すマトリックス $L$ を用いて全体座標系に座標変換すれば要素の全体座標系におけるつりあい式は次式のようなになる。

$$L^T k_e L u_E = k_E u_E = f_E \quad (2.3.4)$$

ここで  $u_E$  : 全体座標系における要素の変位ベクトル

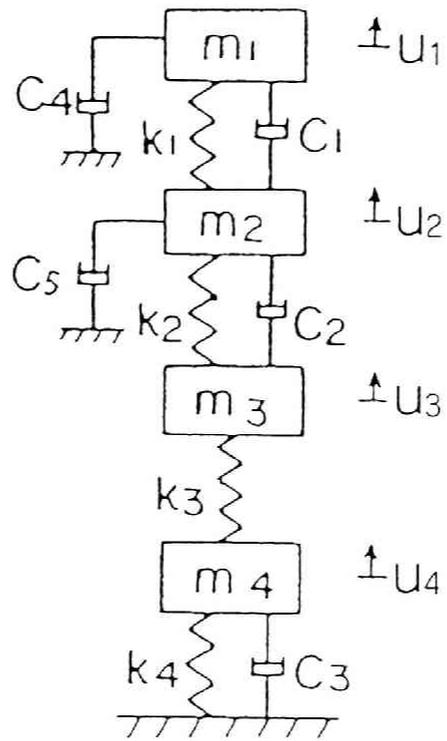


図 2.3.1 多自由度系の解析モデル

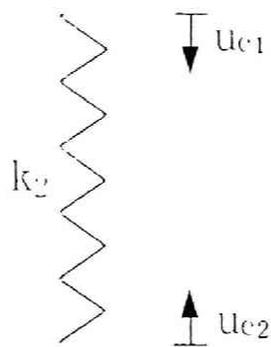


図 2.3.2 ばね  $k_2$

$k_E$  : 全体座標系における要素の剛性マトリックス

$f_E$  : 全体座標系における要素の反力ベクトル

なお、この例の場合の座標変換マトリックス  $L$  は下式のようにになる。

$$L = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.3.5)$$

線形減衰、線形の質量についても、線形ばねの場合と同様要素における力のつりあいにより、局所座標における要素の減衰、質量マトリックス  $c_e$ 、 $m_e$  を求め、全体座標に変換すれば全体座標における要素のマトリックス  $c_E$ 、 $m_E$  が得られる。

### 2.3.2 その他の構造系線形要素

有限要素法による構造解析手法<sup>(3)(4)</sup>においては、数多くの線形要素が用いられている。そのような要素のほとんどにおいて、要素の自由度が線形のばね、質量、減衰要素よりも大きい場合が多く、そのプロセスが多少複雑になるものの、要素の局所座標におけるつりあい式を導出し、それを全体座標に座標変換すれば、全体マトリックスに重ねあわせるべきマトリックスが、ばね、質量、減衰要素の場合と同様に得られる<sup>(5)</sup>。したがって、本研究の手法のなかで、すでに報告されている有限要素法により導出された要素を用いることは容易である。次章以下の適用例においては、はり要素<sup>(5)(65)</sup>を用いている。

また、応答計算を行う時の自由度の削減のために、部分構造剛性法<sup>(6)(7)(8)(9)</sup>やGuyanの静縮小<sup>(10)</sup>を適用することも可能である。本研究でとりあげている非線形系の時刻歴応答計算を行う場合には、時間軸を積分時間刻みに分割し各時間ステップごとに計算を行うので繰り返し計算の回数が多くなるため、マトリックスの自由度があまり大きくなることは計算時間が非現実的なレベルまで長くなってしまうことになる。また、系のマクロ的な動的挙動を表現するには、静的な応力解析に用いるような細かい分割は必要ではない。したがって、複雑な形状を表現するために

いったん細かく要素分割してから、前述の方法で自由度を削減することは有効である。

### 2.3.3 ガタ要素および断片線形要素

構造系の非線形現象のなかでの代表的なものの一つが、ガタによるものである。ガタは歯車系のバックラッシュなど、すきまを有する部分で力の伝達が行われる場合、特に力の方向が変化する時に問題となる。

ガタを有する継ぎ手の変位—力の関係を、本研究では、図2.3.3のような不感帯を有する断片線形ばねで表現する<sup>(17)</sup>。図では、横軸として角変位をとっているが、A B間がバックラッシュなどのガタの部分に相当する。

このような断片線形特性を有する系の時刻歴応答計算を行う場合、それぞれの区間では線形であるので、増分形を用いて表現すれば次式のようにになる。

$$k_i \Delta u = \Delta f \quad (2.3.6)$$

図2.3.4に示すような補正外力  $f_{Ni}$  を導入すれば、全変位系においても線形系と同様のつりあい式で以下のように表現できる。

$$k_i u = f - f_{Ni} \quad (2.3.7)$$

また、断片線形ばね要素においては、それぞれの区間のばね定数に比例する減衰定数を付加することができる。

本研究では、断片線形特性を扱う場合に、精度を保ちながら計算時間を短縮するための計算アルゴリズムを提案しており、本要素はそのアルゴリズムの適用が可能であるが、その内容については、2.7.1に示す。

また、同様の考え方によりガタ以外でも任意の断片線形特性を有するバネ、減衰要素を定義して用いることができる。

### 2.3.4 摩擦・弾塑性要素およびクラッチ要素

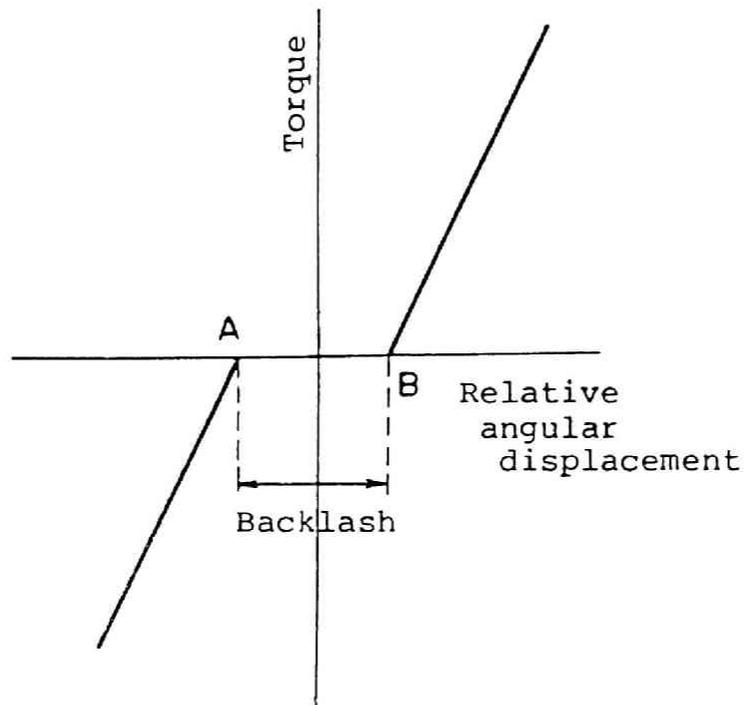


図 2.3.3 ガタ要素の解析モデル

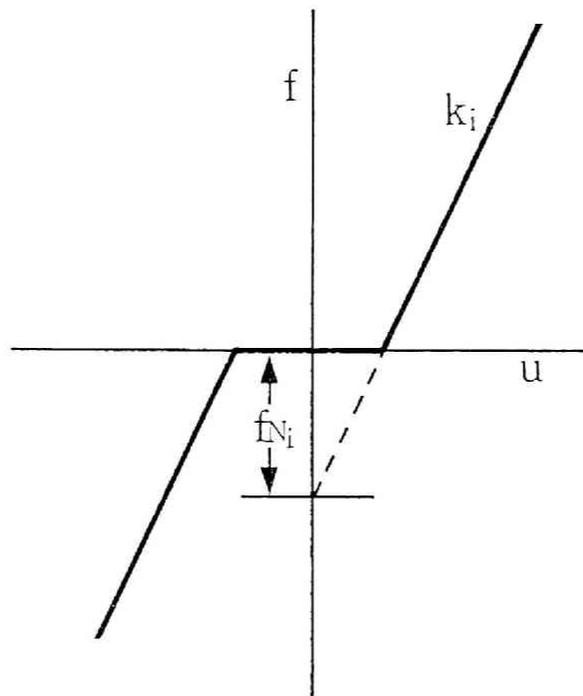


図 2.3.4 補正外力

地震荷重のような大きな力が構造物に加わり、歪が塑性領域にいたるときの応答を計算するような場合には、塑性を考慮した変位—力の関係を用いることが望ましい。弾塑性特性の最も簡単な表現方法としては、図2.3.5に示すような、バイリニア型がよく知られている。このような、変位—力の関係と、図2.3.3のような断片線形ばねの基本的な違いは、断片線形ばねでは変位と力の関係が一對一であるのに対して、バイリニア型ではヒステリシスがあることである。すなわち、図2.3.5のB点では、速度の方向が変化しているが、そこでは、それまでたどってきた経路と異なった線上を進む。したがって、この部分以外については、断片線形要素に準じた時刻歴応答のアルゴリズムを用いることができる。

バイリニア型の弾塑性特性とよく似た特性を持つものに、摩擦(すべり)がある。図2.3.6に示すような法線力 $N$ が加わっている質点の $u$ 方向の運動を考える。摩擦係数を $\mu$ とすると、外力 $f$ が $\mu N$ を越えない場合には、摩擦力は $f$ と等しくなり静的につりあうが、 $f$ が $\mu N$ を越えた場合には、摩擦力は $\mu N$ と等しくなり、静的にはつりあわなくなる。図2.3.5のようなバイリニア型のばね特性において、 $OA$ に相当する部分のばね定数が十分剛なものとし、 $OA$ の高さを $\mu N$ と等しくとれば、すなわち図2.3.7のように変形すれば、その特性は、2点間の摩擦力を表現しているともいえる。また、ばね特性を有するものがすべる場合には、図2.3.5のように表現してもよい。最大静止摩擦力と動摩擦力の間に差がある場合には、やや複雑になるが、図2.3.8のような形を用いれば、その特性を表現することができる。

2点間で摩擦力が働くもののなかで、最大静止摩擦力が変化するものの一つにクラッチがある。クラッチでは、法線力 $N(t)$ が外部からの操作により変化するので、最大静止摩擦力が変化する。すなわち、伝達トルク(摩擦力)の絶対値は、 $\mu N(t)$ を越えず、外力が $\mu N(t)$ を越えれば、クラッチはすべることになる。伝達トルクが最大静止摩擦力を越えない時は、線形のばねおよび減衰と同様の特性を持っているものとするれば、クラッチ要素の特性は、図2.3.7で最大静止摩擦力が可変のものとして定義することができる。

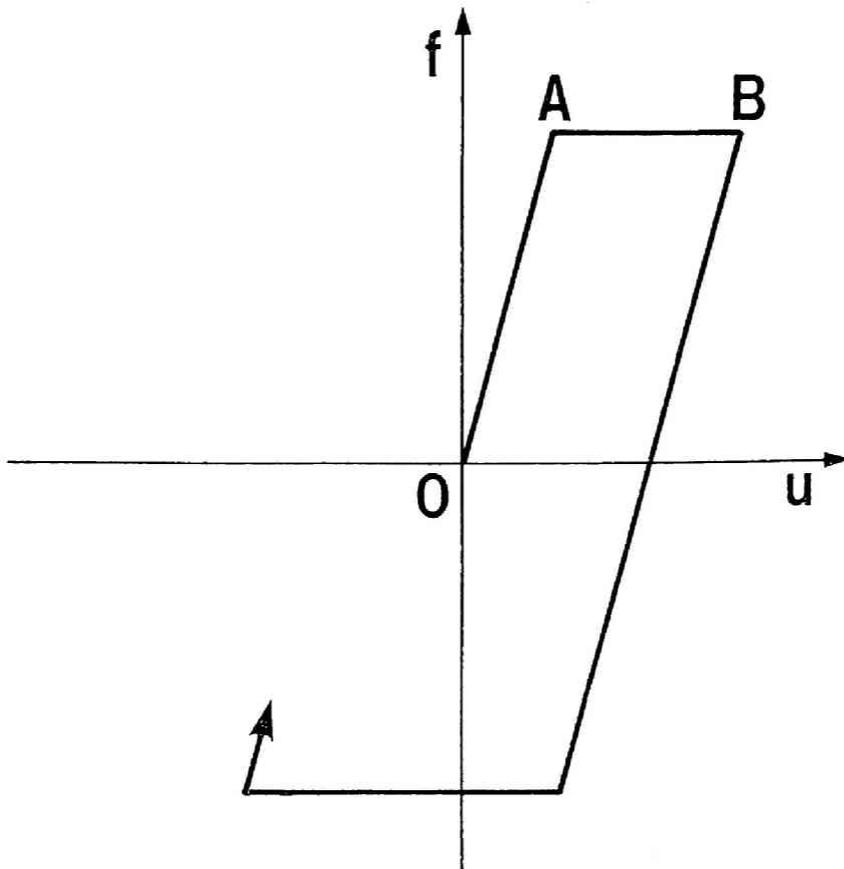


図 2.3.5 弾塑性の解析モデル (バイリニア)

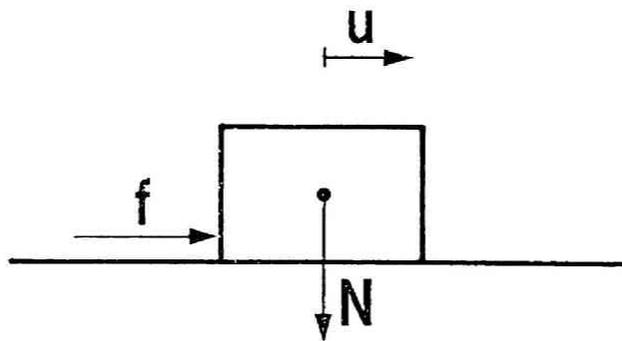


図 2.3.6 摩擦の物理モデル

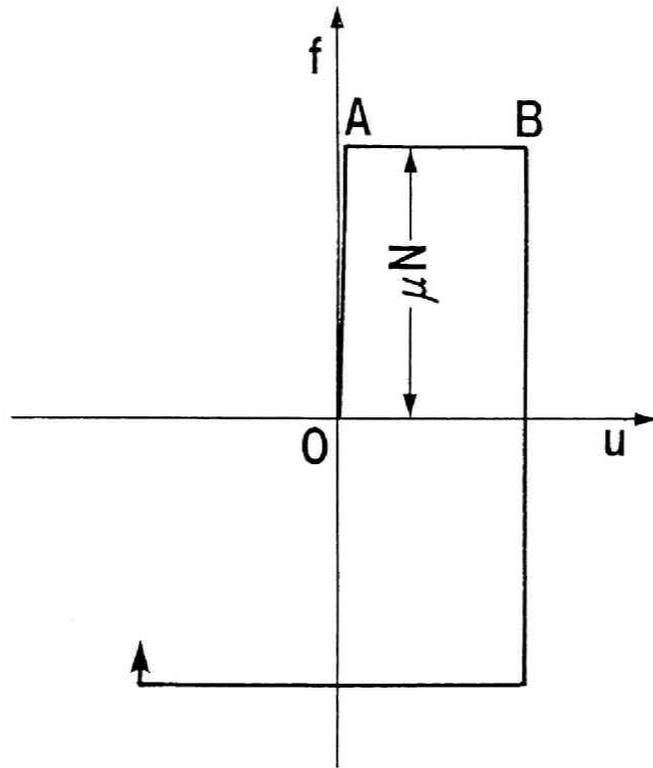


図 2.3.7 摩擦の解析モデル

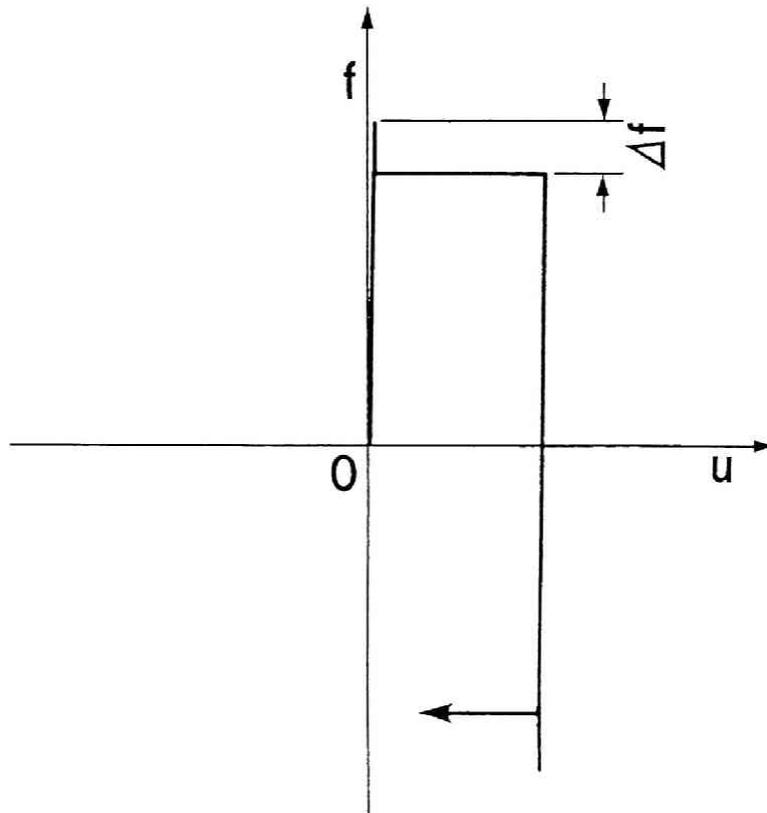


図 2.3.8 摩擦の解析モデル

(最大静止摩擦 > 動摩擦)

### 2.3.5 大変位トラス要素・はり要素

有限要素法による構造解析において、微小変形理論が適用できる範囲での振動解析については、NASTRAN<sup>(3)</sup>など多くの汎用コードが用いられている。運動をとまわらない構造物の振動解析を行う場合は、前述の方法で十分であることが多いが、建設機械や産業用ロボットなどのように、機能を発揮するためには姿勢が大きく変化するような大変位を伴う一方、構造物自身も弾性変形するような機械の運動と振動のシミュレーションを行うためには、大変位と弾性変形の両者を考慮する必要がある。剛体リンク機構の大変位運動をLagrangeの運動方程式<sup>(32)</sup>により定式化した方法<sup>(33)(35)(36)</sup>が報告されているが、有限要素法をベースに大変位と弾性変形の両者を含めて振動解析している例はあまり見あたらない。ここでは、新家らによる3次元トラスの静的大変位解析<sup>(68)</sup>、および、前田、林らの提案した部材の有限な回転を厳密に記述する回転行列<sup>(69)</sup>、さらに回転行列と新たに先行状態における要素の節点間寸法と要素部材力により定まる幾何剛性を導入して3次元骨組みの大変形解析を行った後藤の研究<sup>(70)</sup>をもとに、それらの静的増分理論を、動的な問題に、かつ全変位法に発展させ、基礎式を導出する。まず、大変位トラス要素について示したのち、クレーンのロープのように巻き上げ、巻き下げにより長さの変化するものの解析を対象とした滑車付き大変位トラス要素についてその基礎式を導出する。その後、大変位はり要素、モータ軸付き大変位はり要素について示す。

#### 2.3.5.1 大変位トラス要素

図2.3.9に示すように、右手直交座標系 $x, y, z$ を全体位置座標系とし、時刻 $t_0$ の時の部材端A, Bの全体位置座標を $A(x_1, y_1, z_1)$ 、 $B(x_2, y_2, z_2)$ とする。時刻 $t = t_0$ から $t = t_0 + \Delta t$ の間に生ずる材端A, Bでの部材弾性力の増分 $\Delta f$ と変位の増分 $\Delta u$ の間の関係式は、変位の2次の項まで考慮すると次のように得られる。

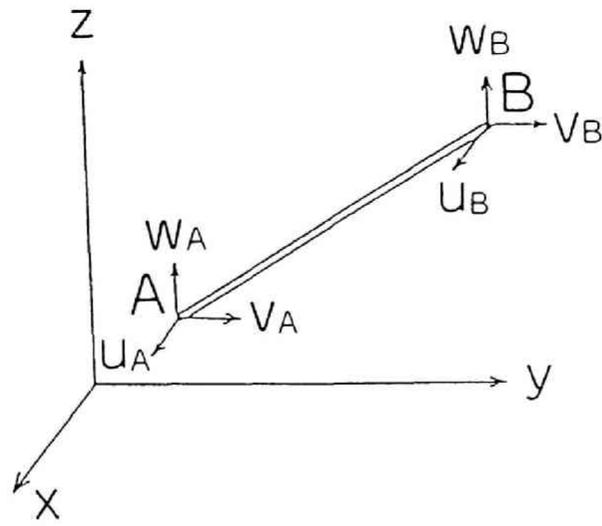


図 2.3.9 大変位トラス要素

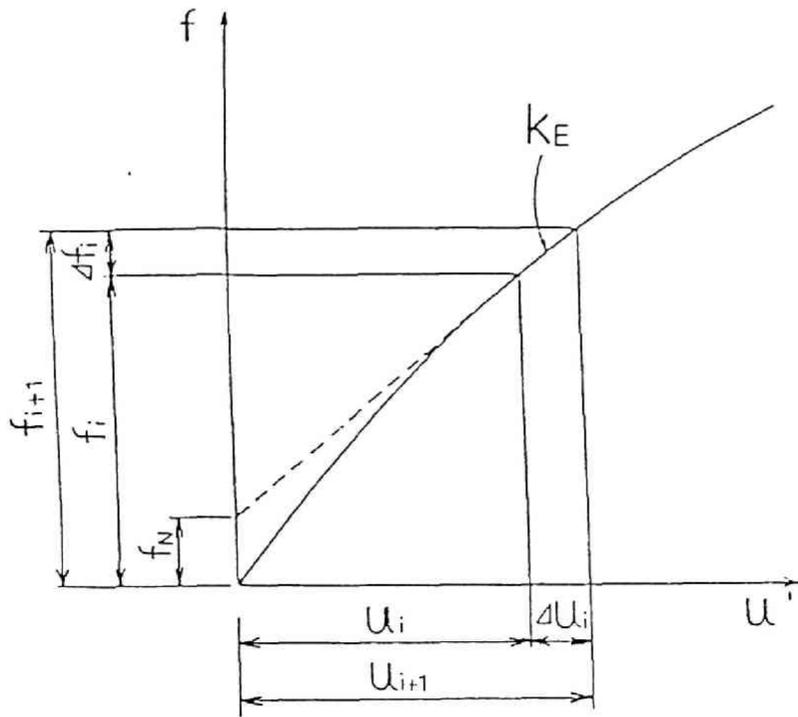


図 2.3.10 補正外力

$$\begin{pmatrix} \Delta f_A \\ \Delta f_B \end{pmatrix} = \left[ \begin{pmatrix} H & -H \\ -H & H \end{pmatrix} + T/l \begin{pmatrix} W & -W \\ -W & W \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \Delta u_A \\ \Delta u_B \end{pmatrix} \quad (2.3.8)$$

ここで、

$$\Delta f_A = \begin{pmatrix} \Delta f_x \\ \Delta f_y \\ \Delta f_z \end{pmatrix}, \Delta f_B = -\Delta f_A$$

$$\Delta u_A = \begin{pmatrix} \Delta u_A \\ \Delta v_A \\ \Delta w_A \end{pmatrix}, \Delta u_B = \begin{pmatrix} \Delta u_B \\ \Delta v_B \\ \Delta w_B \end{pmatrix}$$

$$H = EA/l_0 \begin{bmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{bmatrix}$$

$$W = \left[ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{bmatrix} \right]$$

$$a = (x_B - x_A)/l$$

$$b = (y_B - y_A)/l$$

$$c = (z_B - z_A)/l$$

E : ヤング率

A : 断面積

$l_0$  : 無応力時の部材長

l : 時刻  $t_0$  における部材長

T : 時刻  $t_0$  における部材張力

式(2.3.8)は増分系で表現されており、第1項が軸方向剛性、第2項が幾何剛性に相当する。本研究では、時刻歴応答計算を行う時間積分には、増分系は用いずに全変位系を用いている。したがって、ここでは、式(2.3.8)を全変位系で表現することを考える。式(2.3.8)を簡単のため次式のように表現し、

$$\Delta f_i = k_E \Delta u_i \quad (2.3.9)$$

図2.3.10に示すような補正外力  $f_N$  を用いれば、下式のように全変位系で表現することができる。

$$k_E u_{i+1} = f_{i+1} - f_N \quad (2.3.10)$$

ここで、補正外力  $f_N$  は、図2.3.10より次式のようにになる。

$$f_N = f_i - k_{ET} u_i \quad (2.3.11)$$

質量については、集中質量として扱い、減衰は剛性行列に比例するものが定義できるものとしている。

### 2.3.5.2 滑車付き大变位トラス要素

図2.3.11(a)に示しているのは、クレーンでよく用いられる  $n$  本掛けの滑車ケーブル系である。 $n$  本掛けでは、吊荷重を  $W$ 、吊り荷の巻き上げあるいは巻き下げ量を  $u$  とすると、巻き込み側のケーブルの張力は、静的には  $W/n$ 、巻き込み変位は  $nu$  となる。この関係は図2.3.11(b)に示すように等価なモデルとして滑車半径の比を  $n$  とすることにより表現することができる。そこで、図2.3.12のように、トラス要素の両端あるいは片端に滑車を付加した要素を考える。A端、B端側に取り付けた滑車の半径を  $r_A$ 、 $r_B$ 、滑車の回転角を  $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 、滑車中心に対するトルクを  $M_{TA}$ 、 $M_{TB}$  とする。トラス要素と同様に、変位の2次の項まで考慮して、時刻  $t =$

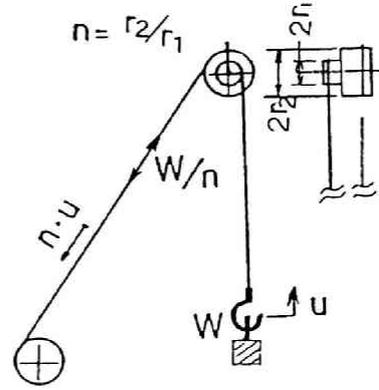
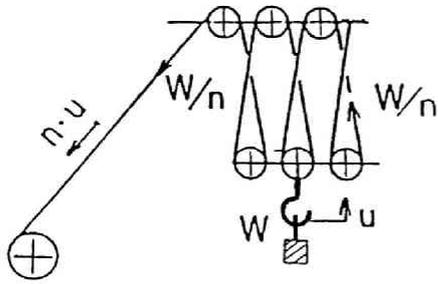


図 2.3.11 (a)滑車付きケーブル 図 2.3.11 (b)滑車付きケーブルのモデル化

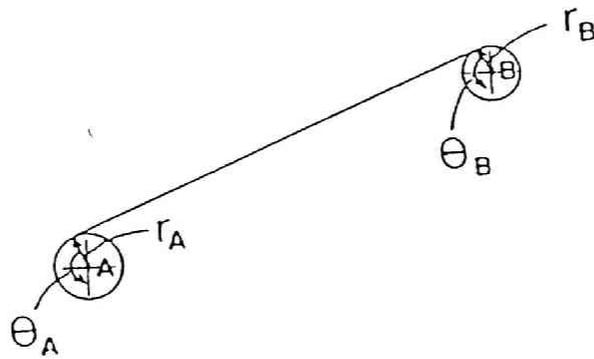


図 2.3.12 滑車付きトラス要素

$t_0$ から $t = t_0 + \Delta t$ 間に生ずる材端部材力と変位増分の間の関係式を求めると、以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \Delta f_A \\ \Delta f_B \\ \Delta M_{TA} \\ \Delta M_{TB} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} H & -H & r_A a/l & r_B a/l \\ -H & H & r_A a/l & r_B a/l \\ r_A a^T & r_A a^T & r_A^2 & r_A r_B \\ r_B a^T & r_B a^T & r_A r_B & r_B^2 \end{bmatrix} \\ + T/l & \begin{bmatrix} W & -W & r_A a/l & r_B a/l \\ -W & W & r_A a/l & r_B a/l \\ 0 & 0 & r_A^2 & r_A r_B \\ 0 & 0 & r_A r_B & r_B^2 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \\
 &\times \{ \Delta u_A, \Delta u_B, \Delta \theta_A, \Delta \theta_B \}^T \quad (2.3.12)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{a} = \{a, b, c\}^T$ とし、 $\Delta f_A, \Delta f_B, \Delta u_A, \Delta u_B, a, b, c$ はトラス要素の場合と同様である。 $H$ はトラス要素の $H$ の $l_0$ を $(l_0 - \theta_A r_A + \theta_B r_B)$ と置き換えたものを表している。滑車の回転方向は、A端でケーブルを巻き取る方向、B端でケーブルを繰り出す方向を正としている。式(2.3.12)の増分系の式は、トラス要素と同様、補正外力 $f_N$ を導入し、式(2.3.10)のように全変位系に変換して運動方程式に組み込む。

### 2.3.5.3 大変位はり要素

3次元空間における有限変位を厳密に取り扱うために、前田、林<sup>(69)</sup>が提案した回転行列を用いると、図2.3.13に示す節点に固定された任意ベクトル $\mathbf{D}$ が、空間ベクトル $\Phi$ を中心として有限な角 $\alpha$ だけ回転した後のベクトル $\mathbf{D}^*$ は、次式により $\mathbf{D}$ と関係づけられる。

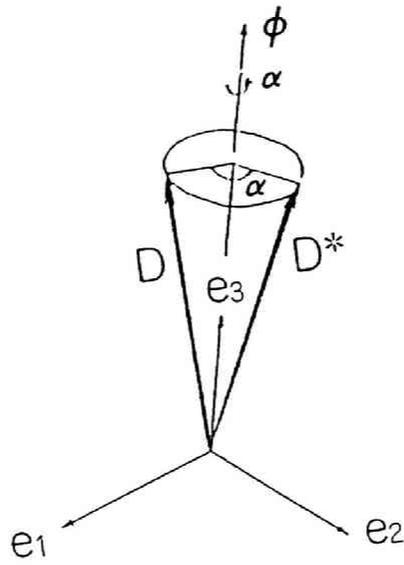


図 2.3.13 任意ベクトルの回転

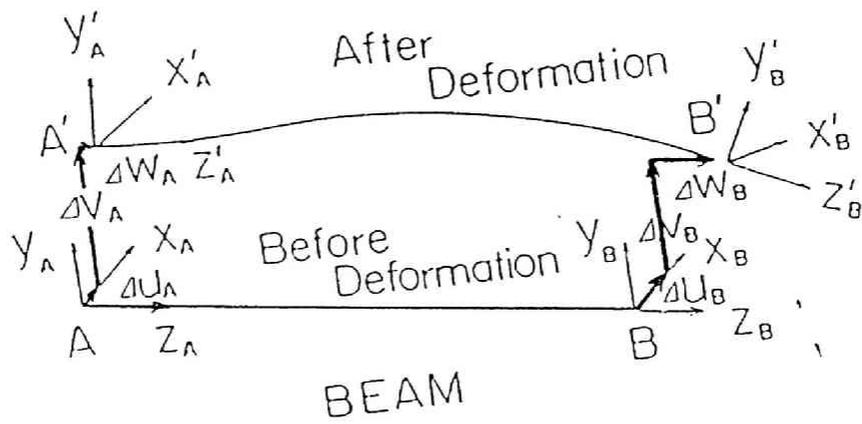


図 2.3.14 要素座標系

$$\mathbf{D}^* = \mathbf{Q} \mathbf{D} \quad (2.3.13)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{E} \cos \alpha + (1 - \cos \alpha) \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_3^T - \mathbf{e}_3 \times \mathbf{E} \sin \alpha \quad (2.3.14)$$

ここで  $\mathbf{E}$  : 単位行列

$\mathbf{e}_i$  : 単位ベクトル

式(2.3.14)の回転行列を用いて要素座標系の座標変換を行う。図2.3.14に示すように、先行状態における要素の両端A、Bにおいて、弦ABをそれぞれ第3軸とし、部材主軸方向を第1軸、第2軸とする2組の座標系  $\omega_A$ 、 $\omega_B$ を先行座標系とする。 $\omega_A$ 、 $\omega_B$ はともに右手系の直交座標系をなす。この座標系を要素端において要素に固定し、節点変位に伴って回転する座標系を要素端座標系と呼び、その変形後の状態を $\omega_{A'}$ 、 $\omega_{B'}$ とする。

$$\omega_A = \{x_A, y_A, z_A\}^T \quad (2.3.15)$$

$$\omega_B = \{x_B, y_B, z_B\}^T \quad (2.3.16)$$

$$\omega_{A'} = \{x_{A'}, y_{A'}, z_{A'}\}^T \quad (2.3.17)$$

$$\omega_{B'} = \{x_{B'}, y_{B'}, z_{B'}\}^T \quad (2.3.18)$$

先行状態における独立な要素端力として

$T, M_T$  : 弦ABに関する張力とねじりモーメント

$M_{x_A}, M_{x_B}$  :  $x_A, x_B$ 軸に関するモーメント

$M_{y_A}, M_{y_B}$  :  $y_A, y_B$ 軸に関するモーメント

を定め、A端の要素座標系に関する移動変位ベクトル $\Delta \mathbf{u}_A$ 、および回転変位ベクトル $\Delta \boldsymbol{\theta}_A$ を

$$\Delta \mathbf{u}_A = \{\Delta u_A, \Delta v_A, \Delta w_A\}^T \quad (2.3.19)$$

$$\Delta \boldsymbol{\theta}_A = \{\Delta \theta_{x_A}, \Delta \theta_{y_A}, \Delta \theta_{z_A}\}^T \quad (2.3.20)$$

とする。 $\omega_A$ から $\omega_{A'}$ への回転は、その回転角を絶対値とする回転ベクトルが $\Delta \boldsymbol{\theta}_A$

となるので、回転行列  $\mathbf{Q}_A$  は、式(2.3.14)より以下のようになる。

$$\mathbf{Q}_A = (\Delta \boldsymbol{\theta}_A \Delta \boldsymbol{\theta}_A^T) / (\Delta \boldsymbol{\theta}_A^T \Delta \boldsymbol{\theta}_A) \times (1 - \cos |\Delta \boldsymbol{\theta}_A|) + \mathbf{E} \cos |\Delta \boldsymbol{\theta}_A| + \Delta \boldsymbol{\theta}_A \times \mathbf{E} \sin |\Delta \boldsymbol{\theta}_A| / |\Delta \boldsymbol{\theta}_A| \quad (2.3.21)$$

したがって、変形後の弦  $A'B'$  の  $\boldsymbol{\omega}_A$ 、 $\boldsymbol{\omega}_A'$  系に関する方向余弦ベクトルを  $\boldsymbol{\alpha}_A$ 、 $\boldsymbol{\alpha}_A'$  とすれば、弦の長さとその変化量を  $l$ 、 $\Delta l$  として

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_A' &= \{\alpha_A', \beta_A', \gamma_A'\}^T = \mathbf{Q}_A \boldsymbol{\alpha}_A \\ &= \mathbf{Q}_A / (1 + \Delta l) \begin{bmatrix} \Delta u_B - \Delta u_A \\ \Delta v_B - \Delta v_A \\ l + \Delta w_B - \Delta w_A \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3.22)$$

となり、この  $\alpha_A'$ 、 $\beta_A'$ 、 $\gamma_A'$  を用いて、 $\boldsymbol{\omega}_A'$  の第3軸を弦  $A'B'$  と一致させる。

$z_A'$  と弦  $A'B'$  とに直交する軸のまわりの回転により生ずる座標系を  $\boldsymbol{\omega}_A''$ 、その座標変換マトリックスを  $\boldsymbol{\Psi}_A$  とすれば、次式が得られる。

$$\boldsymbol{\omega}_A'' = \boldsymbol{\Psi}_A \boldsymbol{\omega}_A' = \boldsymbol{\Psi}_A \mathbf{Q}_A \boldsymbol{\omega}_A = \mathbf{L}_A \boldsymbol{\omega}_A \quad (2.3.23)$$

$$\mathbf{L}_A = \boldsymbol{\Psi}_A \mathbf{Q}_A \quad (2.3.24)$$

$\boldsymbol{\Psi}_A$  は有限回転の特別な場合、すなわち、第3軸の軌跡が平面となる場合の座標変換として次式で得られる。

$$\boldsymbol{\Psi}_A = \begin{bmatrix} 1 - \alpha_A'^2 / (1 + \gamma_A') & \alpha_A' \beta_A' / (1 + \gamma_A') & -\alpha_A' \\ -\alpha_A' \beta_A' / (1 + \gamma_A') & 1 - \beta_A'^2 / (1 + \gamma_A') & -\beta_A' \\ \alpha_A' & \beta_A' & \gamma_A' \end{bmatrix} \quad (2.3.25)$$

材端  $B$  においても同様の関係が得られる。

ここで、変形後の要素座標系を図2.3.15のように、 $A'$  および  $B'$  端で第3軸が弦、すなわち  $z_A''$ 、 $z_B''$  に共通、第2軸が  $y_A''$ 、 $y_B''$  の中間方向となる座標系  $\boldsymbol{\omega}_A''$  およ

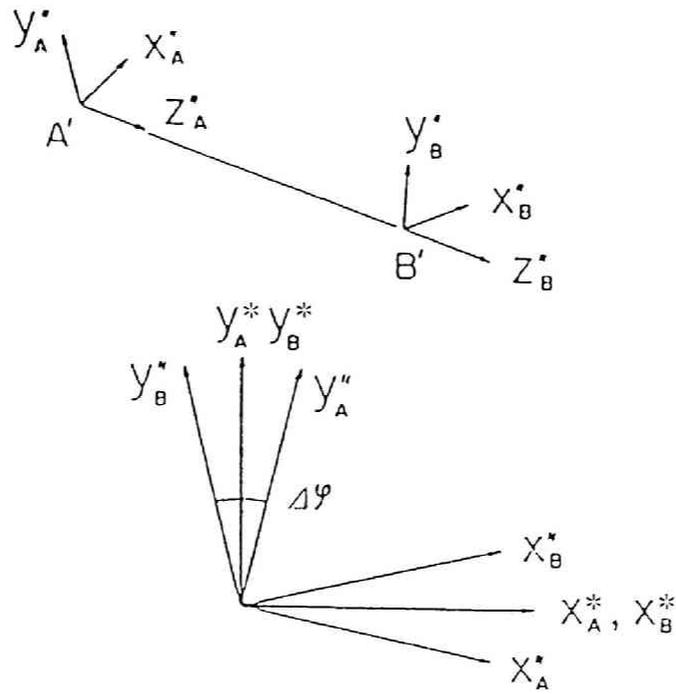


図 2.3.15 変形後の要素座標系

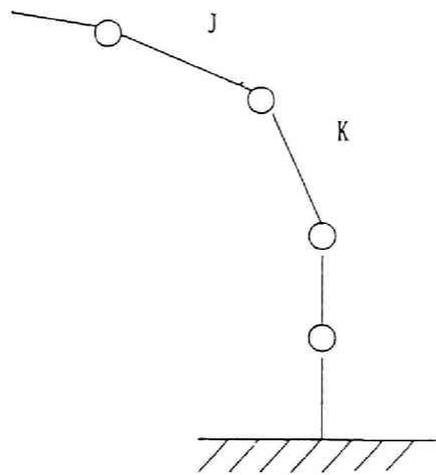


図 2.3.16 多関節ロボットの機構部

び  $\omega_B^*$  として設定することができる。

$$\omega_A^* = \{x_A^*, y_A^*, z_A^*\}^T \quad (2.3.26)$$

$$\omega_B^* = \{x_B^*, y_B^*, z_B^*\}^T \quad (2.3.27)$$

$y_A^*$  と  $y_B^*$  のなす角  $\Delta\phi$  は  $\omega_A$  と  $\omega_B$  の  $x y z$  座標軸が共通であることから、 $L_A \cdot L_B^T$  より求めることができる。変形前後における要素座標系の関係は次のようになる。

$$\phi_A = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\phi/2) & \sin(\Delta\phi/2) & 0 \\ -\sin(\Delta\phi/2) & \cos(\Delta\phi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3.28)$$

$$\omega_A^* = \phi_A \psi_A \omega_A' = \phi_A L_A \omega_A \quad (2.3.29)$$

変形後の要素力の算出に必要な剛体回転角を除いた回転変形ベクトル  $\Delta\varepsilon_A$  (ねじれ角および弦に対するたわみ角) は、変形後の要素座標系  $\omega_A^*$  から、変形後の要素端座標系  $\omega_A'$  への変換マトリックス  $\psi_A^T \phi_A^T$  より得られる回転ベクトルに等しく、

$$\psi_A^T \phi_A^T = \begin{bmatrix} \xi_1 & \eta_1 & \zeta_1 \\ \xi_2 & \eta_2 & \zeta_2 \\ \xi_3 & \eta_3 & \zeta_3 \end{bmatrix} \quad (2.3.30)$$

とおけば、次式がえられる。

$$4\sin^2 \Delta\varepsilon_A = (\zeta_2 - \eta_3)^2 + (\xi_3 - \zeta_1)^2 + (\eta_1 - \xi_2)^2 \quad (2.3.31)$$

$$\Delta\varepsilon_A = \{\Delta\varepsilon_{xA}, \Delta\varepsilon_{yA}, \Delta\varepsilon_{zA}\}^T$$

$$= \Delta\varepsilon_A / (2\sin \Delta\varepsilon_A) \begin{bmatrix} \zeta_2 - \eta_3 \\ \xi_3 - \zeta_1 \\ \eta_1 - \xi_2 \end{bmatrix} \quad (2.3.32)$$

先行状態の要素座標系における要素の接線幾何剛性マトリックス  $k_G$  は以下のようにして得られる。式(2.3.13)～式(2.3.32)より  $\Delta \epsilon$  を変位の2次項まで考慮して求める。これらを先行要素力と要素変形増分によるポテンシャルエネルギー  $\Lambda$  の式に代入し、変位に関して2回微分することにより  $k_G$  の各成分が求まる。<sup>(70)</sup> ただし、 $\Lambda$  は次式で示される。

$$\Lambda = \Delta l T + M_T(\Delta \epsilon_{zB} - \Delta \epsilon_{zA}) + \Delta \epsilon_{xA} M_{xA} + \Delta \epsilon_{xB} M_{xB} + \Delta \epsilon_{yA} M_{yA} + \Delta \epsilon_{yB} M_{yB} \quad (2.3.33)$$

先行要素座標系に関する増分変位ベクトルを

$$\{\Delta u_A, \Delta v_A, \Delta w_A, \Delta \epsilon_{xA}, \Delta \epsilon_{yA}, \Delta \epsilon_{zA}, \Delta u_B, \Delta v_B, \Delta w_B, \Delta \epsilon_{xB}, \Delta \epsilon_{yB}\}^T$$

と配列する。

先行状態の要素座標系に関する静的なつりあい式は、要素剛性行列に通常微小変位と同様の  $k_0$  を用い、

$$(k_0 + k_G) \Delta u_{e,i} = \Delta f_{e,i} \quad (2.3.34)$$

と表せる。

上式を全体座標系で表すと次式のようになる。

$$k_E \Delta u_{E,i} = \Delta f_{E,i} \quad (2.3.35)$$

$$k_E = L^T (k_0 + k_G) L \quad (2.3.36)$$

$$L = \begin{bmatrix} \Lambda & & & 0 \\ & \Lambda & & \\ & & \Lambda & \\ 0 & & & \Lambda \end{bmatrix} \quad (2.3.37)$$

上式で与えられる  $L$  はステップ  $i$  における要素座標系を全体座標系に変換する12

×12のマトリックスであり、3×3のマトリックス $\Lambda$ は次のように求められる。

$$\Lambda = \Lambda_G \Lambda_0 \quad (2.3.38)$$

$$\Lambda_G = \Phi_A L_A = \Phi_B L_B \quad (2.3.39)$$

上式の $\Lambda_0$ は、先行状態における要素座標系を全体座標系に変換するマトリックスである。

式(2.3.35)で与えられる各はり要素の接線剛性マトリックスを全はり要素について重ね合わせ、トラス要素と同様に補正外力を導入して、式(2.3.10)のように全変位系に変換して全体系の運動方程式に組み込む。

はり要素の質量を集中質量として扱う場合には、質量マトリックスは線形としてよい。分布質量として扱う場合には、式(2.3.35)における接線剛性マトリックスと同様の座標変換を各時間ステップで行う。大変位はり要素の減衰としては、おもに剛性マトリックスあるいは質量マトリックスに比例するものを考える。

また、ピンジョイントのように片端の要素座標系におけるx軸あるいはy軸まわりの回転が自由の場合には、要素座標系における剛性マトリックスおよび質量マトリックスを回転自由の条件より修正する。

#### 2.3.5.4 モータ軸付き大変位はり要素

図2.3.16のような多関節ロボットのように、ピン結合である関節部でモータを介して結合している2本のアームは、制御回転軸まわりにのみ相対回転運動を行う。端部にモータを有する大変位はり要素については、図2.3.14における要素端AあるいはBでの要素座標系 $\omega_A'$ あるいは $\omega_B'$ のある特定の軸を制御回転軸とするので、前述の大変位はり要素の座標と異なった座標のとりかたが必要となる。モータを介して2本のはり要素(要素jのB端と要素kのA端)が結合している場合には、2つの要素座標系の制御回転軸は共通で、他の2軸は同一平面上にあるとする。また、初期状態で制御回転軸を一致させておくと、座標系 $(\omega_B')_j$ 、 $(\omega_A')_k$ と先ほどの大変位はり要素のところで示した座標系 $(\omega^*_B)_j$ 、 $(\omega^*_A)_k$ の関係は2.3.5.3で用いた

$\phi$ 、 $\Psi$ を用いれば次のようになる。

$$(\omega^*_B)_j = (\Lambda_B)_j (\omega_{B'})_j \quad (2.3.40)$$

$$(\Lambda_B)_j = (\Phi_B \Psi_B)_j \quad (2.3.41)$$

$$(\omega^*_A)_k = (\Lambda_A)_k (\omega_{A'})_k \quad (2.3.42)$$

$$(\Lambda_A)_k = (\Phi_A \Psi_A)_k \quad (2.3.43)$$

したがって、変形後の要素座標系 $\omega^*$ に関する剛性マトリックスを全体座標系に変換するための行列 $L$ は2.3.5.3で示した $\Lambda_i$ などを用いて以下のように表現できる。

(1) B 端にモータがある場合

$$L_j = \begin{bmatrix} \Lambda_i & & & \\ & \Lambda_i & & \\ & & \Lambda_i & \\ & & & (\Lambda_B)_j \end{bmatrix} \quad (2.3.44)$$

(2) A 端にモータがある場合

$$L_k = \begin{bmatrix} \Lambda_i & & & \\ & (\Lambda_{A^*})_k & & \\ & & \Lambda_i & \\ & & & \Lambda_i \end{bmatrix} \quad (2.3.45)$$

$$(\Lambda_{A^*})_k = (\Lambda_A)_k \Lambda_c \quad (2.3.46)$$

ここで、回転の自由度は常にB端の要素座標系であつかうので、 $\Lambda_c$ は $(\omega_{A'})_k$ を $(\omega_{B'})_j$ に変換するマトリックスである。例えば、 $(\omega_{A'})_k$ のX軸が制御軸の場合 $\Lambda_c$ を示すと以下のようなになる。

$$\Lambda_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_c & -\sin \theta_c \\ 0 & \sin \theta_c & \cos \theta_c \end{bmatrix} \quad (2.3.47)$$

$$\theta_c = \theta_{c0} + (\theta_x)_{Bj} - (\theta_x)_{Ak} \quad (2.3.47)$$

ここで、 $\theta_{c0}$ 、 $(\theta_x)_{Bj}$ 、 $(\theta_x)_{Ak}$ はそれぞれ、初期状態で要素 j と要素 k とのなす角、j の B 端での X 軸まわりの回転角、k の A 端での X 軸まわりの回転角である。

以上のようにモータ軸付き大変位はり要素では、モータが結合している節点の回転角の自由度を部材座標端座標系であつかうため、座標変換マトリックスが式(2.3.37)から式(2.3.44)、式(2.3.45)に変わるだけで他の処理は大変位はり要素と同様である。

次に、モータ軸のあつかいについて示す。例として、モータ軸を介して1本のはりの回転角が駆動される場合について示す。通常、モータとはりの間には減速機が配置されていることが多く、モータロータの回転角変位を代表する自由度  $\theta_M$  と1本のはりの制御軸まわりの回転角( $\theta$ )の間のモータ軸および減速機の剛性(減速前の座標)を  $k$ 、減速比を  $R$  とすれば、 $\theta_M$  と( $\theta$ )の間の静的なつりあい式は次式のようなになる。

$$k \begin{bmatrix} R^2 & R \\ -R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\theta) \\ \theta_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f) \\ f_M \end{bmatrix} \quad (2.3.49)$$

したがって、上式の関係が減速器部分の要素の剛性マトリックスとなる。また、減速器部の慣性モーメントについては、はりの回転角およびモータロータの回転角に関する集中慣性モーメントに分けてモデル化する。

なお、モータロータ自身の力のつりあいについては、2.5.3 のモータ要素のところで示すので、ここでは省略する。

## 2.4 油空圧系要素の運動方程式の導出

建設機械や油圧プレスなどの油圧を介して機構系を駆動する油圧機械の動的挙動のシミュレーションや、配管系の圧力脈動や過渡現象の解析には油空圧系のモデル化が必要である。有限要素法を用いたものとしては、葉山ら<sup>(37)</sup>が配管系の圧力脈動の計算手法について報告しているが、葉山らは配管系の流体のみのダイナミックスを対象としており、構造系の変位に相当する変数として体積流量、外力に相当する項として、圧力の微分値を用いている。本研究のおもな油空圧要素においては、構造系との連成を考慮した運動方程式が自動的に組立られるように、構造系の変位に相当する変数として、体積流量の積分値、外力に相当するものとして圧力を用いて要素の運動方程式を導いている<sup>(71)(72)</sup>。ここでは、最も基本的な線形の配管内流体要素について示した後、油空圧系のおもな構成要素である、容量、分岐、各種バルブ、ポンプなどの要素のつりあい式の導出を行う。また、油空圧と構造系を連成させる要素であるシリンダ要素についても検討する。

### 2.4.1 配管内流体要素

#### 2.4.1.1 油圧系配管内流体要素

図2.4.1に示しているのは、油圧管路のなかで最も基本的な部分である一様断面Aを持つ配管内の流体であるが、このような要素において、

- (1) 流体の運動は1次元である
- (2) 管摩擦は流速に比例する
- (3) 移流項は省略し、絞りなど断面積変化の大きい部分では別途集中減衰として扱う。
- (4) 圧縮性の小さい流体を対象とし、等価圧縮率 $\beta$ は圧力が変化しても一定とするなどの仮定をおけば、以下の式が成り立つ。<sup>(37)</sup>

$$(\rho/A) (\partial q / \partial t + \zeta q) = -\partial p / \partial z \quad (2.4.1)$$

ここで  $\rho$  : 密度

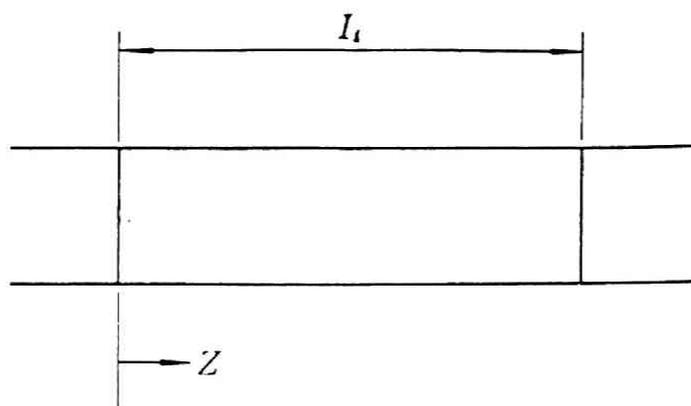


図 2.4.1 配管内流体要素

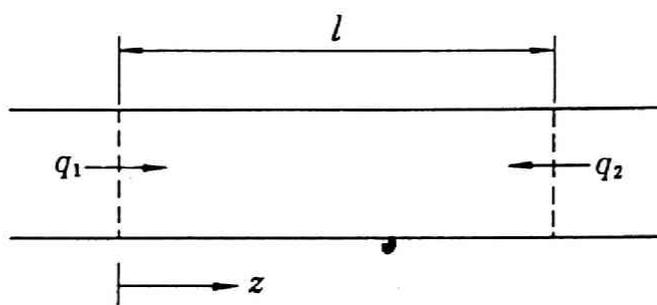


図 2.4.2 配管内流体要素の局所座標

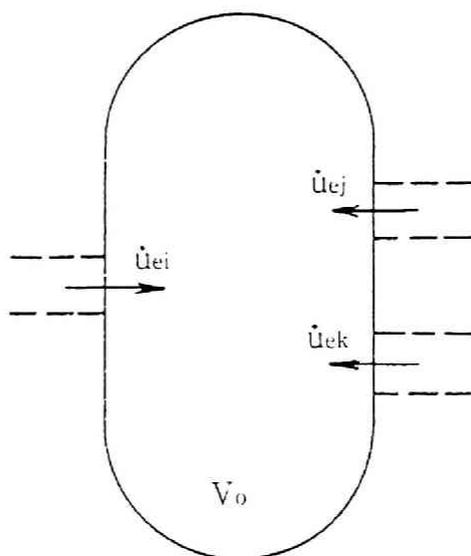


図 2.4.3 容量要素

p : 圧力

q : 体積流量

ζ : 等価圧力損失係数

(円断面、層流なら  $\zeta = 32\nu/d^2$ )

ν : 動粘性係数

$$(\beta A) \partial p / \partial t + \partial q / \partial z = 0 \quad (2.4.2)$$

ここで β : 圧縮率

ここで、

$$u_h = \int q \, dt \quad (2.4.3)$$

とおけば、式(2.4.1)、(2.4.2)より

$$(\rho/A) \partial^2 u_h / \partial t^2 + (\rho/A) \zeta \partial u_h / \partial t - (1/A\beta) \partial^2 u_h / \partial z^2 = 0 \quad (2.4.4)$$

となり、第2項を除けば、棒の縦振動の基礎式と同様の式形となる。したがって、棒の縦振動に関する離散化手法<sup>(5)</sup>と同様に一次の形状関数を用いた有限要素法を適用し、第2項に関しては、質量比例型の減衰とみなし、要素の局所座標系として図2.4.2のように内向きを正とするようにとれば、離散化された要素の運動方程式は次式のようになる。

$$\mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{u}}_{he} + \mathbf{c}_e \dot{\mathbf{u}}_{he} + \mathbf{k}_e \mathbf{u}_{he} = \mathbf{f}_e \quad (2.4.5)$$

$$\mathbf{m}_e = \rho l / A \begin{bmatrix} 1/3 & -1/6 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (2.4.6)$$

$$\mathbf{c}_e = \rho \zeta l / A \begin{bmatrix} 1/3 & -1/6 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

$$\mathbf{k}_e = (1/l A \beta) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.8)$$

局所座標と全体座標の関係は次式で表現される。

$$u_{h \cdot i} = \delta_i u_{hi}$$

ここで  $\delta_i$  :  $u_{hi}$  と  $u_{h \cdot i}$  の向きが同じ場合には +1 (2.4.9)

$u_{hi}$  と  $u_{h \cdot i}$  の向きが異なる場合には -1

したがって、全体座標に重ねあわせるべき要素のマトリックスは剛性マトリックスを例にとれば下式のようなになる。

$$\mathbf{k}_E = \mathbf{L}^T \mathbf{k}_e \mathbf{L} \quad (2.4.10)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \quad (2.4.11)$$

なお、配管の構造物としての弾性変形が無視出来ない場合については、簡単のため静的な変形分として等価圧縮率  $\beta$  を補正して用いる。(以下の油空圧要素の  $\beta$  についても同様である。)

#### 2.4.1.2 空圧系配管内流体要素

空圧系の場合には現象が非線形になるが、圧力変動が十分小さい場合には、平衡点まわりに展開して線形化すれば、油圧系の配管内流体要素を応用することができる。たとえば、断熱変化で

$$p v^\kappa = \text{const.} \quad (2.4.12)$$

ここで  $\kappa$  : 比熱比

が成り立つ場合には、

$$\beta = 1 / (\kappa p_0) \quad (2.4.13)$$

ここで  $p_0$  : 平均圧力

とおけばよい。

#### 2.4.2 容量要素

図2.4.3 に示すような、タンクなど、配管内流体とくらべて、十分断面積が大きいものについては、容量のみに着目し、要素内部の慣性力や減衰力は無視する。ここでも、要素の局所座標の方向を内向きを正にとれば、要素の剛性マトリックスは静的つりあいより求められ、圧縮性の小さい流体では次式のようなになる。(ポート数が3の場合)

$$k_e = (1/V \beta) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.14)$$

ここで  $V$  : 要素の体積

また、空圧系の場合は非線形になるが、圧力変動が小さければ、平衡点まわりで展開することができる。配管内流体要素の場合と同様断熱変化とすれば、

$$\beta = 1 / (\kappa p_0) \quad (2.4.15)$$

とおけば、式(2.4.14)を用いることができる。一方、圧力変動が大きい場合には、非線形性を考慮し、式(2.4.15)の  $p_0$  のかわりに  $p$  を用いて  $k_e$  を求め、補正外力を用いて次式のようにつりあい式を表現する。

$$k_e u_{h_e} = f_e - f_{eN} \quad (2.4.16)$$

ここで  $f_e$  : 要素の反力 (圧力)

$f_{eN}$  : 要素の補正外力 (圧力)

### 2.4.3 分岐管内流体要素

図2.4.4 に示すような分岐管内流体要素については、配管内流体要素、容量要素の定式化の結果を用いて以下のようにそのつりあい式を導出する。

まず、図2.4.5 に示すように、分岐内の流体部分を、配管内流体要素と、それらを接続するための、仮の微小な容量要素に分割し、個々の要素において離散化された運動方程式を分岐管内流体要素全体について重ね合わせた剛性、減衰、質量の各マトリックス  $k_e'$ 、 $c_e'$ 、 $m_e'$  に対して静たわみモードを用いた座標変換<sup>(10)</sup>により、内点ベクトル  $v_e$  を以下のように消去すれば、

$$k_e = L^T k_e' L, \quad c_e = L^T c_e' L, \quad m_e = L^T m_e' L \quad (2.4.17)$$

$$\begin{pmatrix} u_e \\ v_e \end{pmatrix} = L u_e \quad (2.4.18)$$

分岐管内流体要素に関する要素の剛性、減衰、質量マトリックス  $k_e$ 、 $c_e$ 、 $m_e$  が得られる。

### 2.4.4 バルブ要素

バルブには、いろいろな種類のものがあるが、その基本的な特性としては、配管内あるいは、配管から外部に流体が流れる途中にある絞りであると考えられる。絞りの開度が一定であるもの、外部から制御されるもの、ばね力や流体の圧力によって開度が変わるものなど、どのようにして開度が決まるかはバルブの種類によって異なる。本研究では、このようなバルブすべてについて、非線形減衰でそのつりあい式を表現する。以下各種のバルブについてその非線形減衰の導出を行う。

#### 2.4.4.1 絞り弁要素、オリフィス要素

油圧管路における、絞り弁やオリフィスにおける圧力損失  $p_l$  は、開口断面積が円

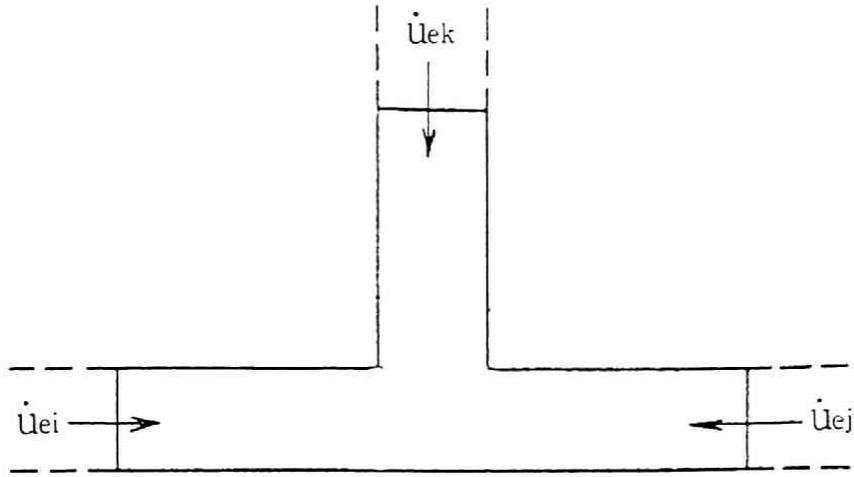


図 2.4.4 分岐管内流体要素

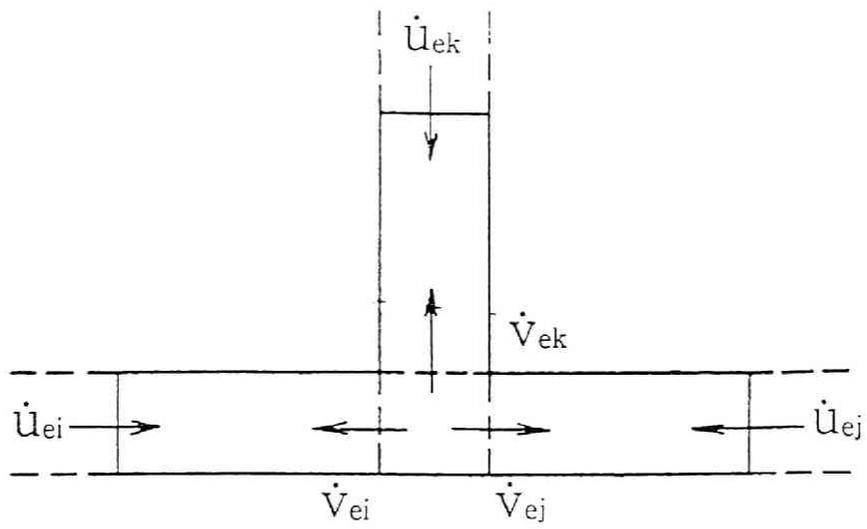


図 2.4.5 分岐管内流体要素のモデル化

断面である場合には慣性抵抗および粘性抵抗により近似的に下式のように表現できる<sup>(7.3)</sup>。

$$p_i = (1/2) \rho |q| q / (c_o A)^2 + 8 \pi \rho \nu l q / A^2 \quad (2.4.19)$$

ここで  $q$  : 体積流量

$c_o$  : 流量係数

$A$  : 開口断面積

$\nu$  : 動粘性係数

$l$  : 絞り部の等価長さ

上式は、開口断面積  $A$  と流量を用いれば次式のような形で表現できる。

$$p_i = (1/A^2)(a |q| q + b q) \quad (2.4.20)$$

ここで  $a, b$  : バルブ固有の定数

また、全体座標と局所座標を同方向にとり、次式の関係を用いれば

$$q = \dot{u}_h \quad (2.4.21)$$

要素におけるつりあい式は次式のようなになる。

$$f_e = p_i = (1/A^2)(a |\dot{u}_h| \dot{u}_h + b \dot{u}_h) \quad (2.4.22)$$

絞り弁やオリフィスでは開口断面積  $A$  は一定であり、上式より絞り弁やオリフィスは非線形減衰であるといえる。

時刻歴応答の計算には、各時間ステップごとの瞬時の減衰定数  $c_e$  と補正外力  $f_N$  を下式で計算する。

$$c_e = (1/A^2)(2a |\dot{u}_h| + b) \quad (2.4.23)$$

$$f_N = p_i - c_e \dot{u}_h \quad (2.4.24)$$

バルブ要素では、前述のように局所座標と全体座標は一致するように定義するので上式をそのまま全体系の運動方程式の減衰マトリックス、外力ベクトルに重ね合わせる。

絞り部が複雑な形状の場合にも、式(2.4.22)のような式形で整理できると考え、図2.4.6のような各バルブの定常状態での流量-圧力損失曲線からカーブフィットして式(2.4.22)の a、b を近似的に求めたものを用いる。

#### 2.4.4.2 電磁切り換え弁要素、電磁比例制御弁要素

電磁切り換え弁はON、OFF、電磁比例制御弁は信号の大きさに応じた開度という違いはあるものの、いずれも外部信号により弁開度すなわち開口断面積が変化する可変の絞り弁であると考え。式(2.4.19)、あるいは、式(2.4.20)の円断面のオリフィスの圧力損失は流量の1乗、2乗の項いずれも開口断面積の2乗に逆比例しているが、本研究では、簡単のため、開口断面積Aが変化する場合でも式(2.4.22)の a、b が一定であると考え、弁部での圧力損失  $p_l$  が絞り弁と同様次式のように表現されるとし、

$$f_{\cdot} = p_l = (1/A^2)(a|\dot{u}_h| + b\dot{u}_h) \quad (2.4.25)$$

Aの関数である非線形減衰として定式化する。

外部からの信号で開口断面積が変われば、式(2.4.25)の圧力損失と流量の関係はそれに対応して図2.4.7のように変化する。また、外部信号をそのまま開度とみなせる場合もあるが、スプールのストロークと開口断面積の間に非線形の関係がある場合、また外部信号とスプールのストロークの間でスプールの動特性の影響がある場合などについては必要に応じて計算モデルに含める。このような外部からの信号で開度に変化するバルブを用いれば、油空圧系と制御系が連成することになる。

#### 2.4.4.3 リリーフ弁要素、チェック弁要素

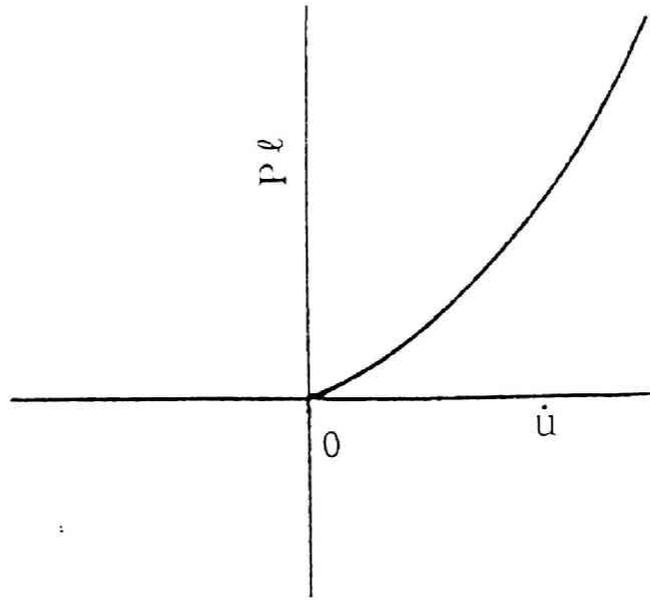


図 2.4.6 バルブの流量－圧力損失線図

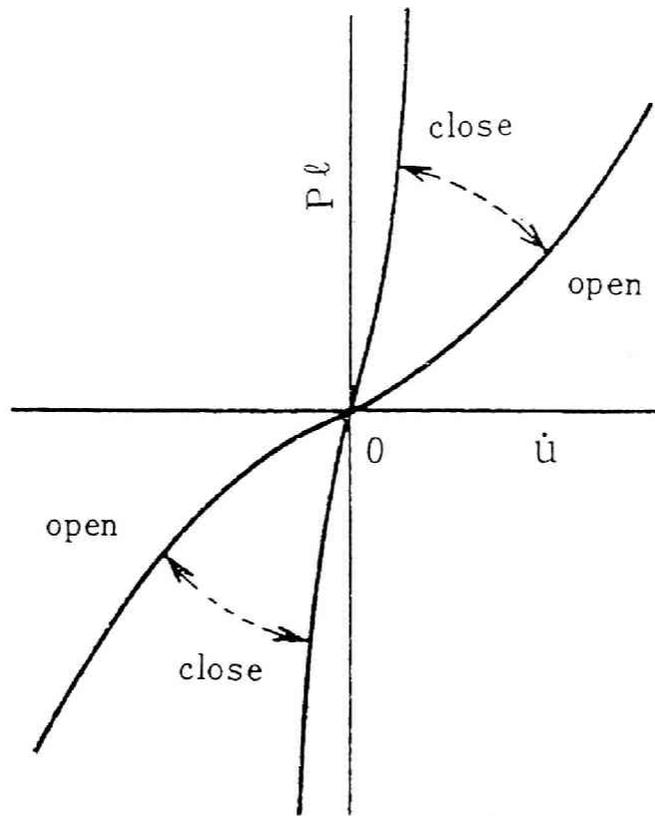


図 2.4.7 開口断面積変化による流量－圧力線図の変化

リリース弁の静的な流量と圧力の関係は図2.4.8 のようになり近似的には断片線形の減衰で表現することができる。流体要素の断片線形減衰は2.3.3 で示した構造系の断片線形減衰の速度と力を圧力と流量に置き換えた物である。弁自身の過渡的な現象が問題になるような場合には弁の可動部の質量の変位を自由度として追加しその応答を計算し弁の開度を質量の変位の関数として与える必要があるが、マクロ的かつ弁の固有振動数と比べて遅い現象については、定常時の断片線形減衰を用いている。

チェック弁についても、その定常の流量-圧力損失の関係が図2.4.9 のようになる。この場合にも、マクロ的な現象の計算には、断片線形減衰と絞り弁の重ね合わせなどで表現できる。

#### 2.4.5 ポンプ要素

本研究では容量型の油圧ポンプのマクロ的な特性は強制流量源で表現する。漏れなどにより生ずる圧力-流量特性は、絞り弁、リリース弁などと組みあわせることによってモデル化が可能になる。

#### 2.4.6 油圧シリンダ要素

油圧シリンダは、圧力、流量の積分値で表現されている油圧系のパワーを、力、変位で表現される機構系へ伝達すると同時に機構系からの反力を油圧系に伝える役割をはたしており、2つの系を連成させる要素と言える。

図2.4.10に油圧シリンダのメカニズムの概略を示している。ヘッド側、ロッド側の2箇所のポートから油が出入りしピストンを動かし、構造系にエネルギーを伝達するとともに、逆に構造系の力を油圧系に伝達する。ロッド側におけるつりあい式は、ヘッド側と同様であるので、ここでは簡単のため、ヘッド側のみについて示す。また、油圧シリンダが用いられる構造-油圧系としては、油圧プレスのように、シリンダの向きが空間に固定されている場合と、油圧ショベルのように、その姿勢によって油圧シリンダ自身の空間における方向が変化する場合によって、そのつりあい

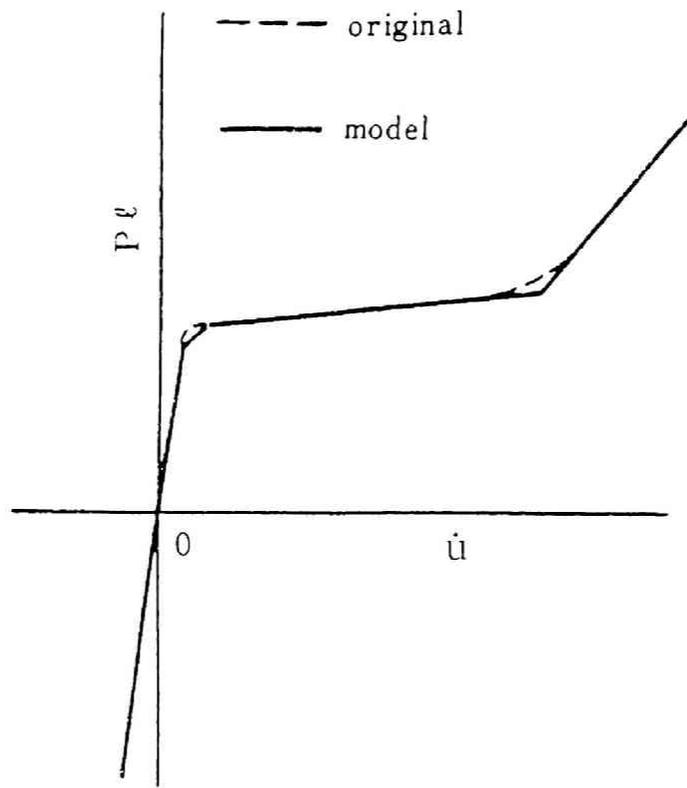


図 2.4.8 リリーフ弁のモデル化

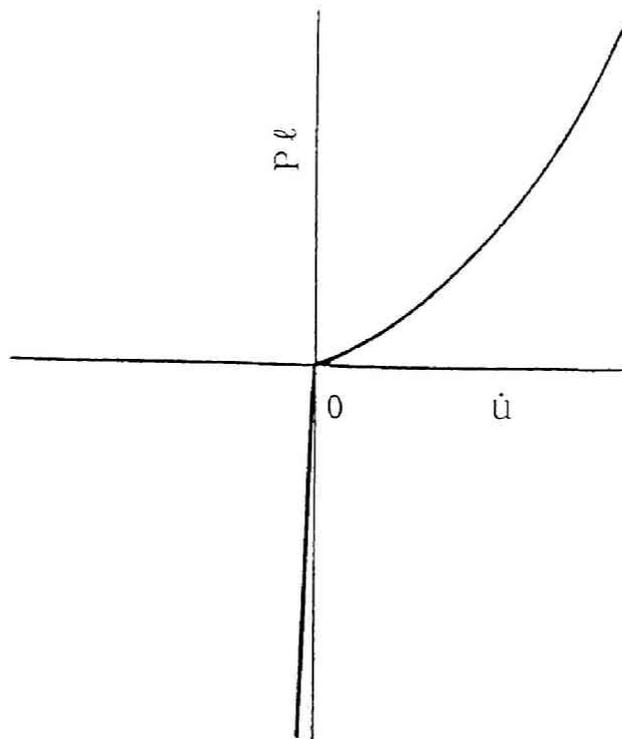


図 2.4.9 チェック弁のモデル化

式の複雑さが異なってくるので、まず、最も単純なシリンダの向きが固定されており、かつその向きが構造系の全体座標の一つに一致している場合について示した後、向きが変化する場合について示す。

ヘッド側のみを示す図2.4.11において、シリンダ内の流体自身の特性は配管内流体要素や分岐管内流体要素と同様であるが、シリンダの伸縮により有効長さ  $l$  が変化し、それによりシリンダの体積も変化するので、流体系だけでも非線形になる。すなわち、シリンダ部およびピストン部の油に接している部分の初期位置からの変位を  $u_{m1}$ 、 $u_{m2}$ 、ポート部の流量の積分値を  $u_{h3}$ （内向き正）、シリンダ内の圧力を  $p$ 、圧力に相当する力を  $f$  とすれば、局所座標系における静的なつりあいを表す式は以下のようなになる。

$$p = \Delta V / (\beta V) \quad (2.4.26)$$

$$f = A p \quad (2.4.27)$$

ここで

$$V = V_0 + A \Delta l = V_0 - A (u_{m1} + u_{m2})$$

$$\Delta V = (V_0 + u_{h3}) - \{V_0 - A (u_{m1} + u_{m2})\}$$

$$= u_{h3} + A (u_{m1} + u_{m2})$$

$A$  : シリンダ断面積

これを、マトリックスで表現すると以下のようなになる。

$$\begin{pmatrix} f_{e1} \\ f_{e2} \\ p_{e3} \end{pmatrix} = 1/\beta V \begin{bmatrix} A^2 & A^2 & A \\ A^2 & A^2 & A \\ A & A & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{m1} \\ u_{m2} \\ u_{h3} \end{pmatrix} \quad (2.4.28)$$

ここで  $\beta$  : 油の圧縮率

次に、下式のように  $u_{h1}$ 、 $u_{h2}$  を定義する。

$$u_{h1} = A u_{m1}、u_{h2} = A u_{m2} \quad (2.4.29)$$

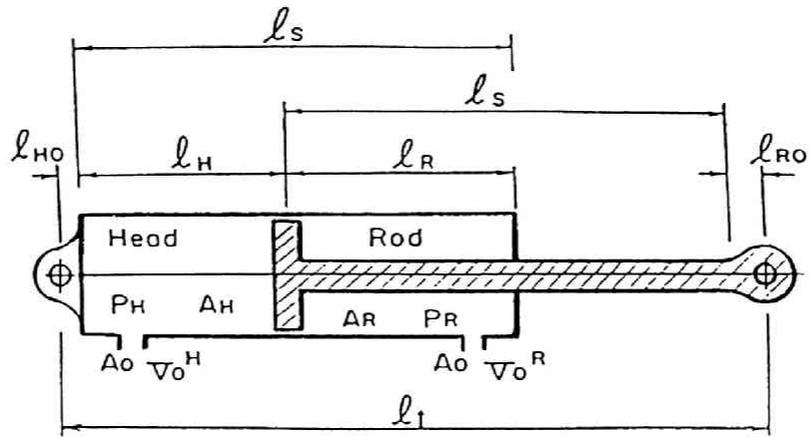


図 2.4.10 油圧シリンダの概略

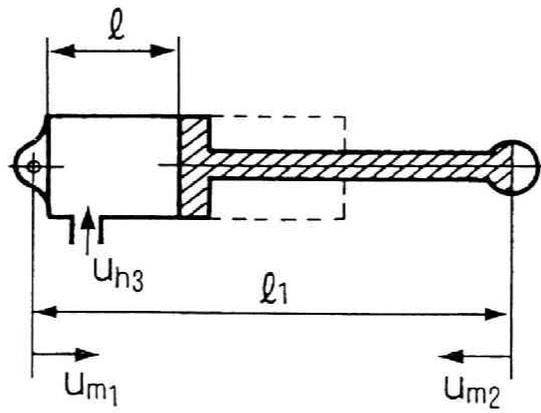


図 2.4.11 油圧シリンダのヘッド側の概略

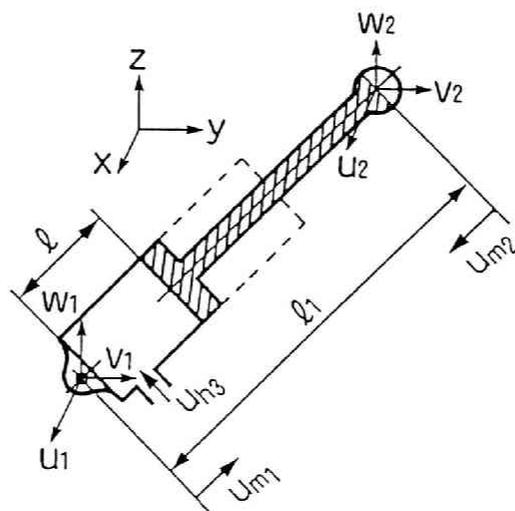


図 2.4.12 油圧シリンダの座標系

ここで、添え字  $m$  は構造系の座標（変位相当）、添え字  $h$  は油圧系の座標（流量の積分値相当）を表すものとする。式(2.4.28)をすべて油圧系の座標で表現すれば下式のようになる

$$\begin{pmatrix} p_{e1} \\ p_{e2} \\ p_{e3} \end{pmatrix} = 1/(\beta V) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{h1} \\ u_{h2} \\ u_{h3} \end{pmatrix} \quad (2.4.30)$$

上式は、 $V$  が変化するものの、容量要素の剛性マトリックスと同型である。このことから、シリンダ要素の剛性マトリックスを表す式(2.4.28)は、容量要素と同型の式(2.4.30)に含まれる流体系のいくつかの自由度のなかで、構造系と接続している自由度について流体系の流量の積分値から構造系の変位へ座標変換して得られたものと考えることができる。すなわち、式(2.4.28)のマトリックスは、圧力のつりあいを考えた式(2.4.30)のマトリックスを式(2.4.29)の関係を用いて、次のように座標変換して求めることもできる。

$$1/(\beta V) \begin{bmatrix} A^2 & A^2 & A \\ A^2 & A^2 & A \\ A & A & 1 \end{bmatrix} = L^T / (\beta V) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} L \quad (2.4.31)$$

ここで

$$L = \begin{bmatrix} A & & \\ & A & \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.32)$$

上式までの  $u_{m1}$ 、 $u_{m2}$  は油と構造物の境界で定義しているが、構造物の剛性を無視するか、あるいは、構造物の静的な変形に相当する等価な体積を  $V_0$  に加えれば、 $u_{m1}$ 、 $u_{m2}$  は、シリンダの両端の変位と考えることができる。以下では、 $u_{m1}$ 、 $u_{m2}$  は、シリンダの両端の変位としてあつかう。

以上のような、考え方で得られた局所座標系における剛性マトリックスを、全体座標系と局所座標系の向きを考えて座標変換すれば、全体系の運動方程式に組み込むマトリックスが得られる。流体部分の質量マトリックス、減衰マトリックスを考慮する場合には、集中量として求めるか、分岐管内流体要素と同様の手法で流体系での各種のマトリックスを導出し、前述のプロセスと同様の座標変換をすれば得られる。また、構造物部分の質量や摺動部の摩擦による減衰力は集中量としてあつかう。

次に、シリンダの向きが固定されていない場合について示す。この場合でも流体部分だけを取りだせばシリンダの向きが固定されている場合と同様である。したがって、式(2.4.30)は成立する。ただし、流体系から構造系を含む系への座標変換がシリンダの方向固定の場合と異なり、図2.4.12に示すように、構造系の全体位置座標として右手直交座標系  $(x - y - z)$  を用いるので、対応する構造系の自由度が3 (3次元の構造の場合で並進の変位のみ) となり、また座標変換マトリックス  $L$  が姿勢によって変化する。図2.4.12において、部材端1、2の全体座標を  $(x_1, y_1, z_1)$ 、 $(x_2, y_2, z_2)$  とすると、両部材端での局所座標系での変位  $u_{m1}$ 、 $u_{m2}$  と右手直交座標系での変位  $u_1(-\{u_1, v_1, w_1\}^T)$ 、 $u_2(-\{u_2, v_2, w_2\}^T)$  とは以下のような関係がある。

$$u_{m1} = a^T u_1, \quad u_{m2} = -a^T u_2 \quad (2.4.33)$$

$$\text{ここで } a = \{a, b, c\}^T$$

$$a = (x_2 - x_1) / l_s,$$

$$b = (y_2 - y_1) / l_s,$$

$$c = (z_2 - z_1) / l_s,$$

$l_s$ : シリンダ全体の長さ

また、油圧系全体座標系変位  $u_s$  と局所座標系変位  $u_{ns}$  との間には以下のような関係がある。

$$u_{hs} = \delta u_s \quad (2.4.34)$$

ここで  $\delta$  : 全体座標と局所座標が同符号なら +1  
異符号なら -1

シリンダ要素では、構造系要素のトラス要素の場合と同様に、接線剛性マトリックスとして、幾何剛性を考慮する必要があるので(2.3.5.1参照)、式(2.4.28)、式(2.4.33)、式(2.4.34)の関係と合わせて考えると、増分形での剛性に関する力のつりあい式は以下のようなになる。

$$\begin{pmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H+W & -(H+W) & \mathbf{g} \\ -(H+W) & H+W & \mathbf{g} \\ \mathbf{g}^T & -\mathbf{g}^T & 1/(\beta V) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{pmatrix} \quad (2.4.36)$$

$$\text{ここで } H = A^2 / (\beta V) \mathbf{a} \mathbf{a}^T$$

$$W = p A (E \mathbf{a} \mathbf{a}^T) / l,$$

$$\mathbf{g} = \delta A \mathbf{a} / (\beta V)$$

E : 単位行列

p : 要素内の圧力

上式をまとめて書き直すと次式のようになり、

$$\Delta \mathbf{f} = \mathbf{K}_T \Delta \mathbf{u} \quad (2.4.37)$$

大変位トラス要素などの場合と同様補正外力を導入すれば、全変位系である全体系の運動方程式に組み込むことができる。

## 2.5 制御系要素の状態方程式および定義

構造系、油空圧系は、その系単独での動的な現象を計算することは、よくあるが、制御系の場合にはその制御対象を含めたダイナミクスを検討する場合はほとんどである。したがって、制御系の要素も他の系とのかかわりがあるものが多い。ここ

では、伝達関数要素、シーケンス制御要素、モータ要素について示す。

### 2.5.1 伝達関数要素

一般的に制御系は、その信号処理系およびモータなどを駆動するための電気回路などを含めて、図2.5.1のようなブロック線図で表現されることが多い。線形の制御系であれば、ブロック線図は伝達関数の形で表現されるのが一般的である。このようなブロック線図は、その個々の要素が図2.5.2のような簡単なものになるまで、細かく分割することができる。ただし、図2.5.2の伝達関数 $G(S)$ は、次式のように、分母分子がラプラス演算子 $S$ について2次以下になるようにする。

$$G(S) = (b_2 S^2 + b_1 S + b_0) / (a_2 S^2 + a_1 S + a_0) \quad (2.5.1)$$

伝達関数形式の表現を逆ラプラス変換により状態方程式に変換すれば、時間領域の微分方程式が得られる。

$$a_2 \ddot{u}_0 + a_1 \dot{u}_0 + a_0 u_0 - \sum b_2 \lambda_i \ddot{u}_i - \sum b_1 \lambda_i \dot{u}_i - \sum b_0 \lambda_i u_i = 0 \quad (2.5.2)$$

ここで  $\lambda_i$  : 定数

したがって、上式の $u_i (i=0 \sim n)$ が全体系の状態変数になるように定義しておき、式中の各係数を要素のマトリックスとして構造系の有限要素法の場合と同様全体系の運動方程式(状態方程式)を表すマトリックスに単純に重ね合わせていけば、自動的に運動方程式が組上がって行く。したがって、物理的には、構造系における有限要素法の場合のように、力のつりあい条件と変位の適合条件を用いて要素のマトリックスを全体系の運動方程式のマトリックスに重ね合わせていくのではないものの、形式上は、要素内で求めたマトリックスを全体系のマトリックスに重ね合わせると言う点では、構造系の有限要素法と同様になり、本研究で提案している手法の流れに乗せることが可能となる。

ここで、変数 $u_i$ は制御系内部の状態量の場合もあるが、構造系の変位、速度、加

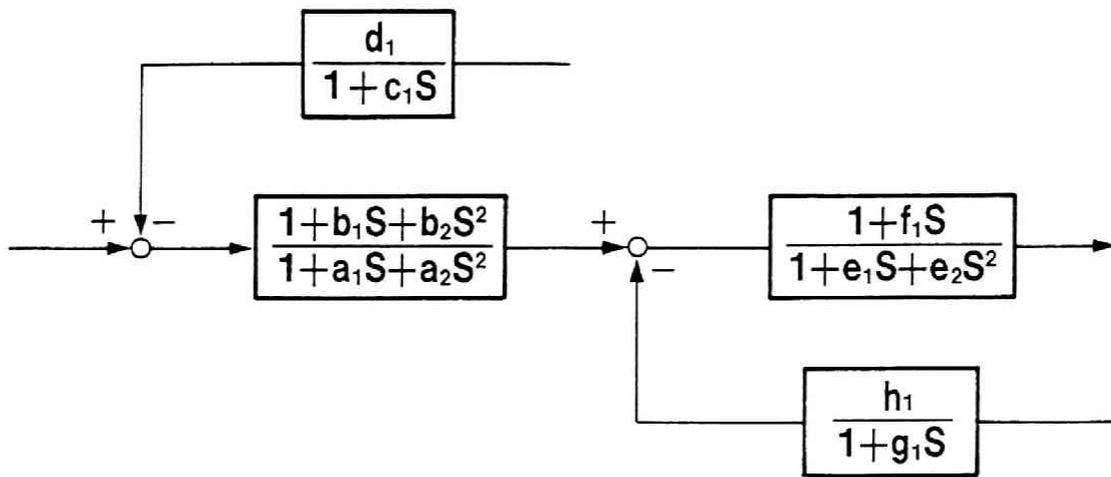


図 2.5.1 ブロック線図

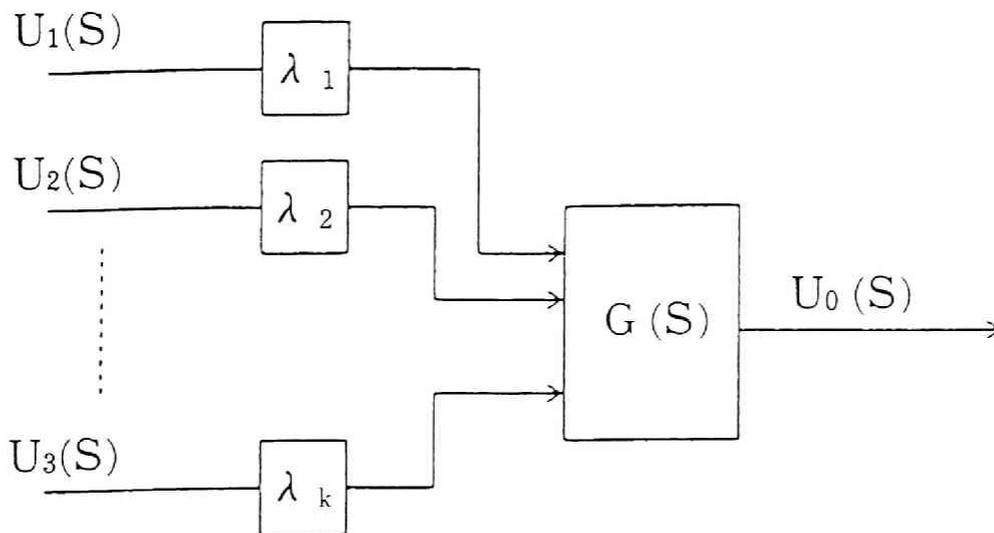


図 2.5.2 伝達関数要素

速度などのフィードバックされる状態量になる場合もある。そのような場合には構造系と制御系が連成することになる。

### 2.5.2 シーケンス制御要素

油圧機械において、電磁切り換え弁やポンプなどを、ON、OFF し機械をコントロールする場合は、機械の変位や圧力あるいは時間などを基準にON、OFF の指令信号を出す必要がある。本研究において時刻歴応答計算を行う場合、その時間軸を複数の段階にわけて定義できるようにしている。段階がどの時点で次の段階へ進むかは、機械の変位や圧力、あるいはある段階のスタート時間からの経過時間などによりコントロールできるようにしている。一方、油圧系要素のなかで定義している電磁切り換え弁やポンプにおいては、そのON、OFF のタイミングを段階の番号とその段階がスタートした時点からの経過時間で定義することができるようになっている。したがって、シーケンス制御によりコントロールされる機械の動的なシミュレーションが専用のプログラムを開発することなく、簡単なデータのインプットにより可能になる。

### 2.5.3 モータ要素

モータは制御系要素というよりは、制御系と構造系を結合させる連成系の要素という方が適切かもしれないが、制御系（電気回路を含む）の最後の出力（電流など）をトルクに変換して、モータのロータに与えるものである。サーボモータにおいて、制御系の出力電流を状態変数  $u_1$ 、モータロータの回転角変位を  $u_2$ 、モータロータの慣性モーメントを  $J$ 、構造系からのトルク反力を  $T_m$  とすれば、その力のつりあい式は、次式のようなになる。

$$J \ddot{u}_2 = B u_1 + T_m \quad (2.5.3)$$

ここで、 $T_m$  については、2.3 に示した手法により構造系のマトリックスによるば

ね力、減衰力、慣性力や外力、補正外力により表現される。また、モータのロータが回転速度を持てば、逆起電力が発生し、それにより次式で表現されるような電流  $u_1'$  が付加される。

$$u_1' = D \dot{u}_2 \quad (2.5.4)$$

この効果を含めて式(2.5.3)を表現しなおすと次式のようなようになる。

$$J \ddot{u}_2 + D B \dot{u}_2 - B u_1 = T_m \quad (2.5.5)$$

したがって、 $J$ 、 $D B$ 、 $B$ を要素のマトリックスと考え、全体系の運動方程式を表すマトリックスに重ねあわせればよいことになる。

## 2.6 外力のモデリングおよび系全体の運動方程式の導出

構造系に加わる外力は広く知られているので、ここでは油空圧系、制御系における外力のモデリングについて示す。

油空圧系の外力の形態は強制圧力源あるいは強制流量源の2種類である。強制圧力源の場合には構造系の力加振と同様で、全体系の運動方程式の外力ベクトルの  $f$  に圧力を重ねあわせればよい。強制流量の場合には、2種類の方法を用いており、図2.6.1のように強制流量が端部に与えられる場合を例に以下に示す。

### (1) 端部に十分大きなばね定数を付加する方法

強制流量  $q_0$  を一般変位  $u_0$  になおせば

$$u_0 = \int q_0 dt \quad (2.6.1)$$

$u_0$  に対応するところに非常に大きな付加ばね  $K$  を加え外力項に  $K u_0$  を加えれば結果として、応答変位  $u_1$  が近似的に  $u_0$  となり強制変位が与えられたことになる。したがって、結果的には強制流量  $q_0$  があたえられたことになる。

(2) 強制一般変位の項を運動方程式の右辺に持っていく方法

図2.6.1 に示す左端の要素が線形の配管内流体要素である場合には、2番目の要素に加わるばね力  $f_k$  は、流体のばね定数を  $k$  とすれば次式で表現される。

$$f_k = k(u_2 - u_0) \quad (2.6.2)$$

要素のマトリックスを全体座標のマトリックスに重ね合わせて運動方程式を組み立てる場合、通常このような力は運動方程式の左辺にくるばね力の項に含まれるが、 $u_0$  が既知量であるので応答計算の自由度には含めず、式(2.6.2) のなかの  $-k u_0$  を運動方程式の右辺に移項し外力とし、配管内流体要素の質量マトリックス、および減衰マトリックスを近似的に集中量で定義すれば、 $u_0$  と  $u_2$  の間の連成項はばね力のみとなるので、強制流量  $u_0$  を与えた場合の運動方程式が一般変位座標  $u_1$  の自由度を省略した形で得られる。

制御系の外力は一般的に目標値という形であたえられる。例えば、図2.6.2 のようなブロック線図の部分を変換すれば下式のようなようになる。

$$a \dot{u}_2 + u_2 - b(u_0 - u_1) = 0 \quad (2.6.3)$$

ここで  $u_0$ :  $u_1$  の目標値

ここで、目標値  $u_0$  に関する部分を右辺に移項すれば、下式のようにそれが制御系における外力となり、それを外力ベクトル  $f$  に重ねあわせればよい。

$$a \dot{u}_2 + u_2 + b u_1 = b u_0 \quad (2.6.4)$$

2.3 から2.5 で示した全体変位座標系における要素のマトリックス、補正外力、および本節で示した外力を重ねあわせれば、次式のような系全体の運動方程式が自動的に組み立てられる。

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = f + f_N \quad (2.6.5)$$

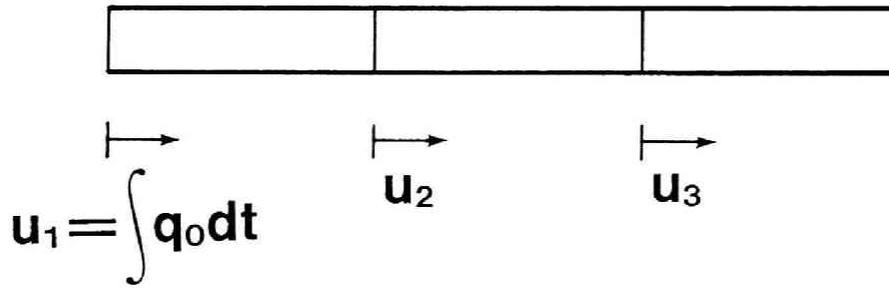


図 2.6.1 強制流量源のモデリング

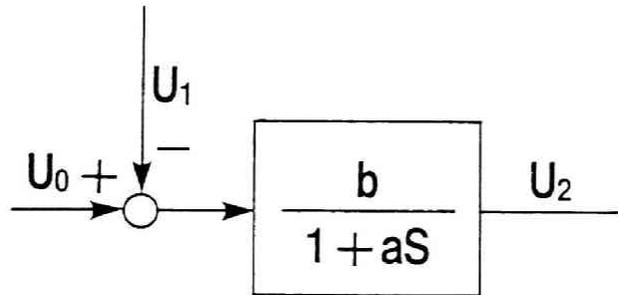


図 2.6.2 目標値を含むブロック線図

## 2.7 運動方程式の解法

前節までに示した手法により次式のような系全体の運動方程式が得られる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} + \mathbf{f}_N \quad (2.7.1)$$

ここでは、このような運動方程式の解法について示す。

### 2.7.1 時刻歴応答解析

本研究では、式(2.7.1)のような運動方程式についての時刻歴応答解析には、数値積分法としては、おもに数値的に絶対安定でかつ数値粘性などの含まれないNewmark- $\beta$ 法( $\beta = 1/4$ )<sup>(54)</sup>を用い、一部、振動系のなかの部分によって、支配的な振動の周波数成分が大幅に異なる場合に有効な、Phaseplane- $\delta$ 法<sup>(74)(75)(76)</sup>を用いている。また、大変位トラス・はり要素などの非線形要素については、Newton-Raphson法<sup>(77)</sup>による収束計算を用いる場合もあるが、断片線形の非線形要素については、計算速度向上のために、できるだけ線形系での計算手法を応用できるようなアルゴリズムを用いているので以下にその考え方の基本的な部分を示す。

2.3.1.3で要素の運動方程式を導出した断片線形ばねにおいては、図2.3.4に示したように、ある区間では補正外力を導入すれば、その区間では補正外力は定数と見なせるので線形と同等になる。他に非線形要素がなければ、系全体も線形系と同等になる。Newmark- $\beta$ 法で数値積分する場合、各時間ステップごとの過程のなかで次式のような連立方程式を解いている<sup>(54)</sup>。

$$\begin{aligned} & \{ \mathbf{M} + (\Delta t/2)\mathbf{C} + \beta(\Delta t)^2\mathbf{K} \} \ddot{\mathbf{u}}(t+\Delta t) \\ & [ \mathbf{f}(t+\Delta t) - \mathbf{C} \{ \dot{\mathbf{u}}(t) + (\Delta t/2)\ddot{\mathbf{u}}(t) \} - \mathbf{K} \{ \mathbf{u}(t) + \Delta t\dot{\mathbf{u}}(t) + (1/2 - \beta) \times \\ & \Delta t^2\ddot{\mathbf{u}}(t) \} ] \end{aligned} \quad (2.7.2)$$

ここで  $\beta$  : Newmark- $\beta$ 法専用パラメータ

時間ステップごとに、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ マトリックスあるいは $\Delta t$ が変われば、毎回連立

方程式を解く必要があるが、一定であればその計算プロセスが一部省略できる。したがって、区間が変化する時のみ注意しておけば、計算時間を短縮することが可能になる。

区間が変化する場合に1回の時間積分のステップである区間から隣接する区間に大きく入り込むと誤差の原因となるので、本研究では、区間が変更する場合には、積分の時間刻みを、積分値がばね定数の変更点を行き過ぎず丁度その点を経るように変更しており、そのアルゴリズムの基本的な考え方を以下に示す。

Newmark- $\beta$ 法では次ステップのばねの変位  $u_s(t+\Delta t)$  は次式で表現される<sup>(54)</sup>。

$$u_s(t+\Delta t) = u_s(t) + \Delta t \dot{u}_s(t) + (\Delta t^2/2)\ddot{u}_s + \beta(\Delta t)^3 (\ddot{u}_s(t+\Delta t) - \ddot{u}_s(t)) \quad (2.7.3)$$

上式の右辺で、 $\ddot{u}_s(t+\Delta t)$  は式(2.7.2)により得られるが、この段階ではまだ計算は行われていない。ここでは、計算対象の振動現象の振動周期に比べて十分短い  $\Delta t$  を用いておれば、近似的に  $\ddot{u}_s(t)$  を用いて次式により予測できると考える。

$$u_s(t+\Delta t) = u_s(t) + \Delta t \dot{u}_s(t) + (\Delta t^2/2)\ddot{u}_s \quad (2.7.4)$$

変更点の値を  $u_{s0}$  とすると、式(2.7.4)において、 $\Delta t$  を未知数として、

$$u_s(t+\Delta t) = u_{s0} \quad (2.7.5)$$

を代入すれば、次式のような  $\Delta t$  に関する2次式が得られる。

$$(\Delta t^2/2)\ddot{u}_s + \Delta t \dot{u}_s(t) + (u_s(t) - u_{s0}) = 0 \quad (2.7.6)$$

上式を解いて求めた  $\Delta t$  のうち、正で大きさの小さい方の解  $\Delta t^*$  が、基本の時間刻みよりも小さくなる場合には、次ステップで変更点を越える可能性があるとして、 $\Delta t$  の大きさを調整する。上式で得られた  $\Delta t$  は、近似式(2.7.4)から逆算したものであり、誤差を含んでいるので、ここでは誤差を少なくするために以下のような

工夫をしている。

$\Delta t^*$ が基本の時間刻み $\Delta t_0$ に対して次式を満たせば、

$$\Delta t^* \geq (1+\alpha)\Delta t_0 \quad (2.7.7)$$

ここで  $\alpha$  : 正の定数でここでは0.2とする。

次ステップの $\Delta t$ としては $\Delta t_0$ を用いる。また、 $\Delta t^*$ が次式を満たせば、

$$(1+\alpha)\Delta t_0 > \Delta t^* \geq \beta \Delta t_0 \quad (2.7.8)$$

ここで  $\beta$  : 正の定数でここでは0.16とする。

下式の $\Delta t$ を用いる。

$$\Delta t = \gamma \Delta t^* \quad (2.7.9)$$

ここで  $\gamma$  : 正の定数でここでは0.8とする。

式(2.7.6)、(2.7.7)の範囲外、すなわち、次式が成立する場合には、

$$\Delta t^* < \beta \Delta t_0 \quad (2.7.10)$$

次ステップの $\Delta t$ として $\Delta t^*$ を用いる。

以上のような手順を踏めば、基本の $\Delta t$ を用いた時に次ステップで変更点を越える可能性があることがわかってから、1ステップで変更点に行くことをねらうのではなく、3ステップ前後で変更点に到達するため、近似を用いたことによる誤差の低減が可能になる。なお、変更点に達したかどうかについては、あらかじめ設定した許容範囲に入っているかどうかで判定する。

ここで、予測がうまくいかず、許容範囲を越して、となりの区間に大きく入り込んでしまった場合には、 $\Delta t$ に関する収束計算を行い、許容値内に入るようにする。

## 2.7.2 周波数応答解析

本研究で用いているほとんどの非線形要素ではその時刻における状態変数のまわ

りで線形化したマトリックスを瞬時の  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  として保有しているので、微小変位の範囲であればその状態での周波数応答の計算が、式(2.7.1)で

$$\mathbf{f} = \mathbf{F} e^{i\omega t}, \quad \mathbf{f}_N = 0, \quad \mathbf{u} = \mathbf{U} e^{i\omega t} \quad (2.7.11)$$

と置き、次式を解けば振幅  $\mathbf{U}$  が得られる。

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i \omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (2.7.12)$$

### 2.7.3 複素固有値解析および感度解析

#### 2.7.3.1 複素固有値解析

時刻歴応答計算により、対象としている系の振動や運動が定量的に予測可能なるが、その結果を補足し、設計変更の見通しをつけるためには、動特性のなかで最も基本的なものと考えられる固有振動数、減衰比率、振動モードなどの固有振動特性を知ることが有効である。

周波数応答解析のところで示したように、時刻歴応答解析時の各時間ステップで、線形化した瞬時の  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  をデータとして保有しているので、式(2.7.1)で

$$\mathbf{f} = 0, \quad \mathbf{f}_N = 0, \quad \mathbf{u} = \mathbf{U} e^{\lambda t} \quad (2.7.13)$$

と置けば、下式のような固有方程式が得られる。

$$\lambda^2 \mathbf{M} \mathbf{U} + \lambda \mathbf{C} \mathbf{U} + \mathbf{K} \mathbf{U} = 0 \quad (2.7.14)$$

上式を次式のように自由度の2倍の元数の固有値問題として解けば、

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \lambda \mathbf{U} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \lambda \mathbf{U} \end{bmatrix} \quad (2.7.15)$$

各次数の固有値  $\lambda$ 、固有ベクトル  $\mathbf{U}$  が得られる。さらに  $j$  次の固有値  $\lambda_j (= \alpha_j + i \beta_j)$  より  $j$  次の固有振動数  $\omega_{n_j}$ 、減衰比率  $h_j$  が次式で得られる。

$$\begin{aligned}\omega_{n_j} &= (\alpha_j^2 + \beta_j^2)^{1/2} \\ h_j &= -\alpha_j / \omega_{n_j}\end{aligned}\quad (2.7.16)$$

### 2.7.3.2 感度解析

2.7.3.1で示した固有振動数 $\omega_n$ 、減衰比率 $h$ 、固有ベクトル $\mathbf{U}$ などのモーダルパラメータに対して、設計パラメータがどのように影響するかを知ることは、設計変更の見通しをつける上で有効である。実固有値問題に関する感度解析については、Foxら<sup>(58)</sup>による方法が広く知られており、井上ら<sup>(59)(64)</sup>は感度やエネルギー分布を用いて設計パラメータ変更後の動特性予測について検討している。また、対称なマトリックスにより構成される減衰振動系や<sup>(63)</sup>、構造-音響連成系に関する感度解析<sup>(60)</sup>、縮重固有値を持つ系の感度解析<sup>(61)</sup>などについても報告されている。一方、構造-油圧-制御連成系においては、構造系や油空圧系単独の場合よりも物理的見通しがつきにくい場合も多く、感度解析などにより、設計パラメータの動特性への影響度を知ることは有効である。そのような系を対象とした感度解析についてはあまり報告がないので、以下にモーダルパラメータに関する感度解析手法について示す<sup>(62)</sup>。

本研究では、構造-油空圧-制御連成系でも系全体の運動方程式は式(2.7.1)のような $\mathbf{MCK}$ で表現しており、2.7.3.1に示した手法を用いれば固有値、固有ベクトルが得られる。得られた固有値、固有ベクトルのうち $j$ 次モードの固有値 $\lambda_j$ 、固有ベクトル $\mathbf{U}_j$ に着目すれば、次式が成り立つ。

$$\lambda_j^2 \mathbf{M} \mathbf{U}_j + \lambda_j \mathbf{C} \mathbf{U}_j + \mathbf{K} \mathbf{U}_j = 0 \quad (2.7.17)$$

式(2.7.17)を設計変数 $z_i$ で偏微分すれば、

$$\begin{aligned}2 \lambda_j (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{M} \mathbf{U}_j + (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{C} \mathbf{U}_j \\ + \lambda_j^2 (\partial \mathbf{M} / \partial z_i) \mathbf{U}_j + \lambda_j (\partial \mathbf{C} / \partial z_i) \mathbf{U}_j + (\partial \mathbf{K} / \partial z_i) \mathbf{U}_j \\ + (\lambda_j^2 \mathbf{M} + \lambda_j \mathbf{C} + \mathbf{K}) (\partial \mathbf{U}_j / \partial z_i) = 0\end{aligned}\quad (2.7.18)$$

ここでは、連成系を対象としており、その場合にはマトリックスが非対称になることが一般的である。したがって、ここで次式の解である左固有ベクトル  $\mathbf{V}$  を導入する。

$$\lambda^2 \mathbf{M}^T \mathbf{V} + \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{V} + \mathbf{K}^T \mathbf{V} = 0 \quad (2.7.19)$$

固有値は式(2.7.14)の解と等しいので、左から  $j$  次の左固有ベクトル  $\mathbf{V}_j^T$  を乗じれば  $\partial \mathbf{U}_j / \partial z_i$  に関する項が消え、整理すれば、固有値の感度が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} & \partial \lambda_j / \partial z_i \\ &= -(\lambda_j^2 \mathbf{V}_j^T (\partial \mathbf{M} / \partial z_i) \mathbf{U}_j + \lambda_j \mathbf{V}_j^T (\partial \mathbf{C} / \partial z_i) \mathbf{U}_j \\ & \quad + \mathbf{V}_j^T (\partial \mathbf{K} / \partial z_i) \mathbf{U}_j) / (2 \lambda_j \mathbf{V}_j^T \mathbf{M} \mathbf{U}_j + \mathbf{V}_j^T \mathbf{C} \mathbf{U}_j) \end{aligned} \quad (2.7.20)$$

上式の右辺は、固有値解析結果と左固有ベクトルから、容易に計算することができる。ここで、簡単のため、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  を次式のように要素の和で表現し、

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \sum \mathbf{m}_i \\ \mathbf{C} &= \sum \mathbf{c}_i \\ \mathbf{K} &= \sum \mathbf{k}_i \end{aligned} \quad (2.7.21)$$

さらに、 $\mathbf{k}_i$ 、 $\mathbf{c}_i$ 、 $\mathbf{m}_i$  のみが設計変数  $z_i$  の関数であるとすれば、

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{M} / \partial z_i &= \partial \mathbf{m}_i / \partial z_i \\ \partial \mathbf{C} / \partial z_i &= \partial \mathbf{c}_i / \partial z_i \\ \partial \mathbf{K} / \partial z_i &= \partial \mathbf{k}_i / \partial z_i \end{aligned} \quad (2.7.22)$$

となる。ここで、 $\mathbf{k}_i$ 、 $\mathbf{c}_i$ 、 $\mathbf{m}_i$  が次式のように簡単な設計変数  $z_i$  の関数で表現できれば、

$$\mathbf{k}_i = \mathbf{k}_{i0}(1+z_i)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_i &= \mathbf{c}_{i0}(1+z_i) \\ \mathbf{m}_i &= \mathbf{m}_{i0}(1+z_i) \end{aligned} \quad (2.7.23)$$

式(2.7.20)は次式のようになり、固有値解析結果を用いれば容易に計算できる。

$$\begin{aligned} &\partial \lambda_j / \partial z_i \\ &= -(\lambda_j^2 \mathbf{V}_j^T \mathbf{m}_{j0} \mathbf{U}_j + \lambda_j \mathbf{V}_j^T \mathbf{c}_{j0} \mathbf{U}_j + \mathbf{V}_j^T \mathbf{k}_{j0} \mathbf{U}_j) \\ &\quad / (2 \lambda_j \mathbf{V}_j^T \mathbf{M} \mathbf{U}_j + \mathbf{V}_j^T \mathbf{C} \mathbf{U}_j) \end{aligned} \quad (2.7.24)$$

ここで、複素数である  $j$  次の固有値  $\lambda_j$  を  $\alpha_j + \beta_j i$  と表現すれば、

$$\partial \lambda_j / \partial z_i = \partial \alpha_j / \partial z_i + \partial \beta_j / \partial z_i i \quad (2.7.25)$$

したがって、 $\partial \alpha_j / \partial z_i$ 、 $\partial \beta_j / \partial z_i$  は、式(2.7.20)または式(2.7.24)の結果を用いて次式で求められる。

$$\begin{aligned} \partial \alpha_j / \partial z_i &= \text{Re}(\partial \lambda_j / \partial z_i) \\ \partial \beta_j / \partial z_i &= \text{Im}(\partial \lambda_j / \partial z_i) \end{aligned} \quad (2.7.26)$$

一方、 $j$  次の固有振動数  $\omega_j$ 、減衰比率  $h_j$  は  $\alpha_j$ 、 $\beta_j$  を用いれば次式で表現される。

$$\omega_j = (\alpha_j^2 + \beta_j^2)^{1/2} \quad (2.7.27)$$

$$h_j = -\alpha_j / \omega_j \quad (2.7.28)$$

したがって、固有振動数および減衰比率の感度は次式により求められる。

$$\partial \omega_j / \partial z_i = \{\alpha_j (\partial \alpha_j / \partial z_i) + \beta_j (\partial \beta_j / \partial z_i)\} / \omega_j \quad (2.7.29)$$

$$\partial h_j / \partial z_i = -(\partial \alpha_j / \partial z_i) / \omega_j + \alpha_j (\partial \omega_j / \partial z_i) / \omega_j^2 \quad (2.7.30)$$

次に、固有ベクトルの感度について示す。固有ベクトルの感度については、固有ベクトルの直交性を利用して、モードの重ね合わせで表現する方法<sup>(5,8)</sup>もあるがこ

ここでは、注目するモードに関する情報のみを用いて計算する手法<sup>(6.3)</sup>を用いる。

式(2.7.20)または(2.7.24)より得られる $\partial \lambda_j / \partial z_i$ の値を式(2.7.18)に代入すれば、式(2.7.18)の未知数は固有ベクトルの感度 $\partial \mathbf{U}_j / \partial z_i$ のみとなる。ここで、 $(\lambda_j^2 \mathbf{M} + \lambda_j \mathbf{C} + \mathbf{K})$ は正則ではないので、 $\partial \mathbf{U}_j / \partial z_i$ の成分の一つ(基準自由度)を固定(=0とする)すれば、式(2.7.18)より $\partial \mathbf{U}_j / \partial z_i$ が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} & (\partial \mathbf{U}_j / \partial z_i)^* \\ = & \mathbf{H}^{*-1} \{ 2 \lambda_j (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{M} \mathbf{U}_j + (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{C} \mathbf{U}_j \\ & + \lambda_j^2 (\partial \mathbf{M} / \partial z_i) \mathbf{U}_j + \lambda_j (\partial \mathbf{C} / \partial z_i) \mathbf{U}_j + (\partial \mathbf{K} / \partial z_i) \mathbf{U}_j \} \end{aligned}$$

ここで  $\mathbf{H} = (\lambda_j^2 \mathbf{M} + \lambda_j \mathbf{C} + \mathbf{K})$  (2.7.31)

\* : 基準自由度成分を抜いていることを示す

次に、固有値の2階感度について示す。式(2.7.18)を設計変数 $z$ でさらに微分し、左から、 $\mathbf{V}_j^T$ を乗じ、直交条件を用いて整理すれば、固有値 $\lambda_j$ の2階の感度が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} & \partial^2 \lambda_j / \partial z_i \partial z_i \\ = & - \{ 1 / (2 \lambda_j \mathbf{V}_j^T \mathbf{M} \mathbf{U}_j + \mathbf{V}_j^T \mathbf{C} \mathbf{U}_j) \} \\ & \times [ 2 \lambda_j (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{V}_j^T (\partial \mathbf{M} / \partial z_i) \mathbf{U}_j \\ & + 2 \lambda_j (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{V}_j^T (\partial \mathbf{M} / \partial z_i) \mathbf{U}_j \\ & + (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{V}_j^T (\partial \mathbf{C} / \partial z_i) \mathbf{U}_j + (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{V}_j^T (\partial \mathbf{C} / \partial z_i) \mathbf{U}_j \\ & + \mathbf{V}_j^T \{ 2 (\partial \lambda_j / \partial z_i) (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{M} \\ & + \lambda_j^2 (\partial^2 \mathbf{M} / \partial z_i \partial z_i) + \lambda_j (\partial^2 \mathbf{C} / \partial z_i \partial z_i) \\ & + (\partial^2 \mathbf{K} / \partial z_i \partial z_i) \} \mathbf{U}_j + \mathbf{V}_j^T \{ 2 \lambda_j (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{M} + \lambda_j^2 (\partial \mathbf{M} / \partial z_i) \\ & + (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{C} + \lambda_j (\partial \mathbf{C} / \partial z_i) + (\partial \mathbf{K} / \partial z_i) \} \times (\partial \mathbf{U}_j / \partial z_i) \\ & + \mathbf{V}_j^T \{ 2 \lambda_j (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{M} + \lambda_j^2 (\partial \mathbf{M} / \partial z_i) \\ & + (\partial \lambda_j / \partial z_i) \mathbf{C} + \lambda_j (\partial \mathbf{C} / \partial z_i) + (\partial \mathbf{K} / \partial z_i) \} \end{aligned}$$

$$\times (\partial \mathbf{U}_j / \partial z_i)] \quad (2.7.32)$$

### 2.7.3.3 設計変更後の固有振動特性予測

設計変数が式(2.7.24)のような形で表現されるとき、設計変更後の固有振動数や固有ベクトルなどの固有振動特性をまとめて $\eta$ とおけば、設計変更後の $\eta$ は、変更前の値 $\eta_0$ および感度を用いて次式のように表現される。

$$\eta = \eta_0 + \sum (\partial \eta_j / \partial z_i) z_i + (1/2) \sum \sum (\partial^2 \eta / \partial z_i \partial z_j) z_i z_j + \dots \quad (2.7.33)$$

設計変更パラメータ $z_i$ が小さければ、 $\eta$ は次式のように1階の感度を用いて近似的に表現できる。

$$\eta = \eta_0 + \sum (\partial \eta_j / \partial z_i) z_i \quad (2.7.34)$$

## 2 8 結言

本章では、本研究で提案している振動解析手法について示した。本研究で提案している振動解析手法のおもな特徴は、汎用性のある有限要素法による動的な構造解析手法の概念を拡張し、油圧系や制御系との連成問題も解析可能にしていること、および種々の非線形性にも対応できるようにしていることである。したがって、本研究で提案している振動解析手法を用いれば、有限要素法を用いる場合と同様の手軽さで、いろいろな非線形性を考慮しなければならない複雑な現象や、構造系、油圧系、制御系から構成される複雑な機械の運動と振動のシミュレーションが可能となる。以下に本章で論じた内容をまとめた結果を示す。

(1) 構造系で広く用いられている有限要素法による動解析を油圧系、制御系まで拡張した連成系での座標の定義のしかた、および要素分割の概念を示した。

(2) 本研究のなかで定義している、各種の要素について、構造系要素、油空圧系要素、制御系要素に分けて、離散化された要素の運動方程式、状態方程式を導出した。特に油圧バルブについては、その切り換えも含めて非線形減衰で表現することによ

り、MCK型の運動方程式にうまく組こむことができた。また、構造系の大変位はり要素・トラス要素では、従来の大変位の機構解析手法の主流であるLagrangeの運動方程式をベースにした剛体リンクを対象に開発された手法とは全く異なった手法を提案することができた。さらに、トラス要素のなかでは、ロープの巻き上げのように長さの変化するものにも対応できる手法を提案した。

(3)構造系、油空圧系、制御系のうちの複数の系を結合させる要素を用いて、汎用的に複数の系を連成させ、容易に構造－油空圧－制御連成系の運動方程式を組み上げる手法について示した。

(4)非線形要素のなかの断片線形要素については、数値積分の時間刻みをうまく調節し、計算精度を確保した上で計算時間が短縮可能な手法について示した。

(5)時刻歴応答解析以外でも見通しをつける上で有効な、周波数応答解析、固有値解析、感度解析について本研究で用いている手法の概略を示した。

# 第3章 ガタを含むねじり振動系の 非線形振動シミュレーション

## 3.1 緒言

構造系の非線形のなかで、極端にその特性が変化するものの一つにガタがある。したがって、ガタを含む系の振動現象を理解するためには、ガタを考慮した計算を行うことが望ましい。増速機や減速機、ギヤカップリングなどの歯車系を含む駆動系においては歯車対のバックラッシュ、すなわち、ガタが存在するため、駆動系のねじり振動を検討する場合にはガタの影響を十分考慮する必要がある。本章では、このような歯車系のガタを含む駆動系のねじり振動問題をとりあげ、多自由度ばね質量系の非線形振動として、第2章で示したガタ要素などを用いてモデル化して検討を行う。まず、3.2 でモデル実験および実機の同期モータ駆動の回転軸系のモータ起動時のねじりの共振点通過時の振動応答について示した後、3.3 で2台の駆動源を持つねじり振動系におけるクラッチ切り換え時の過渡的な非線形振動応答について示す。

## 3.2 同期モータ駆動回転軸系の非線形ねじり振動応答

### 3.2.1 問題の記述

遠心圧縮機などの回転機械を駆動する場合、効率の良い同期モータが用いられる場合が多いが、モータ起動時には、回転上昇に伴って電源周波数の2倍から直流まで周波数の変化する脈動トルクがモータより発生し、ねじり振動が問題となる。特に、回転軸系のねじりの共振点を通過する時には、振動が大きくなり軸系が破損する危険性がある。このようなねじり振動系は、一般に、増速機やギヤカップリングなどにガタを含んでおり、その影響によって共振点通過時の挙動は線形系のそれとかなり異なっている場合が多い。同期モータ駆動回転軸系のねじり振動問題に関しては、近似計算法<sup>(83)(84)</sup>、ガタを含む系での計算<sup>(85)(86)</sup>、モータの電気的特性

を考慮した研究<sup>(86)(87)</sup>、カップリングの選択方法<sup>(88)</sup>など多くの研究が報告されているが、ガタを含む系における共振点通過問題として、その現象を詳細に検討したものは見あたらない。

ここでは、このような問題に対して、まず、共振点通過問題の時刻歴応答計算を行う場合の計算時間の短縮方法について検討した後、モデル実験により、第2章で示したガタ要素などを用いた計算手法の妥当性を検証するとともに、ガタの応答トルクへの影響について検討する。次に、同期電動機駆動の実機にも本手法を適用し、実測値と比較するとともに、実機における振動現象について検討する。また、モデル実験装置、実機に関する計算を通してガタを含む多自由度系の共振点通過現象の特徴を明らかにする<sup>(17)(18)</sup>。

### 3.2.2 共振点通過時の応答計算開始振動数

ここで、取り上げているような共振点通過時の時刻歴応答計算を行う場合には、どこから計算を開始するかが問題になる。図3.2.1に示しているのは同期モータ駆動の回転軸系のモータ起動時のねじり振動を最初から最後まで計算した例であるが、注目しているのは共振点通過時であるので、計算時間短縮と言う観点からは、あまり共振点からはなれたところは省略し共振点近傍のみの計算で済ませることが期待される。しかし、過渡振動であるので、精度を落とさず、かつ、計算時間を短くするには、どのあたりから計算を開始すればよいかという基準が必要になる。ここでは、過渡応答解と線形の定常応答解とで振幅があまりずれない周波数より、線形での定常解を初期条件として時刻歴積分を開始すれば良いと考え、矢鍋の共振点通過に関する近似解法<sup>(89)(90)</sup>などをもとに、その周波数を定める。矢鍋は、角加速度  $a$  が一定で振動数が上昇する場合の共振点通過時に定常解と同等と見なせる周波数領域として次式を与えている。

$$\omega \leq \omega_{n_j} \{ (1 - h_j^2)^{1/2} - (2a / h_j^2)^{1/2} \} \quad (3.2.1)$$

ここで

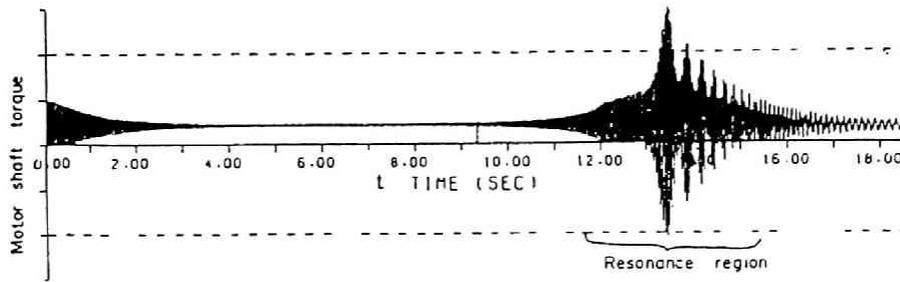


図 3.2.1 実機のねじり振動の計算例

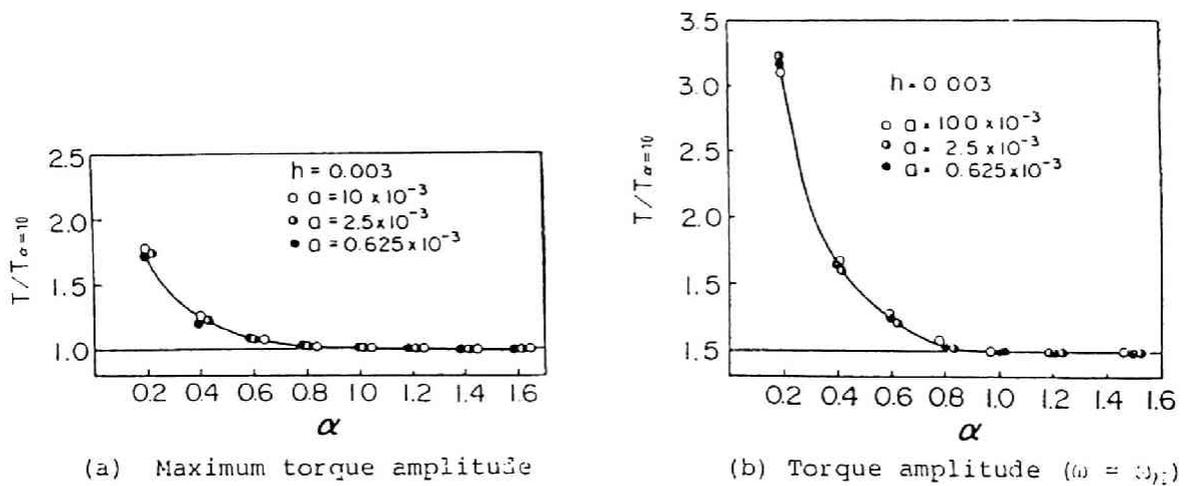


図 3.2.2  $\alpha$  の応答振幅への応用

$\omega_{nj}$  : j 次の固有角振動数

$h_j$  : j 次の減衰比率

ただし

$$h_j / a^{1/2} < 1 \quad (3.2.2)$$

ここで、扱う範囲では、ほぼ(3.2.2)は成立するので、同期モータ起動時のように加振振動数が降下する場合でも、式(3.2.1)と同様の形式になると考え、計算開始角振動数 $\omega_s$ は

$$\omega_s \geq \omega_{nj} \{(1 - h_j^2)^{1/2} - \alpha (2a - h_j^2)^{1/2}\} \quad (3.2.3)$$

なる形で整理できるとする。ここで $\alpha$ に関しては、以下の線形1自由度系での数値実験で、どのような値にすればよいかを検討する。なお、この数値実験では、加振力の振幅、角加速度は変化しないものとした。図3.2.2に $\alpha$ を変更した時の応答値の包絡線の最大値および $\omega = \omega_n$ の時の値を示している。ただし、これらの図は、 $\alpha = 10$ の時の値で正規化している。図より3種類の共振点通過速度のいずれにおいても同様の傾向を示しており、式(3.2.3)による整理が妥当であることがわかる。これらの図より $\alpha \geq 1.0$ であれば、十分精度が確保できることがわかる。

なお、線形での強制振動が初期条件であるためには、 $\omega = \omega_s$ で振動がガタの領域に入っていないことも必要条件の一つである。

### 3.2.3 モデル実験および計算

実機での検討を行う前に、第2章で示したガタ要素および時刻歴積分の時間刻みを自動的に変更する応答計算手法の妥当性の検証、ならびに、ガタを含む系の共振点通過の挙動を検討することを目的として、モデル実験および計算を行った。

#### 3.2.3.1 実験装置および解析モデル

実験装置の概要を図3.2.3に示す。この装置では、ばね、慣性モーメント、および図3.2.4のような特性であるガタからなる振動系に、やわらかいばねにより静的トルクを動電形加振器により動的トルクを加え、共振点を通過させる。加振力については、共振点通過中は、角加速度一定、アンプの出力電圧一定としている。アンプの出力電圧は一定でも、共振点において振動子の速度振幅が大きくなった時に逆起電力によって加振力が若干減少するが、ここでは、この効果を電気制御系のモータにおける逆起電力（2.5.3参照）と同様の等価な減衰定数としてあつかい、制御系から振幅一定の加振力と逆起電力による減衰力が同時に機械系に加わるとして、図3.2.5のようにモデル化する。電氣的減衰の値については、ここで着目している一節モードについての、電氣的減衰を含む系および含まない系における、減衰比率 $h_2$ の実測値の差から逆算する。機械系の減衰については、ガタおよび電氣的減衰を含まない系での、3次までの減衰比率の実測値（自由振動波形より求める）から求める。それに前記電氣的減衰を重ね合わせれば減衰マトリックスが得られる。また、慣性モーメント、ばね定数などの諸元を表3.2.1に、実験条件を表3.2.2に示す。

### 3.2.3.2 計算および実験結果

ガタの影響を無視した場合の計算および実測による固有振動数、ならびに減衰比率の実測値を表3.2.3に示すが、計算値は実測値とよく一致している。表3.2.2の実験条件に対して2.3.2、2.7.1で提案した計算手法による軸トルク $T_{12}$ 、 $T_{23}$ の1節モード通過時の応答計算結果と実測結果の比較を図3.2.6に示す。図からどちらの軸にガタがある場合でも、両者は、波形、絶対値ともよく一致しており、計算手法が妥当であることがわかる。図で計算を開始している振動数 $\omega_0$ は波形比較のため、十分大きい値になっているが、図3.2.7に $\omega_0$ を変化させた場合の応答トルクの包絡線の最大値の変化を示す。図より、式(3.2.1)を満足している範囲では、 $\omega_0$ を変更しても最大値はほとんど変化していないことがわかる。

つぎに、ガタを含む系の共振点通過時の挙動について検討する。図3.2.6の(a)～(d)のガタを含む軸の応答トルクに着目すれば、津田<sup>(20)</sup>の表現を用いて、共振

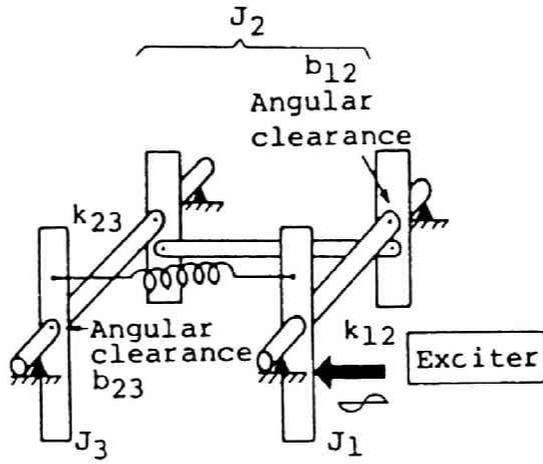


図 3.2.3 実験装置の概要

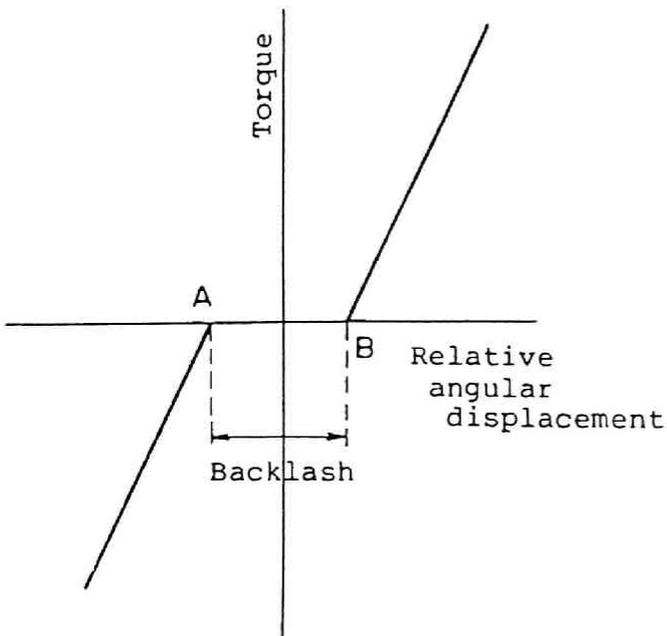


図 3.2.4 ガタの特性

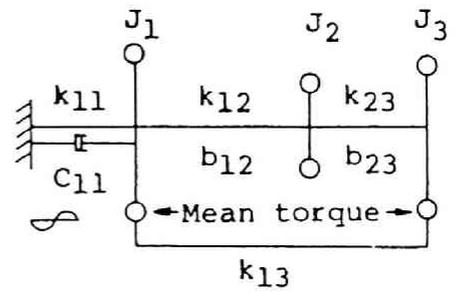


図 3.2.5 実験装置の解析モデル

表 3.2.1 実験装置の諸元

Moment of inertia kg. s <sup>2</sup> . cm		Stiffness kg. cm/rad	
J <sub>1</sub>	7.05	k <sub>11</sub>	1.3 × 10 <sup>3</sup>
J <sub>2</sub>	2.12	k <sub>12</sub>	5.30 × 10 <sup>3</sup>
J <sub>3</sub>	7.05	k <sub>23</sub>	1.29 × 10 <sup>3</sup>
		k <sub>13</sub>	1.5 × 10 <sup>3</sup>

表 3.2.2 実験条件

CASE No.	b <sub>12</sub> rad	b <sub>23</sub> rad	Amplitude of pulsating torque kg. cm	Static torque kg. cm	a
1	3.0 × 10 <sup>-3</sup>		20	60	2.15 × 10 <sup>-3</sup>
2	—	2.5 × 10 <sup>-3</sup>	20	60	2.15 × 10 <sup>-3</sup>

表 3.2.3 固有振動数および減衰比率

Order	Calculated	Measured	
	Natural frequency Hz	Natural frequency Hz	Damping ratio
1	1.4	1.3	0.022
2 (1-node)	16.4	16.0	0.006 (0.012*)
3 (2-nodes)	50.7	50.0	0.020

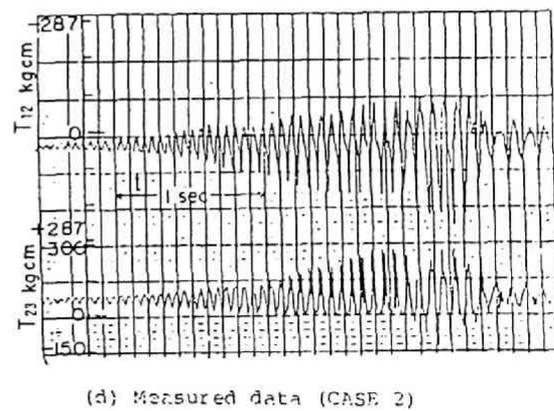
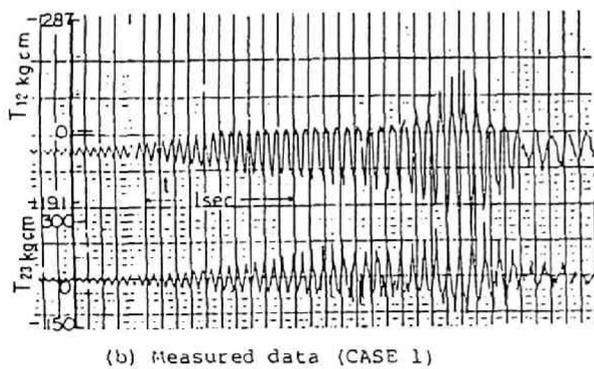
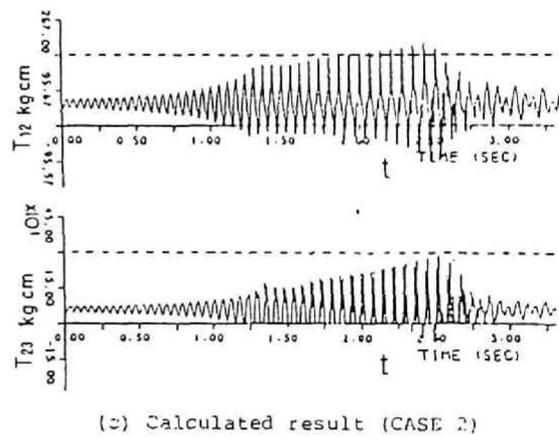
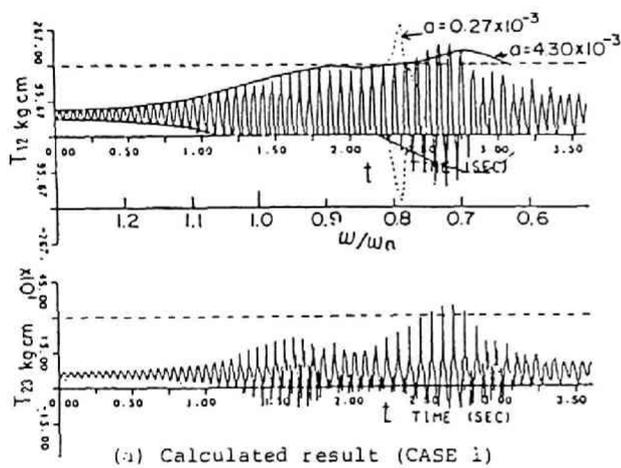


図 3. 2. 6(a)-(d) 共振点通過時の応答トルク

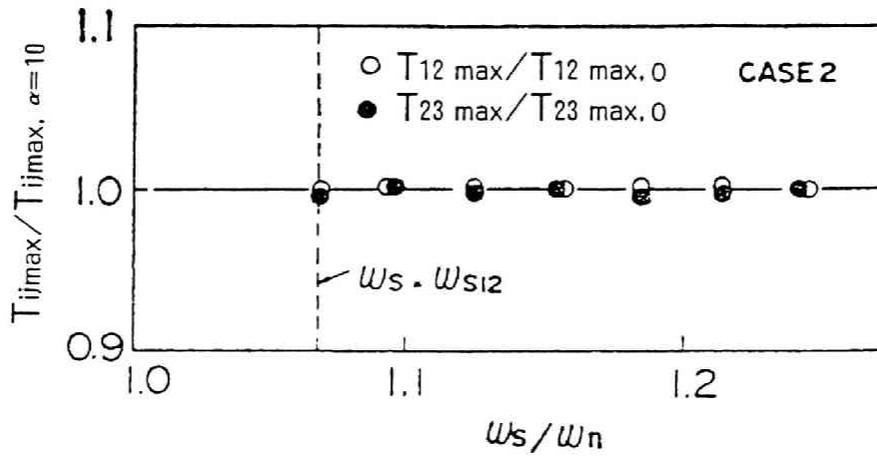
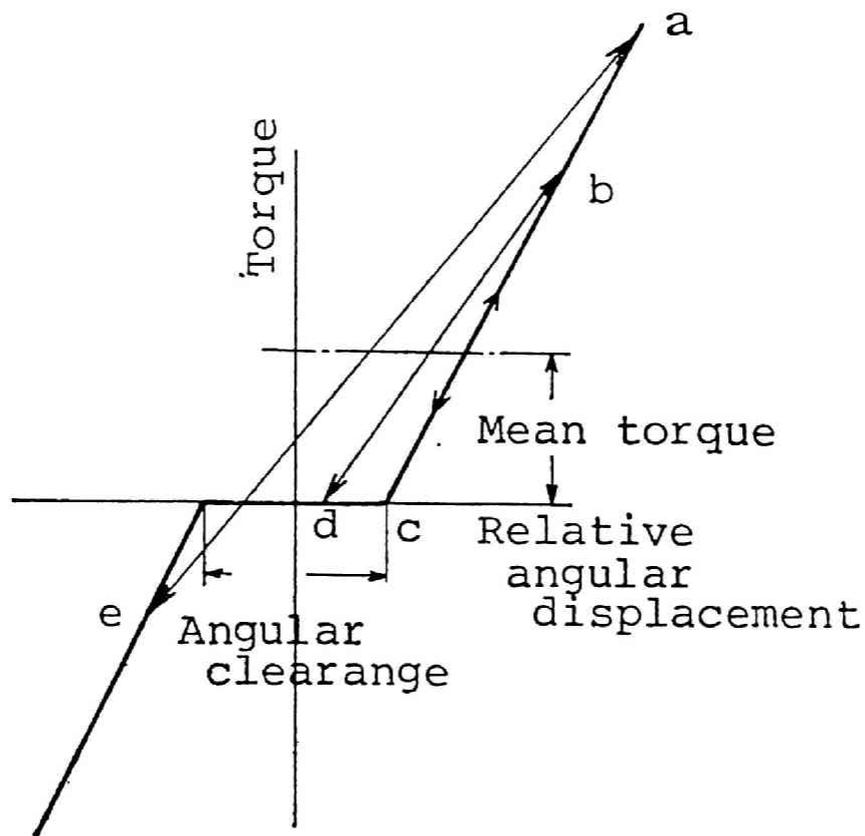


図 3.2.7  $\omega_s$  の応答値への影響度



(1) a-c 線形系, (2) b-d 片ばね系, (3) a-e 両ばね系

図 3.2.8 線形系、片ばね系、両ばね系

点通過時の応答を大きく次の3段階に分類することができる(図3.2.8 参照)。

(1) 線形系、(2) 片ばね系、(3) 両ばね系

(1) は振動がまだガタに入っていない状態であり、線形系における共通通過の挙動<sup>(89)</sup><sup>(90)</sup><sup>(91)</sup>を示している。

(2) の状態に移れば、波形中にガタによる不感帯の影響が現れ、高次モード成分が発生している。図3.2.6(a)の上に、表3.2.2の条件と共振点通過速度が異なる二つの応答波形の包絡線を、横軸を加振周波数が一致するように変換して示している。一方、同じ条件で、ガタのない線形系での応答計算結果の包絡線を図3.2.9に示している。両者の比較により、片ばね系相当の周波数においては、線形系では、共振点通過速度によって応答値にかなり差が生じているのに対して、ガタを含む場合には、あまり差が生じていない。この現象は、片ばね系がsoft-spring であるので定常応答カーブが図3.2.10のように線形系の場合より傾いており、周波数変化に対する振幅の増加率が小さくなっているため、過渡応答解が定常解に近い状態になっているものと考えられる。

(3) の状態へ移れば様子が変わり、振幅の増加率も大きくなり、共振点通過速度による応答値の差も認められる。これは、振幅が図3.2.10のbまで至れば、安定な定常解(図の実線)が片ばね系での曲線から両ばね系の曲線へ飛び移るためと考えられる。また、図3.2.6、3.2.9から、最大振幅を示す時の加振周波数 $f^*$ は線形の場合と比べて、かなり低くなっていることがわかる。

### 3.2.4 実機での検討

図3.2.11に示すような遠心圧縮機が、増速機、ギヤカップリングを介して同期モータで駆動される実機のモータ起動時のねじりの共振点通過時の非線形振動について検討する。

#### 3.2.4.1 解析モデル

図3.2.11に示している同期モータ駆動の遠心圧縮機のねじり振動系を図3.2.12

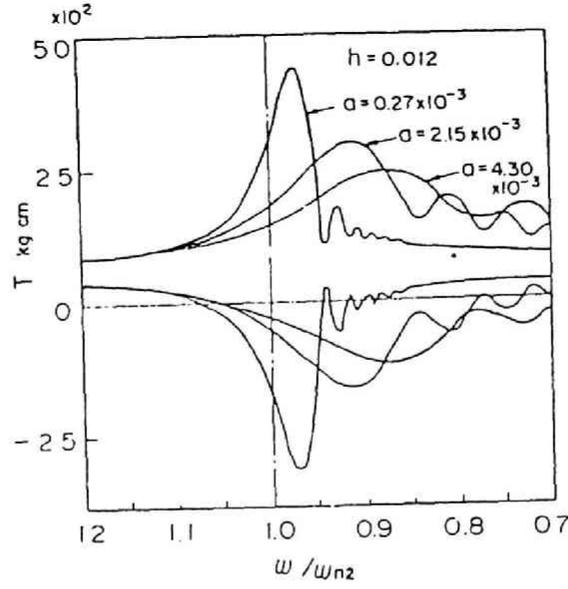


図 3.2.9 線形系での共振点通過時の応答計算結果

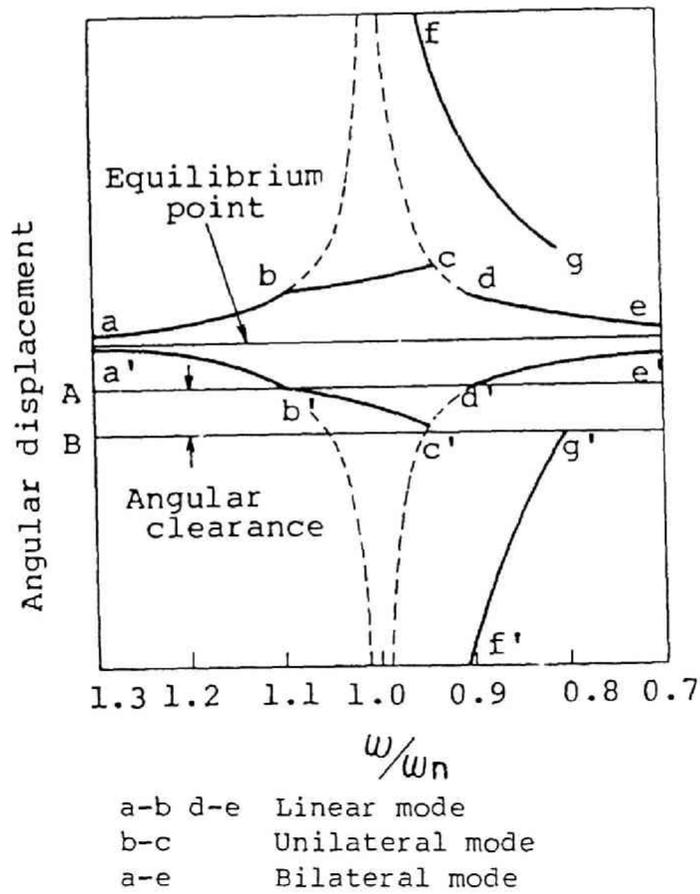


図 3.2.10 ガタを含む系の周波数応答

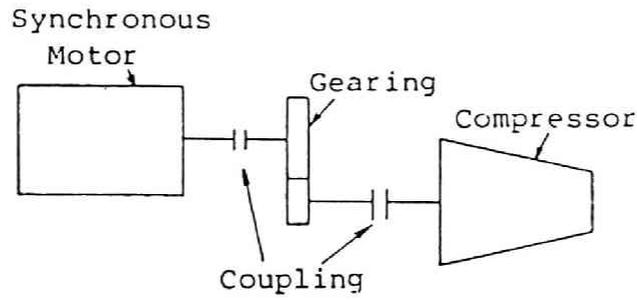


図 3.2.11 同期モータ駆動回転軸系

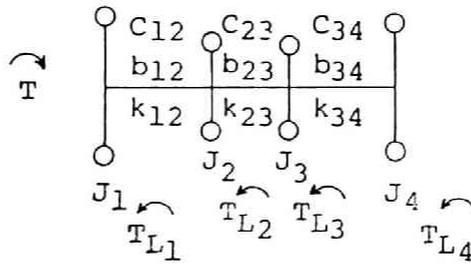


図 3.2.12 計算モデル

表 3.2.4 計算モデルの諸元

Moment of inertia kg. sec <sup>2</sup> . cm		Stiffness kg. cm/rad		Damping kg. cm. sec/rad		Backlash rad	
J <sub>1</sub>	$5.13 \times 10^4$	k <sub>12</sub>	$5.44 \times 10^3$	c <sub>12</sub>	$1.75 \times 10^4$	b <sub>12</sub>	$5.3 \times 10^{-3}$
J <sub>2</sub>	$1.21 \times 10^4$	k <sub>23</sub>	$5.11 \times 10^3$	c <sub>23</sub>	$1.53 \times 10^5$	b <sub>23</sub>	$2.0 \times 10^{-3}$
J <sub>3</sub>	$3.03 \times 10^4$	k <sub>34</sub>	$1.22 \times 10^3$	c <sub>34</sub>	$3.60 \times 10^4$	b <sub>34</sub>	$2.3 \times 10^{-3}$
J <sub>4</sub>	$5.80 \times 10^4$						

のようなモータ軸に換算した集中定数系モデルに置き換える。ばね定数は軸のねじり剛性や増速機における歯のばね定数<sup>(92)</sup>などから求めるが、増速機やギヤカップリングには、バックラッシュによるガタが存在するため、それらは図3.2.4のようなガタ要素で表現する。減衰に関しては、軸のヒステリシス減衰、ギヤ部分の減衰を等価な速度比例形の減衰に置き換える。このような振動系に、モータトルク $T$ 、負荷トルク $T_L$ が加わる。 $T$ は通常次式のように表現される。

$$T = T_M + T_v \sin \phi \quad (3.2.4)$$

$$d\phi/dt = 4\pi f_e s \quad (3.2.5)$$

ただし、 $f_e$ は電源周波数、 $s$ はモータスリップを表し、平均トルク $T_M$  脈動トルク振幅 $T_v$ はモータスリップすなわちモータ回転数の関数である。同様に $T_{Li}$ も負荷部分の回転数の関数として与えられる。モータによる電気的な減衰力<sup>(93)</sup>は、一般にあまり大きくないが、無視できない場合については、振動成分のみに働く速度比例形の減衰に置き換える。以上のモデル化を行えば、系全体の運動方程式は次式のようなマトリックス形式で表現できる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \begin{pmatrix} T - T_{L1} \\ \vdots \\ -T_{Li} \\ \vdots \\ -T_{Ln} \end{pmatrix} + \mathbf{f}_N = \mathbf{f} + \mathbf{f}_N \quad (3.2.6)$$

ここで  $\mathbf{f}_N$ : 補正外力

このような計算モデルでの諸元を表3.2.4および図3.2.13に示す。ギヤ部分の減衰定数は評価が難しく、ここでは簡単に、3節モードの減衰比率が0.07になるように $c_{23}$ を定めた。また、 $c_{23}$ による減衰力は $k_{23}$ にトルクが生じている時しか働かないとした。モータトルクについては、モータメーカーより入手した値を用いた。負荷トルクについては、経験より推定される値を用いた。

### 3.2.4.2 計算および実測結果

表3.2.5に減衰、ガタを無視した場合の計算による固有振動数、振動モード、およ

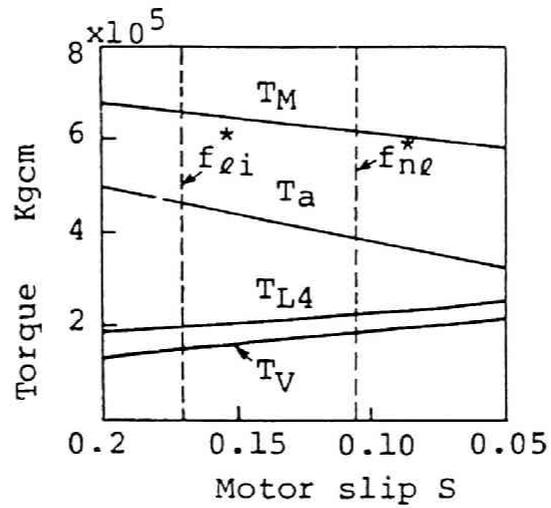


図 3.2.13 モータトルク、負荷トルク

表 3.2.5 固有値解析結果

Order		2 (1 node)	3 (3 nodes)	4 (3 nodes)
fn Hz		18.5	58.2	737.4
Vibration mode	Nodal point 1	1.000	-0.086	0.000
	Nodal point 2	-0.275	1.000	-0.247
	Nodal point 3	-0.288	0.980	1.000
	Nodal point 4	-0.810	-0.183	-0.001
Normalized Strain energy	$k_{12}$	72.3	28.1	0.04
	$k_{23}$	0.7	0.9	98.4
	$k_{34}$	27.0	71.0	1.5

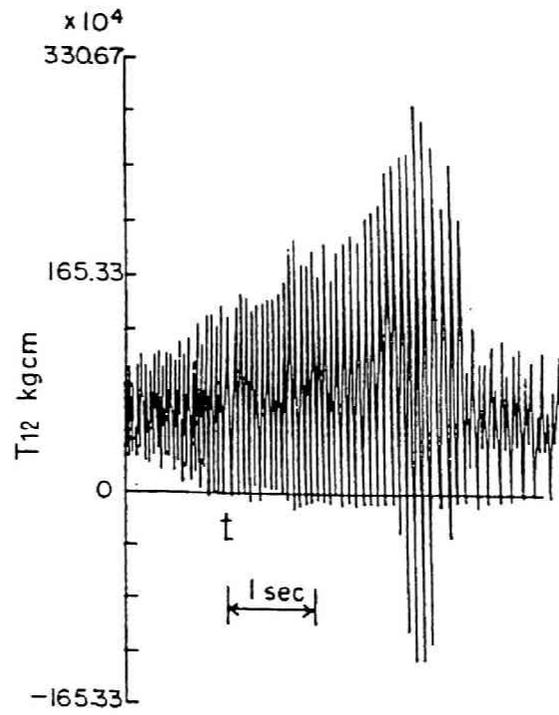
び無次元ひずみエネルギーの分布<sup>(69)(84)</sup>を示す。図3.2.14にモータ起動時に最も大きなトルクを生ずる1節モード通過時のモータ軸トルク $T_{12}$ の応答波形の実測値、計算値、ならびに線形系での計算値の包絡線を示す。また図3.2.15にはギヤメッシュトルク $T_{23}$ 、圧縮機軸トルク $T_{34}$ の応答計算結果、図3.2.16には $T_{12}$ 、 $T_{23}$ 、 $T_{34}$ の拡大図を示す。これらの値はいずれもモータ軸に換算した値である。 $\omega_c$ は式(3.2.3)で与えられる限界値( $\alpha=1.0$ )よりも若干大きな値を用いたが、その1.6倍の周波数より計算を開始した場合との最大応答値の差は3%以下であった。

以上の図をもとに検討した結果を以下に示す。

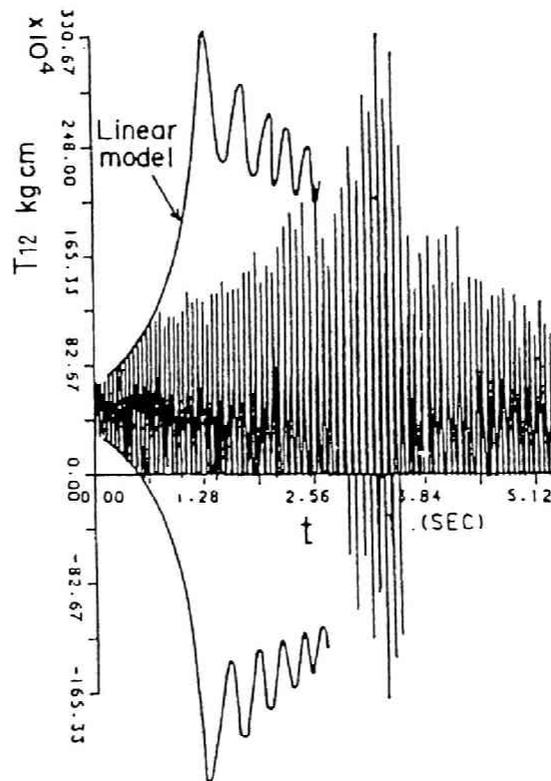
(1)  $T_{12}$ の計算値は実測値とかなりよく一致しており、本手法による計算が妥当であることを示している。

(2)  $T_{12}$ 、 $T_{23}$ 、 $T_{34}$ はいずれも3.2.2のモデル実験におけるガタを含む軸の応答トルクとよく似た挙動を示している。すなわち、ガタの数がモデル実験の場合よりも多く、若干、現象が複雑になっているが、すべてのばねが両ばね系に移行した後を、モデル実験の両ばね系に対応させれば、片ばね系では、トルクの成長がゆるやかなこと、両ばね系ではトルクの成長が急激であること、ガタを含む系における $f^*$ 、 $f_{n1}^*$ は線形系のそれ $f_{11}^*$ と比べてかなり低くなることなど、モデル実験の場合と同様である。3.2.2での検討によれば、両ばね系まで振幅が成長すれば、応答の最大値に大きな影響を与えるのは両ばね系での加振力振幅および共振点通過速度であると考えられる。一方線形系において最大値に大きい影響をもつのは、共振点近傍の諸量であると考えられるから、その領域を代表する周波数として、簡単のため $f^*$ を用いれば、本例においては、 $f_{n1}^*$ における $T_v$ 、 $T_s$ の値と $f_{11}^*$ におけるそれでは、図3.2.13よりかなり異なっていることがわかる。したがって、この様な系の耐ねじり振動設計を行なう場合には、モータのトルク特性の良否に関しては、 $f_{11}^*$ 近傍の値で評価する方が望ましいと考えられる。

(3) 波形の拡大図によれば、 $T_{12}$ 、 $T_{34}$ はモデル実験の場合と同様、1節モード、2節モード相当の比較的低い周波数の振動が支配的で、3節モード相当の高周波振動はあまり生じていない。一方、 $T_{23}$ に関しては、高周波振動が大きく、衝撃的な



(a) Measured data



(b) Calculated results

図 3.2.14 モータ軸トルク

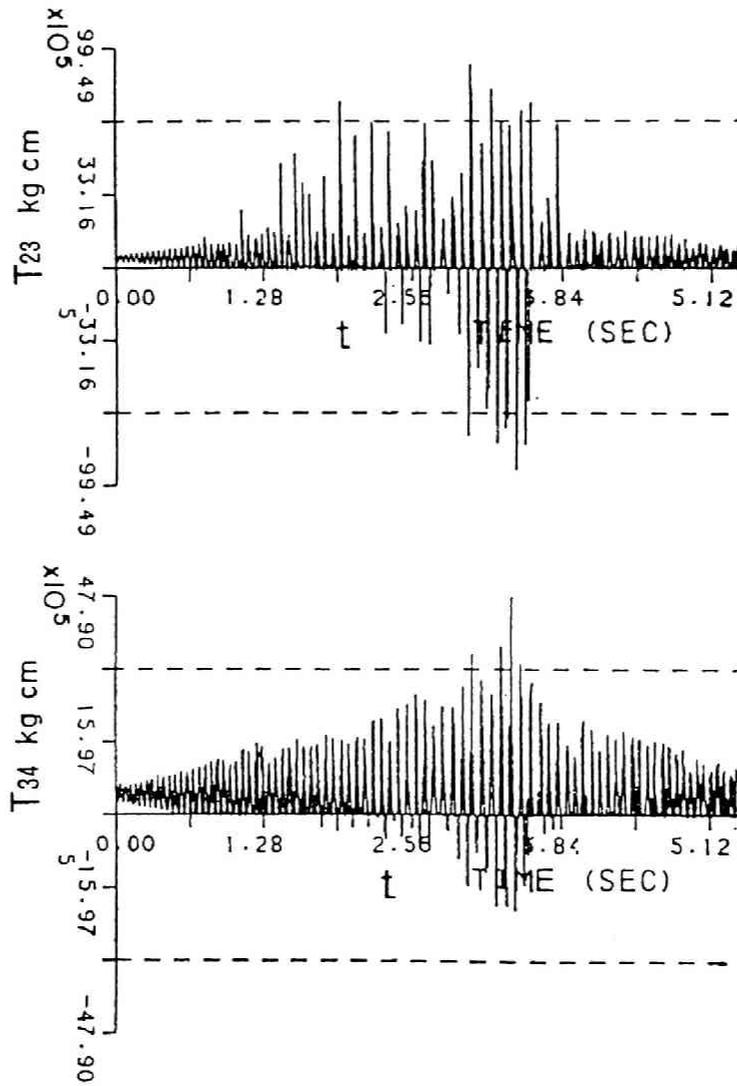


図 3.2.15  $T_{23}$ 、 $T_{34}$ の計算結果

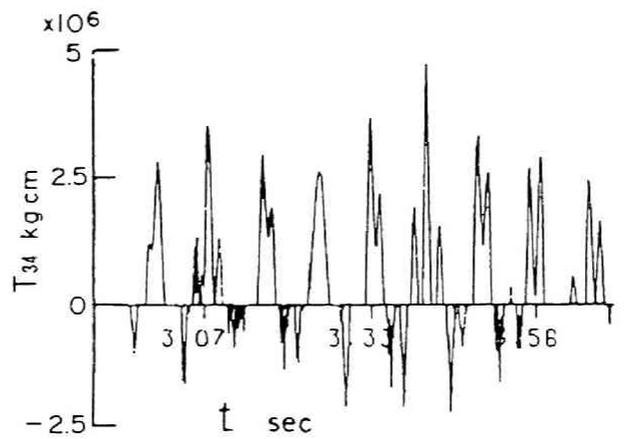
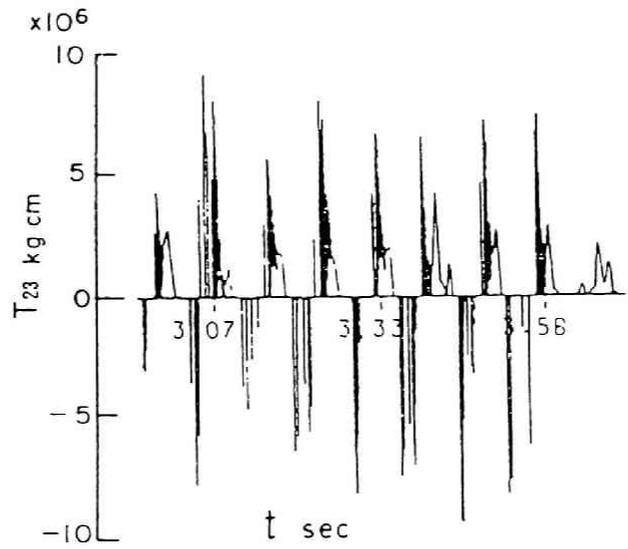
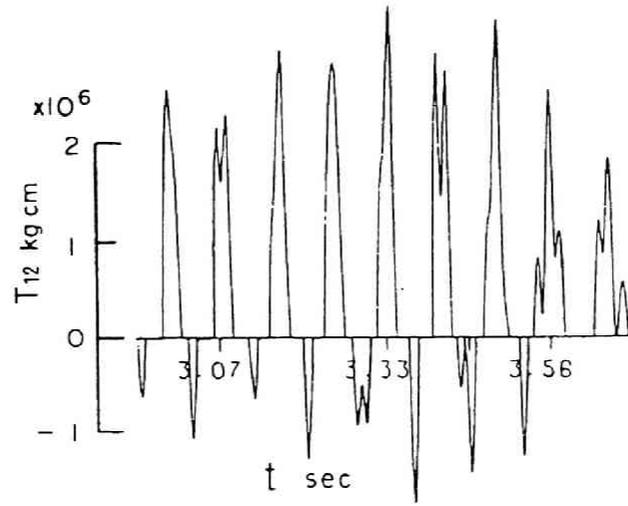


図 3.2.16  $T_{12}$ 、 $T_{23}$ 、 $T_{34}$  の計算結果 (拡大図)

応答を示している。このことは、ギヤメッシュのばね定数が他のばね定数と比べて、1 オーダ以上大きいことと関連しており、表3.2.5の固有値解析結果を参照しても、3 節モードのひずみエネルギーは  $k_{23}$  に集中し、ギヤ部分の局所的な振動となっている。1 節の共振点を通過する場合でも、ガタの影響により、このような高周波振動が生ずるため、数値積分における時間刻み  $\Delta t$  を小さくする必要が生じ計算時間が長くなる。そこで、3.2.4.3 では、 $k_{23}$  の値を仮に小さくすれば、応答値がどのように変化するかを検討する。また同時に、不確定な要素をもつ  $c_{23}$  についてもその変化に対する影響を検討する。

### 3.2.4.3 パラメータ変化の影響

#### (1) $c_{23}$ の変化の影響

図3.2.17に、 $c_{23}$  を変化させた時の、応答トルクの最大値および1～3 節モードの減衰比率を変更前の値で正規化した形で示す。減衰比率の計算は複素固有値解析により行った。3 節モードの減衰比率は、ほぼ  $c_{23}$  に比例して変化しているが、低次モードの減衰比率は  $c_{23}$  の変化にあまり影響をうけていない。応答トルク  $T_{23}$  の最大値は、 $c_{23}$  の増加に伴って、若干、減少しているが、 $T_{12}$ 、 $T_{34}$  に関しては、多少の変化はあるものの、あまり大きな影響はうけていない。このことは、前記の減衰比率の変化の傾向、および、 $T_{12}$ 、 $T_{34}$  では1、2 節モード相当の振動が支配的であり、 $T_{23}$  では3 節モード相当の振動成分が大きいこと、などに関連しているものと考えられる。

以上の様に、 $c_{23}$  の値に不確定な要素が含まれていても、その変化に対する影響は、比較的少ないと考えられる。

#### (2) $k_{23}$ の変化の影響

表3.2.5 の無次元ひずみエネルギーの分布によれば、 $k_{23}$  は3 節モードには大きな影響をもつが、1 節、2 節モードのひずみエネルギーの中では占める割合は小さく、仮に  $k_{23}$  を多少小さくしても、3 節の固有振動数は大きく変化するが、1 節、2 節の固有振動数はあまり変化しないことが予測される。そこで  $k_{23}$  を1 節、2 節の固有

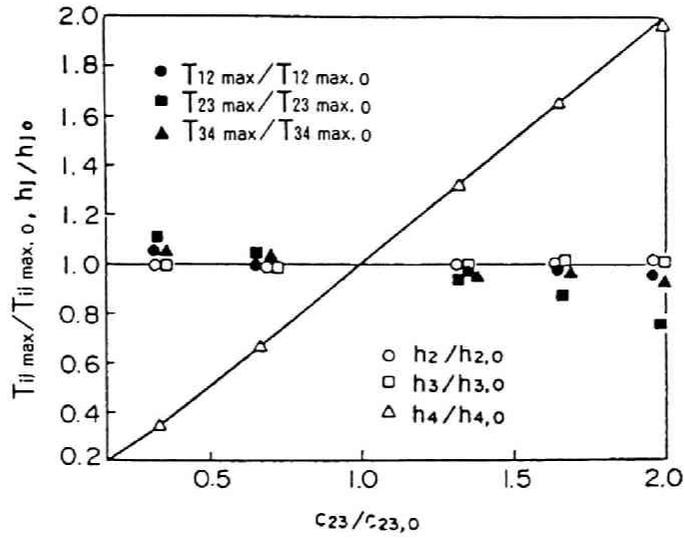


図 3.2.17  $c_{23}$  の  $T_{MAX}$ 、 $h_j$  への影響

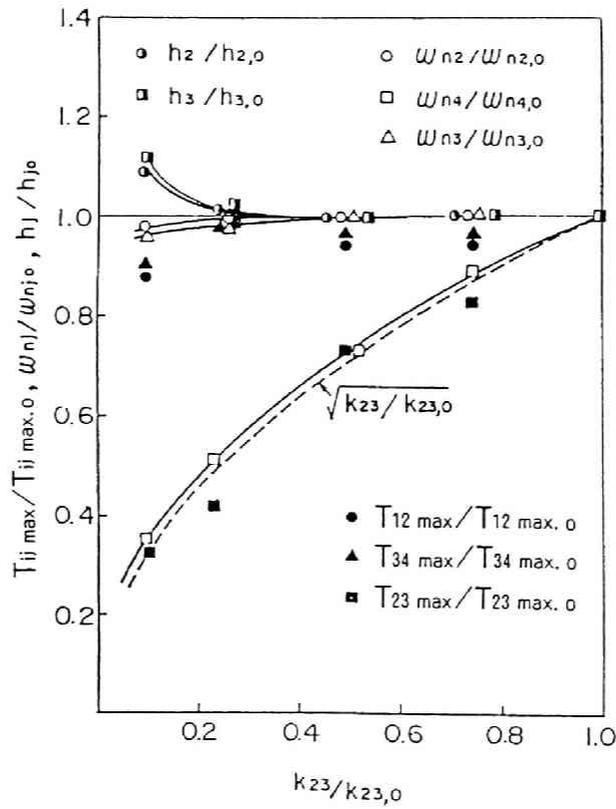


図 3.2.18  $k_{23}$  の  $T_{MAX}$ 、 $\omega_n$ 、 $h_j$  への影響

振動数が大きく変化しない範囲で小さくし、応答計算を行い、その影響を調べる。この場合  $c_{23}$  についても 3 節モードの減衰比率が一定となるようにあわせて変更する。図 3.2.18 に  $k_{23}$  を変化させた場合の各モードの固有振動数および減衰比率、応答トルクの最大値の変化を正規化した値で示す。図の範囲では、 $T_{23}$  の最大値および 3 節の固有振動数  $\omega_{n4}$  は  $k_{23}$  にともなって大きく減少しているが、1 節、2 節の固有振動数  $\omega_{n2}$ 、 $\omega_{n3}$  および減衰比率  $h_2$ 、 $h_3$ 、応答トルク  $T_{23}$ 、 $T_{34}$  の最大値の変化は小さい。 $T_{12}$ 、 $T_{34}$  の最大値の変化が小さいのは、(1) の場合と同様、3 節モードが  $T_{12}$ 、 $T_{34}$  にはあまり現れていないからと考えられる。

$T_{23}$  の減少量についても、系の巨視的な動きには  $k_{23}$  の大きさはあまり関係しないと考えれば、予測が可能となる。すなわち  $T_{23}$  の最大値は、 $K_{23}$  がガタによる不感帯の領域に入って、再び衝突した直後に発生しているので、衝突直前の速度は巨視的な動きで定まり、かつ、衝突直後の  $T_{23}$  の応答を衝突直前の状態を初期条件とした 3 節モードの自由振動であると考えれば、 $T_{23}$  の最大値はほぼ  $k_{23}$  の 1/2 乗に比例することになる。(詳細は 3.2.6 参照) 応答計算の結果を見ても、ほぼこの法則に従っていることがわかる。

以上のように、 $k_{23}$  をある程度小さくしても  $T_{12}$ 、 $T_{34}$  の最大値は、多少のばらつきはあるが、大きく変化せず、 $T_{23}$  についても補正が可能と考えられる。したがって、もし  $k_{23}$  を実際よりも小さな値で計算すれば、3 節モードの固有振動数が下がり、それに対応して積分における時間刻み  $\Delta t$  を大きくとれるため、計算時間が短くなる。

### 3.2.5 まとめ

ここでは、同期モータ駆動回転軸系の起動時の非線形ねじり振動について、第 2 章で示した構造系要素のなかから、ガタ要素などの非線形要素を用いてモデル化するとともに、計算時間の短縮を考慮した過渡応答解析手法について示し、それによる計算結果とモデル実験結果、実機実測値との比較検討を行うことにより、以下のような結論を得た。

(1) 2.3.2 および2.7.1 で提案したガタなどの断片線形系の応答計算手法を用いた計算結果は、モデル実験結果、実機実測値とよく一致し、その有用性が確かめられた。

(2) 計算時間を節約するための一手段として、共振点手前から計算を開始することを試み、その開始周波数についての算定式が得られた。

(3) (2) と同目的のために、増速機の歯のばね定数を実際よりも小さな値を用いる手法について検討した結果、低次モードの固有振動数に大きな影響を及ぼさない範囲であれば、歯のばね定数を小さくしても、最大応答値は近似的に得られることが確認できた。

(4) 増速機部の減衰定数の評価は難しいが、その値の変化に対する応答値の変化は少ない。

(5) 図3.2.11のような系においてモータ起動時に共振点を通過する時には、線形系、片ばね系、両ばね系の振動を通過し、両ばね系振動で応答トルクは最大値に至り、ガタを含まない系での応答とは、その波形や最大振幅を示す時の加振周波数などにおいて、かなり様子が異なる。

(6) 片ばね系での振動は振幅成長率が小さく、より定常振動に近い。一方両ばね系での振動は振幅の成長率が大きく、より過渡的である。したがって、両ばね系における応答値は、共振点通過速度などの影響を受けやすい。

### 3.2.6 3.2.4.3の補足

衝突前の速度ベクトル $\dot{\mathbf{u}}$ に含まれる3節モード成分 $\phi_4$ は固有ベクトルの直交条件より

$$\dot{\psi}_4 = \mathbf{U}_4^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} / m^*_4 = \phi \quad (\text{補-1})$$

ここで  $m^*_4$  : 4次(3節)の固有質量

$\mathbf{U}_4$  : 4次(3節)の固有ベクトル

$m^*_4$ 、 $U_4$  は  $k_{23}$  が変化しても、図 3.2.18 の範囲では、あまり変化しないこと、また本文中の仮定より  $\dot{u}$  も  $k_{23}$  の変化に関係しないとすれば、上式より  $\dot{\psi}_4$  もほぼ  $k_{23}$  の変化に関係しないと考えられる。

一方  $\omega_{n4}$  は、図 3.2.18 より、ほぼ  $k_{23}^{1/2}$  に比例すると考えられ、 $h_4$  は一定であるため

$$\dot{\psi}_4 = \phi, \quad \psi_4 = 0 \quad (\text{補-2})$$

を初期条件とする自由振動において、 $k_{23}$  での相対振幅の最大値は  $\phi / \omega_{n4}$  に比例する。したがって、 $k_{23}$  において発生するトルク振幅は  $\phi k_{23}^{1/2}$ 、すなわち、ほぼ  $k_{23}^{1/2}$  に比例すると考えられる。

### 3.3 2台の駆動源を持つねじり振動系におけるクラッチ切り換え時の非線形振動応答のシミュレーション

#### 3.3.1 問題の起述

図 3.3.1 に示すように 2 台の駆動源を持つ回転軸系においては、しばしばデュアルドライブからシングルドライブ、あるいは、シングルドライブからデュアルドライブというような切り換えがクラッチを用いて行なわれる。特に一つの駆動系が切り離される時には、歯車系の負荷が急激に減少するため歯面分離をおこし、その結果歯面に衝撃的な力が発生することがある。一段の歯車対における歯面分離や衝撃については検討された例はあるが<sup>(95)(96)(97)(98)</sup>、前述のような 2 台の駆動源をもつ回転軸系でのクラッチの分離、結合時の過渡的な現象について検討されたものは見あたらない。したがって、ここでは、このような現象における各種のパラメータの影響を把握するために、3.2 の場合と同様第 2 章で示した多自由度ばね質量系の線形要素と、ガタ要素、さらに、クラッチ要素などを用いて時刻歴応答計算を行

った。

### 3.3.2 解析モデル

図3.3.1 に示した系のねじり振動に関する数学モデルを図3.3.2 に、その諸元を表3.3.1 に示す。歯車のかみあい部分の特性は3.2 の場合と同様、ガタを含む断片線形のばね定数（図3.2.4 参照）で表現する。クラッチの部分については、第2章で示したクラッチ要素を用いるが、 $N(t)$  については図3.3.3 に示すように、ON-OFF 時には傾き一定で時間  $t_0$  で変化するものとする。駆動源としては、ここでは電動モータを考え、そのトルク  $T_M$  と角速度との関係は簡単のため下式のように理想化されたものを用いる。

$$T_M = T_0 - T_0 \omega / \omega_0 \quad (\omega < \omega_0 \text{ の場合}) \quad (3.3.1)$$

ここで  $T_0$  :  $\omega = 0$  の時のモータトルク

$\omega_0$  : 負荷がない時の回転速度

これらを用いれば、系全体の運動方程式が下式のような形で得られる。

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = f + f_N \quad (3.3.2)$$

ここでは、これらをPhaseplane- $\delta$ 法<sup>(74)</sup><sup>(75)</sup><sup>(76)</sup>を用いて解いている。

### 3.3.3 計算および結果の検討

応答計算を行う前にクラッチの結合している状態および、分離後の状態について、系の基本的な特性である固有値の計算を行った。その結果を表3.3.2 に示す。以下に、おもにクラッチ分離の場合について（(5)のみクラッチ結合の場合）、種々の条件での計算を行い、いろいろなパラメータの応答トルクへの影響について検討する。

#### (1) バックラッシュの影響

クラッチを分離すれば、分離前では駆動側であったピニオン  $J_3$  が被駆動側に移り、

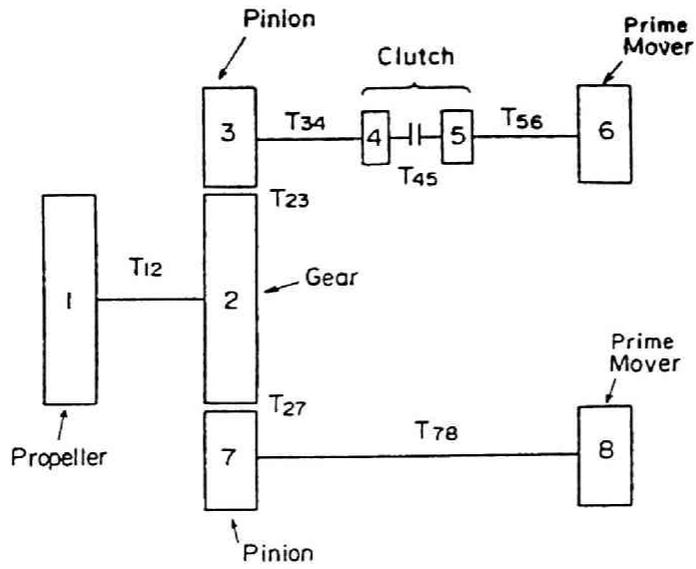


図 3.3.1 2 台の駆動源を持つ回転軸系

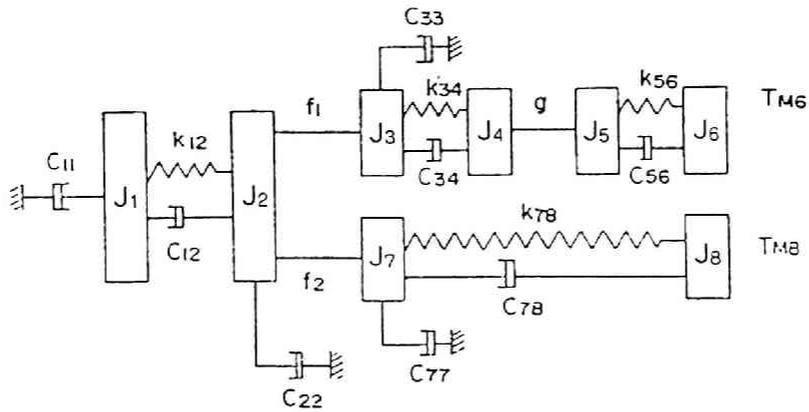


図 3.3.2 回転軸系の解析モデル

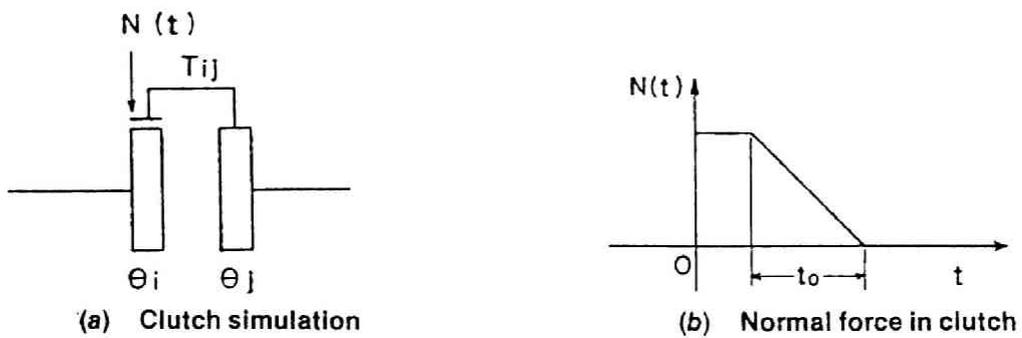


図 3.3.3 クラッチのON, OFF

表 3.3.1 ねじり振動系の諸元

Moment of inertia ( $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ )		Stiffness ( $\text{N m}/\text{rad}$ )		Damping ( $\text{N ms}/\text{rad}$ )	
$I_1$	2800	$k_{12}$	$2 \times 10^6$	$C_{11}$	$8.1 \times 10^3$
$I_2$	710	$k_{23}$	$5 \times 10^7$	$C_{12}$	$4.3 \times 10^3$
$I_3$	200	$k_{34}$	$1 \times 10^7$	$C_{22}$	$4.0 \times 10^3$
$I_4$	200	$k_{45}$	$1 \times 10^7$	$C_{23}$	$8.0 \times 10^3$
$I_5$	370	$k_{56}$	$2.5 \times 10^6$	$C_{33}$	$8.5 \times 10$
$I_6$	1700	$k_{27}$	$5 \times 10^7$	$C_{34}$	$4.0 \times 10^3$
$I_7$	440	$k_{78}$	$2 \times 10^7$	$C_{45}$	$4.0 \times 10^3$
$I_8$	2070			$C_{56}$	$4.0 \times 10^3$
				$C_{27}$	$8.0 \times 10^3$
				$C_{77}$	$8.5 \times 10^3$
				$C_{78}$	$4.0 \times 10^3$

表 3.3.2 固有值解析結果

(a) Before unclutching

Mode number	Natural frequency (Hz)	Eigenvector							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	4.46	1.00	-0.01	-0.12	-0.23	-0.33	-0.70	-0.12	-0.62
2	4.84	-0.02	0.01	-0.03	-0.20	-0.37	-1.00	0.04	0.93
3	10.5	-0.20	1.00	1.00	0.91	0.75	-0.39	0.99	0.28
4	22.7	-0.01	-0.30	-0.18	0.51	1.00	-0.08	-0.35	0.02
5	52.1	0.00	-0.02	0.23	1.00	-0.37	0.01	-0.24	-0.00
6	66.7	0.00	-0.50	-0.77	0.58	-0.11	0.00	1.00	0.01
7	99.4	0.00	-0.32	1.00	-0.17	0.01	0.00	0.14	0.00

(b) After unclutching

Mode number	Natural frequency (Hz)	Eigenvector							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	4.56	-0.81	0.12	0.12	0.12	—	—	0.15	1.00
2	9.24	-0.24	0.90	0.93	1.00	—	—	0.88	0.35
3	34.9	-0.00	-0.16	0.04	1.00	—	—	-0.26	0.01
4	66.1	0.00	-0.48	-0.81	0.33	—	—	1.00	0.01
5	99.3	0.00	-0.33	1.00	-0.15	—	—	0.14	0.00

駆動の方向が変化するため、歯車対にバックラッシュによるガタが存在する場合には歯面に衝撃的な応答トルクが発生することになる。図3.3.4に示しているのは、クラッチ分離時間  $t_0=0.01\text{sec}$  の時、バックラッシュの大きさを変化させて  $T_{23}$  の時刻歴の応答を計算した結果である。(a)に示すバックラッシュのない場合には、支配的な34.9Hzの振動は表3.3.2(b)の3次モードである。バックラッシュ  $b$  が0.003radの時には、離面分離がおり、それによる大きな衝撃が発生しており、支配的な99.3Hzの振動はギアピニオン間の相対角変位が大きい5次モードである。バックラッシュがもう少し大きくなり、0.012radの場合には衝撃力は少し現象しているが、バックラッシュがさらに大きくなり0.030radにあると再び衝撃力が大きくなるという複雑な傾向を示している。

図3.3.5は、図3.3.4と同じ条件下でのもう一つの歯車対のかみあいトルク  $T_{27}$  を示している。図よりバックラッシュがない場合には  $T_{23}$  の時の同様3次モードが支配的であるが、バックラッシュがある場合に支配的な振動成分は  $T_{23}$  の場合とは異なり、節点2-7間の歯車の振動が中心の4次モード(66.1Hz)である。

図3.3.6に  $t_0=0.01\text{sec}$ 、 $b=0.03\text{rad}$  の場合の軸トルク  $T_{12}$  と  $T_{78}$  の応答を示す。図より2つの軸いずれにおいても、歯車部分よりは低周波の2次の9.24Hz成分が支配的であることがわかる。

図3.3.7に前述の条件における各トルク ( $T_{23}$ 、 $T_{27}$ 、 $T_{12}$ 、 $T_{78}$ ) の最大振幅をプロットしている。図より、 $T_{23}$  および  $T_{27}$  についてはバックラッシュの大きさに非常に敏感であるが、 $T_{12}$  および  $T_{78}$  はバックラッシュの大きさとほとんど無関係であることがわかる。

## (2) クラッチの分離速度の影響

図3.3.8に  $b=0.003\text{rad}$  の時にクラッチOFFの速度を変化させた場合の応答トルク  $T_{23}$ 、 $T_{27}$ 、 $T_{12}$ 、 $T_{78}$  の最大振幅をプロットした結果を示す。図より、すべてのトルクは切換え速度がおそくなるほど小さくなっており、特に、歯車対のトルク  $T_{23}$ 、 $T_{27}$  は軸トルク  $T_{12}$ 、 $T_{78}$  よりも切換え速度に敏感である。図3.3.9に  $T_{23}$  に関して、バックラッシュ  $b$  と切換え速度の両方を変化させた場合の最大トルク振

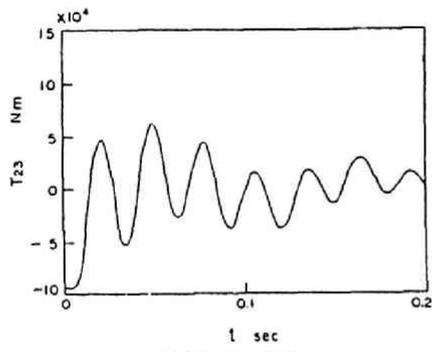


Fig. 4(a)  $b = 0 \text{ rad}$

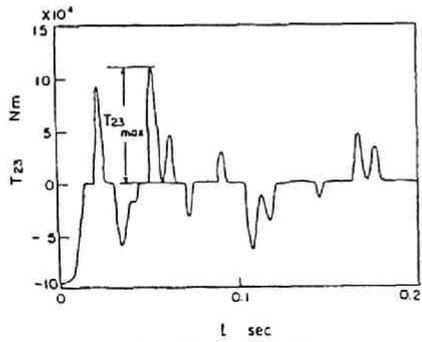


Fig. 4(b)  $b = 0.003 \text{ rad}$

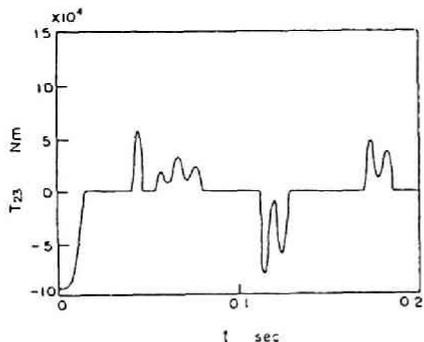


Fig. 4(c)  $b = 0.012 \text{ rad}$

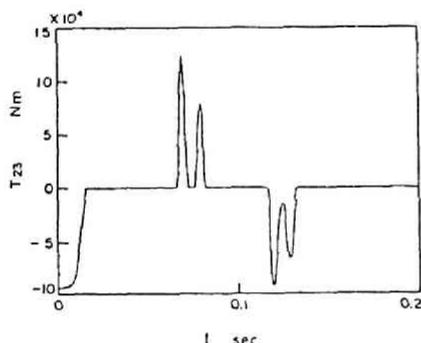


Fig. 4(d)  $b = 0.030 \text{ rad}$

図 3.3.4 バックラッシュの応答  
トルク  $T_{23}$  への影響

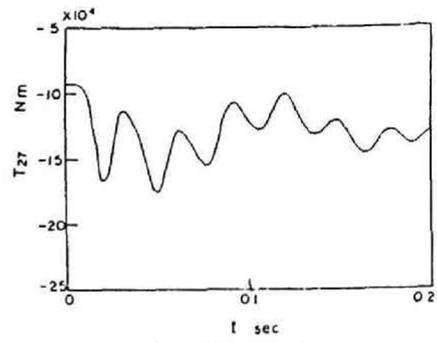


Fig. 5(a)  $b = 0 \text{ rad}$

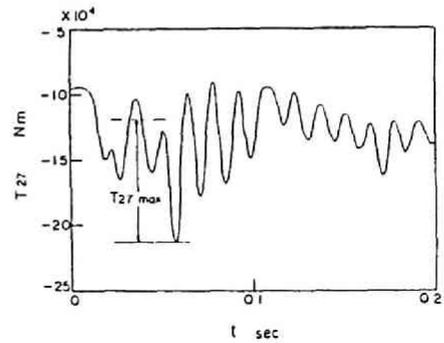


Fig. 5(b)  $b = 0.003 \text{ rad}$

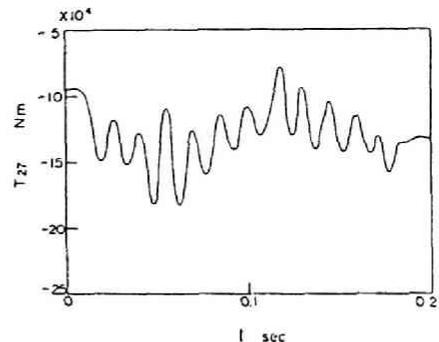


Fig. 5(c)  $b = 0.012 \text{ rad}$

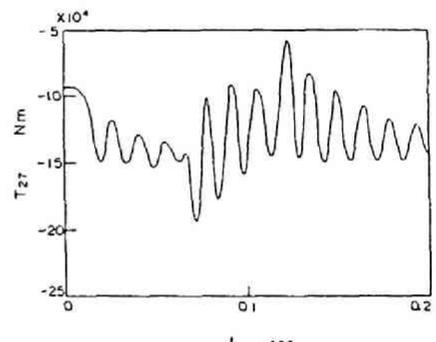


Fig. 5(d)  $b = 0.030 \text{ rad}$

図 3.3.5 バックラッシュの応答  
トルク  $T_{27}$  への影響

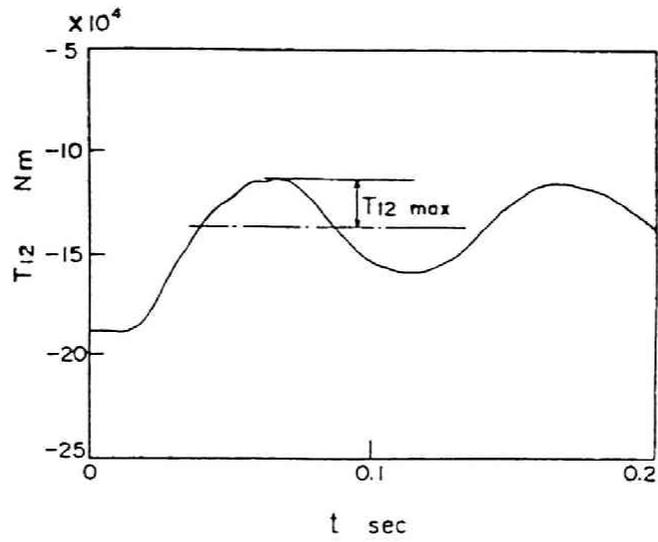


Fig. 6(a)  $T_{12}$

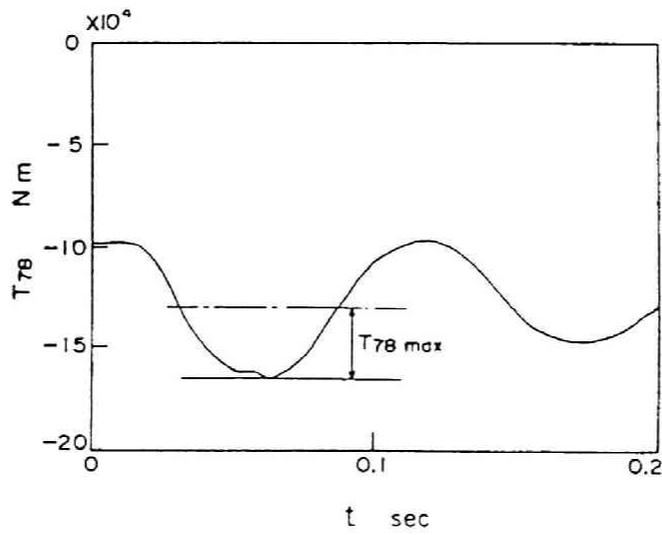


Fig. 6(b)  $T_{78}$

図 3.3.6 応答トルク  $T_{12}$ 、 $T_{78}$  ( $t_0=0.01\text{sec}$ ,  $b=0.003\text{rad}$ )

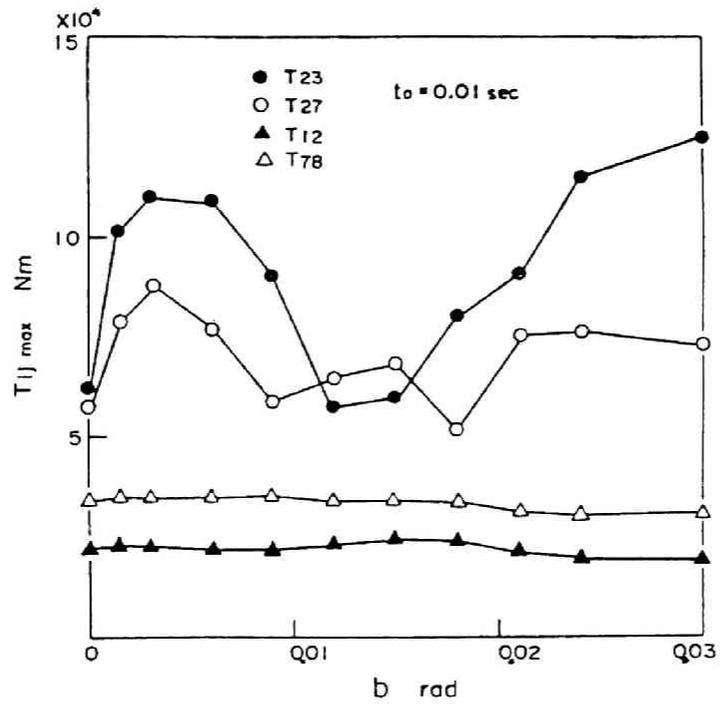


図 3.3.7 応答トルクの最大振幅

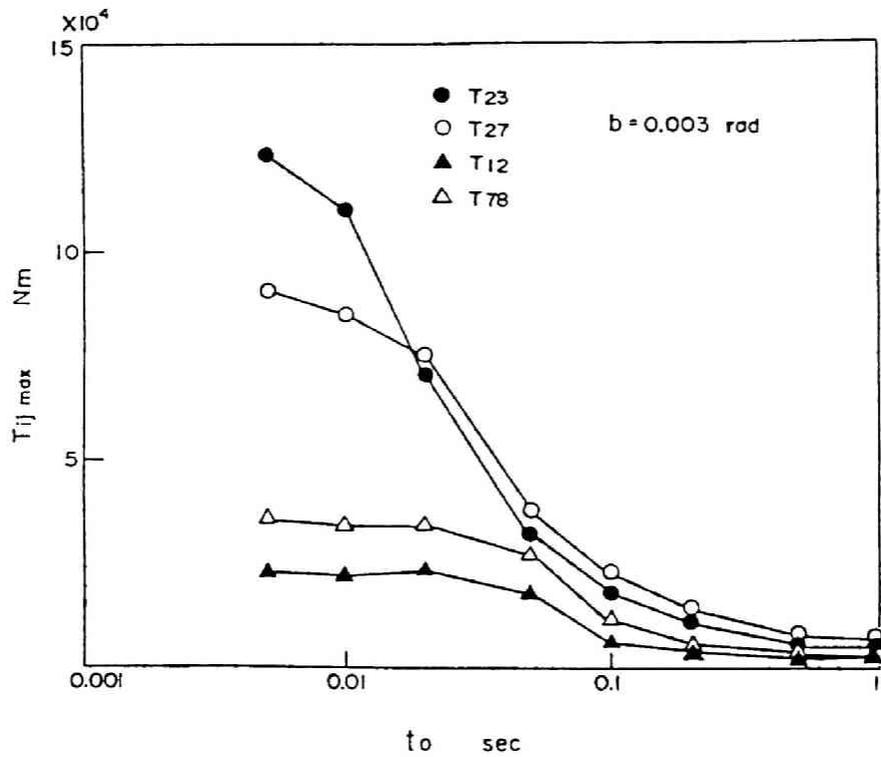


図 3.3.8 分離速度の応答トルクへの影響

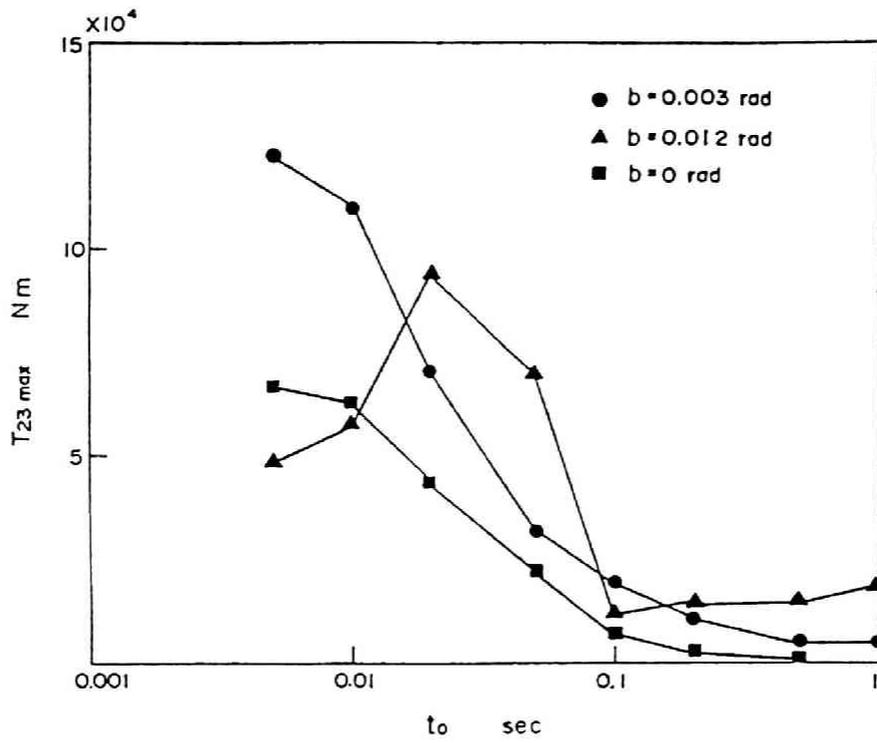


図 3.3.9 バックラッシュと分離速度の  $T_{23}$  への影響

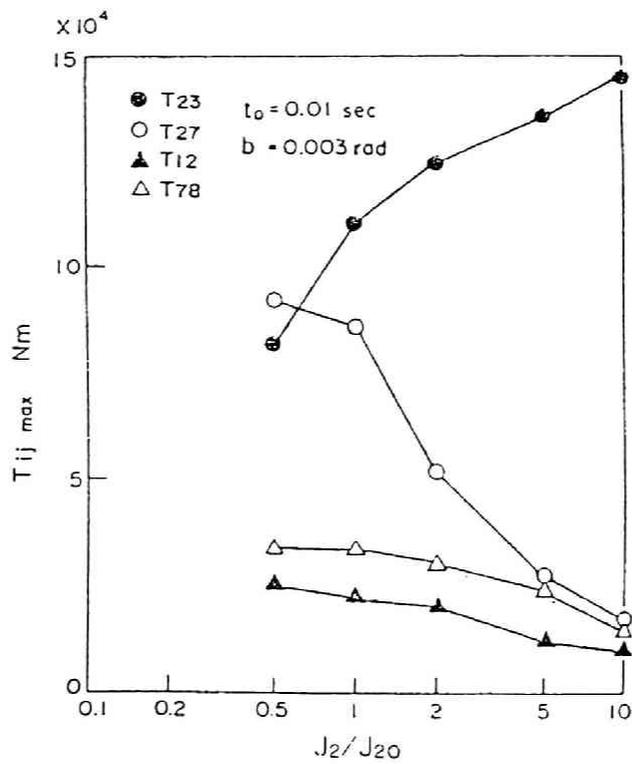


図 3.3.10 主ギアの慣性モーメントの応答トルクへの影響

幅を示している。図より、 $b = 0\text{rad}$ および $b = 0.003\text{rad}$ の場合には、最大トルク振幅は切換速度が速いほど大きくなっているが、 $b = 0.012\text{rad}$ の場合には、複雑な変化を示している。このことは、歯面分離したギアとピニオンが衝突する場合の相対速度がそのタイミングによって微妙に変化していることによるものと推測される。例えば、 $t_0 = 0.02\text{sec}$ の時の最初の歯面の衝突速度が $1.0\text{rad/sec}$ であるのに対して、 $t_0 = 0.01\text{sec}$ の時には、 $0.55\text{rad/sec}$ になっている。

### (3) 主ギアの慣性モーメントの影響

主ギアの慣性モーメント $J_2$ の応答トルクへの影響を図3.3.10に示す。図より、 $T_{23}$ は慣性モーメントの増加とともに大きくなっているが、 $T_{27}$ 、 $T_{12}$ 、 $T_{78}$ は逆に減少している。

### (4) ピニオン部の摩擦（減衰）の影響

クラッチ分離後、駆動源から分離されたピニオンの軸受け部の摩擦（減衰）は、分離された慣性モーメント $J_2$ 、 $J_3$ が主ギアから歯面分離する時の減速の様子に、すなわち、再衝突の時の相対速度 $\dot{u}_{23}$ および応答トルク $T_{23}$ に影響すると考えられる。図3.3.11に $b = 0.012\text{rad}$ 、 $t_0 = 0.1\text{sec}$ の時のピニオン部の減衰定数 $c_{33}$ の応答トルクへの影響を示している。図より $T_{23}$ は $c_{33}$ により大きな影響を受けることがわかる。

### (5) クラッチ結合時の応答

これまでの計算は、クラッチ分離時の場合についてであったが、ここでは、 $J_4$ と $J_5$ が結合する場合の応答について検討する。結合前の状態では、まだ負荷に結合していない $J_5$ の回転速度は $\omega_0$ 、すでに負荷と結合している $J_4$ の回転速度は $\omega_0$ の40%であると仮定する。図3.3.12は、バックラッシュとクラッチ結合速度の $T_{23}$ への影響を示している。図より、 $t_0 = 1.0\text{sec}$ の場合には、 $T_{23}$ はバックラッシュの増加にともなって、ゆるやかに大きくなっており、 $t_0 = 0.2\text{sec}$ という比較的高速の結合の場合にはバックラッシュの大きさが変化しても、 $T_{23}$ はほとんど変化しないことがわかる。

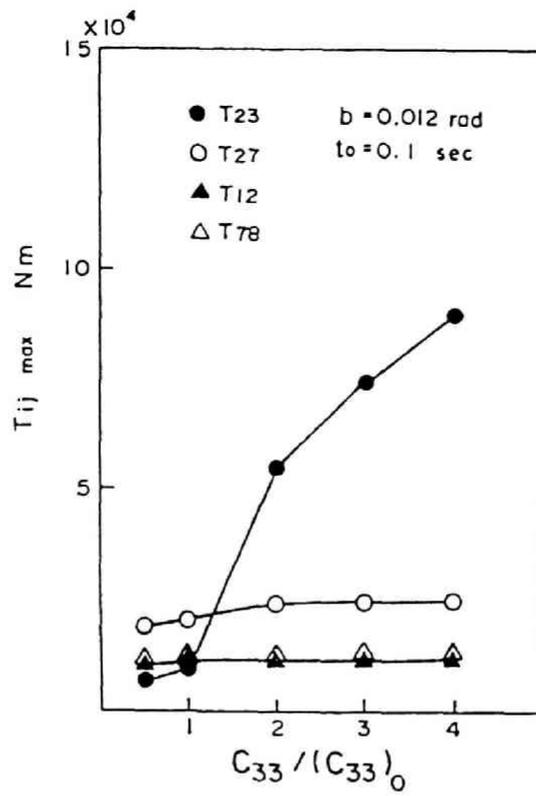


図 3.3.11 ピニオン部減衰定数の応答トルクへの影響

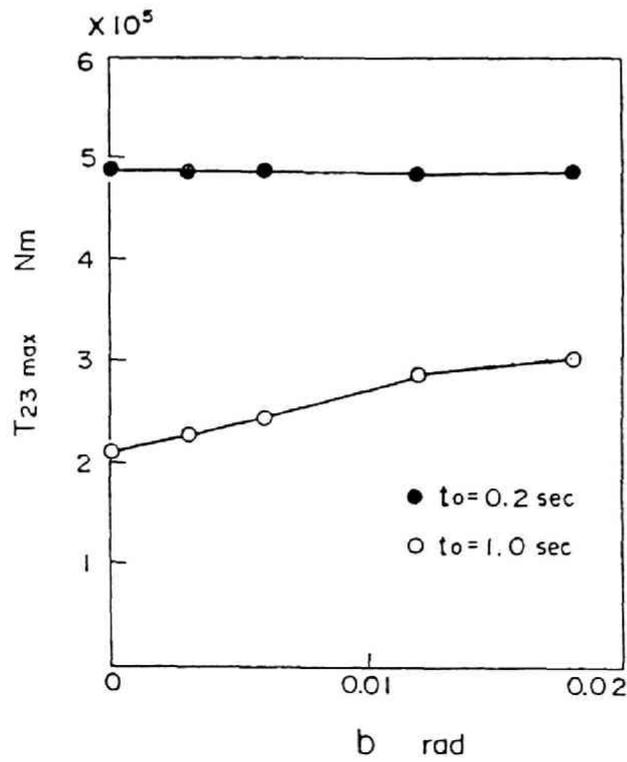


図 3.3.12 バクラッシュと結合速度の応答トルク  $T_{23}$  への影響

### 3.3.4 まとめ

2台の駆動源を持つねじり振動系におけるクラッチ切り換え時の非線形振動について、ガタ要素やクラッチ要素を用いて計算を行い、各種のパラメータの影響について検討した結果以下のような結論を得た。

(1) 歯車のバックラッシュ、クラッチの分離速度、歯車の慣性モーメント、ピニオン軸受けの減衰定数は、歯面の応答トルクに大きな影響をおよぼす一方、シャフトでの応答トルクへの影響はあまり大きくないことがわかった。このことは、歯面のトルク測定のかわりにシャフトのトルク測定で代用する場合には注意を要することを示唆している。

(2) クラッチ結合時の歯面分離や衝撃力はクラッチ分離時と比べてかなり大きくなる。特に、結合前の速度差が大きい場合に応答トルクが大きくなる。

(3) ゆるやかにクラッチを結合した場合の歯面の応答トルクは、バックラッシュの増加とともに大きくなっている。高速でクラッチを分離する場合にも、歯面の応答トルクはバックラッシュの大きさに非常に敏感である。図3.3.7に示しているように、歯面の応答トルク $T_{23}$ はバックラッシュの増加とともに最初は増加していくがその後大きく減少した増加するという複雑な挙動を示している。このことは、この場合のバックラッシュの最適値が0.01rad から0.015radの範囲にあることを示唆していると同時に、このような傾向はここで示したような詳細な過渡応答計算を始めて把握できることであると考えられる。

(4) 全体的な傾向として、クラッチ分離速度がゆるやかなほど、応答トルクは小さくなる。しかし、比較的大きなバックラッシュ(0.012rad)の場合には、図3.3.9に示しているように、歯面の応答トルク $T_{23}$ は分離時間 $t_0$ の増加とともに、最初は減少するがその後は逆に増加するという複雑な挙動を示している。この場合には $t_0=0.01\sim 0.1\text{sec}$ を避けることが望ましいことになる。

(5) クラッチを分離する場合、駆動源を分離された側の歯面の応答トルクは主ギアの慣性モーメント( $J_2$ )の増加にともなって増加するが、駆動源と接続している側

の歯面の応答トルクは逆に減少する。駆動源を分離された側のアイドルピニオンの軸受け部の摩擦（減衰定数）は、歯面応答トルクにかなり大きな影響を与える。

(6) 比較的ゆるやかなクラッチ結合の場合には、歯面の応答トルクはバックラッシュの増加にともなって大きくなるが、高速で結合した場合には、バックラッシュの大きさはあまり応答に影響しない。

### 3.4 結言

本章では、構造系の非線形のなかで極端にその特性が変化するもの一つであるガタをとりあげ、増速機や減速機、ギヤカップリングなどの歯車系のなかにガタを含む駆動系のねじり振動について検討した。このような歯車系のガタを含む駆動系を、第2章で示したガタ要素などを用いてモデル化し、多自由度のばね質量系の非定常非線形振動として検討を行った。まず、3.2 では同期モータ駆動の回転軸系のモータ起動時に問題となるガタを含む系での共振点通過現象をとりあげ、モデル実験および実機の回転軸系のモータ起動時のねじり振動問題を通して手法の妥当性やガタを含む系の共振点通過現象について検討した。3.3 では2台の駆動源を持つねじり振動系において問題となるクラッチ切り換え時の過渡的な非線形振動現象をとりあげ、その振動応答に対するガタの大きさなどのパラメータの影響について検討した。

その結果、第2章で提案したガタに関する計算手法が妥当であることが明らかになるとともに、このような系の振動応答は、ガタによる非線形の影響を非常に大きく受け、ガタの存在により線形系とは現象が大きく変化したりガタの大きさなどのパラメータの変化により応答値も大きく影響されることがわかった。したがって、ガタを含む系の振動現象を検討するには、本研究の手法が有効であることを確認することができた。

# 第4章 骨組構造物の非線形振動 シミュレーション

## 4.1 緒言

本章では、2次元あるいは3次元的に広がりのある骨組構造物の非線形振動現象に関して、構造系の非線形要素を適用した例について示す。まず、4.2では、建設機械など運動による姿勢変化を伴う構造物の運動と振動の解析を行う上で重要な役割を果たすと考えられる大変位トラス要素および大変位はり要素について、理論値との比較検討を行った後、クレーンの運転時の動的挙動のシミュレーションについて示す。4.3では、地震応答問題を取り上げ、弾性体である骨組み構造物で支持された剛体の大変位問題である浮き上がりおよび転倒現象を近似的に幾何剛性を持つ線形のはり要素と断片線形の回転ばね要素を用いてモデル化して検討した結果を示す。

## 4.2 リンク構造物の大変位運動と振動のシミュレーション

### 4.2.1 問題の記述

油圧ショベルやクレーンなどの建設機械の動的設計を行うためには、与えられた条件で刻々変化していく各機構の運動を含む系の動的挙動を予測することが重要になる。建設機械の機構部分を含む系の運動と振動の解析には、第2章で示した要素のうち、大変位トラス、大変位はりを用いるのが適当であり、ここでは、まず、それらの要素の精度を理論値や既往の研究と対比することによる精度検証について示した後、クレーンの機構部分の動的挙動のシミュレーションへの適用例について述べる。

### 4.2.2 大変位トラス・はり要素を用いたモデル構造物の応答計算

まず、無重力場で等速円運動をする回転振り子を例にとりトラス要素の精度検討

を行う。質量のない長さ1の棒の先端に集中質量が取り付けられた振り子が、角速度0.1rads/sで等速円運動するように初期条件を与え、計算した結果を図4.2.1、4.2.2に示す。時間積分のきざみ $\Delta t$ を0.1secとし、減衰はないものとした。座標原点を回転中心とし、XZ平面をZ軸まわりに45°回転させた平面内で回転運動するようなモデルを考えている。図4.2.1、4.2.2より角速度0.1rad/sec、周期62.8secで等速円運動していることがわかる。また、はり要素を用いた場合にも同じ解が得られることを確認した。

次に、長さ2000mm、直径5mmの片持鋼棒の先端を横荷重Pにより強制変位させ、その後に、自由振動させるモデルを扱う。はり要素でモデル化し、分割数は10としている。等分布質量とし、レーリー減衰のうち剛性比例の係数を0.001とし、質量比例の係数は零とした。横荷重Pは0secから2secまでの間に、直線的に0から3.92N(0.4kgf)まで増加させ、その後P=0として自由振動させた。このモデルの線形理論(微小変位理論)による基本固有周期は、1.106secである。時間積分のきざみは0.002sとした。図4.2.3、4.2.4に計算結果を示す。Pが3.92Nになった時点(t=2sec)で先端のX方向変位uは1130mm生じており、その時点での変形形状が図4.2.3のTime=2.00secとして示されている。その後、荷重Pを解放すると、その直後は大振幅で振動し、減衰により振幅が減衰していく。振動周期は線形理論による基本固有周期(1.106sec)とほとんど一致している。図4.2.4よりわかるように、荷重を解放した瞬間(Time=2.0sec)には、X方向に大きな加速度が生じており、このため、はりは高速で振り回され遠心力によりはり先端に大きな引張力が生じている。その後、引張力は急激に減少している。図4.2.4に示した軸力T、曲げモーメントM、せん断力Vは先端より200mmの位置における要素座標系の断面力である。横荷重PはX方向に一定の割合で増加させているが、MとVは大変形のため、1secから2secの間で増加の割合がゆるやかになっている。

さらに図4.2.5に示すような偏平なアーチの動的な座屈(Dynamic snap through)の解析を試みた。この例はすでにPlautら<sup>(99)</sup>あるいは山本ら<sup>(100)</sup>が解析を行っており、静的座屈荷重 $P_{cr}=1.60kN$ よりかなり低い動的座屈荷重を得ている。集中荷

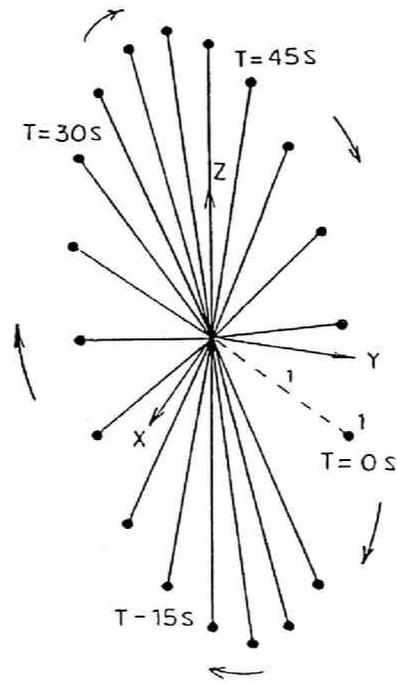


図 4.2.1 回転振り子の 3次元挙動

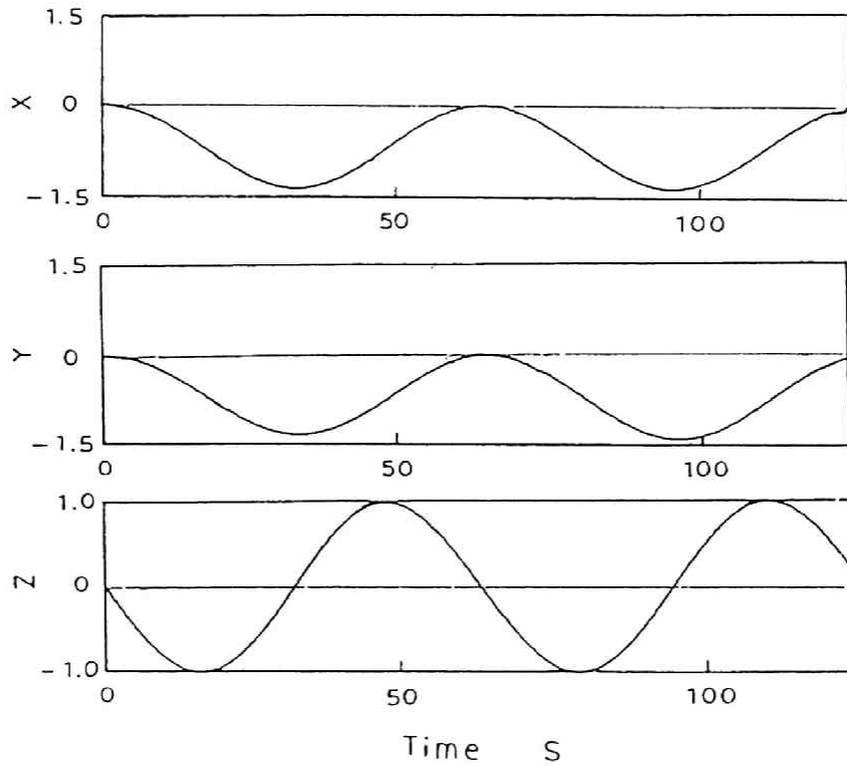


図 4.2.2 回転振り子の時刻歴応答計算結果

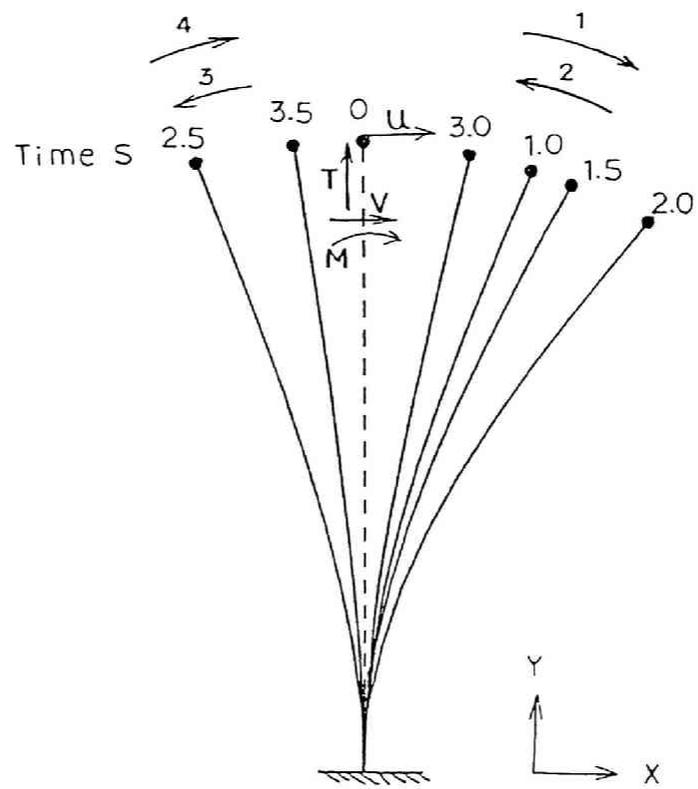


図 4.2.3 片持ちはりの自由振動計算結果のアニメーション表示

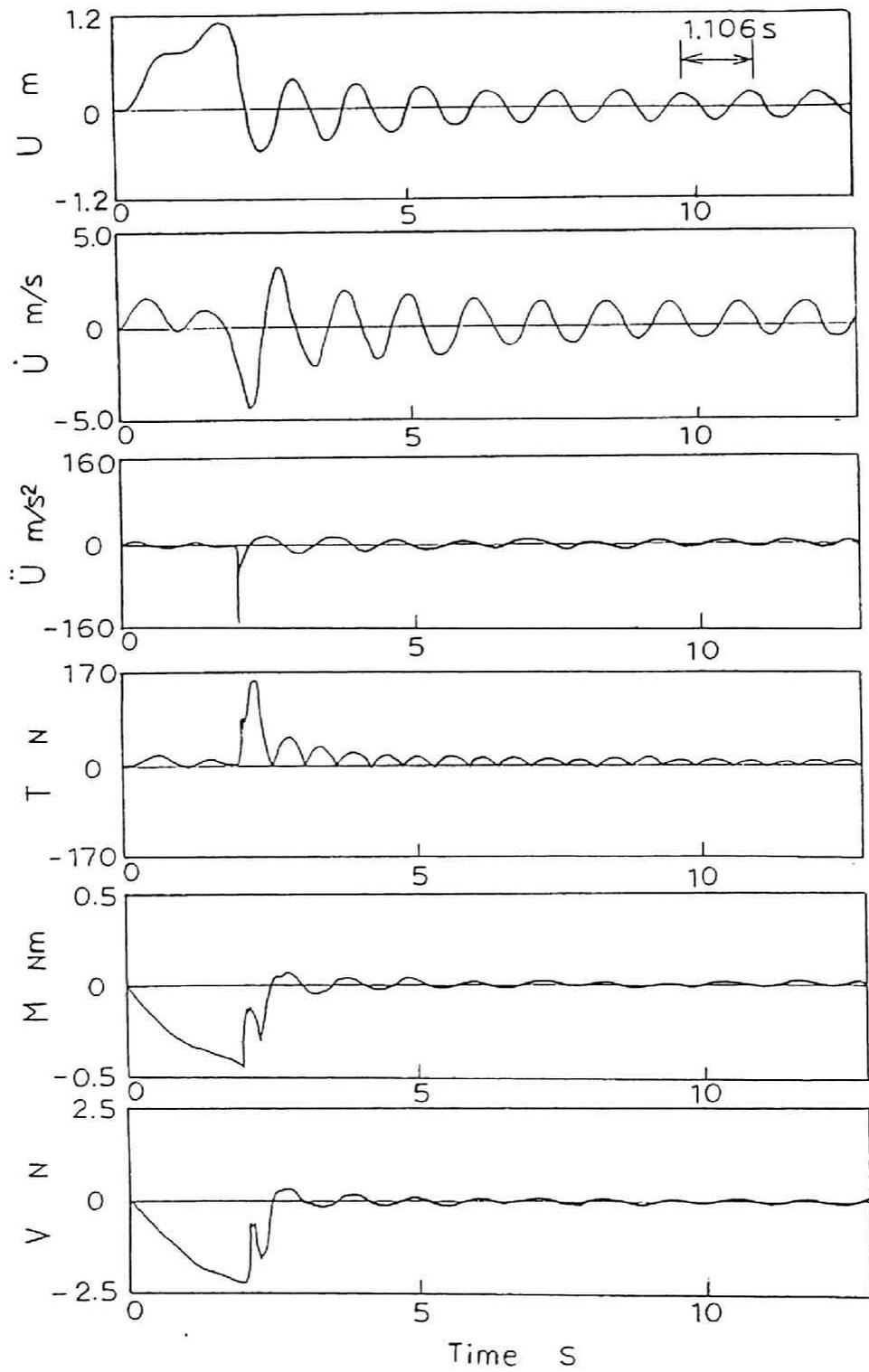


図4.2.4 片持ちはり自由振動の時刻歴応答計算結果

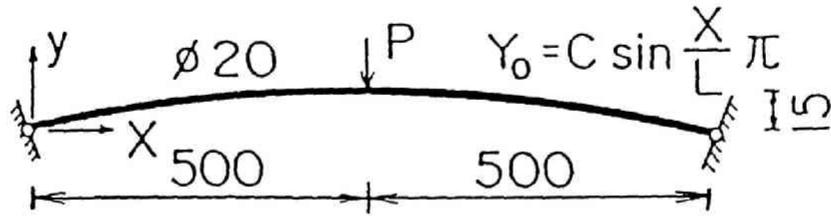


図 4.2.5 偏平アーチの動的座屈解析モデル

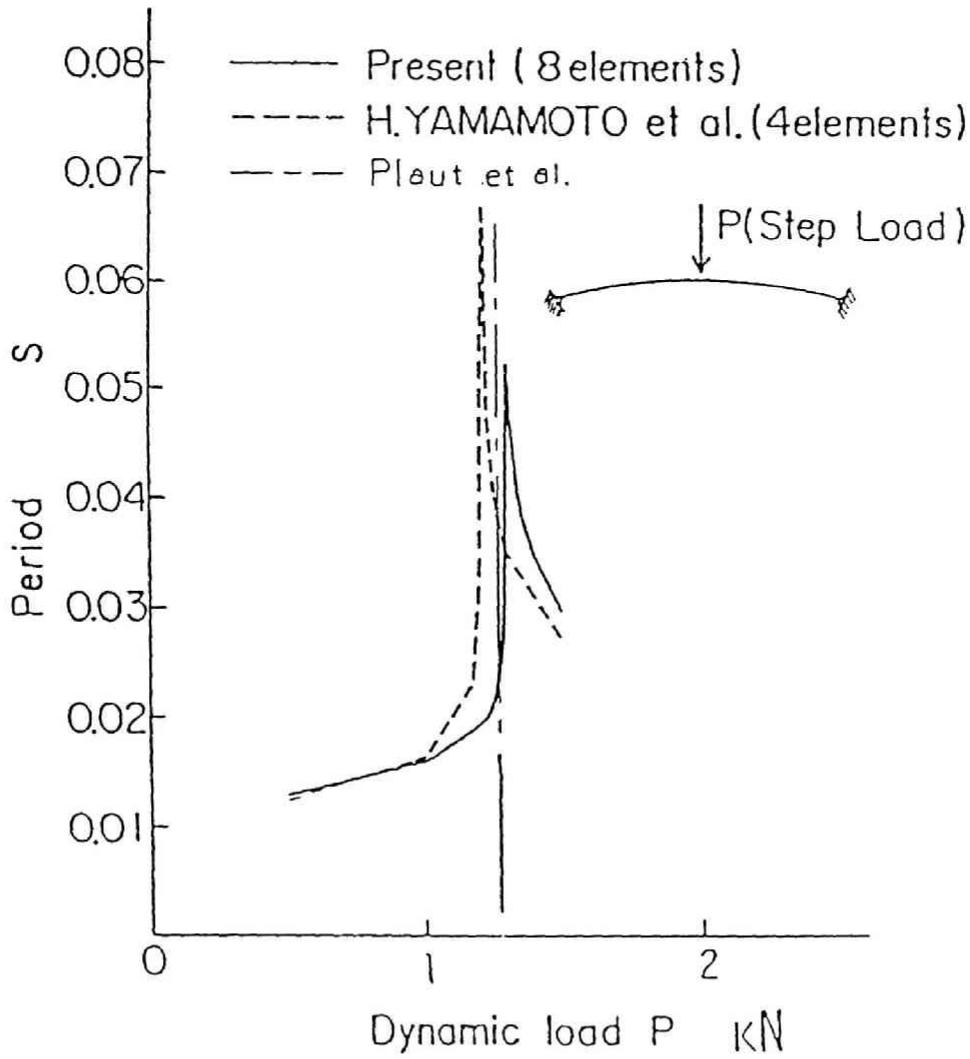


図 4.2.6 偏平アーチの荷重 P と周期の関係

重  $P$  はステップ荷重で  $P$  を変化させて計算を行った。時間積分のきざみは  $0.001\text{sec}$  とした。  $P$  が動的座屈荷重に近づくと、最大応答および応答周期が急激に増加する<sup>(100)</sup>。 図4.2.6 には、本論文の手法により求めた荷重  $P$  に対する応答周期の関係を示した。同図には山本ら<sup>(100)</sup> が得た結果も示している。図4.2.6 より動的座屈荷重近傍で周期が急激に長くなっていることがわかる。図4.2.6 より、本論文の手法により得られる動的座屈荷重は  $1.27\text{kN}$  となり、Plaut らの文献<sup>(99)</sup> に示された値  $1.24\text{kN}$  にかなり近い値が得られている。

以上の計算結果および検討より、第2章に示した大変位をトラス要素、はり要素の理論の妥当性が確認できたと考えられる。

#### 4.2.3 クレーン運転時の動的挙動のシミュレーション

実問題への応用として、クレーンの機構部分の動的挙動のシミュレーションを行う。クレーンに関して吊り荷を含めた系での動的挙動に関する研究としては、伊藤<sup>(101)</sup> がLagrangeの運動方程式を用いて複雑な式展開を行い計算している例や、坂和ら<sup>(102)</sup> の制御系を中心とした研究はあるが、有限要素法をベースにした汎用的な手法での解析例は見あたらない。ここでは図4.2.7 に示すクレーンの運転時の動的挙動のシミュレーションを第2章で示した大変位はり要素、滑車付き大変位トラス要素などを用いて行う。図4.2.7(a)で、1は吊荷位置、2はブーム先端、4はブーム根元、5は旋回中心を現している。ブーム長は  $30.48\text{m}$ 、初期のブームふ仰角度は  $35^\circ$ 、吊荷質量は  $3000\text{kg}$  とした。ブームおよびアッパフレームをはり要素で、ケーブルを滑車付きトラス要素でモデル化した。

まず、無載荷状態を初期状態とし、吊荷重量およびブーム自重を3秒かけて載荷して釣合い状態を作った後、7秒かけてブームふ仰用ケーブルを  $125\text{cm}$  巻き込んだ場合の計算を行い、結果を図4.2.8、4.2.9に示した。時間積分のきざみは  $0.1\text{sec}$  とした。図4.2.8に示した吊荷ケーブル  $a$  は12本巻きとし、吊荷ケーブル  $a$ 、 $b$  の滑車半径の比は12とした。図4.2.9には吊荷の  $X$  方向、 $Z$  方向変位および吊荷ケーブル  $a$ 、 $b$  ブームふ仰ケーブル  $c$  の各張力の時刻歴応答を示している。図4.2.8、

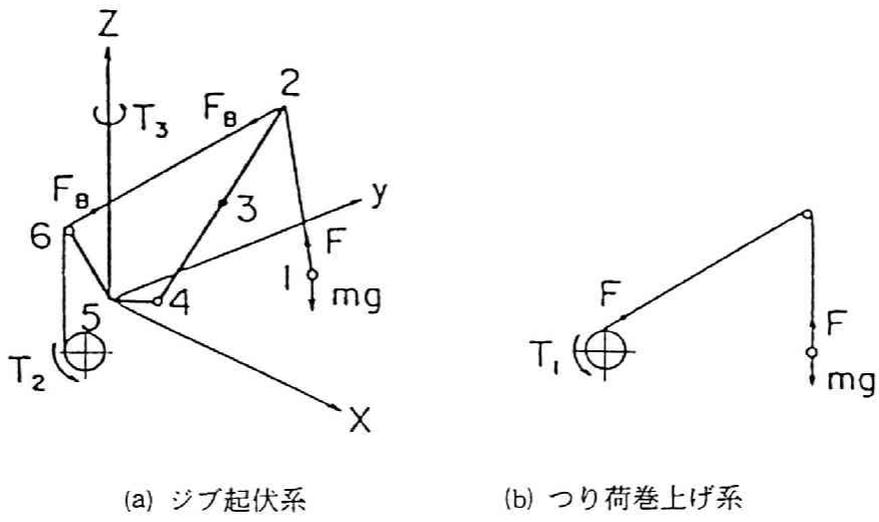


図 4.2.7 クレーンの解析モデル

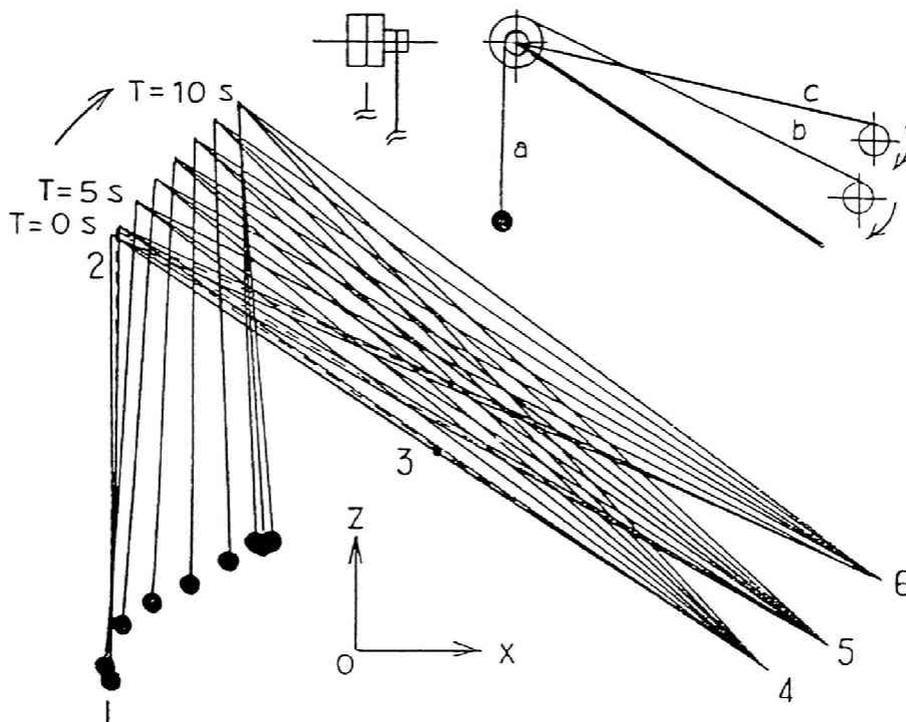


図 4.2.8 クレーンブームふ仰動作計算結果のアニメーション

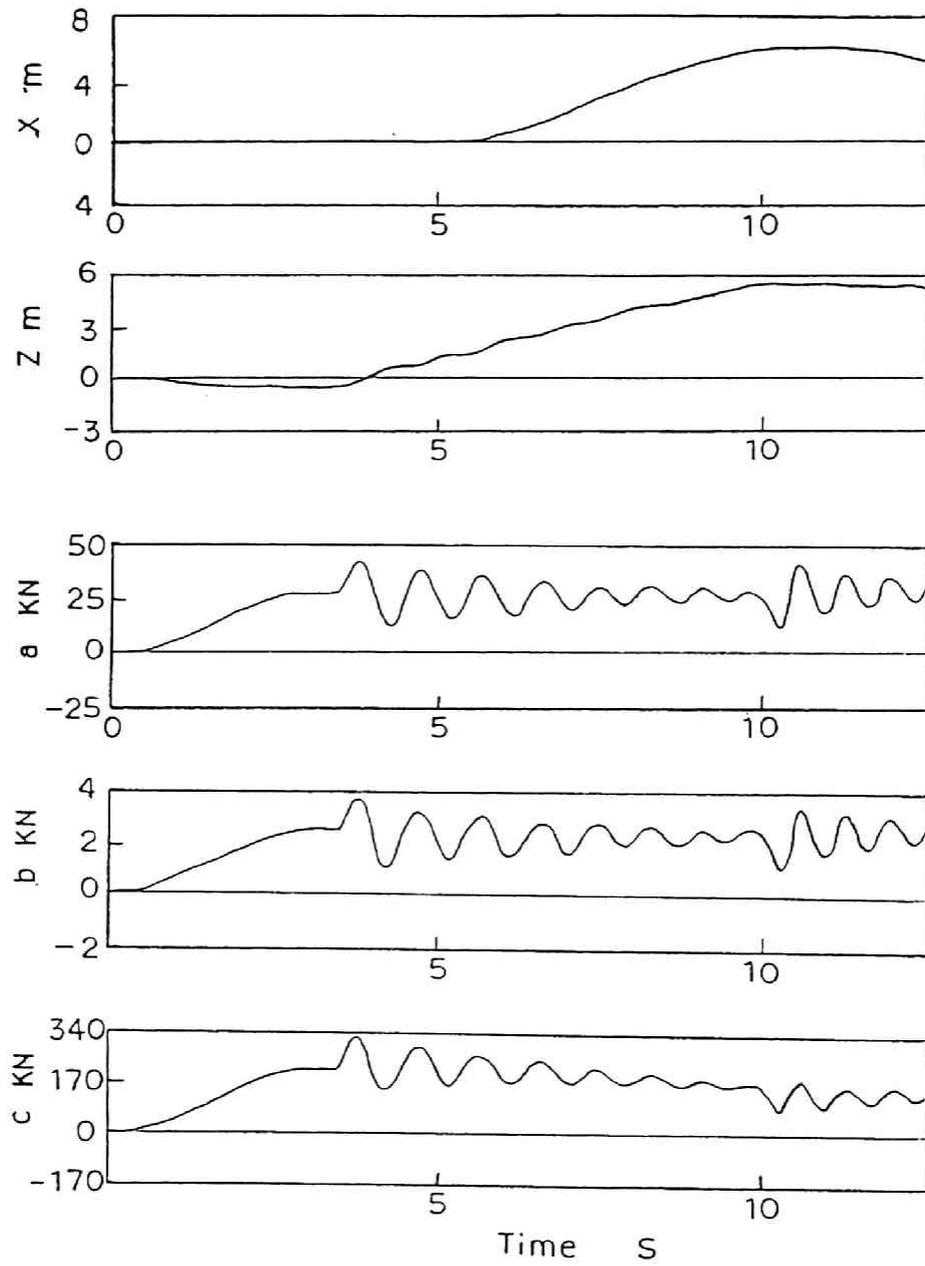


図4.2.9 クレーンブームふ仰動作時の時刻歴応答計算結果

4.2.9 よりブームふ仰に伴い、吊荷の鉛直変位の上昇にやや遅れて水平変位が生じていること、ブームふ仰開始直後と終了直後に加速度変化があるためにやや大きなケーブル張力変動が生じていることなどがわかる。また、吊荷ケーブル a、b の張力比は12となっている。なお、振動が減衰している理由は、ケーブル0.02の剛性比例のレーリー減衰を考慮しているためである。

次に、吊荷巻き上げ、ブームふ仰、旋回を同時に行った場合について計算を行い、結果を図4.2.10、4.2.11に示した。この場合は最初に静的な釣合い計算を行い、その後16秒かけて吊荷ケーブルを840cm、ブームふ仰ケーブルを280cm巻き込み、同時に16秒かけて180°旋回させた。図4.2.11にはブーム先端のX、Y、Z方向の変位、ブームふ仰用ケーブル張力およびブーム先端軸力の時刻歴応答を示している。図より吊荷が三次元的な振り子運動をしながら巻き上げられていく様子がわかる。また、図4.2.11より運動開始直後にブーム先端がわずかながらY方向とZ方向に振動していることがわかる。ブームふ仰用ケーブルの張力およびブーム軸力も運動開始直後にかなり変動している。

以上のように、第2章で示した手法は、吊荷の三次元振り子運動やケーブル、ブームの弾性振動を伴うクレーン運転時の大変位運転のシミュレーションに有効な手法であることが確認できた。

#### 4.2.4 まとめ

ここでは、第2章で示した、大変位トラス要素、大変位はり要素の精度検証とそれらを建設機械などのリンク機構を有する構造物の動的挙動のシミュレーションに適用し、以下のような結果を得た。

- (1) 回転振り子や、片持鋼棒の自由振動、偏平なアーチの動的座屈などについて数値計算を行い、計算手法の妥当性を確認した。
- (2) クレーンの吊荷持ち上げやブームふ仰および旋回などのシミュレーションを行い、吊荷の三次元振り子運動やケーブル、ブームの弾性振動を伴うリンク構造の動的挙動のシミュレーションに第2章で示した手法が有効な手段となりうることが判

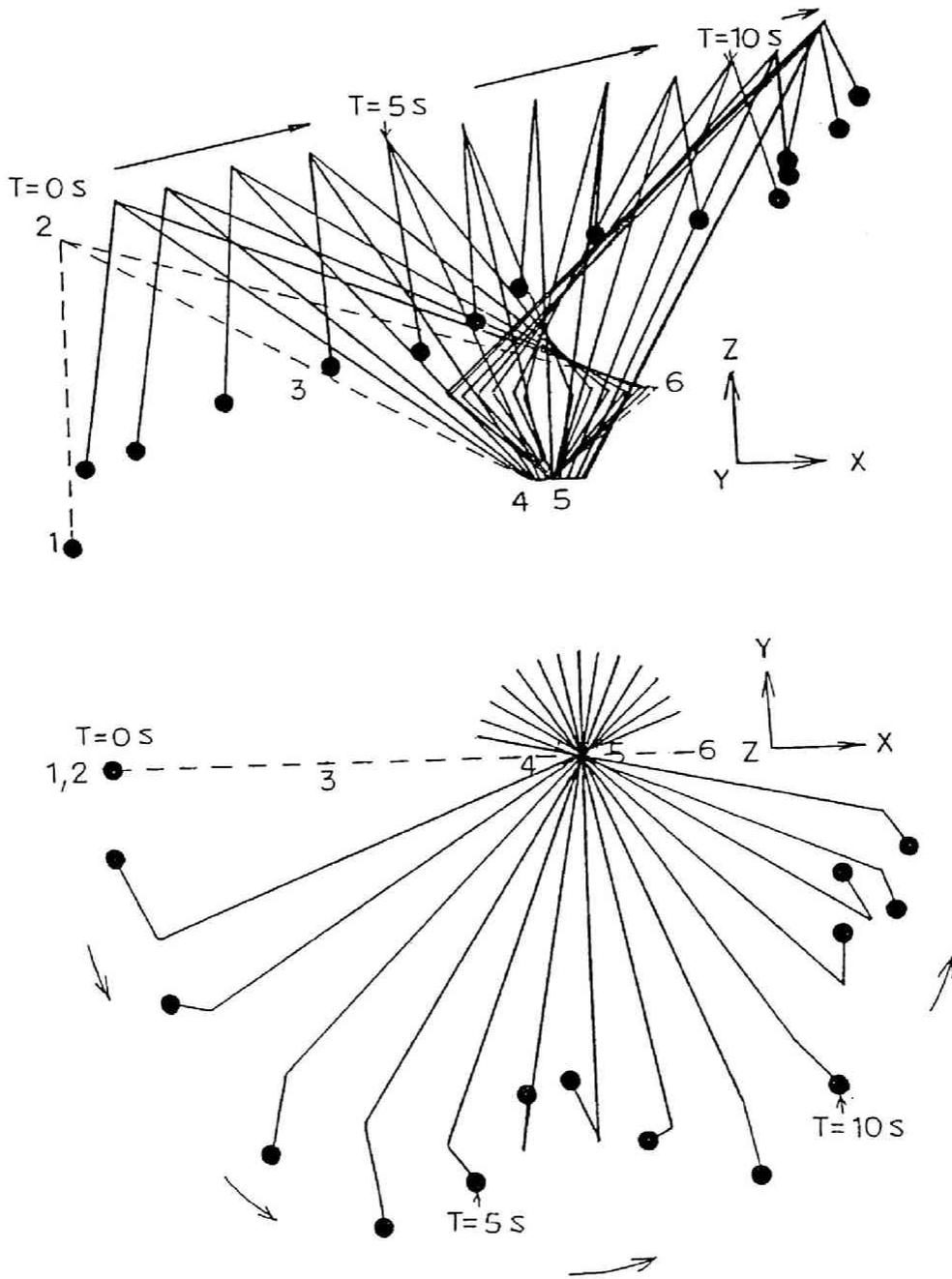


図 4.2.10 吊り荷巻き上げ、ブームふ仰・旋回動作の  
計算結果のアニメーション

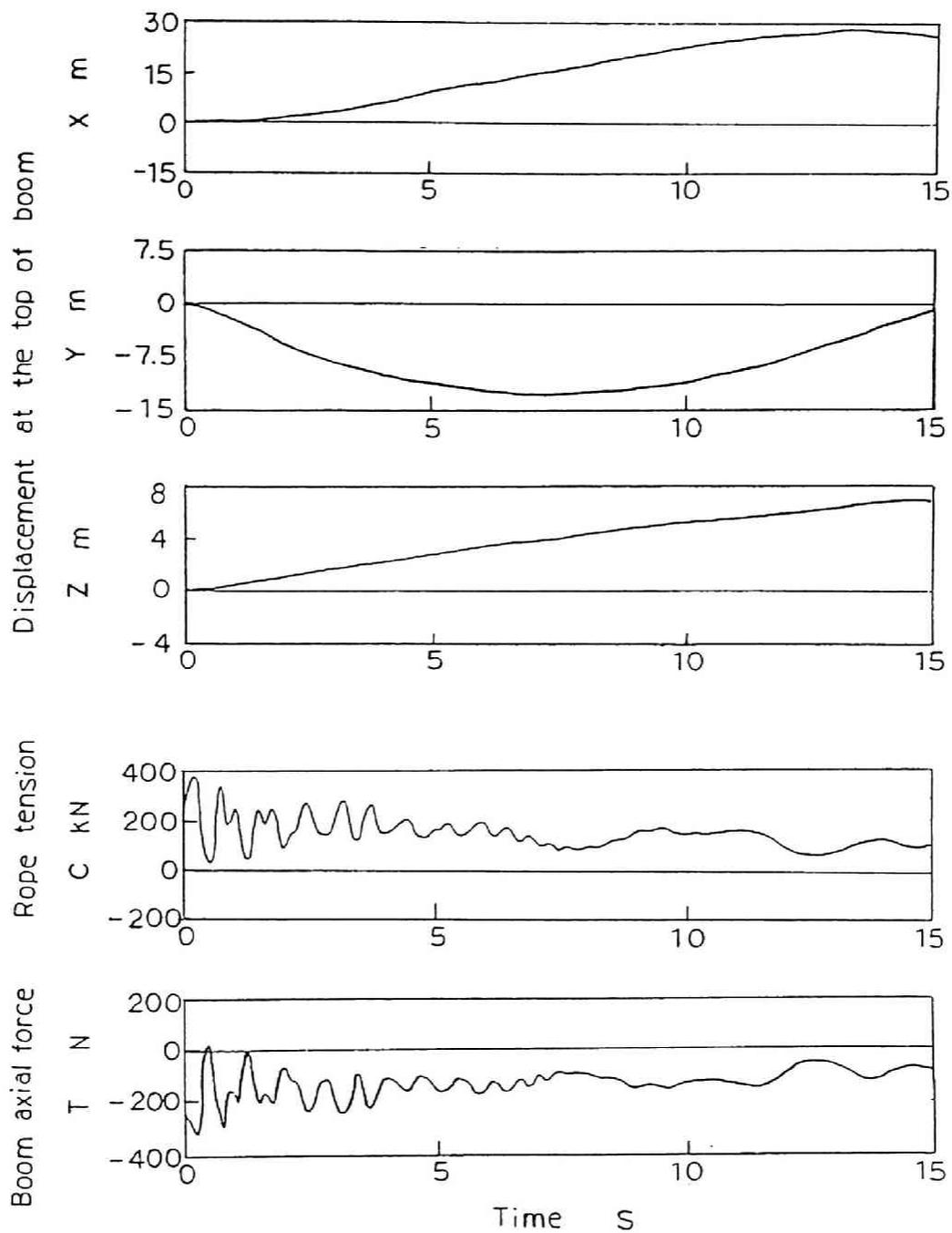


図4.2.11 吊り荷巻き上げ、ブームふ仰・旋回動作の  
時刻歴応答計算結果

明した。

### 4.3 弾性支持された剛体の浮き上がりおよび転倒振動シミュレーション

#### 4.3.1 問題の記述

構造物の中には、輸送容器のようにその機能上、基礎等に固定されずに、単に置いてあるだけの状態にあるものがある。そのような構造物に対して、地震による加速度入力に加わった場合、あるレベルの入力までは置いてあるだけでも浮き上がりやすべりを生じないので、あたかも基礎に剛接されていると同様の動特性を示すが、あるレベル以上になり、いったん浮き上がったり、すべったりしだすと様子は大きく異なり、非線形性の影響が強くなる。浮き上がりや転倒に関する研究としては、1自由度の剛体の転倒について小川<sup>(24)</sup>、園部ら<sup>(103)</sup>、木村ら<sup>(104)</sup>によるものがある。石田ら<sup>(105)</sup>は流体を保有する容器の浮き上がりについて報告しており、幾島<sup>(106)</sup>、座古<sup>(107)</sup>、Lee<sup>(108)</sup>は積み重ねられた剛体のブロックの非線形振動について専用の解析手法を用いて検討している。ここでは、弾性支持された剛体の浮き上がり、および転倒振動に注目し、近似的に幾何剛性を考慮した線形のはり要素と、断片線形である非線形回転ばねを用いて浮き上がりをモデル化してその動的応答解析を行う。まず、剛体の浮き上がりの回転ばね特性のモデル化、ならびに、ロッキング時の振動減衰特性のモデル化を示し、モデル実験結果と計算値を比較することにより手法の妥当性を検証する。

#### 4.3.2 浮き上がりおよび転倒振動のモデル化

ここでは、有限要素法により離散化された線形のはり要素に、幾何剛性と浮き上がりやロッキングの部分を表現する非線形要素を付加して転倒振動の解析を行う。ここでは、図4.3.1に示すような骨組構造物で支持された剛体が基礎部に水平加速度入力を受ける場合の転倒振動について検討する。

図4.3.2に示すような剛体だけの転倒振動の運動方程式は、減衰を無視すれば下式のようになることが知られている<sup>(24)</sup>。

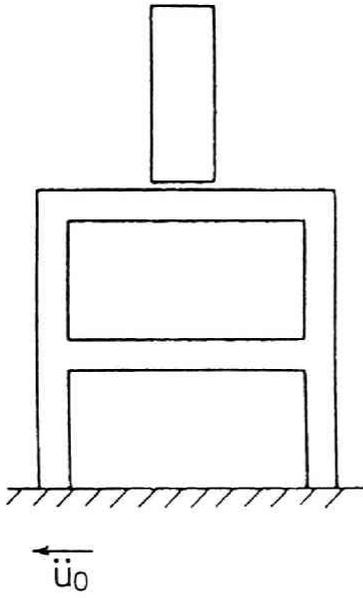


図 4.3.1 弾性支持された剛体

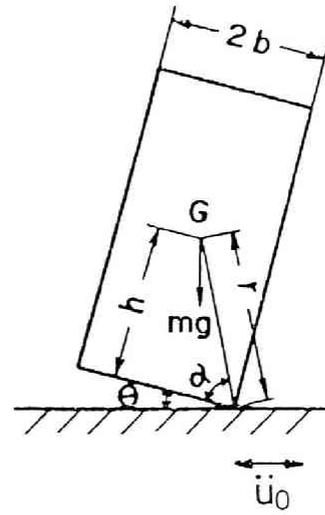


図 4.3.2 剛体だけの転倒

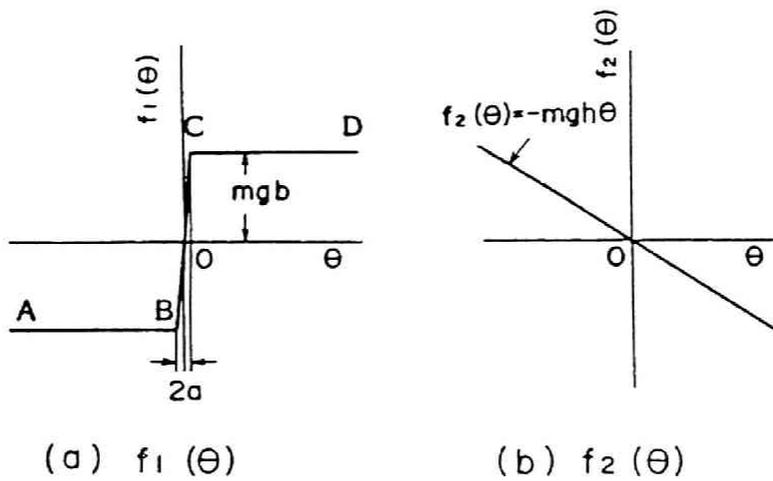


図 4.3.3 非線形回転ばね特性

$$J_0 \ddot{\theta} + m g r \cos(\theta \pm \alpha) = -m r \ddot{u}_0 \sin(\theta \pm \alpha), \theta \geq 0 \quad (4.3.1)$$

ここで  $J_0$ : 剛体の支点まわりの慣性モーメント

$\ddot{u}_0$ : 入力加速度

$m$ : 剛体の質量

$g$ : 重力加速度

ここで  $\theta$  があまり大きくなければ、近似的に次式のように簡単化することができる。

$$J_0 \ddot{\theta} \pm m g b - m g h \theta = -m h \ddot{u}_0, \theta \geq 0 \quad (4.3.2)$$

したがって、式(4.3.2)の第2項、第3項は、それぞれ図4.3.3(a)、(b)に示すようなばね特性として表現できる。図4.3.1の弾性支持モデルにおける、剛体部分の運動方程式において、支持部の上下方向振動が無視できる場合には、(a)の特性  $f_1(\theta)$  は断片線形の相対回転ばね、(b)の  $f_2(\theta)$  は軸圧縮荷重による幾何剛性として処理する。他の部分は、はり要素として有限要素法で定式化するが、必要以上に自由度が増加することを避けるため、Guyanの静縮小<sup>(10)</sup>により必要でない自由度を内点として消去する。

次に減衰について検討する。エネルギーの消散は、おもに衝突時に行われると考え減衰力は衝突時のみ働くとする。そのモデル化としてここでは、2種類の方法を考える。

#### (1) 減衰力が速度に比例する場合

この場合の減衰定数  $c$  は図4.3.3(a)における瞬時のばね定数  $k$  (傾斜) に比例するものとする。減衰についてこのような仮定を置くことの物理的意味を以下に示す。

剛体だけの自由転倒振動に上記減衰を適用すれば、1回の衝突における消散エネルギー  $D$  は近似的に下式のようなになる。

$$D = 2 a c V_p \quad (4.3.3)$$

ここで  $V_p$  : 衝突前の剛体の角速度

したがって、衝突前後のエネルギーには次式のような関係が成り立つ。

$$J_0 V_p^2 / 2 = J_0 V_s^2 / 2 + 2 a c V_p \quad (4.3.4)$$

ここで  $V_s$  : 衝突後の剛体の角速度

すなわち、 $V_s$  は次式で表現できる。

$$V_s = V_p \{ 1 - 4 a c / (J_0 V_p) \}^{1/2} \quad (4.3.5)$$

ここで、

$$J_0 V_p \gg 4 a c \quad (4.3.6)$$

であると仮定すれば、近似的に次式が得られる。

$$V_s = V_p - 2 a c / J_0 \quad (4.3.7)$$

ここで、衝突前後の速度差を  $\Delta V (= V_s - V_p)$  とすれば、次式が得られる。

$$\Delta V = V_s - V_p = -2 a c / J_0 = -2 \gamma m g b / J_0 = \text{const.} \quad (4.3.8)$$

ここで  $\gamma = c / k$

式(4.3.8) は転倒自由振動の衝突一回あたりの速度振幅の減少量が一定であることを意味している。なお、このようなモデル化を行う場合には、第2章で示した断片線形ばねに比例する減衰定数を用いる。

(2) 減衰力が速度の2乗に比例する場合

衝突による速度の減少量があまり大きくないと仮定すれば、衝突による消散エネルギーは近似的に次式で表現できる。

$$D = 2 a c V_p^2 \quad (4.3.9)$$

したがって、衝突前後のエネルギーには次式のような関係が成り立つ。

$$J_0 V_p^2 / 2 = J_0 V_s^2 / 2 + 2 a c V_p^2 \quad (4.3.10)$$

上式より、反発係数  $e$  は近似的に次式で表現できる。

$$e = V_s / V_p = (J_0 - 4 a c / J_0)^{1/2} = \text{const.} \quad (4.3.11)$$

したがって、上式は反発係数が一定であることを意味している。なお、このようなモデル化を行う場合には、第2章の要素の断片線形ばねと油圧系要素の中のバルブ要素を組み合わせたものを用いる。

以上、転倒の部分のモデル化について示したが、他の弾性の骨組み構造物の部分については、通常有限要素法で離散化されたものを用いる。

### 4.3.3 モデル実験および計算

#### 4.3.3.1 実験装置および解析モデル

4.3.2 で示した転倒振動のモデル化の妥当性を検討するためにモデル実験を行った。実験装置の概略ならびに計算モデルを図4.3.4に示す。(ただし $\theta_1$ は応答計算では消去している。) 実験装置ではBの部分が弾性のはり構造物、Aの部分が剛体相当の構造物であり、AとBの間は結合されておらずBの上にAが乗せてあるだけである。このような、構造物全体を振動台に乗せて加振して、その応答変位を測定した。

#### 4.3.3.2 実験および計算結果

##### (1) 非線形回転ばね特性

応答実験に先立ち、非線形回転ばね特性  $f(\theta)$  を剛体のみに静的な力を加えて測定した。その結果、剛体の底面が十分フラットでなかったため、図4.3.5のような若干複雑なばね特性が得られた。図4.2.5の特性中、 $f_1(\theta)$ に相当する部分を

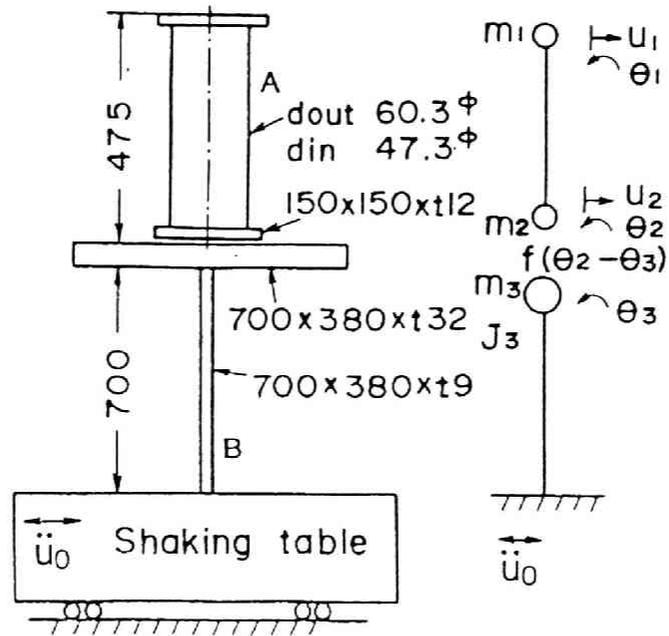


図 4.3.4 実験装置および解析モデル

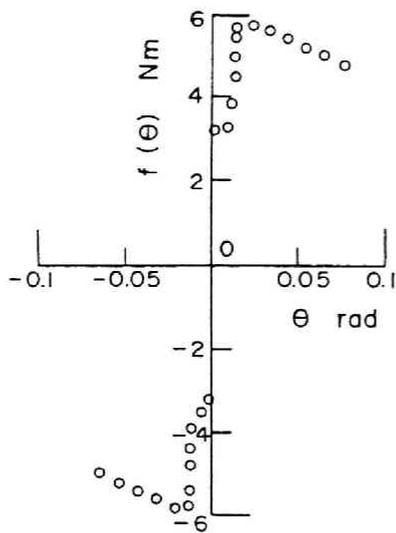


図 4.3.5 実験モデルの回転ばね特性  
(実測値)

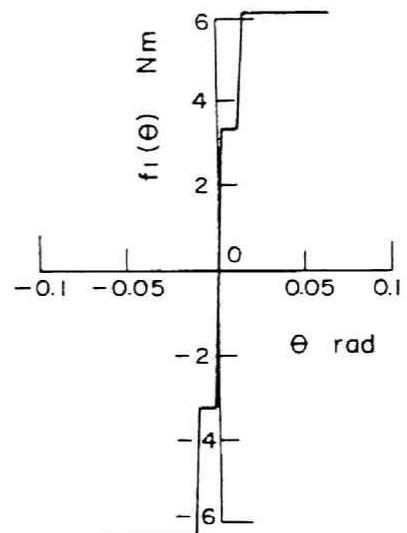


図 4.3.6 実験モデルの  $f_1(\theta)$   
(解析モデル)

以下の応答計算では図4.3.6のような断片線形ばねに近似して用いている。

## (2) 剛体の自由振動

図4.3.7に剛体の自由振動における振動速度波形の実測値を示す。さらに、一サイクルごとの速度振幅（片振幅）の変化の様子を図4.3.9に示す。図によれば、速度振幅は指数関数的に減少している部分もあるが、一サイクル当り、すわなち衝突二回当りの速度振幅減少量が一定として近似した直線から大きく離れていない。したがって、以下の計算では、衝突時のエネルギー消散のモデル化として減衰力が速度に比例するというモデル化の方を用いる。図4.3.9の直線の傾きより式(4.3.8)を用いれば $\gamma$ が得られる。その $\gamma$ を用いて自由振動を計算した結果を図4.3.8に示す。以下の応答計算でも、 $\gamma$ としてここで得られた値を用いる。

## (3) 剛体みの正弦波加振応答

図4.3.10に剛体の支持部に水平方向に正弦波（加速度）を加えた場合の応答計算結果ならびに実験結果を示す。加振方法としては振動数を固定して入力加速度を上昇させていく方法をとっており、図4.3.10の加振周波数は3.3Hzである。この場合の応答波形は、計算、実測いずれも分数調波が含まれている場合があったが、図では絶対変位 $u_1$ の最大値をプロットした。図より計算値は実測値とかなりよく一致していることがわかる。

## (4) 弾性支持剛体の正弦波加振応答

図4.3.11に、弾性支持剛体を正弦波で加振した場合の計算および実測結果を示す。図に絶対変位 $u_1$ 及び $u_2$ の片振幅の最大値をプロットしているが、計算値、実測値はかなりよく一致している。（加振周波数2.63Hz）

さらに、入力加速度振幅が $30\text{cm}/\text{sec}^2$ における変位応答波形の計算値と実測値を図4.3.12に示すが、両者とも非線形の影響で、かなり複雑な応答を示しており、定性的にも定量的にもかなりよく一致している。

## (5) 弾性支持剛体の過渡応答

図4.3.13に、弾性支持剛体に正弦ビート波の加速度入力を3.0 Hz、波数10、最大入力加速度 $49\text{cm}/\text{sec}^2$ なる条件で加えた場合の絶対変位の応答波形の計算値および

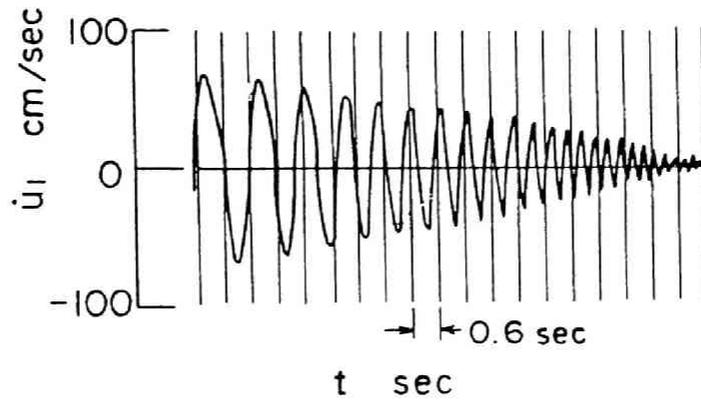


図 4.3.7 自由振動における振動速度の実測値

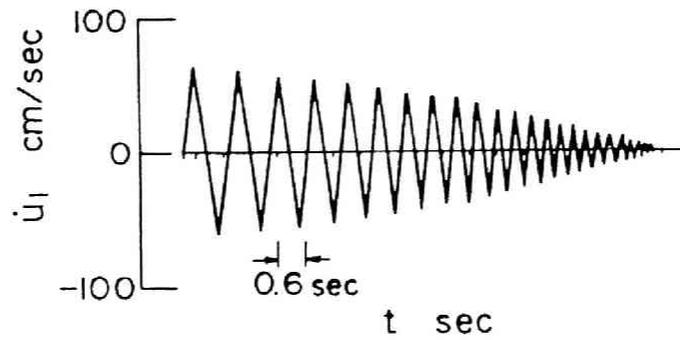


図 4.3.8 自由振動における振動速度の計算値

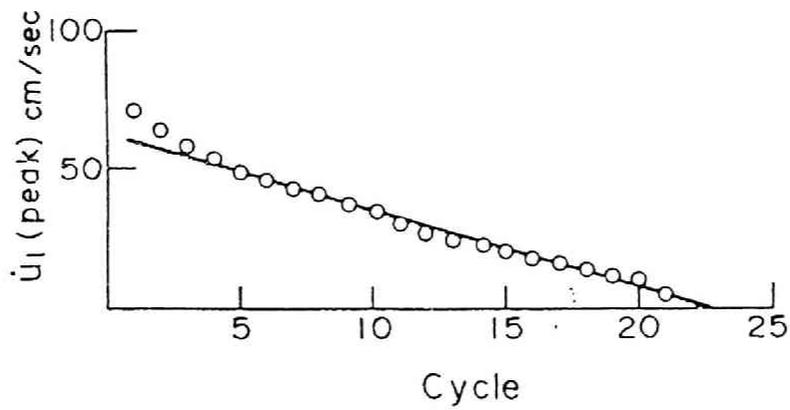


図 4.3.9 サイクルごとの速度振幅の変化

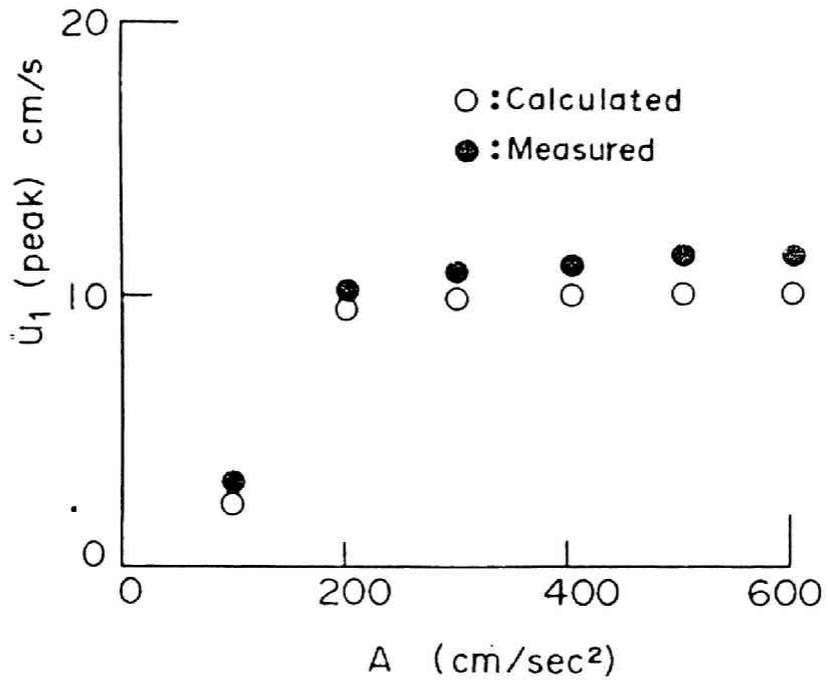


図 4.3.10 剛体の正弦波加振応答

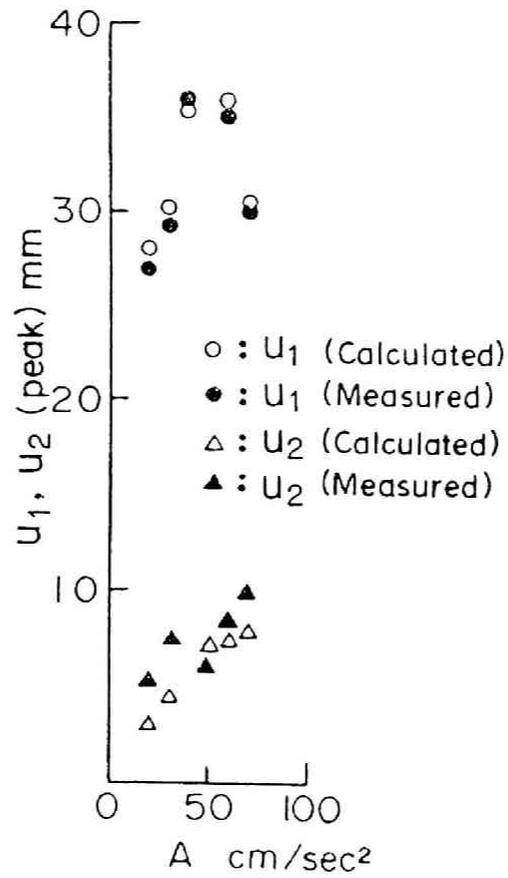


図 4.3.11 弾性支持剛体の正弦波加振応答 (絶対変位の最大値, 2.63Hz)

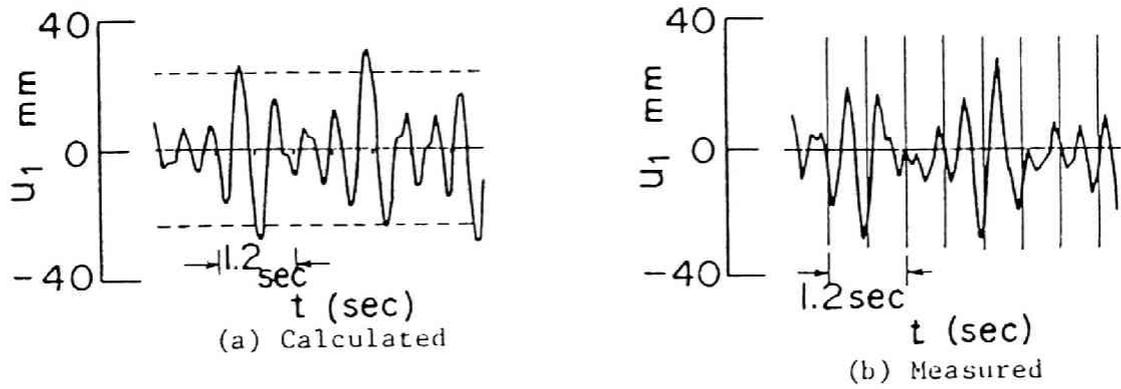


図 4.3.12 弾性支持剛体の正弦波加振応答

(絶対変位波形, 2.63Hz,  $A = 30\text{cm/sec}^2$ )

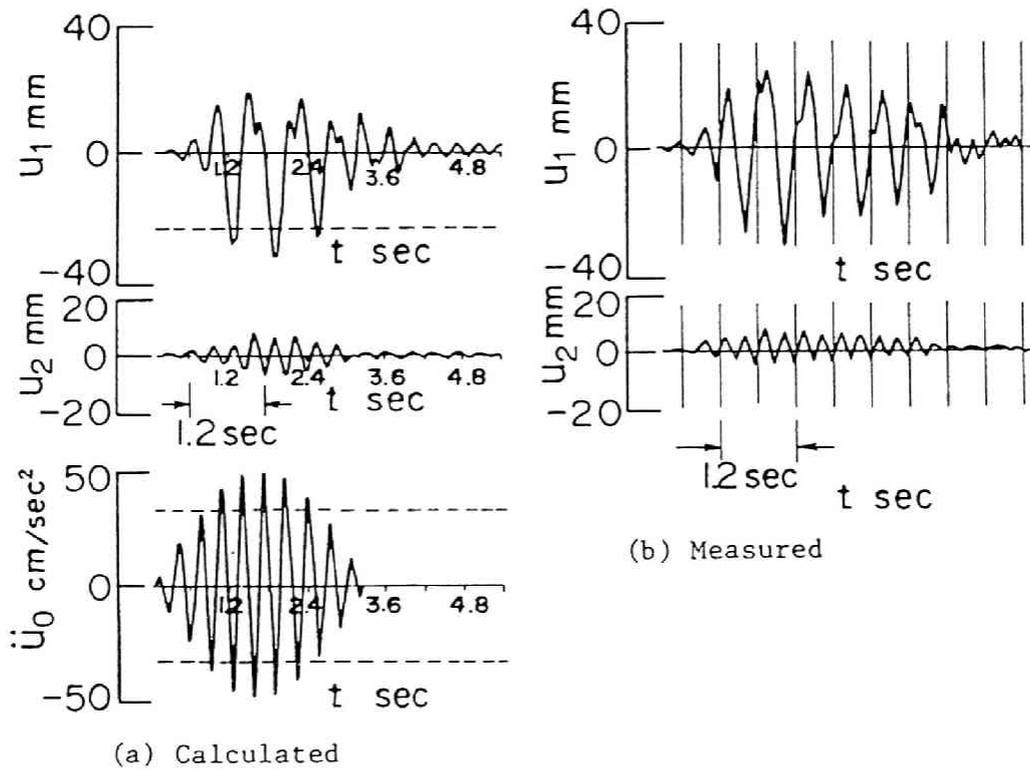


図 4.3.13 正弦ビート波による弾性支持剛体の応答

(3.0Hz, 波数10, 最大入力加速度  $49\text{cm/sec}^2$ )

実測値を示す。図より、両者はかなりよく一致していることがわかる。

#### 4.3.4 まとめ

弾性支持された剛体の転倒振動に対して、幾何剛性を考慮した線形のはり要素と、衝突時のエネルギー消散を考慮した断片線形の非線形回転ばねを用いてモデル化し、第2章で示した要素およびそれらを組み合わせたものを用いて計算し、実験によりその精度を検討した。その結果、計算値は実験値とかなりよく一致し、手法の妥当性が確認できた。また、計算、実験とも転倒振動は線形の応答とは異なる複雑な挙動を示し、このような非線形を考慮した手法を用いることが、現象を把握する上でも有効であることがわかった。

#### 4.4 結言

本章では、2次元あるいは3次元的に広がりのある骨組構造物の非線形振動現象に関して、第2章で示した構造系の非線形要素を適用した例について示した。まず、4.2では、建設機械など姿勢の変化する構造物の運動と振動の解析を行う上で重要な役割を果たすと考えられる大変位トラス要素および大変位はり要素について、それを用いた簡単なモデルについて理論値などとの比較検討を行った後、クレーンの運転時の動的挙動について検討した。4.3では、地震応答問題を取り上げ、弾性支持された剛体の大変位問題である浮き上がりおよび転倒振動を近似的に幾何剛性をもつ線形のはり要素と断片線形の回転ばね要素を用いてモデル化して計算を行いモデル実験値と比較検討を行った。

その結果、4.2、4.3いずれの場合においても計算値は理論値あるいはモデル実験結果などと良く一致し、モデル化手法、計算手法いずれも妥当であることが確認できた。また、本研究で提案している手法を用いることにより、大きな変位をともなった振動や、浮き上がり、転倒振動など、非線形を考慮しなければ現象を十分表現することが出来ないような問題の動的な挙動を明らかにすることが可能になり、手法の有効性を確認することができた。

# 第5章 油空圧機械における動的現象のシミュレーション

## 5.1 緒言

本章では、第2章で示した要素のうち、おもに油空圧要素のみを用いた計算例、および構造系や制御系とも連成した油空圧機械の動的現象について計算した例を示す。5.2では油空圧要素のみを用いた例として、空圧機械の一つであるロータリローブフロアをとりあげ、その吐出脈動のシミュレーションを行い、脈動低減のための最適パラメータについて検討した結果を示す<sup>(109)(110)</sup>。5.3では、典型的な油圧機械の一つである油圧鍛造プレスの過渡現象について、機構系要素、油圧系要素およびシーケンス制御要素を用い、構造、油圧、制御系の連成した場合の検討を行う<sup>(71)(72)</sup>。5.4では、複素固有値解析の適用例として、押出プレスにおける自励振動問題を取りあげ、機構系-油圧系の連成系にモデル化して、計算した結果を示す<sup>(71)(72)</sup>。

## 5.2 ロータリローブフロアの圧力脈動のシミュレーション

### 5.2.1 問題の記述

ルーツ形ロータリローブフロアは、その構造の簡単さ、据え付けおよび保守の容易さなどの特徴がある一方、その特性上、圧力脈動が発生しやすく配管振動や騒音が発生するため、高速化、大型化に際しては、いかに圧力脈動を抑制するかが課題となる。ここでは圧力脈動の原因としてもっとも主要な、フロアの吐出側からロータ閉じ込み空間への逆流現象について油空圧系要素を用いて圧力脈動のシミュレーションを行う。その結果と実測値とを比較検討し計算精度を確認した後各種パラメータの影響について検討する。

### 5.2.2 作動原理と脈動発生機構

ロータリローブフロアの作動原理を図5.2.1に示す。まず、下段のロータが吸込ポートを通過すると吸込側からガスがケーシング内に吸込まれる。吸込まれたガスはロータとケーシングとの間に閉じ込められ、さらにロータが回転し吐出ポートを通過すると、高圧ガスが吐出側から閉じ込み空間に逆流し、閉じ込み空間のガスを逆流圧縮し、吐出側で圧力脈動を生じる。

逆流による脈動を低減するにはロータ閉じ込み空間の圧力を徐々に高め、吐出ポート開口時の吐出側圧力とロータ閉じ込み空間との圧力差を小さくすることが有効である。その方法としては図5.2.2に示す環流口から閉じ込み空間に吐出ガスを徐々に逆流させ、脈動を低減させる方法が考えられるが、過渡的な非線形現象であり、かつ圧力脈動の大きさは環流口の大きさや開口速度に敏感に影響されるため、その諸元を適切に決定することはなかなか難しい。油空圧系における動的な現象については、ウォーターハンマを特性曲線法を用いて解いた例<sup>(40)</sup>や、往復圧縮機の脈動の定常応答解析<sup>(37)(38)</sup>や弁と流体の相互作用に関する研究<sup>(11)</sup>などの報告例はあるが、フロアにおける過渡的な圧力変動を解析した例は見あたらない。そこで、本節では第2章で示した油空圧要素を用いて吐出側から閉じ込み空間への逆流による過渡的な圧力変動の計算を行い、実機での測定値と比較してモデル化の妥当性を検討した後、脈動を低減させるための還流口の最適な開度を得るためのパラメータサーベイを行う。

### 5.2.3 解析モデル

逆流による過渡的な圧力脈動のシミュレーションを行うため、図5.2.3に示す系を図5.2.4のようにモデル化する。ロータリローブフロアでは気体の圧縮を行っており、全圧縮過程の計算を行う場合には気体の非線形性を考慮する必要があるが、ここでは吐出ポートが開いてからしばらくの比較的圧力変化の幅が小さいところを計算の対象としているので流体自身については、平衡点まわりに展開して線形としてあつかう。また、圧力変動としては一次元的な現象を考え、図5.2.4のように流

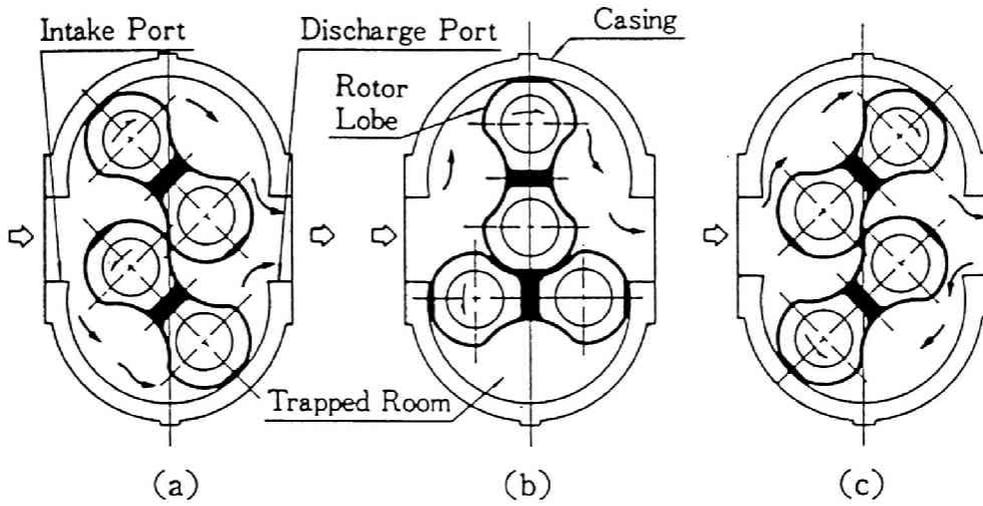


図 5.2.1 ロータリローブブロワの作動原理

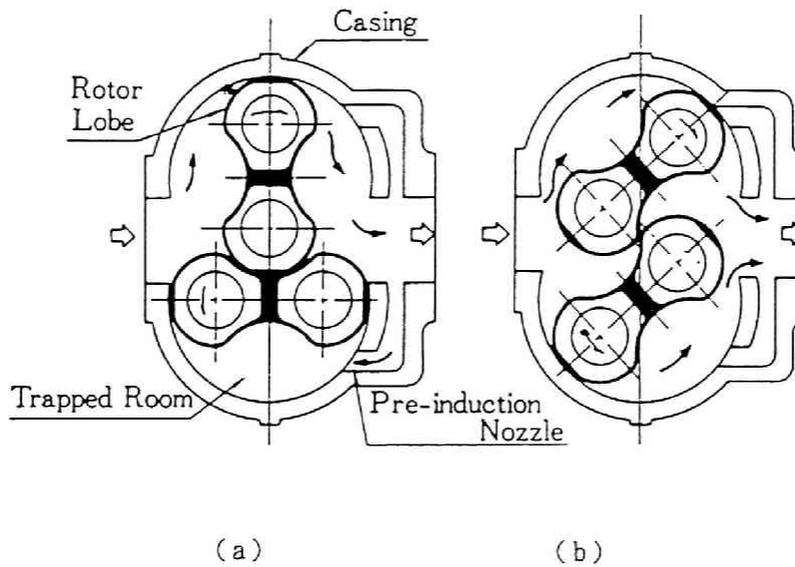


図 5.2.2 還流口

体部分は有限個の配管内流体要素、開口部の $h, g$ の部分については可変の絞り弁要素を用いてモデル化する。ただし、ここでは、閉じ込み空間の体積変化による平均的な流量変化および閉じ込み空間から吸込側への漏れは省略し、逆流時の過渡現象のみに着目する。

#### 5.2.4 計算結果および実測値との比較

モデル化の妥当性検討および最適な環流口諸元を求めることを目的として、実験機に対して計算と測定をおこなった。実験機では吐出ポートの開口断面積 $a_h$ はロータ回転角 $\phi$ とともに図5.2.5に示すように十分大きな断面積に至るが、環流口の開口断面積 $a_g$ は図5.2.6のように最大値 $a_{g0}$ を適当な値に設定できるようになっている( $\phi_0$ から $a_g$ 一定)。取扱ガスは空気、吸込圧力 $p_{s0}$ は大気圧である。ブロワ吐出配管および閉じ込み空間の圧力脈動の測定には、ストレインゲージ式圧力変換器を用いた。

図5.2.7(a)、(c)、(d)に、吐出圧力 $p_d$ 一定( $=0.8 \text{ kgf/cm}^2 \text{ G}$ )で $\phi_0$ を変化させた場合の、 $\Delta p (= p_d - p_{s0})$ で無次元化した吐出側(要素3)と閉じ込み空間(要素8)の圧力変動 $\nu_d, \nu_g$ の計算値および $h, g$ を通過する質量流量変動 $\dot{u}_h, \dot{u}_g$ の計算値を示し、同図(b)に $\nu_d$ の実測値の一部を示す。なお、たて軸の座標は1条件のみに合わせており、見やすいように他の条件では一定量ずらせてある。

ここでは逆流時の過渡的な圧力変動に着目しており閉じ込み空間の体積変化などに影響される緩やかな変動は計算モデルには含まれていないことを考慮すれば、環流口なし( $a_{g0} = 0$ )の場合、 $\nu_d$ の計算における振幅、振動数は実測値とよく一致しており、計算手法が妥当であることを示している。また、計算、実測とも $\phi_0 = 75^\circ, 83^\circ$ あたりで $\nu_d$ の変動が小さくなっており、この圧力条件下では、このあたりが最適開度であることがわかる。

$\nu_d$ の上昇速度と $\nu_d, \dot{u}_h, \dot{u}_g$ との関連について検討するとつぎのことが言

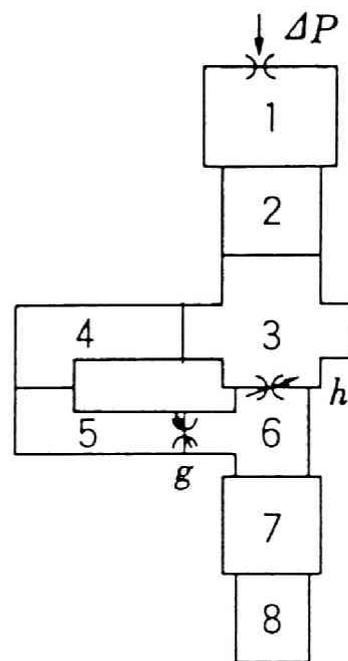
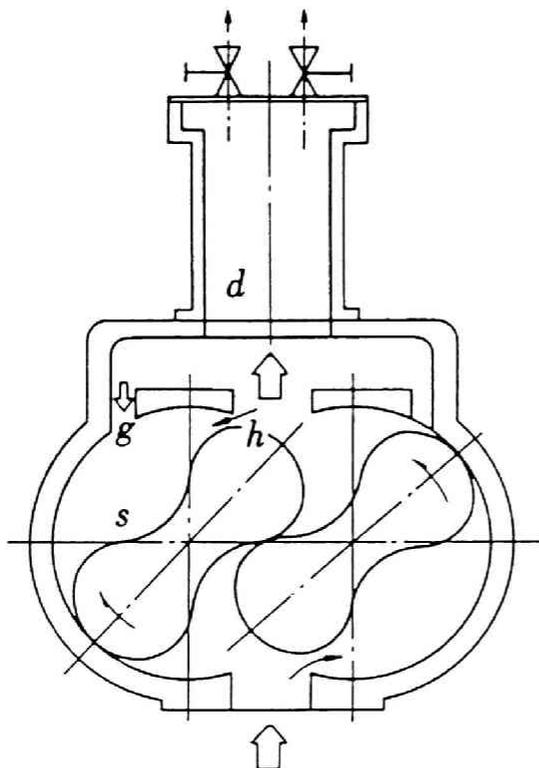


図 5.2.3 ロータリローブブロワ 空圧系の概略

図 5.2.4 ロータリローブブロワ 空圧系の解析モデル

える。すなわち、 $\phi_0$  が大きければ  $\dot{u}_0$  が大きくなり、 $v_0$  の上昇は早い。環流口開時に大きな圧力、流量変動を生じる。いっぽう、 $\phi_0$  が小さい場合には  $\dot{u}_0$  があまり大きくなり、 $v_0$  の上昇も緩やかになり、環流口開時の変動は小さくなるが、 $\phi_0 = 65^\circ$  あたりでは吐出ポート開時に  $v_0$  が十分上昇していないため逆流による大きな圧力変動を生じている。したがって、2カ所の圧力変動がバランスする最適な  $\phi_0$  のところで過渡的な圧力変動が最小になり、環流口のない場合に比べて大幅に改善されていることがわかる。

つぎに、 $\phi_0 = 75^\circ$  に固定し、 $p_0$  を変化させた場合について検討する。図 5.2.8 (a) ~ (d) に  $v_0$ 、 $v_0$  の計算値および実測値を示す。同図 (c)、(d) から  $p_0$  が低いほど  $v_0$  の上昇速度が早く、また、計算値と実測値がよく一致していることがわかる。それと関連して、環流口開時の  $v_0$  の変動も  $p_0$  が低いほど大きくなっており、 $p_0$  によっても環流口開時と吐出ポート開時の変動のバランスが変化することがわかる。このことは、 $p_0$  が下がれば最適な  $\phi_0$  も小さくなることに結びつく。このように、前述の関係は使用条件により変化するので、各条件ごとに最適開度を求めることが望ましい。

#### 5.2.5 まとめ

圧力脈動の抑制が重要課題の一つになっているルーツ形ロータリローブブロワにおいて、その脈動発生機構のうち、もっとも主要な発生原因であると考えられる、閉じ込み空間と吐出側が連通する時の逆流により生じる圧力脈動を第 2 章で示した配管内流体要素およびバルブ要素を用いてシミュレーションを行った。計算値は実測値とよく一致しており、モデル化ならびに計算手法が妥当であることが確認された。さらに、シミュレーションによりパラメータサーベイを行い、各種パラメータの影響度について検討結果、脈動を低減させるための最適な環流口の開度を求めることができた。

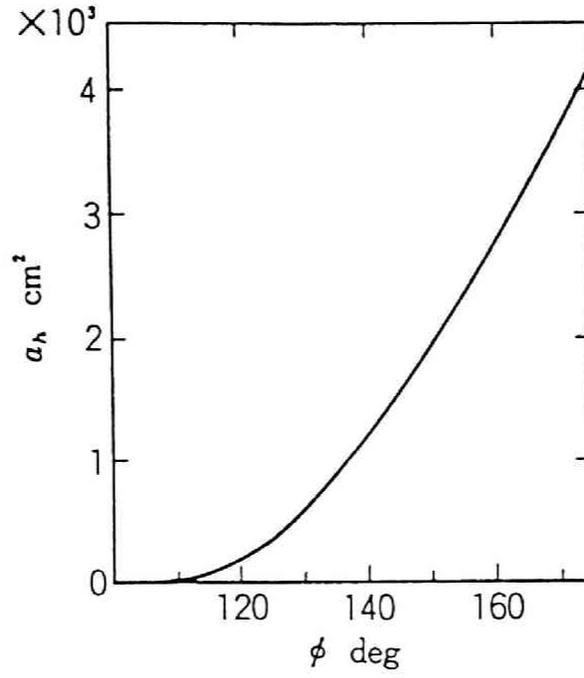


図 5.2.5 ポート開口断面積

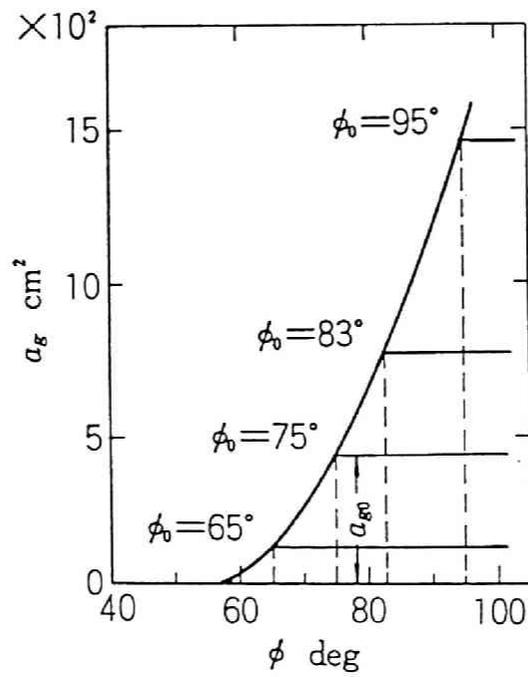


図 5.2.6 還流口開口断面積

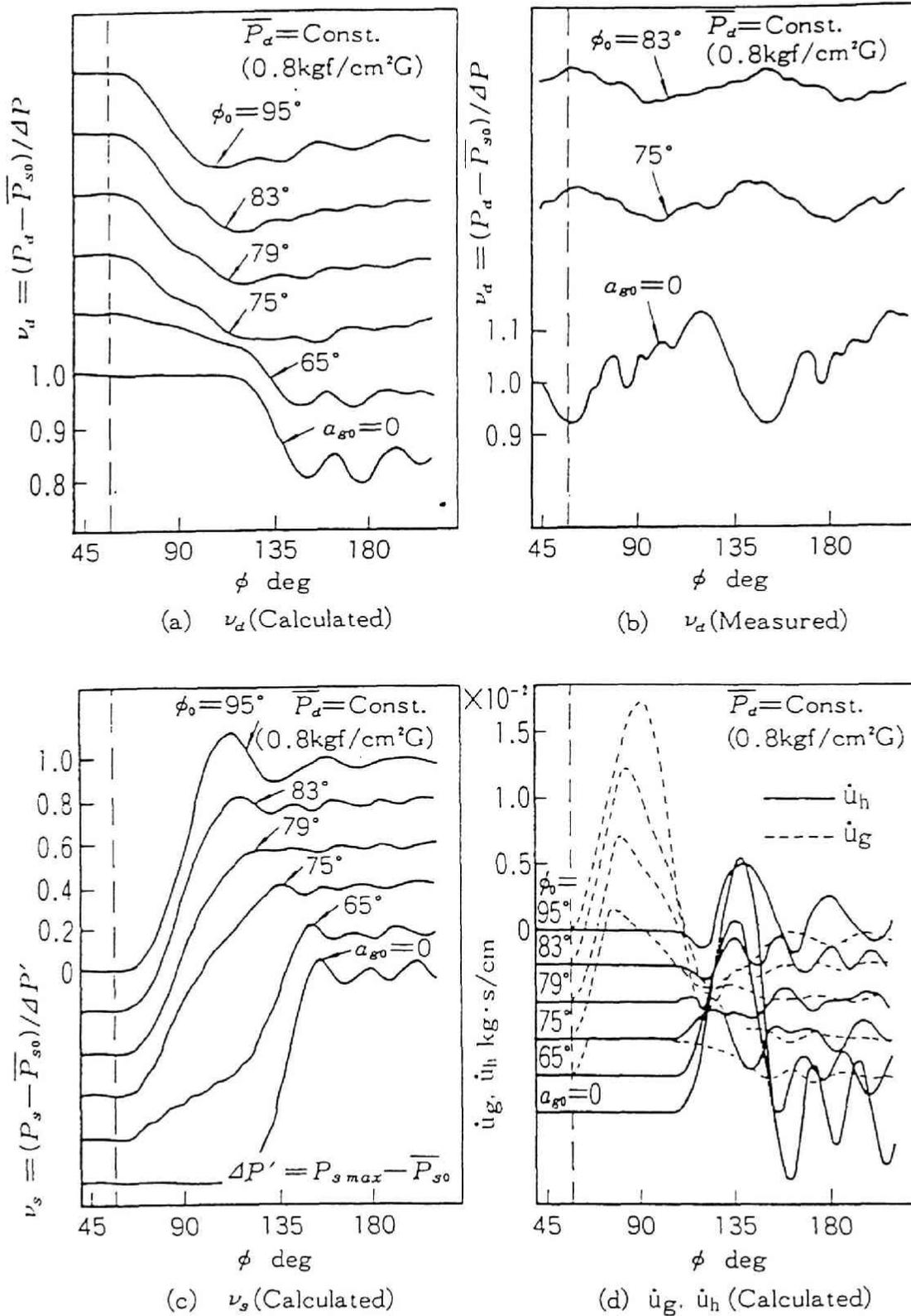


図 5.2.7 圧力変動および流量変動

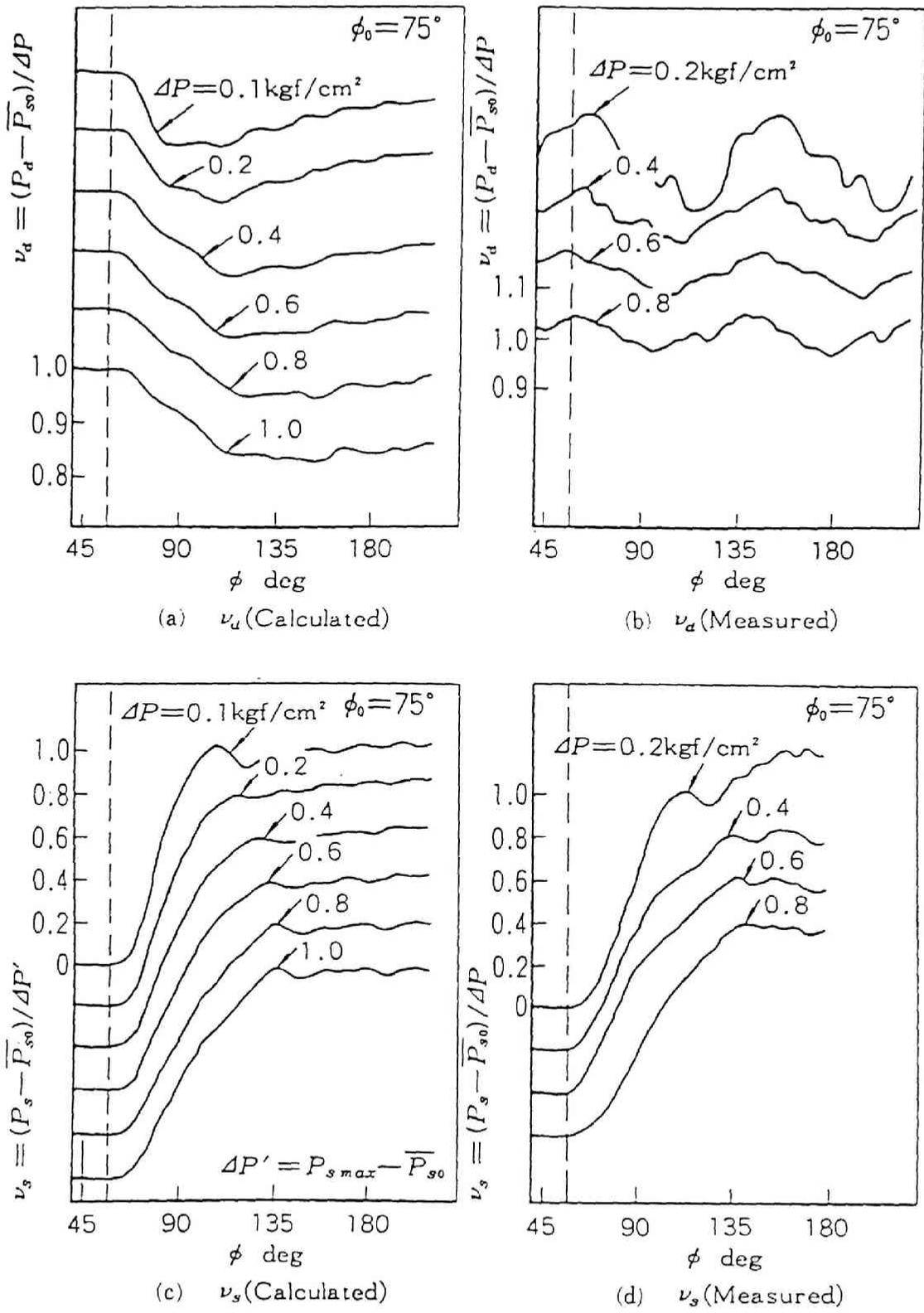


図 5.2.8 吐出圧力の圧力変動への影響

### 5.3 油圧プレス運動と振動のシミュレーション

#### 5.3.1 問題の記述

油圧プレスなどの油圧機械においては、弁操作により油圧系をコントロールし、油圧シリンダなどのアクチュエータを介して機構系を駆動するというのが一般的な動作である。近年油圧機械は、高圧化大容量化が進むと同時に高速高精度も要求されるようになってきている。高圧大容量の油圧システムを用いて高速で機械を動作させる場合には弁開閉のタイミングや油圧システムの構成に関して良好な設計を行わなければ、過渡的に大きな圧力変動を生じ、機構系が振動することにより十分な精度が得られなかったり、騒音問題が生じたりすることがある。このような問題が発生しないような良好な油圧プレスを製作するためには、設計時にその動的な挙動についてのシミュレーションを実施し、十分検討しておくことが有効と考えられる。

そこで、本節では、実機の油圧プレスの動的挙動のシミュレーションを行う前に機構系と油圧系との連成を考慮したモデル実験にて油圧系要素および構造系要素との連成方法の精度を検証した後、実機の油圧機械の例として油圧鍛造プレスについて、その一サイクルの動的な挙動をシミュレーションし、それを実測値と比較して、本手法が実機の設計にも十分使用可能であることを示す。

#### 5.3.2 構造－油圧系のモデル実験

ここでは、簡単な構造－油圧系からなる実験装置における弁開閉時の管内流体の圧力変動などについて、実験結果と計算結果を比較し、計算手法の精度について検討する。

実験装置の概略を図5.3.1に示す。切換弁が開放状態であれば、おもりは自重で落下し、切換弁を閉じれば静止する。実験装置の計算モデルを図5.3.2に示す。ここで用いている油圧系要素は、配管内流体要素、シリンダ要素、バルブ要素であり、線形のトラス要素や質量で表現される構造系の要素も含まれている。このような系に関する複素固有値解析結果と実測による低次の固有振動数の比較を表5.3.1に、弁開放ならびに閉鎖にともなう過渡的な圧力変動に関する計算値と実測値を図5.3.

3 に示す。これらの図表より、計算値と実測値はよく一致していることがわかる。また、弁閉鎖直後および開放直後の圧力波形において、減衰の様子を比較すると開放直後の方が減衰が早い。このことは複素固有値解析より得られている減衰比率が開放時の方が大きいことと一致している。

### 5.3.3 油圧鍛造プレス動作時の過渡振動現象のシミュレーション

#### 5.3.3.1 油圧鍛造プレスの一サイクルの動作

図5.3.4 に示すのは油圧駆動自由鍛造プレスの概要である。このプレスの1サイクルはおもに以下に示す4行程からなっている。

##### (1) クロスヘッドの自重落下による下降

切換弁 $Q_3$ 、および $Q_4$ を開くことによりクロスヘッドが自重落下を開始する。加圧シリンダへの油はポンプおよび低圧タンクより供給される。

##### (2) クロスヘッドの減速

切換弁 $Q_3$ 、および $Q_4$ を順次閉じることによりクロスヘッドは減速される。

##### (3) 加圧（鍛造）

クロスヘッドがインゴットに当たった後はメインシリンダの圧力が上昇し、インゴットが加圧される。インゴットの仕上げ厚みの精度を確保するため、加圧終了点が近づいてくれば、クロスヘッドの位置をフィードバックしながら順次ポンプ吐出量を減じていく。

##### (4) 除圧およびクロスヘッド上昇

加圧が終了すれば加圧シリンダ側の圧力を低圧タンクへ逃がし、切換弁 $Q_2$ によりポンプからの油量を上昇シリンダ側へ送り込み、クロスヘッドを上昇させて元の位置にもどす。

以上が1サイクルの動きであるが、設計に際しては次のようなことが要求される。

##### (1) サイクルタイムが短いこと（高速）

##### (2) 仕上げ厚み精度が十分であること

##### (3) 弁切換時などに発生する過渡的な圧力変動が小さく、クロスヘッドの動きも滑

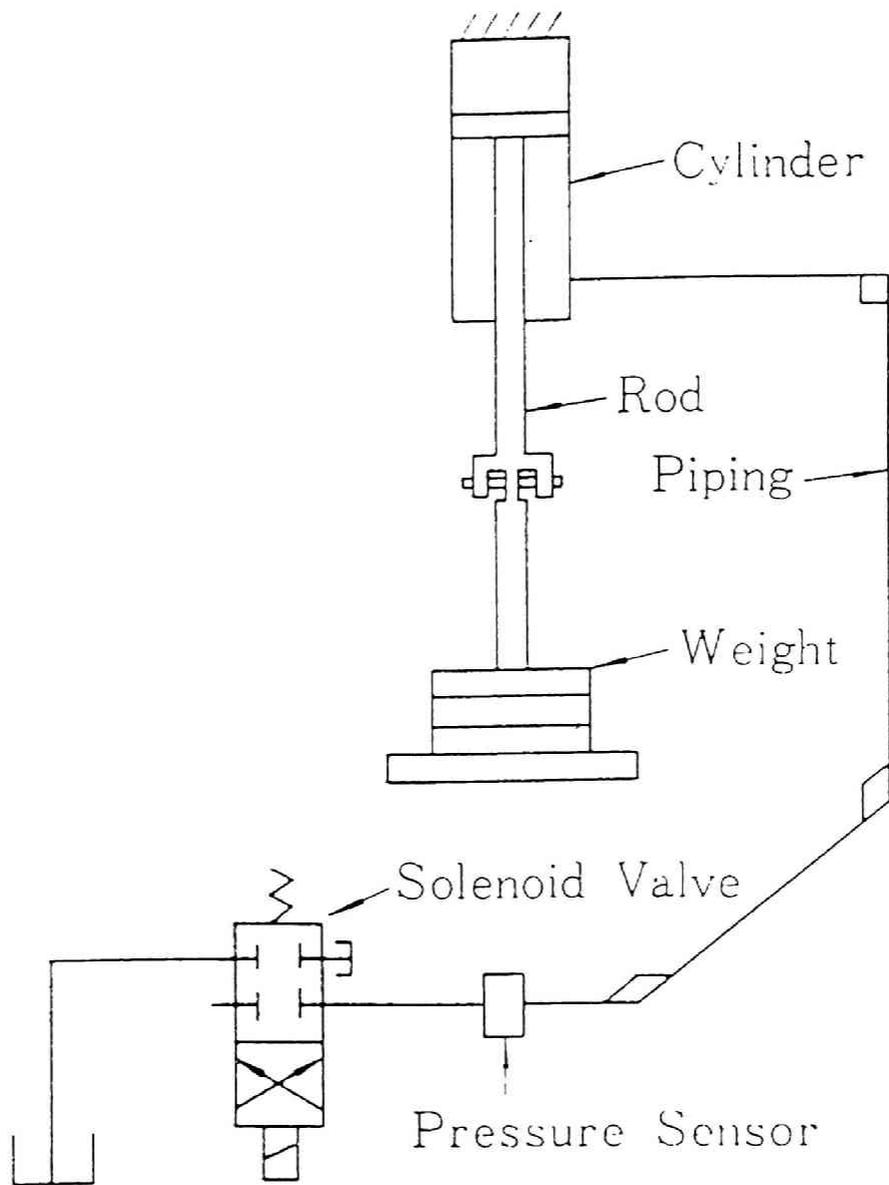


図 5.3.1 実験装置の概略

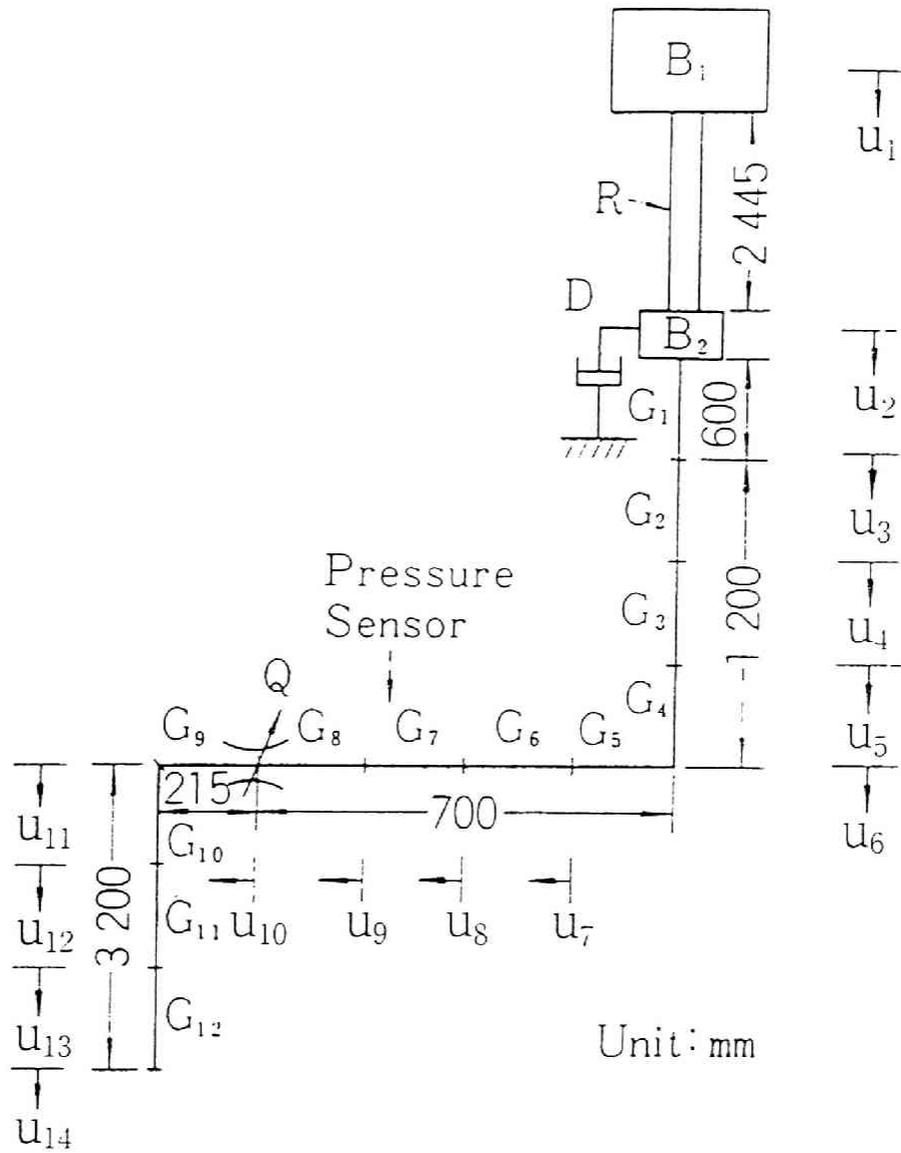


図 5.3.2 実験装置の解析モデル

表 5.3.1 固有振動数および減衰比率

(a) Valve...Closed

Mode	Natural Frequency Hz		Damping Ratio % (Calculated)
	Measured	Calculated	
1	15.0	14.0	3.9
2	162	166	8.9
3	—	461	3.2

(b) Valve...Opened

Mode	Natural Frequency Hz		Damping Ratio % (Calculated)
	Measured	Calculated	
1	15.4	16.2	44.7
2	—	121	16.5
3	—	231	10.2

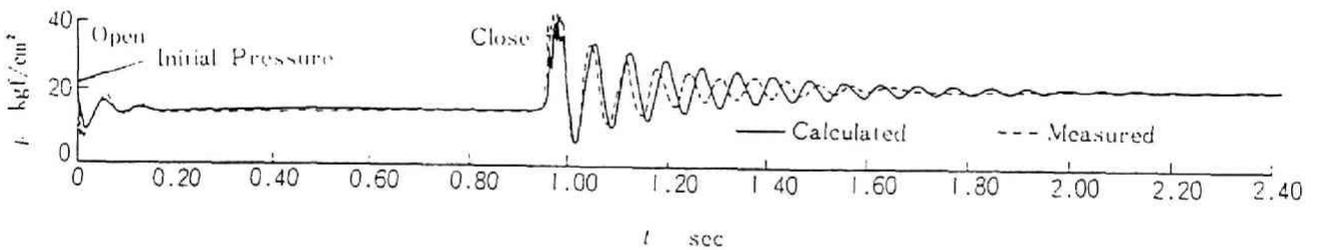


図 5.3.3 弁解放・閉鎖時の過渡的な圧力変動

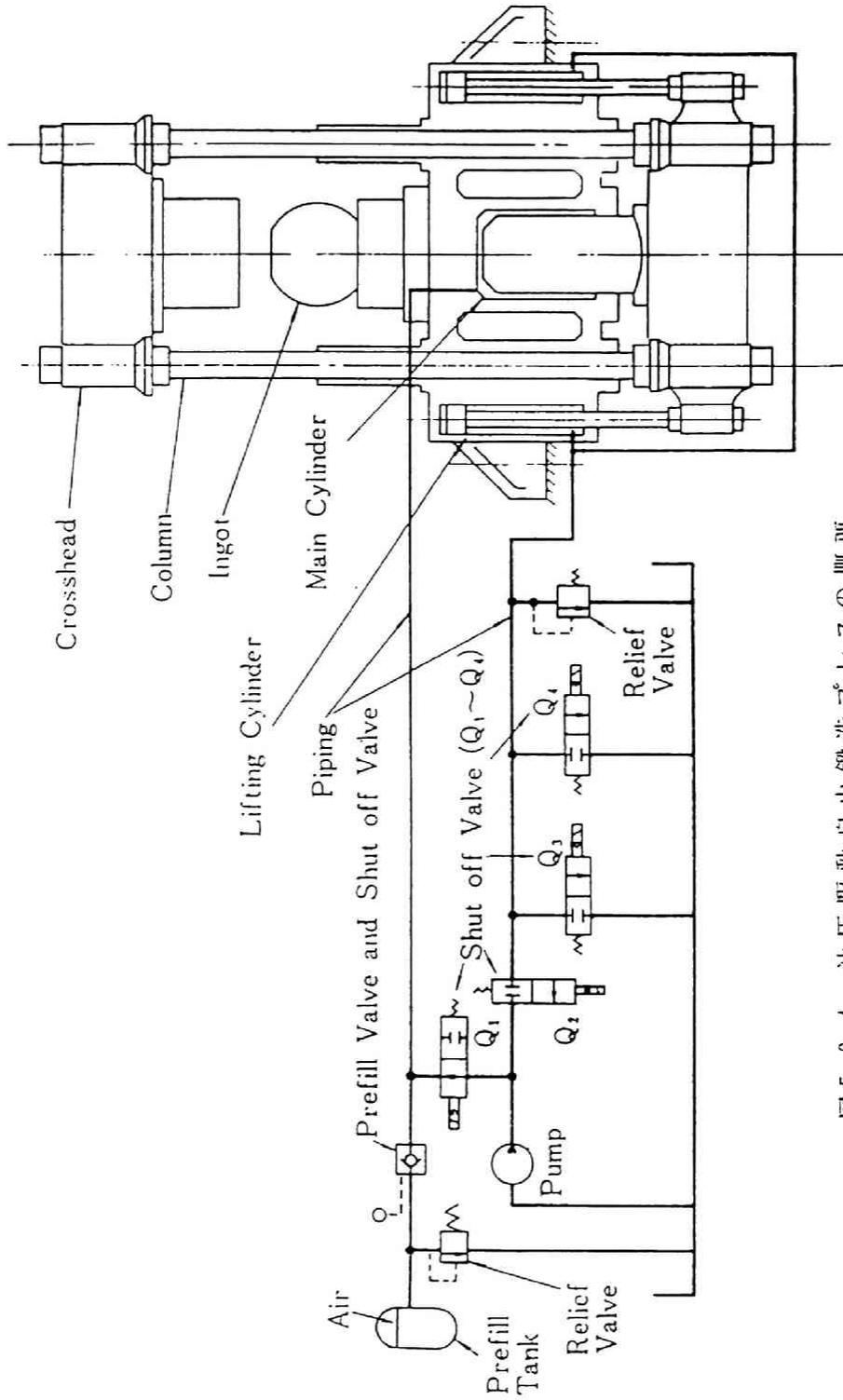


図 5.3.4 油圧駆動自由鍛造プレス の概要

らかであること

### 5.3.3.2 計算および実測値との比較

図5.3.4のような油圧鍛造プレスを図5.3.5に示すように第2章で示した油圧系要素と構造系要素を用いてモデル化し1サイクル中の動作について過渡応答解析を行った。

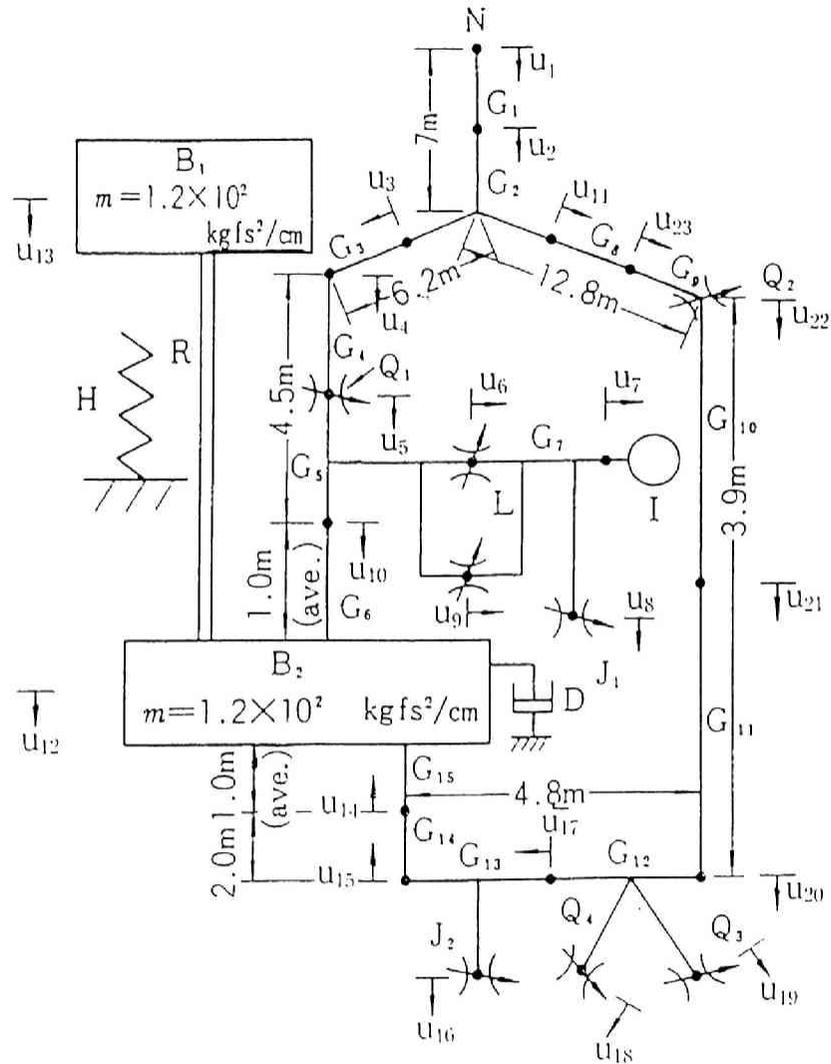
図に示すようにここでは、配管内流体要素、切換弁要素、リリーフ弁要素、ポンプ要素、容量要素（空圧）などの油空圧系要素と質量要素、線形トラス要素、弾塑性要素（インゴット部）の構造系要素、ならびにシーケンス制御要素を用いた。

加圧シリンダ近傍の圧力 $p_1$ （計算では配管内流体要素 $G_5$ における圧力）、上昇シリンダ近傍の圧力 $p_2$ （ $G_{14}$ ）、ポンプ近傍の圧力 $p_3$ （ $G_1$ ）、ならびにクロスヘッドの変位 $u_{m13}$ に関する1サイクル中の実測値と計算値を図5.3.6に示す。圧力はストレンゲージ式の圧力計、変位はシステムに内蔵された可逆式パルス発振器の出力を利用して測定した。計算値と実測値は巨視的にはよく一致しており、このようなシステムの設計に本手法が有効に利用できることがわかった。

### 5.3.4 まとめ

本節では、高速で機械を動作させても、過渡的な圧力変動や機構系の振動があまり発生しない良好な油圧プレスを設計するためにその動的な挙動を第2章で示した手法を用いて計算によりシミュレーションする手法について検討した。

まず、実機のシミュレーションを行う前に機構系と油圧系との連成を考慮したモデル実験にて油圧系要素および構造系要素との連成方法の精度を検討した結果、計算値は実験値と良く一致し、配管内流体要素、油圧シリンダ要素、切り換え弁要素などに関する計算手法や構造系、油圧系の連成手法の妥当性を検証した。さらに、実機の油圧機械の例として油圧鍛造プレスについて、その一サイクルの動的な挙動を構造－油圧－シーケンス制御連成系としてシミュレーションを行い、実測値と比較検討して本手法が実機の設計に有効であることを示した。



- $B_1, B_2$  : Mass  
 $D$  : Damping Coefficient  
 $c = 32 \text{ kgf}\cdot\text{s}/\text{cm}$   
 $G_1 \sim G_{15}$  : Fluid Element  
 $G_1 \sim G_5, G_7 \sim G_{14}$  :  $A = 2.3 \times 10^2 \text{ cm}^2$   
 $G_8$  :  $A = 1.2 \times 10^4 \text{ cm}^2$   
 $G_{15}$  :  $A = 2.8 \times 10^3 \text{ cm}^2$   
 $H$  : Ingot  
 $I$  : Air Volume in Prefill Tank  
 $J_1, J_2$  : Relief Valve  
 $L$  : Prefill Valve & Shut off Valve  
 $N$  : Pump  
 $Q_1 \sim Q_4$  : Shut off Valve  
 $T_c = T_o = 0.05 \text{ sec}$   
 $R$  : Rod  
 $EA/l = 7.9 \times 10^6 \text{ kgf}/\text{cm}$

図 5. 3. 5 油圧鍛造プレス解析モデル

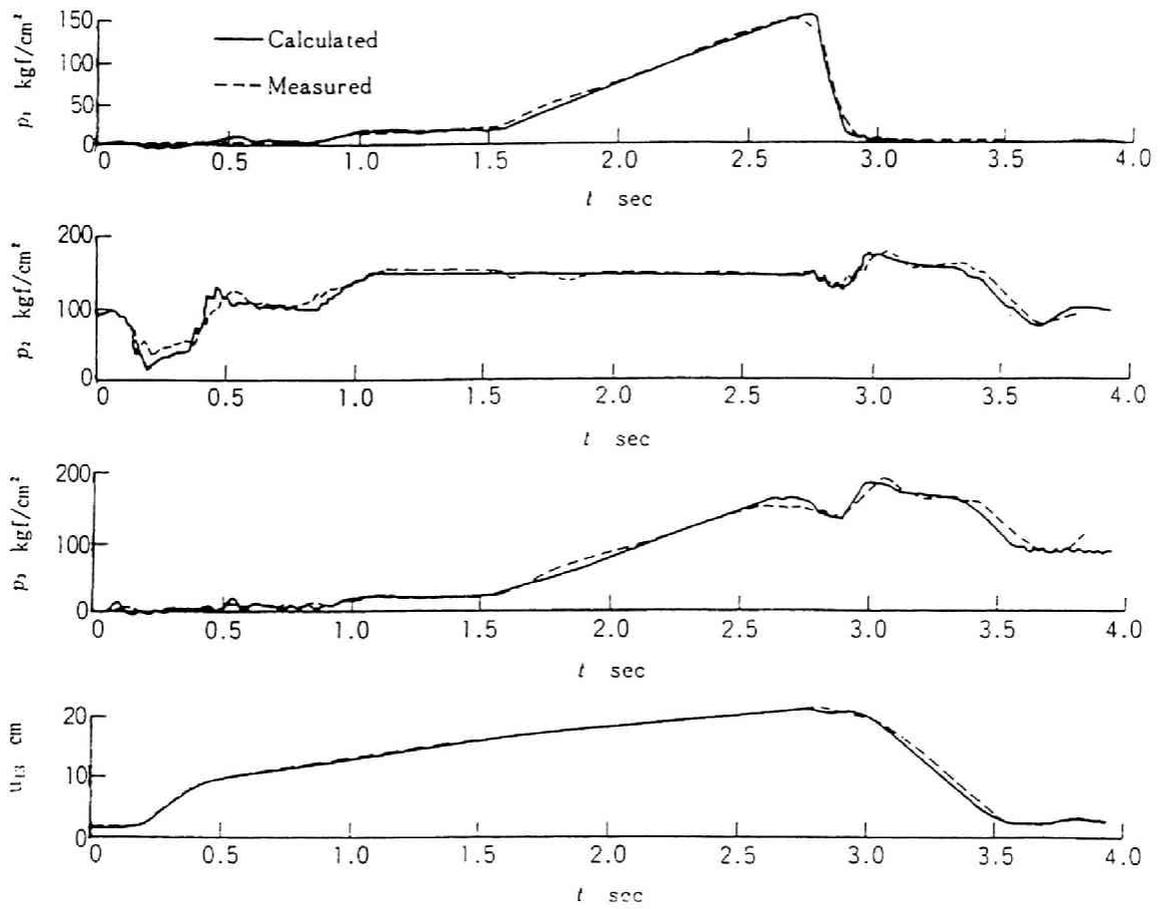


図 5.3.6 1サイクル中の過渡現象

## 5.4 間接押出プレス自励振動の安定性解析

### 5.4.1 問題の記述

間接押出プレスはアルミなどの金属を間接押出により塑性加工する機械である。間接押出プレスにおいては押粕エジェクト行程などにおける自励振動が問題となることがある。図5.4.1に間接押出プレスのなかで押粕エジェクトを行う部分の概略を示している。押粕エジェクト行程とは、押出終了後コンテナ内に残る押粕をコンテナ内面に付着しているシェルとともにコンテナ外へ取出す行程である。具体的には図5.4.1に示すような装置において、ステムをサイドシリンダで加圧前進させ、押粕とシェルを押抜くことになる。ここで問題となる自励振動は、ステムが押粕からうける不安定な反力によって発生する自励振動であり、工作機械の摺動部などで問題となるスティックスリップと同様の現象である<sup>(112)</sup>。

スティックスリップ現象に関しては、多くの報告があり、岡村ら<sup>(113)</sup><sup>(114)</sup>は安定限界速度の計算や摩擦係数を過渡的なものとして扱った研究などを行っており、松崎<sup>(115)</sup><sup>(116)</sup>は制御を利用したスティックスリップの防止法について検討している。間接押出プレスにおける自励振動については、山口<sup>(117)</sup>がその発生限界に関する理論的な検討を種々の条件下でおこなっており、油の圧縮性が無視でき1自由度系とみなせるような系については安全限界をうる理論式が得られている。

いっぽう、プレスの大形化により、後退シリンダ内の油の圧縮性が無視できない場合や、系の複雑化により、多自由度系として扱う必要がある場合については、山口の方法では現象を十分説明することは難しいので、ここでは、系を構造-油圧連成系でモデル化して検討する。第2章で示した要素のなかで、摩擦要素やバルブ要素などの構造系および油圧系要素を用いて時刻歴応答解析を行えば、与えられた条件に対してスティックスリップが発生するかどうかの検討は可能であるが、ここでは不安定化力の定量化が難しいこともあり近似的ではあるが系の特性を平衡点まわりで展開して線形化し見通しのつきやすい複素固有値解析により固有振動数、減衰比率を求めその結果と岡村らの1自由度系の安定性に関する線図<sup>(113)</sup>により安定性を検討する。

#### 5.4.2 解析モデルおよび計算結果

図5.4.1のような系のなかで押粕エジェクト行程に関係する部分について、単純化して本質的な部分のみを表現すれば、図5.4.2のようなヘッド側の油圧のばね、ロッド側の油圧のばねとバルブによる減衰、可動部の質量と減衰および不安定化力というような力学モデルとなる。したがって、図5.4.3のような通常の1自由度系のスティックスリップのモデルと比べて本質的に異なっている点は主たる減衰であるバルブの部分が油圧ばねを介して接続していること、および、その接続点の部分の自由度が追加されていることである。このような系で不安定化力を除いた部分に関して複素固有値解析を行えば、通常の設計の範囲内では固有値として一組の共役解と一個の実数解が得られる。ここでは、共役解のみを取り出しその固有振動数と減衰比率を岡村ら<sup>(113)</sup>の1自由度系に対する線図にあてはめる近似解法を用いる。したがって、まず、このような近似解法が妥当かどうかを調べるため、図5.4.2のようなタイプの系として表5.4.1に示すパラメータを持つ系について近似解法と時刻歴応答計算とを行った。近似解法の場合の等価質量については、構造系の質量が油圧系と比べて十分大きいので簡単のため構造系の質量を用いた。時刻歴応答計算には、摩擦要素、質量要素、減衰要素、配管内流体要素、バルブ要素、強制流量源などを用いた。その結果を図5.4.4に示す。図にプロットした点の座標は複素固有値解析結果などより決まり、記号自身は時刻歴応答解析結果を表している。○は図5.4.5に示している質量の速度の時刻歴応答解析結果の例のようにスティックスリップが発生しない場合、△は図5.4.6のようにスティックスリップが継続して発生する場合を表す。また、□は1自由度系では見られない現象で、図5.4.7のように最初はスティックスリップが派生しているものの、途中からは安定な状態に推移する場合を表す。このことは、節点2の速度（流量から等価な速度に変換したもの）に顕著に表れているが、最初のうちは、定常速度に達しておらず、そのために完全なリミットサイクルにはならず非定常になったために状況が変化していったものと考えられ、実数解の影響がでているものと考えられる。ここでは、このような場合を過渡的不安定領域と呼ぶことにする。過渡的不安定領域も最終的には安定

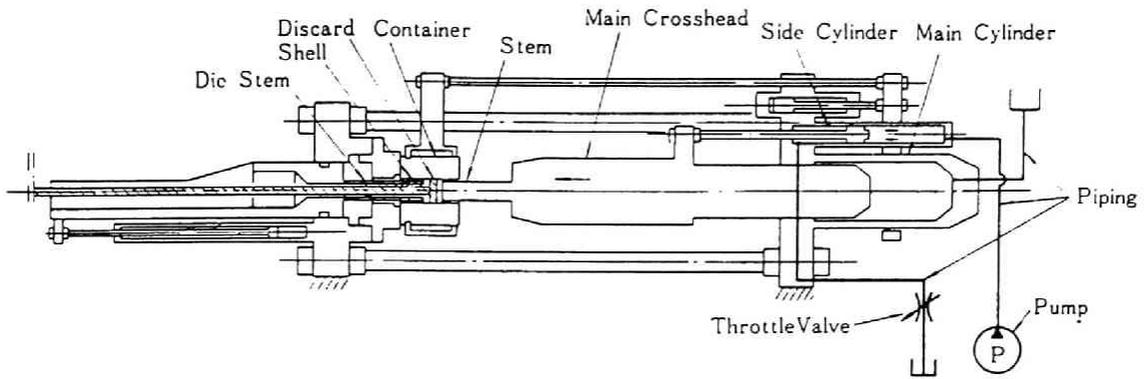


図 5.4.1 押柏エジェクタ行程

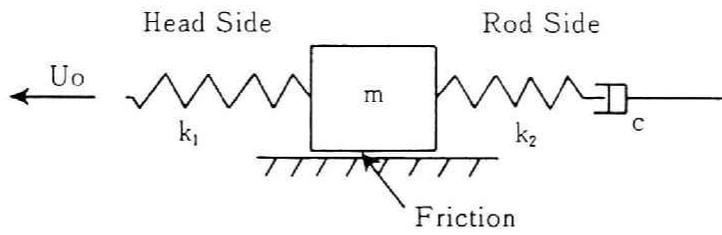


図 5.4.2 単純化した力学モデル(2自由度系)

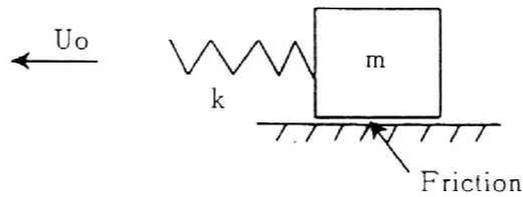


図 5.4.3 1自由度スティックスリップの力学モデル

表 5.4.1 2 自由度系 (図 5.4.2) の諸元

m (kg)	100
$k_1$ (N/m)	$2 \times 10^4$
$k_1 / k_2$	0.5 ~ 2.0
c (sec/m)	$10^2 \sim 10^4$

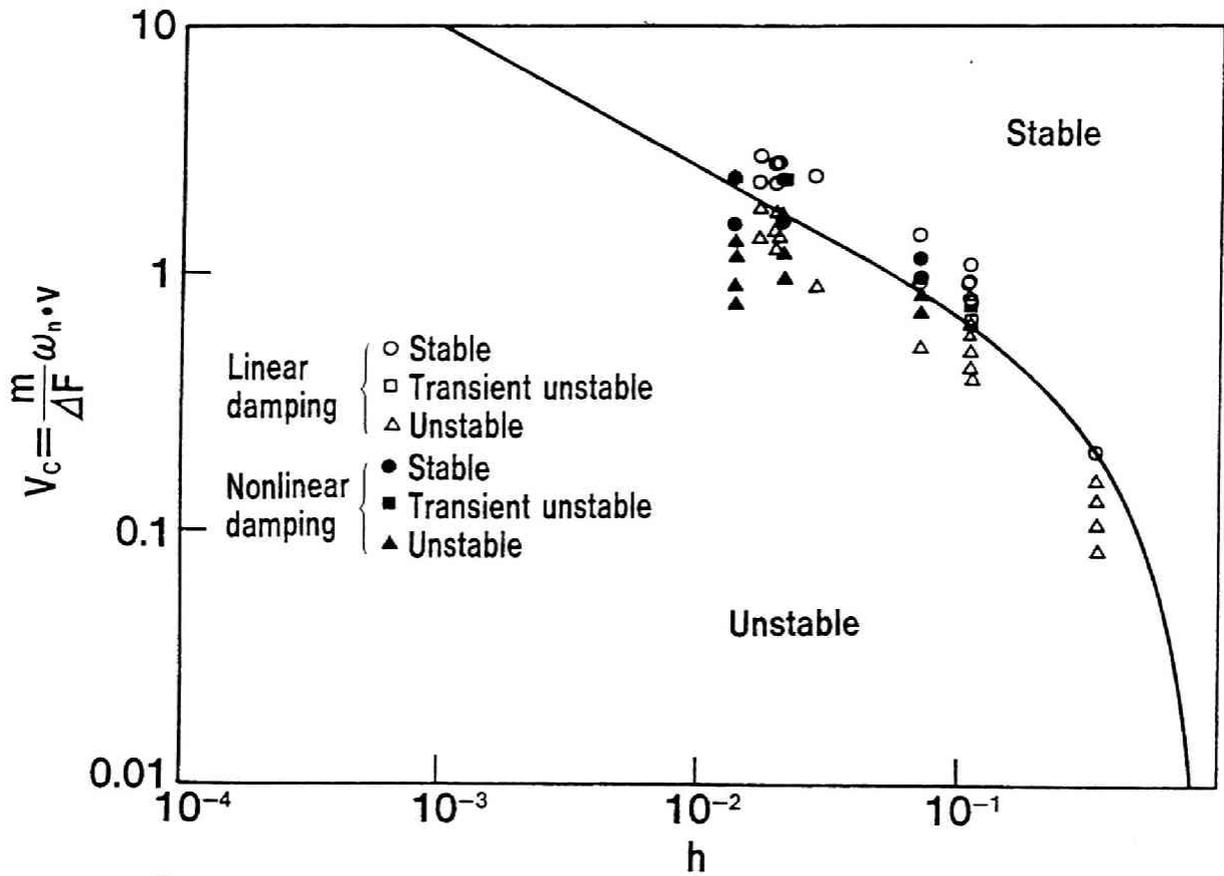


図 5.4.4 安定判別線図

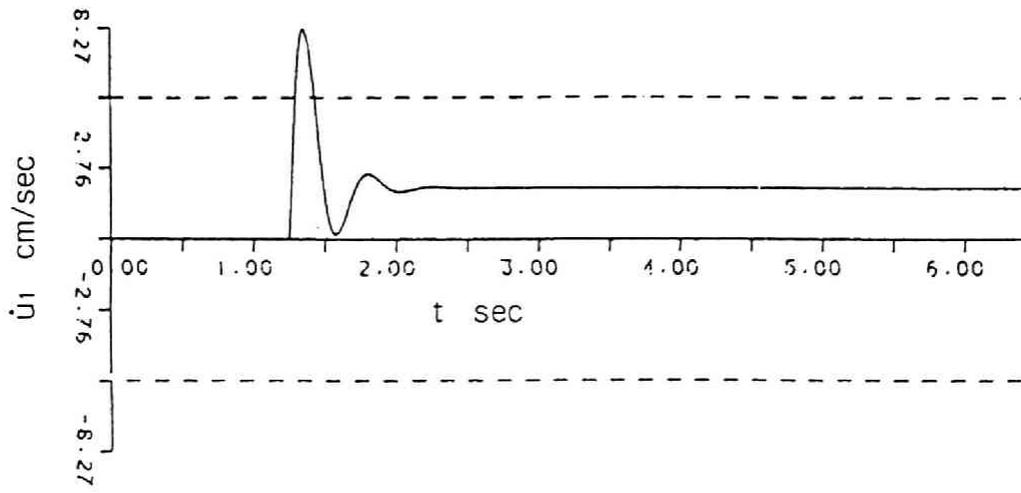


図 5.4.5 時刻歴応答解析例（安定の場合）

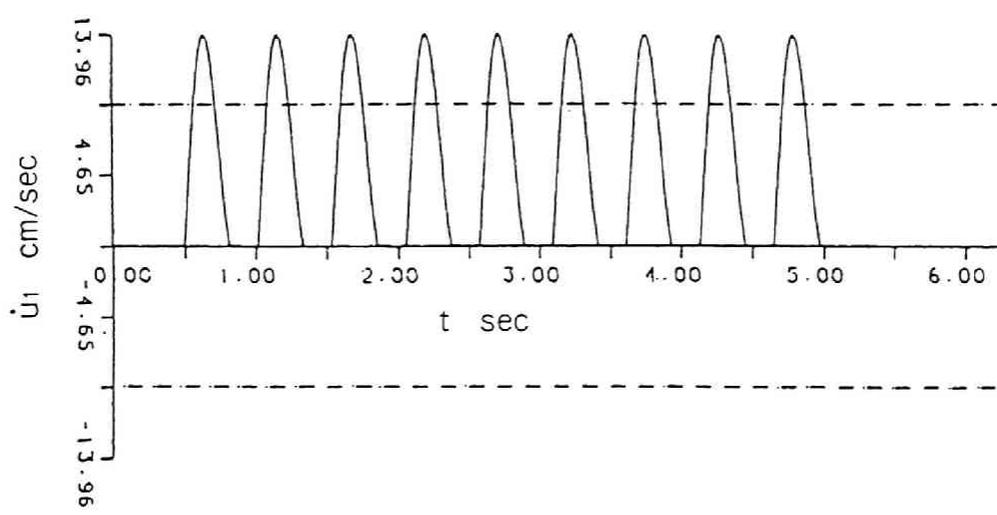
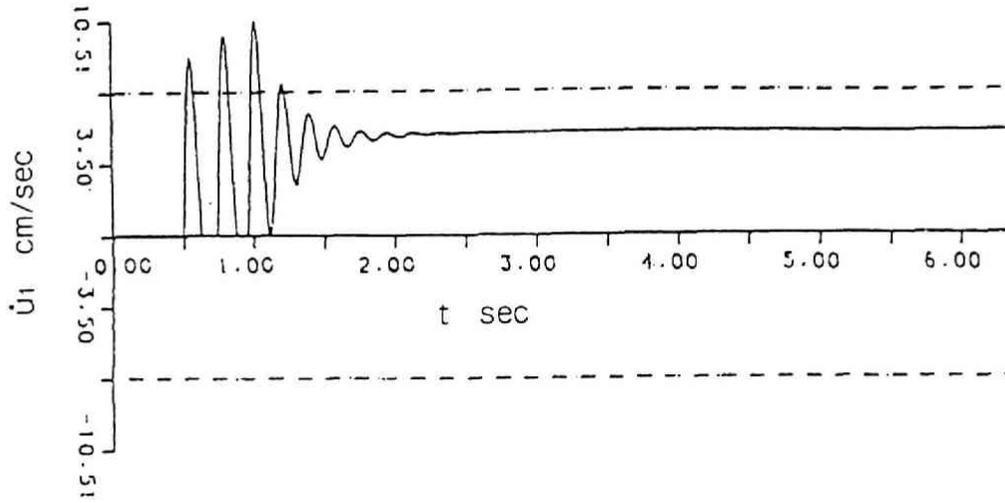
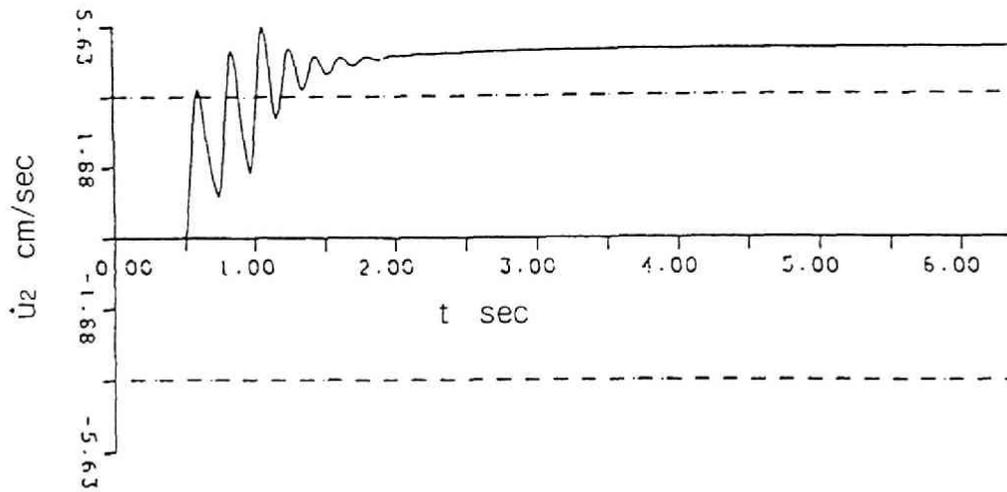


図 5.4.6 時刻歴応答解析例（不安定の場合）



(a) 節点 1 の速度



(b) 節点 2 の速度

図 5.4.7 時刻歴応答解析例 (過渡的不安定の場合)

になっているので、安定領域に含めるとすれば、線形減衰の場合には、近似解法による評価でもかなりの精度があることがわかる。また、バルブの圧力損失が速度の2乗に比例する場合についても同様の検討を行いその結果を●、▲、■で図5.4.4のなかに示しているが、図より線形の場合と比べて近似解法の精度が落ちるものの、見通しをつけるためには近似解法を用いることが可能であると考えられる。

次に、図5.4.1の系のなかで押粕エジェクト行程に関係する部分について、前述の近似解法を適用する。図5.4.8のように構造系の質量および線形の配管内流体要素を用いてモデル化し、絞り弁開度を変化させた場合の最低次の固有振動数 $f_n$ と減衰比率 $h$ の変化について複素固有値解析により検討する。絞り弁部の等価な減衰定数 $c_e$ の変化に対する $f_n$ と $h$ の変化を複素固有値解析より求めた結果ならびに実測による $f_n$ を図5.4.9に示すが、計算値は実測値とかなりよく一致している。計算によると、 $f_n$ は弁を絞り $c_e$ が大きくなるにしたがって単調に増加していき、弁部固定の状態に漸近していつているが、特に安定性に大きな影響を持つ $h$ の方は極大値になった後徐々に減少していつており、 $c_e$ の値に最適な値が存在することを示しており、 $h$ がピークになっているところからもうすこし振動数が高くなるあたりが良好な範囲と考えられる。実機においても弁開度を最適領域にくるように調整した結果スティックスリップは発生しなかった。以上のように複素固有値解析を用いると、安定度に大きな影響をもつパラメータである $f_n$ と $h$ がえられ、その結果を自励振動が最も発生しにくいような設計を行う場合にその見通しつけるのに有効に利用することができる。

### 5.4.3 まとめ

本節では、間接押出プレスの押粕エジェクト行程で発生することがある自励振動問題を取りあげ、その発生の防止の見通しをつけるための手法について検討した。対象となる系を質量と配管内流体要素で表現しそれに絞り弁の要素を付加して複素固有値解析を行い、その結果と1自由度系におけるスティックスリップの発生限界に関する線図<sup>(113)</sup>を用いた近似解法を提案し、その妥当性を時刻歴応答計算によ

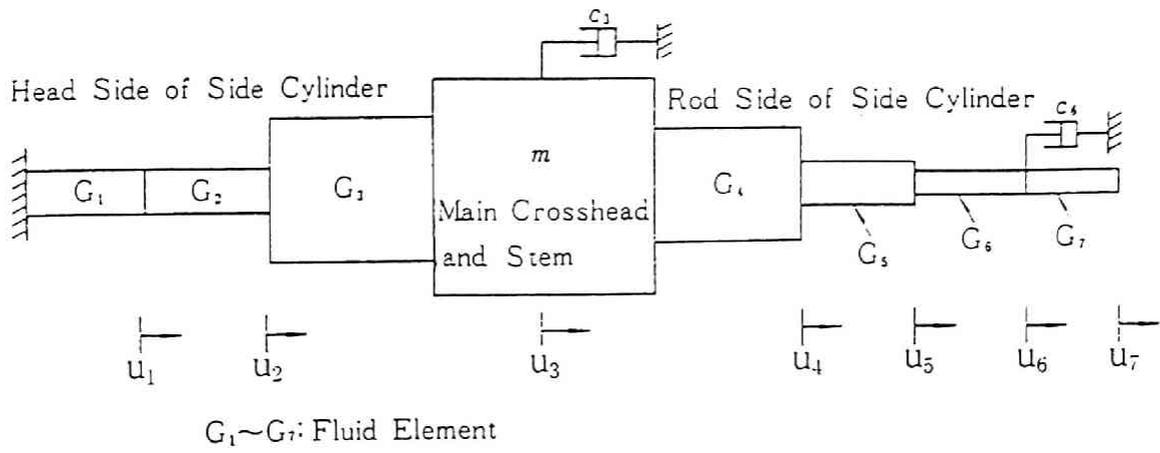


図 5.4.8 解析モデル

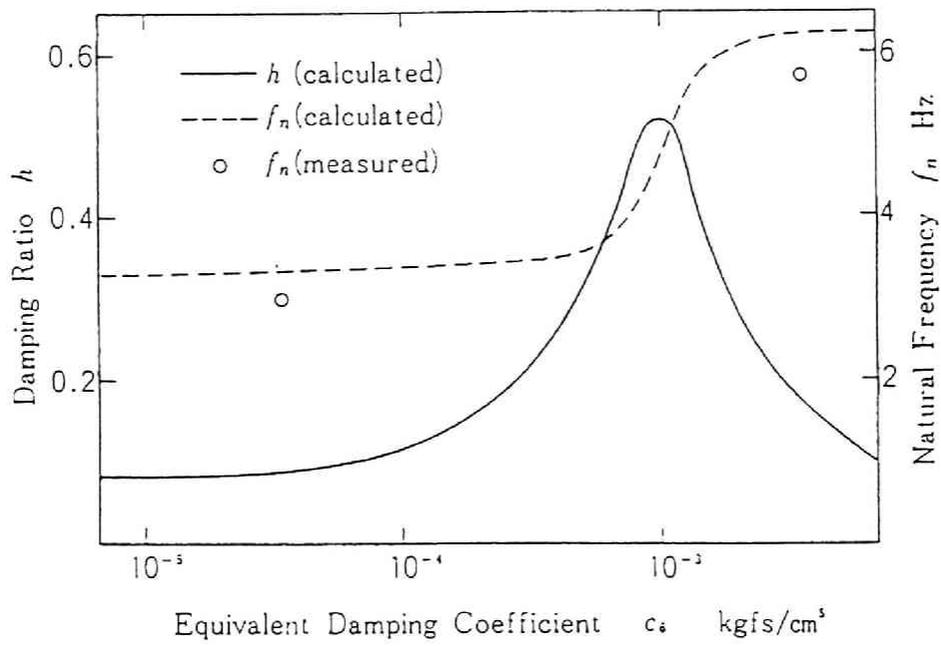


図 5.4.9  $c_6$  の  $f_n$ ,  $h$  への影響

って確認するとともに弁開度により減衰が系の安定性にどのように影響するかについて検討した。その結果、提案した近似解法は見通しをつける上では十分有用であることがわかった。また、弁開度により系の固有振動数、減衰比率ともに大きく変化し、最適な開度があることが明きらかになり、手法の有効性が確認できた。また、付随的ではあるが、ここでとりあげたような圧縮性のある油圧を介して減衰力が働くような系のスティックスリップにおいては、1自由度系には存在しない現象として、最初はスティックスリップが発生していても途中から安定に推移するという過渡的不安定領域が存在することがわかった。

## 5.5 結言

本章では、第2章で示した要素のうち、おもに油空圧要素のみを用いた例、および構造系や制御系とも連成した油空圧機械の動的現象について検討した。5.2では油空圧要素のみを用いた例として、空圧機械の一つであるロータリローブフロアをとりあげその吐出脈動のシミュレーションを行い、モデル化の妥当性を検証した後シミュレーションにより脈動低減のための最適パラメータを求めた。5.3では、典型的な油圧機械の一つである油圧鍛造プレスの過渡現象について、まず、機構系要素と油圧系要素とを連成させたモデル実験を行いモデル化および計算手法の妥当性を検証した後、構造-油圧-シーケンス制御系からなる実機に第2章で示した手法を適用しその有効性を示した。5.4では、複素固有値解析の適用例として、押出プレスにおけるスティックスリップ問題をとりあげ、構造系-油圧系の連成系にモデル化して複素固有値計算を行い、従来の1自由度系のスティックスリップにおける安定判別線図と組み合わせることにより、最適な弁開度を求めるための見通しをつける上で有効であることを示した。

# 第6章 制御系を内蔵する機械の運動と振動のシミュレーション

## 6.1 緒言

近年、エレクトロニクス技術の信頼性向上にともなって制御機器を内蔵する機械、すなわちメカトロニクス機器が増加してきている。メカトロニクス機器、特に柔軟な構造物の動作時の振動問題を計算により検討する場合には機構系の部分だけあるいは、機構系を剛体として制御系だけを考えているのでは不十分であり機構系と制御系との連成を考慮した計算モデルを用いる必要がある。

そこで、本章では、典型的なメカトロニクス機器の例としてロボットをとりあげ、第2章で示した機構系要素と制御系要素を用いて、機構系、制御系の連成問題としての計算例を示す。

## 6.2 問題の記述

近年、産業用ロボットに関しては、高速、高精度化の要求が高くなってきている。高速でロボットアームを動作させる場合、ロボットアームや減速器の弾性変形を無視して、制御系を設計すれば、アームの加減速時に、過渡的な振動が生じ、精度に悪影響をおよぼす可能性がある。そのような振動を防止するためには、設計時に、機構系と制御系の相互作用を十分考慮した、連成系としての検討が必要である。産業用ロボットの代表的なものの一つが図6.2.1に示すような多関節ロボットであり、例えば図6.2.2のようなブロック線図で表現されるような制御系およびモータ、減速機を介してアームを動作させるのが一般的である。このような機構においては、時々刻々に姿勢が変化すること、関節部に摩擦があることなど多くの非線形性を含んでいる。ロボットの動的解析手法としては、Lagrangeの運動方程式をベースに減速機部分に弾性を集中させているものが多いが<sup>(3.3)</sup>、ここでは、第2章で示したアームの姿勢変化および弾性変形をあつかうことができる大変位はり要素、制御系の

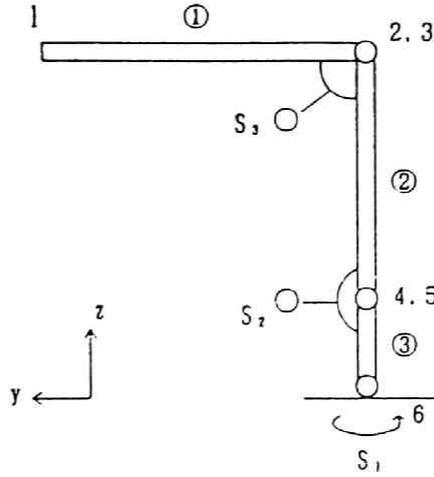


図 6.2.1 多関節ロボットの概略および解析モデル

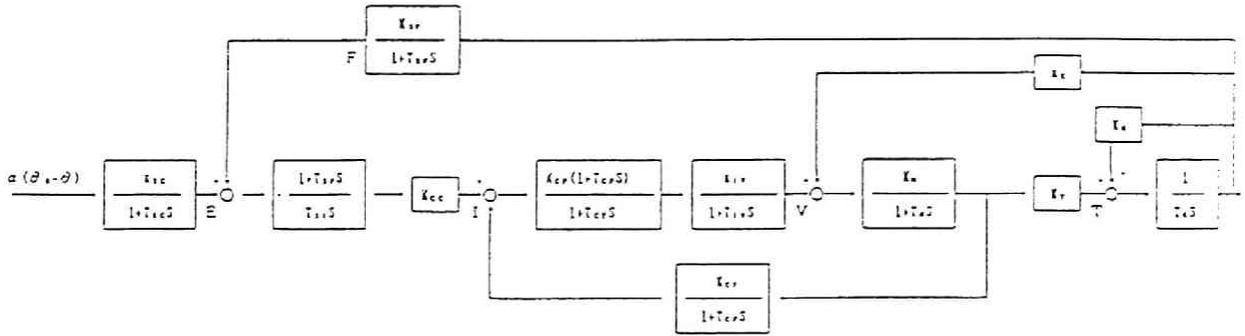


図 6.2.2 ブロック線図

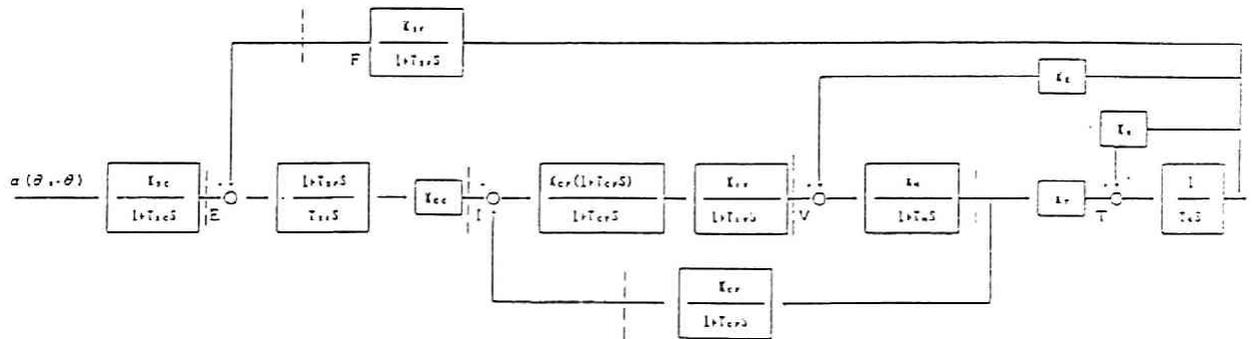


図 6.3.1 ブロック線図の分割

部分を表現する伝達関数要素、機構系と制御系をつなぐモータ要素を中心に多関節ロボットをモデル化し、3次元の動作シミュレーションを行い第2章で示した各要素の妥当性とそれらを用いたシミュレーションの有効性を示す。さらに、1アームロボットについて、動特性改善の指針を得るための手段として、感度解析を適用する。

## 6.3 2アームロボットの動作と過渡振動のシミュレーション

### 6.3.1 解析モデル

一例として、図6.2.1に示したような多関節ロボットを考える。その機構部分を図のようにモデル化する。①、②はアームに相当するもので、この部分は大変位はり要素を用いてモデル化する。③の部分は回転軸を表しており、この部分も旋回方向以外は拘束している。

$S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ はモータおよび減速機の駆動系を表しており、この部分にはモータ要素を用いるが、モータ要素は大変位はり要素と連携して働くようにしており、それをまとめたものがモータ軸付きはり要素であり、その中に減速器の剛性も含めている。

それぞれのモータは、ここでは図6.2.2のブロック線図に示すように、目標信号やフィードバック信号から制御系を介して出力される電流を電磁力としてトルクに変換し機構系に加えている。図で $\theta_0$ は、各モータの回転角に対する目標信号であり、これは、ロボット先端の目標軌跡から逆変換により求め計算では外力項になる。また、ブロック線図に示させれる制御系は、図6.3.1に点線で示しているように分割し、それぞれを伝達関数要素で表現する。

### 6.3.2 3次元動作と過渡振動の計算

計算に用いるモデルロボットの機構系、制御系の諸元のおもなものを表6.3.1～6.3.3に示す。まず、目標軌跡として、表6.3.4をAからEの順に進んでいくようなもの考える。この軌跡自体は、平面的なものであるがロボットは3次元的な動

表6.3.1 節点および自由度データ

Node. No.	Coordinate(mm)			Freedom Number					
	X	Y	Z	x	y	z	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
1	0	1200	1000	1	2	3	4	5	6
2	0	0	1000	7	8	9	10	11	12
3	0	0	1000	7	8	9	13	11	12
4	0	0	0				14	15	16
5	0	0	0				17	15	16
6	0	0	-100						18

表6.3.2 はり要素諸元

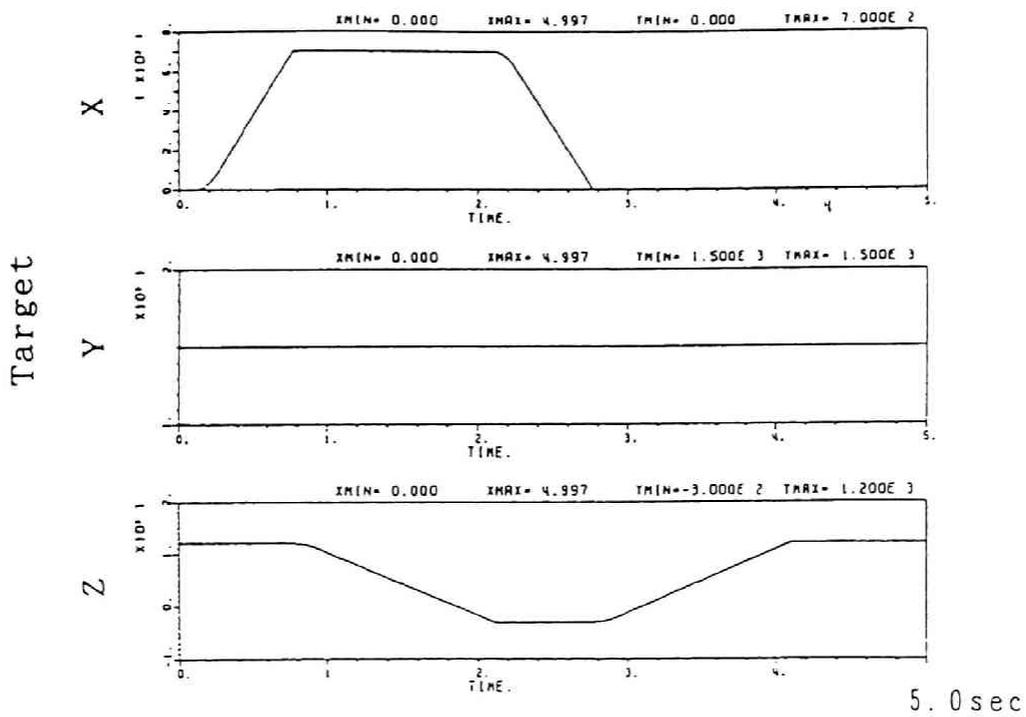
Element No.	Young's Modulus E (Pa)	Mass Density $\rho$ (kg/mm <sup>3</sup> )	Weight of Arm (kg)	Moment of Inertia $I_x, I_y$ (mm <sup>4</sup> )	Moment of Inertia $I_z$ (mm <sup>4</sup> )
①	$2.1 \times 10^9$	$7.85 \times 10^{-6}$	20.0	$1.0 \times 10^8$	$2.1 \times 10^8$
②	$2.1 \times 10^9$	$7.85 \times 10^{-6}$	50.0	$1.0 \times 10^8$	$2.1 \times 10^8$
③	$2.1 \times 10^9$	$7.85 \times 10^{-6}$	—	$1.0 \times 10^8$	$2.1 \times 10^8$

表6.3.3 モータ諸元

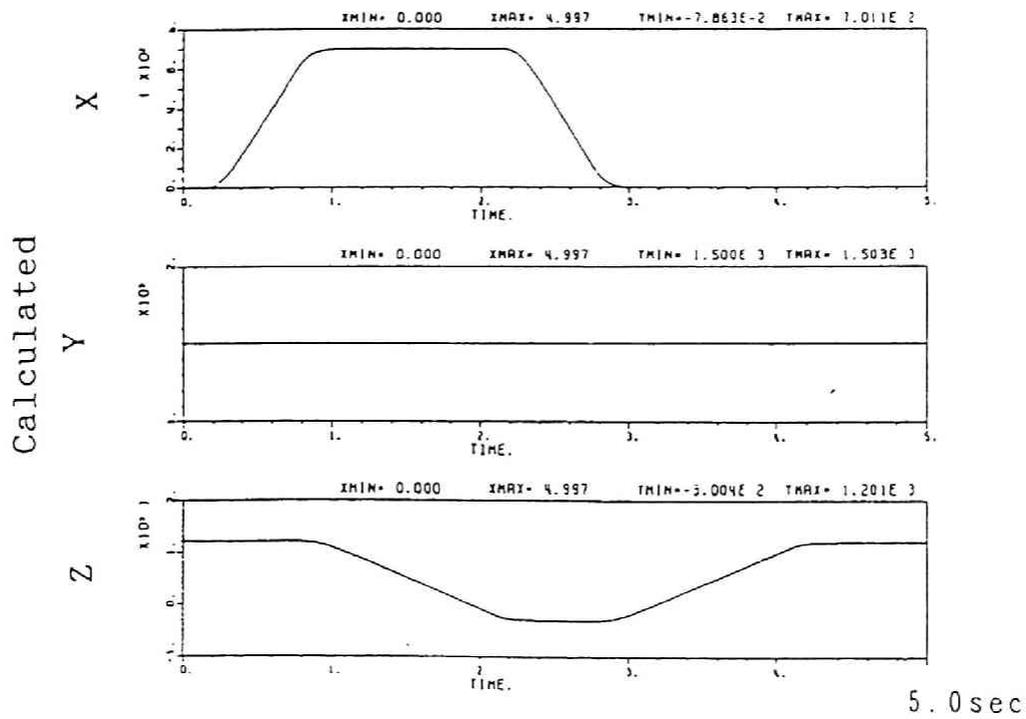
Parameters	S 1	S 2	S 3
Inertia of Motor (kg · mm <sup>2</sup> )	5.0 × 10 <sup>2</sup>	10.0 × 10 <sup>2</sup>	3.0 × 10 <sup>2</sup>
Viscous Damping of Motor (kg · mm <sup>2</sup> /s)	10.0 × 10 <sup>2</sup>	10.0 × 10 <sup>2</sup>	5.0 × 10 <sup>2</sup>
Torsional Stiffness of Reduction Gear (N · mm/rad)	2.0 × 10 <sup>9</sup>	2.0 × 10 <sup>9</sup>	1.0 × 10 <sup>9</sup>
Reduction Ratio	170.0	170.0	100.0

表6.3.4 アーム先端目標の座標

	Coordinate (mm)		
	X	Y	Z
A	0	1500	1200
B	700	1500	1200
C	700	1500	-300
D	0	1500	-300
E	0	1500	1200



(a) 目標値



(b) 応答

図 6.3.4 アーム先端の時刻歴応答

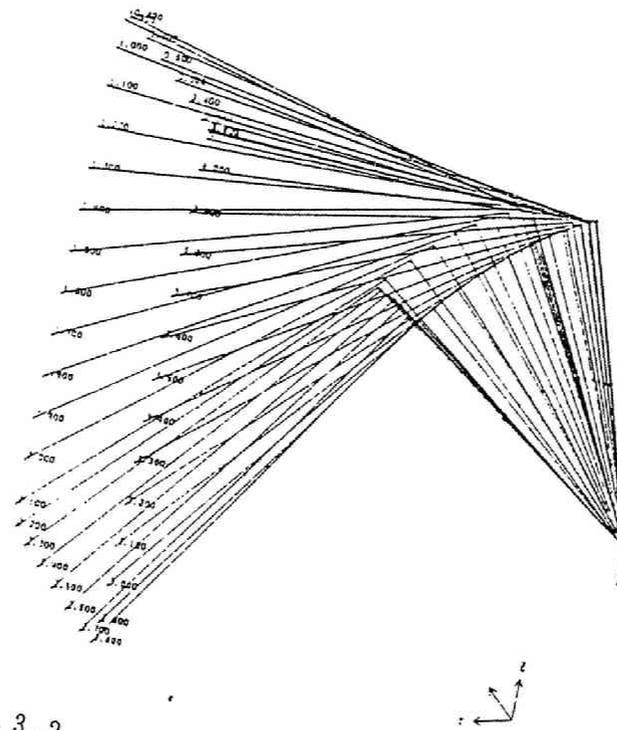


図 6.3.2 ロボットの 3次元挙動 (計算値)

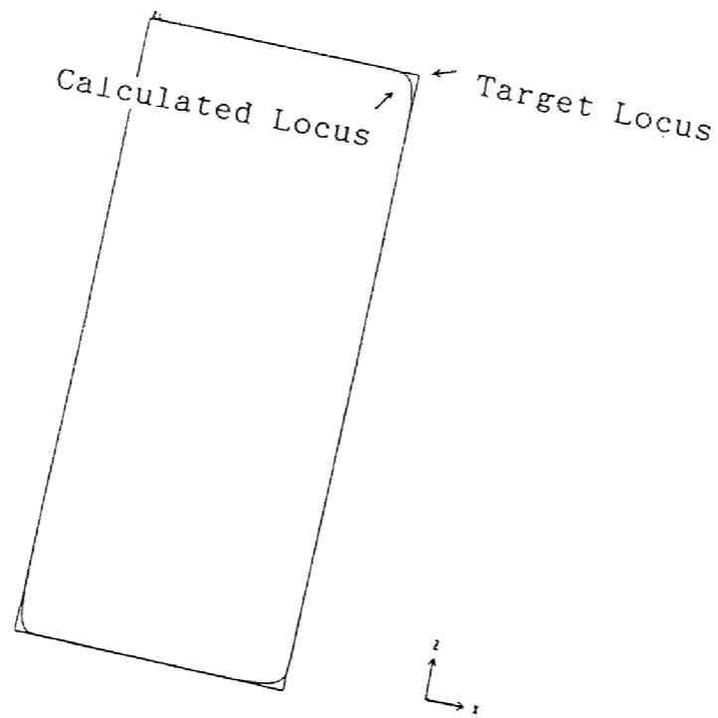


図 6.3.3 アーム先端の軌跡

きが必要である。

図6.3.2に、その3次元の挙動の計算結果を、図6.3.3に先端部の軌跡を正面から見たものを目標軌跡とともに画いたものを示している。また、図6.3.4に先端の変位の時刻歴応答を目標値と比較して示している。図より先端部は目標軌跡にそって動いており、ロボットが3次元的な動作をしても伝達関数要素、モータ軸付き大変位はり要素、モータ要素が正しく機能することが確認できた。

次に、前述の多関節ロボットに関して、制御系はそのままで、はりの剛性あるいは減速機の剛性を変化させた場合のアーム先端の軌跡精度におよぼす影響をシミュレーションで検討する。表6.3.5、表6.3.6に示すようにはりの断面2次モーメントあるいは減速機のねじり剛性を極端に小さくした場合の目標軌跡と応答軌跡の計算結果を図6.3.5の(a)、(b)に示す。計算結果では、軌跡が振動により大きく乱れており、剛性が高い場合と同じ制御方法では、十分な軌跡精度が得られないことがわかる。このことは、構造系と制御系を連成させた計算が必要であることを示唆している。

#### 6.4 1アームロボット固有振動特性の感度解析

6.3.3に示したように、構造-制御連成系の設計が良好でなければ、図6.3.5のように過渡的な振動がなかなか減衰せず、望ましい動特性が得られない場合がある。制御系のパラメータを良好に決定する手法としては、状態フィードバックが可能な場合にはLQ制御理論<sup>(55)</sup>などによりフィードバックゲインを求める方法があるが、部分的な設計変更の指針を得るのには感度解析が有効であると考えられる。また、構造系単体、制御系単体の場合と比べて、連成系では直感的な見通しがたてにくい。ここでは、1アームのロボットに相当する図6.4.1のような2自由度の構造系を図6.2.2のようなセミクルーズドループの制御系でコントロールする場合の構造-制御連成系の設計変更に対する見通しをたてることを目的として、第2章に示した複素固有値解析および感度解析を用いて動特性を改善する例について示す。

このような系の動特性を複素固有値解析を用いて計算し、同時に問題となる1次

表 6.3.5 低剛性はりの諸元

Element No.	Moment of Inertia $I_x, I_y(\text{mm}^4)$	Moment of Inertia $I_z(\text{mm}^4)$
①	$1.0 \times 10^5$	$2.0 \times 10^5$
②	$1.0 \times 10^5$	$2.0 \times 10^5$
③	$1.0 \times 10^5$	$2.0 \times 10^5$

表 6.3.6 低剛性減速機の諸元

Parameters	S 1	S 2	S 3
Torsional Stiffness of Reduction Gear ( $\text{N} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ )	$3.5 \times 10^7$	$2.0 \times 10^7$	$0.7 \times 10^7$

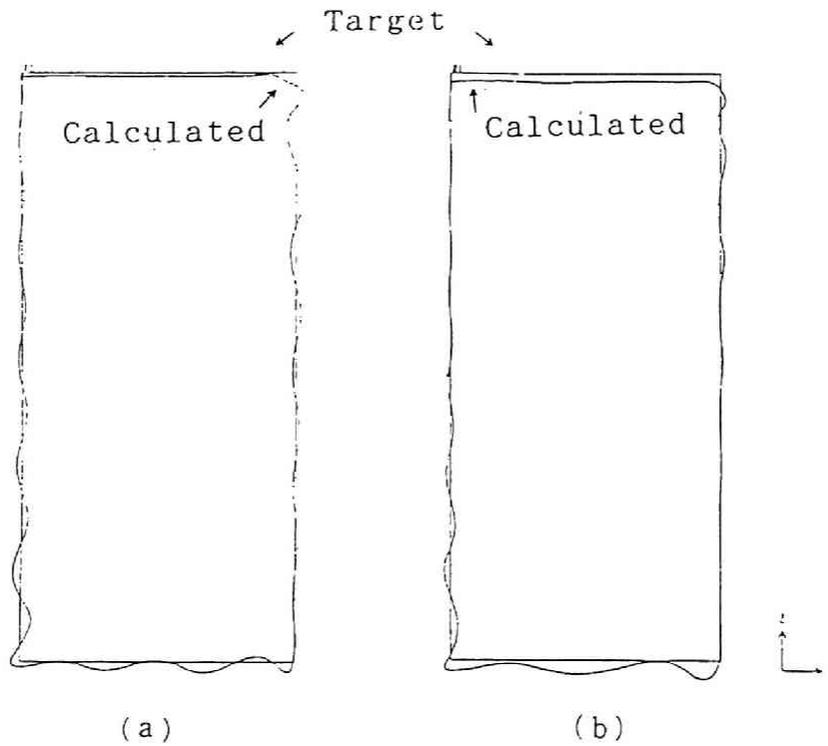


図 6.3.5 アーム先端の軌跡

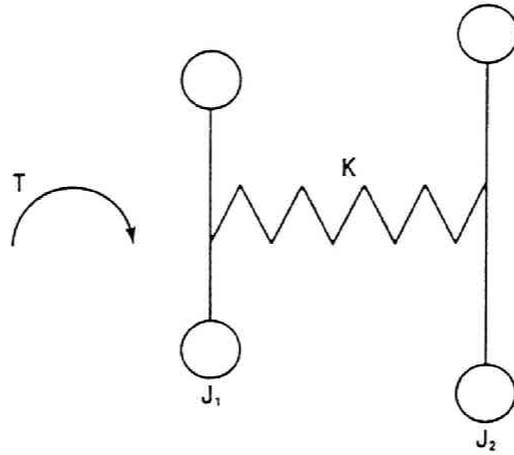


图 6.4.1 2 自由度系

表 6.4.1 感度解析結果

$1 + z_i$	$\partial (h_i / h_{i0}) / \partial z_i$
$T_{si} / T_{si0}$	1 0 3 0
$T_{sp} / T_{sp0}$	0. 1 7 0
$K_{sf} / K_{sf0}$	0 8 8 6
$K_{sr} / K_{sr0}$	0. 1 4 7

モードの減衰比率に関する主要パラメータの感度を計算した。その結果を表6.4.1に示すが、表より初期設計モデルでは、1次モードの減衰比率が0.06と小さく、それでは大きな加減速に対する応答での残留振動がなかなかおさまらない。そこで、表6.4.1の感度解析結果を参照して、1次の減衰比率を大きくすることをねらって、 $T_{s1}$ を2倍、 $K_{s1}$ を0.4倍、 $K_{s2}$ を0.5倍に変更した結果、減衰比率は0.28になり、動特性を改善することができた。以上のように感度解析は物理的見通しが立ちにくい構造-制御連成系の動特性改善に見通しを立てることができ、設計変更のための有効な手段となることがわかった。

## 6.5 結言

本章では、メカトロニクス機器、特に柔軟な構造物の運動と振動を検討する場合には機構系の部分だけ、あるいは、機構系を剛体として制御系だけを考えているのではなく、機構系と制御系との連成を考慮する必要があると考え、第2章で示した構造系要素と制御系要素、および両者を連成させる要素を用いて計算による検討を行った。まず、時々刻々に姿勢が変化するなど多くの非線形性を含んでいる多関節ロボットについて、アームの姿勢変化および弾性変形をあつかうことができる大変位はり要素ならびに制御系の部分を表現する伝達関数要素ならびに、機構系と制御系をつなぐモータ要素を中心にモデル化し、3次元の動作シミュレーションを行い、第2章で示した要素を用いた運動と振動のシミュレーションがロボットのような非線形を含み3次元的な運動を行う構造-制御連成系の動的設計に有効であることを示した。さらに、1アームロボットについて、複素固有値解析および感度解析を適用し、動特性改善の有効な手段になることを示した。その結果、第2章で提案した要素を用いた時刻歴応答計算や感度解析がロボットの3次元的な軌跡精度の評価や動的設計の見通しを立てる上で有効であることがわかった。

## 第7章 結論

近年、各種機械は、高性能化、高速高効率化、高精度化、軽量化、低騒音化、低コスト化などいろいろな面での要求が厳しくなっており、それらの要求のなかには、振動と関連するものも多い。このような要求にこたえ、良好な機械や構造物を製作するには、設計時に十分な検討が必要である。

特に、産業用ロボットや油圧機械など運動をともなう機械において、その動的な現象を検討するには、その駆動系である油空圧系や電気制御系との連成を考慮して論ずる必要がある。静的構造解析を主目的に開発され広くいきわたっているNASTRANに代表される汎用の有限要素法プログラムは、大変使いやすく、また、かなり大きな自由度の構造物の振動解析が可能であり、構造物の動的設計によく用いられているが、前述のような連成系の計算を行うことは困難である。そこで本研究では、非常に汎用的で使いやすい構造系の有限要素法概念を電気制御系、油空圧系に拡張し、構造系—油空圧系—制御系からなる機械の動的なシミュレーションを汎用的に行う手法を提案した。

一方、機械の高性能化、高速高効率化、高精度化などに関して極限をねらって良好な動的設計を行っていくには、ガタを含む系のねじり振動や姿勢の変化による動特性の変化など、線形の振動だけではなく、非線形性を考慮しなければ現象の本質を十分に把握できない問題も多くなってくる。このように非線形性がその応答に大きく影響する機械や構造物の動的な挙動を計算により予測する場合に、計算精度を確保するためには、非線形を考慮した解析が有効であると考えられる。前述の有限要素法による汎用の構造解析手法において、ある程度の非線形を扱うことは可能であるが、静的な非線形問題中心であり、動的な問題のための非線形計算のための要素はあまり用意されていない。そこで、本研究では構造系での大変位トラス・はり要素、油圧系でのバルブ要素など特徴のある非線形要素の運動方程式をマトリックス形式で導出し、複雑な非線形系の振動解析を汎用的に行うことを可能にした。

本研究での検討事項を総括的にまとめると以下のようになる。

(1) メカトロニクスを駆使したロボットや油圧機械など、構造系だけではなく油空圧系や制御系などとの連成を考慮しなければならない機械の動的設計を効率的に行うために、汎用的で使いやすい有限要素法による構造解析手法の概念を、制御系、油空圧系に拡張し、構造系—油空圧系—制御系が連成するような機械の動的なシミュレーションを汎用的に行う手法を提案した。

(2) ガタを含むねじり振動系や、姿勢が変化する構造物、油圧系の弁における圧力損失と流量の関係など、現象の本質に非線形性が多くかかっているような問題の動的解析を効率的に行うために、構造系での大変位トラス・はり要素や、油圧系でのバルブ要素など特徴のある非線形要素の運動方程式をマトリックス形式で導出し、複雑な非線形の振動解析を汎用的に行う手法としてまとめた。

(3) 上述のように提案した手法を、構造系、油空圧系、それぞれ単独の系における非線形振動現象の解析に適用し、その現象の本質を把握した。さらに、構造系—油空圧系—制御系の連成系に本手法を適用し、連成振動系の動的設計における手法の有効性を明らかにした。

以上のような、総括的な結論に対して、第2章から第6章までの個々に検討した結果を以下章ごとに示す。

第2章では、本研究で提案している振動解析手法について示した。

まず、構造系で広く用いられている有限要素法による動解析を油圧系、制御系まで拡張した連成系での座標の定義のしかた、および要素分割の概念を提案した。つぎに、本研究のなかで定義している各種の要素について、構造系要素、油空圧系要素、制御系要素に分けて、離散化された要素の運動方程式、状態方程式を導出した。特に油圧バルブについては、その切り換えも含めて非線形減衰で表現することにより、

MCK型の運動方程式にうまく組み込むことができた。また、構造系の大変位はり要素・トラス要素では、従来の大変位の機構解析手法の主流であるLagrangeの運動方程式をベースにした剛体リンクを対象に開発された手法とは異なった手法を提案することができた。さらに、トラス要素のなかでは、ロープの巻き上げのように長さの変化するものにも対応できる手法を提案した。制御系の伝達関数についても、力のつりあいは用いていないが、有限要素法に準じた形で広義の運動方程式に組み込む方法を提案した。また、構造系、油空圧系、制御系のうちの複数の系を結合させる要素を用いて、汎用的に複数の系を連成させ、容易に構造－油空圧－制御連成系の運動方程式を組み上げる手法について示した。組立られた、運動方程式を解く方法としては、まず、非線形要素のなかの断片線形要素について、数値積分の時間刻みをうまく調節し、計算精度を確保した上で計算時間が短縮可能な手法を提案した。また、時刻歴応答解析を補足し見通しをつける上で有効な、周波数応答解析、固有値解析、感度解析について本研究で用いている手法の概略を示した。

第3章から第6章は、第2章で提案した振動解析理論の検証を行うとともに、構造系、油空圧系、連成系におけるいろいろな振動問題に応用しその現象の理解などを試みた。

まず、第3章では、構造系の非線形のなかで極端にその特性が変化するものの一つであるガタをとりあげ、増速機や減速機、ギヤカップリングなどの歯車系のなかにガタを含む駆動系のねじり振動について検討した。このような歯車系のガタを含む駆動系を、第2章で示したガタ要素などを用いてモデル化し、多自由度のばね質量系の非定常非線形振動として検討を行った。まず、3.2では同期電動機駆動の回転軸系のモータ起動時に問題となるガタを含む系での共振点通過現象をとりあげ、モデル実験および実機の回転軸系のモータ起動時のねじり振動問題を通して手法の妥当性やガタを含む系の共振点通過現象について検討した。3.3では2台の駆動源を持つねじり振動系において問題となるクラッチ切り換え時の過渡的な非線形振動現象をとりあげ、その振動応答に対するガタの大きさなどのパラメータの影響について検討した。その結果、第2章で提案したガタに関する計算手法が妥当であるこ

とが明きらかになるとともに、このような系の振動応答は、ガタによる非線形の影響を非常に大きく受け、ガタの存在により線形系とは現象が大きく変化したり、ガタの大きさなどのパラメータの変化により応答値も大きく影響されることがわかり、ガタを含む系の振動現象を検討するには、本研究の手法が有効であることを確認することができた。

第4章では、2次元あるいは3次元的に広がりのある骨組構造物や弾性リンク機構の非線形振動現象に関して、第2章で示した構造系の非線形要素を適用した例について検討した。まず、4.2では、ロボットや建設機械のように姿勢の変化する弾性リンク構造物の運動と振動の解析に有効な大変位トラス要素および大変位は要素について、それらを用いた簡単なモデルについて理論値などとの比較検討を行いその妥当性を確認した後、クレーンの運転時の動的挙動について検討した。4.3では、地震応答問題を取り上げ、弾性支持された剛体の大変位問題である浮き上がりおよび転倒振動を近似的に幾何剛性をもつ線形のはり要素と断片線形の回転ばね要素を用いてモデル化して計算を行いモデル実験値と比較検討を行った。

その結果、4.2、4.3いずれの場合においても計算値は理論値やモデル実験結果などと良く一致し、モデル化手法、計算手法いずれも妥当であることが確認できた。また、本研究で提案している手法を用いることにより、大きな変位をともなった振動や、浮き上がり、転倒振動など非線形を考慮しなければ現象を十分表現することが出来ないような問題の動的な挙動を明らかにすることが可能になり、手法の有効性を確認することができた。

第5章では、第2章で示した要素のうち、おもに油空圧要素のみを用いた例、および構造系や制御系とも連成した油空圧機械の動的現象について検討した。5.2では油空圧要素のみを用いた例として、空圧機械の一つであるロータリローブブロウをとりあげ、その吐出脈動の過渡現象のシミュレーションを行い、モデル化の妥当性を検証した後、シミュレーションによるパラメータサーベイを行うことにより脈動低減のための最適パラメータを得ることができた。5.3では、典型的な油圧機械の一つである油圧鍛造プレスの過渡現象について、まず、機構系要素と油圧系要素

とを連成させたモデル実験を行いモデル化および計算手法の妥当性を検証した後、構造－油圧－シーケンス制御系からなる実機に第2章で示した手法を適用しその有効性を示した。5.4では、複素固有値解析の適用例として、押出プレスにおける自励振動問題を取りあげ、構造系－油圧系の連成系にモデル化して計算を行い、最適な弁開度を求める上で第2章の手法が有効であることを示した。

第6章では、メカトロニクス機器、特に柔軟な構造物の運動と振動を検討する場合には機構系の部分だけ、あるいは、機構系を剛体として制御系だけを考えているのではなく、機構系と制御系との連成を考慮する必要があると考え、第2章で示した構造系要素と制御系要素、および両者を連成させる要素を用いて計算による検討を行った。まず、時々刻々に姿勢が変化するなど多くの非線形性を含んでいる多関節ロボットについて、アームの姿勢変化および弾性変形をあつかうことができる大変位はり要素ならびに制御系の部分を表現する伝達関数要素ならびに、機構系と制御系をつなぐモータ要素を中心にモデル化し、3次元の動作シミュレーションを行った。その結果、第2章で示した要素を用いた運動と振動のシミュレーションがロボットのような非線形を含み3次元的な運動を行う構造－制御連成系の動的設計に有効であることを示した。さらに、1アームロボットについて、複素固有値解析および感度解析を適用し、動特性改善の有効な手段になることを示した。

## 参考文献

- (1) Zienkiewics, O. C., Cheung (吉織訳), マトリックス有限要素法, 1971, 培風館.
- (2) Zienkiewics, O. C., The Finite Element Method in Engineering Science, 1971, McGraw-Hill, Maidenhead.
- (3) MSC/NASTRAN USER'S MANUAL, 1981, M S C 社.
- (4) ANSYS プログラム技術概説書, サイバネットシステム.
- (5) たとえば, 川井, マトリックス法振動および応答, 1971, 培風館.
- (6) 長松ほか, 機論, 49-439C(1983), 314.
- (7) 大熊ほか, 機論, 54-504C(1989), 1753.
- (8) 長松, モード解析, 1985, 培風館.
- (9) 黒橋, 阿部, 藤川, 井上, 機論, 41-345(1975), 1405.
- (10) Guyan, R. J., AIAA J., 3-2(1965), 380.
- (11) 田中, 高橋, 中川, 田島, 油圧と空気圧, 20-1(1989), 64.
- (12) 松下, 井田, 菊池, 機論, 47-418C(1981), 727.
- (13) 斉藤, 機論, 46-401C(1980), 8.
- (14) Kurohasi, M., Inoue, Y., Abe, T., Fujikawa, T., I Mech E 1980, 215.
- (15) 金子, 葉山, 機論, 49-439C(1983), 370.
- (16) 岩壺, 本岡, 川井, 機論, 49-441C(1983), 179.
- (17) 井上, 柴田, 藤川, 武村, 機論, 47-415C(1981), 263.
- (18) Inoue, Y., Shibata, T, Fujikawa, T, Takerura, M., Bull. of JSME 24-197, 2003.
- (19) 津田, 機論, 18-75(1952), 105.
- (20) Inoue, Y., Seireg, A., Trans. ASME, J. of Mech., Trans., and Auto. in Des., 107-3(1985), 437.
- (21) 井上, 武村, 機講論, No. 810-14(1981), 188.

- (22) Inoue, Y., Fujikawa, T., ASME PVP-77(1983), 469.
- (23) 青木, 鈴木, 機論, 49-446C(1983), 1890.
- (24) 小川, 建論, 287(1980), 51.
- (25) ABAQUS Theory Mnuual Version 4.8, 1989, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.
- (26) 山本, 谷口, 機論, 38-306(1972), 269.
- (27) 宮本, 有限要素法と破壊力学, 1972, 培風館.
- (28) Desai, C. S., Abel, J. F., Introduction to the Finite Element Method, 1972, Van Nostrand Reinhold Company.
- (29) Pian, T. H. H., Tong, P., Int. J. Num. Meth. Eng., 1, 1969, 3.
- (30) Paul, B., Amin, A., Trans. ASME, J of Appl. Mech., 92(1970), 697.
- (31) Chase M. A., Smith, D. A., SEA Paper710244, 1971.
- (32) たとえば, 旦理, 機械力学, 1954, 共立出版, 54.
- (33) Sheth, P. N., Uicker, J. J., Jr., Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, 94(1972), 454.
- (34) Chase, M. A., Smith, D. A., SEA Trans. 80(1971), 969.
- (35) Orlandia, N., Chace, M. A., Trans. ASME, J. of Eng. Ind., 99(1977), 773.
- (36) Haug, E. J., Wehege, R. A., Trans. ASME, J of Mech. Des., 104(1982), 778.
- (37) 葉山, 機講論, No. 730-14(1973), 113.
- (38) 藤川, 黒橋, 加藤, 青島, 山村, 神戸製鋼技報, 37-1(1987), 116.
- (39) 井上, 加藤, 黒橋, 村井, 神戸製鋼技報, 41-1(1991), 34.
- (40) 横山, 高橋, ターボ機械, 8-10(1980), 12.
- (41) 小口, 中野, 油圧と空気圧, 9-2(1978), 62.
- (42) 一柳, 機論, 38-310(1972), 1462.
- (43) 鷺尾, 小西, 宮沢, 機論, 45-399B(1979), 217.
- (44) 中嶋, 山下, 白本, 高橋, 仁田, 機論, 43-370(1977), 2220.
- (45) 小嶋, 機論, 39-324(1973), 2345.
- (46) 阿武ほか, 機論, 37-297(1971), 1010.

- (47) たとえば, 増淵, システム制御, 1987, コロナ社.
- (48) 谷口編, 振動工学ハンドブック, 1976, 養賢堂, 416.
- (49) 谷口編, 振動工学ハンドブック, 1976, 養賢堂, 411.
- (50) 戸川, 有限要素法による振動解析, 1979, サイエンス社, 35.
- (51) 戸川, 有限要素法による振動解析, 1979, サイエンス社, 55.
- (52) 清水, 渡辺, 嶋田, 鎌田, 山本, 機論, 43-368(1977), 1273.
- (53) 清水, 本間, 山本, 渡辺, 嶋田, 機論, 46-401C(1980), 26.
- (54) 戸川, 有限要素法による振動解析, 1979, サイエンス社, 41.
- (55) たとえば, 吉田, 野波, 機論, 57-534C(1991), 345.
- (56) 戸川, 有限要素法による振動解析, 1979, サイエンス社, 44.
- (57) 戸川, 有限要素法による振動解析, 1979, サイエンス社, 50.
- (58) Fox, R. L., Kapoor, AIAA J., 5, 1967, 406.
- (59) 井上, 藤川, 機構論, No. 780-5(1978), 1.
- (60) Lund, J. W., Trans. ASME, J. of Mech. Des., 102(1980), 115.
- (61) Doughty, S., Trans. ASME, J. of Eng. Ind., 99(1972), 142.
- (62) 山川, 奥村, 機論, 41-356(1976), 1109.
- (63) 井上, 藤川, 今西, 阿部, 機論, 50-452C(1984), 597.
- (64) Vanhonerker, P., AIAA J., 18-12(1980), 1511.
- (65) 藤川, 黒橋, 井上, 機論, 41-343(1975), 813.
- (66) 藤川, 井上, 黒橋, 機論, 41-345(1975), 1416.
- (67) Inoue, Y., Fujikawa, T., Trans. ASME, J. of Vib., Str., and Rel. in Des.,  
Vol. 107(1985), 13.
- (68) 新家, 頭井, 大谷, 神戸製鋼技報, 25-1(1975), 6.
- (69) 前田, 林, 土論, 253(1976), 13.
- (70) 後藤, 土論, 355(1983), 1.
- (71) 井上, 油圧技術, 20-1(1981), 25.
- (72) 井上, 石井, 神戸製鋼技報, 31-1(1981), 32.

- (73) 佐藤, 油圧装置設計の実際, 1982, 41, 大河出版.
- (74) Seireg, A., Dandage, S., ASME J. of Lub. Tec., 97-4(1975), 66.
- (75) Benton, M., Seireg, A., ASME J. of Mech. Des., 100-1(1978), 26.
- (76) Seireg, A., Mechanical System Analysis, Scranton, PA, International Textbook Co., 1969.
- (77) 山内, 森口, 一松, 電子計算機のための数値計算法, 1965, 培風館, 38.
- (78) 幸田, パワーデザイン, 25-8(1987), 40.
- (79) 武藤, 粥川, 機論, 52-481C(1986), 2421.
- (80) 萩原, 馬, 機論, 57-534C(1991), 420.
- (81) 馬, 萩原, 機論, 57-540C(1991), 2559.
- (82) 井上, 機講教, No. 920-1, 1992, 117.
- (83) Wright, J., ASME Paper, No. 75-DE-15(1975).
- (84) Freitag, D., VDI-Z., 110-4.
- (85) 中尾・ほか5名, 機構論, No. 780-14(1978), 97.
- (86) 東覚・ほか2名, 三菱電気技報, 53-3(1979), 245.
- (87) Mruk, G., ASME Paper, No77-Pet-49(1977).
- (88) Zsoulcsak, S. J., ASME Paper, No-Det-131(1977).
- (89) 矢鍋, 機論, 39-325(1973), 2734.
- (90) 矢鍋ほか2名, 機論, 44-382(1978), 1923.
- (91) Lewis, F. M., Trans. ASME, 54(1932), 253.
- (92) 動力伝達用歯車設計資料調査研究分科会, 機誌, 72-600(1969), 148.
- (93) Comcordia, C., AIAA J., (1965), 29.
- (94) 井上, 機講教, 第535回, 1982, 65.
- (95) Seireg, A., Shah, S. C., Khazekhan, K., 4th World Congress on the Theory of Machines and Mechanism, Sept. 1975, 205.
- (96) Azar, R. C., Crossley, F. R. E., ASME J. of Eng. for Industry, 99-3(1977), 792.

- (97) Wang, S. M., Morse, I. E., Jr., ASME J. of Eng. for Industry, 94-2(1972), 583.
- (98) Wang, S. M., ASME J. of Eng. for Industry, 96-1(1974), 51.
- (99) Plaut, R. H., et. al., ASCE, EM6(1982), 1036.
- (100) 山本・ほか3名, 土木講概, I-37(1985), 73.
- (101) 伊藤, 機論, 42-355(1976), 738.
- (102) Sakawa, Y., et. al., ASME J. of Dyna. Sys., 107(1985), 200.
- (103) 園部, 梅村, 建論, 63(1957), 257.
- (104) 木村, 飯田, 地震, 6-3, 1934, 125.
- (105) 石田, 柴田, 機講論, No. 780-14(1978), 32.
- (106) 幾島, 機構論, 810-3(1980), 83.
- (107) 座古, 機講論, No. 780-14(1978), 32.
- (108) Lee, T. h., Nucl. Eng. Des. 32(1975), 337.
- (109) 井上, 重河, 神河, 増田, 機構論, 804-6(1980), 75.
- (110) 重河, 神河, 井上, 増田, 神戸製鋼技報, 34-2(1984), 81.
- (111) 加藤, 黒橋, 藤川, 青島, 機論, 54-505C(1988), 2148.
- (112) Singh, B. R., Trans. ASME, 82 Ser. B. 4(1960), 393.
- (113) 岡村, 松原, 精密機械, 34-11(1968), 31.
- (114) 岡村, 松原, 精密機械, 34-12(1968), 12.
- (115) 松崎, 機論, 35-273(1969), 977.
- (116) 松崎, 機論, 28-194(1962), 1934.
- (117) 山口, 塑性と加工, 19-210(1978), 615.

## 謝辞

本研究をまとめるにあたり、終始懇切なるご指導を賜りました京都大学工学部教授 佐藤進博士に謹んで深甚の感謝の意を表します。佐藤先生には、以前から、先生の主催される研究会などを通して、暖かいご指導、激励を賜り本研究を進めていく上で大きな励みになりました。

京都大学工学部教授 矢部寛博士、京都大学工学部教授 垣野義昭博士には、本論文についての有益なご助言とご教示を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

京都大学の同期生でもあり、常日頃から熱心な討論と暖かいご支援をいただいた京都大学工学部助教授 松久寛博士、米国Wisconsin大学留学中、1年間ご指導をいただいたWisconsin大学教授 A. Seireg博士に、ここに厚く感謝の意を表します。

昭和47年に、(株)神戸製鋼所に入社して以来、研究開発部門に所属し、振動抑制に関する仕事に携わってきましたが、この間、上司としてご指導を賜った機械研究所長 阿部亨博士、芦屋大学教授 藤川猛博士に厚く御礼申し上げます。また、先輩、同僚、部下として、共に研究や技術開発を行い、本研究をまとめあげる上で大きな協力をいただいた、要素技術室長 黒橋道也博士、摂南大学教授 頭井洋博士、加藤稔振動音響研究室主任研究員、広岡栄子研究員、本家浩一研究員、センサーテクノロジー今西悦二郎博士には心から感謝を致します。特に、頭井博士、広岡研究員には、積極的な協力をいただき、本研究完成の大きな源泉となったことを改めて振り返り、ここに深甚の感謝を表したいと思います。最後に、いつも熱心な討論をしていただいた振動音響研究室のメンバー、実験に協力していただいた開発実験センター振動音響班のメンバーに感謝の意を表します。





