強磁性体中の磁気波に関する研究

1977年10月

粟 井 郁 雄

強磁性体中の磁気波に関する研究

1977年10月

栗　井　郁　雄

目　　　次

序　　論

本研究は１９６８年以来京都大学工学部池上淳一教授の指導の下に同電子工学教室において行なわれた強磁性体中の磁気波に関する研究をまとめたものである。

マイクロ波周波数領域において，強磁性体は第２次大戦直後よりジャイレーターとして用いられてきたが，１９５８年に極めて磁気的損失の小さいフェリ磁性体であるＹＩＧ（イットリウム・鉄・ガーネット）が造られるようになって以来[1]様々なタイプの磁気波の研究が活発に行なわれ始めた。磁気波は磁化された強磁性体中を伝搬する磁気モーメントの才差運動であるから，異方性，非可逆性，分散性など波動として興味深い特性を数多く具えている。それだけでなく，これらの特性を積極的に利用すれば，従来アイソレータ，サーキュレータとしてのみ応用されてきた磁性体の応用範囲を大きく広げる事も可能となるであろう。

従来の応用形態において磁性体中を伝搬する波動はもちろん電磁波でありこれも磁気波の一種であるが非常に波長が大きい。それに対してＹＩＧは前述のように損失が小さいために極めて波長の小さいモードが伝搬可能であり，数１００から数１０００波長の長きにわたって波動を伝搬させても検出できる程度の減衰量を与えるにすぎない。それゆえ，解析の方法はジャイレータの場合はどちらかといえば集中定数回路的な取扱いが主であったのに対し，我々の研究には分布定数回路ないし波動論的な取り扱いが広く用いられることになる。その意味では本研究はよりマイクロ波回路論的であるということができよう。

上述のように磁気波という概念は広いものであるが，一般にこの分野で多くとり上げられるものは静磁波及びスピン波とよばれる波動である。なぜならこの両者は電気エネルギーに比べて磁気エネルギーが圧倒的に大きいためまさに磁気波としての特徴を最も典型的にそなえているからである。

静磁波は磁界のirrotational 成分　がsolenoidal 成分　に比べて非常に大きいような電磁波であり，印加する直流磁場の[2]方向・大きさ，磁性媒質を含んだ伝搬系の構造等によって存在条件が定まる。静磁波という名前で呼ばれてはいるが隣接する磁気モーメント間に働くのは双極子相互作用でありあくまでも電磁波の一種である。

それに対してスピン波を伝搬させる機構は磁気モーメント間の交換相互作用でありこれは電磁気学的なものではない。従ってスピン波はある意味では電磁波に対しては弾性波等と同じように全く別種の波動である。しかし磁気モーメントの振動には必ず磁界が付随し又それによって電界も生ずるので，スピン波を一種の電磁波とみなす事も可能である，そしてその時には静磁波と同様に磁気的エネルギーが電気的エネルギーに比して非常に大きく見えることになる。また，この波についても $|\mathbf{H}^i| \gg |\mathbf{H}^r|$ が成り立つのでスピン波は静磁波の一種という事もできるが，波数が非常に大きい（$k \gtrsim 10^4/cm$）ことによって通常の静磁波と区別される。

次に，磁気弾性波は上述の磁気波が磁歪効果（磁気弾性相互作用）によって弾性波と結合した混成波である。励振周波数によって磁気波と弾性波のクロスオーバー波数が異なり，高ければスピン波，低ければ静磁波領域でクロスオーバーが起るので夫々を「スピン弾性波」，「静磁弾性波」と言うことができよう。

では以下に静磁波，スピン波に代表される磁気波の研究がいかに行なわれてきたかを歴史的にあとづけつつ，その中で筆者の研究がどのような意味をもつか述べるとともに，本論文の構成についても略述しておこう。

§ 1. 磁気波研究の歴史

磁気波研究がマイクロ波周波数における磁性体応用の一分科としてはっきり意識され出したのは１９６０年代に入ってからであるが，そこに至るまでの源流ともいうべきいくつかの流れについてまず説明しておこう。一つは前述のようにマイクロ波回路素子研究の一部として存在していたフェライトによるアイソレータ，サーキュレータの研究分野である。磁性体中を伝搬する電磁波の解析又はその実験という一般的な基礎提供は当然の事であるが，より直接的な具体例も存在する。例えば Suhl ,Walker[3] は Kales らの研究[4]を土台として，フェライトをきっちりつめた円筒導波管の電磁界解析を行なっているが，これは後に指摘された[5]ように静磁波の伝搬をも含むものであった。このように当事者によって意識されていなかったにもかゝわらず，磁気波の研究はフェライト中の電磁界解析という研究分野の中で既に始められていたという事が言える。

次に上とは少し性格の異なる「強磁性体の物性研究」とでもいうべき分野を

もう一つの源流としてあげておかねばならない。古く１９３０年に Bloch[6] が強磁性の起源について説明を与えるためにスピン波という概念を導入した事がこの流れの出発点であるとしてよいであろう。その後，物質を構成する原子・分子のエネルギーレベルを決定するための常磁性共鳴の研究と歩調をそろえて強磁性共鳴の分野が成立した。後者においては共鳴吸収信号も大きく，又一様共鳴の周波数は材料によらず一定であるから前者の分野とは自ら異なった問題設定がなされる。その一つは共鳴の機構の解明であり，他は非線型性の問題である。共鳴の機構は磁気モーメントの一様才差運動による一様共鳴以外に磁気異方性による共鳴，磁壁の共鳴，形状共鳴などが見出され[7]，最も新しくWalkerによって静磁共鳴が発見された。[8] この静磁共鳴が後に「静磁波」発見の端緒となったことはいうまでもない。又，共鳴の緩和の研究に関連して大電力のマイクロ波信号を強磁性体に加える実験が行なわれ，それによってフェライトの非線形性に関する研究が生まれた。ここで非線形性とは単に才差運動の振幅が入力に比例して増大しないという事だけにとどまらず，波数の異なるスピン波間のエネルギーのやりとりを意味する「スピン波の不安定性」をも指すものである。[9][10] 非線形性の研究はここではあくまでも「強磁性体の物理学」の範囲内で行なわれているが後に磁気波研究の一部を構成し増幅器への応用が検討されていくことになる。[11]

以上のように早い時期に既に概念が確立していたスピン波あるいは静磁波をはっきりと一定の線路ないし無限媒質を伝搬する波動として理論的基礎をたてたのは強磁性体物理学の権威 Kittel である。彼はまず１９５８年にスピン波の励振[12]，スピン波と弾性波との相互作用[13]について検討し，スピン波が一様な高周波磁場によって励振されること，更に magnetoelastic wave（磁気弾性波）とよばれる波動が存在し得ることを予言した。そしてその２年後には Schlömann[14] がそれを波動論的な立場から更にくわしく解析し，以後の実験的研究の基礎作りを行なった。一方静磁波については１９６０年にFletcher，Kittel が軸方向に磁化された円柱状磁性体中の伝搬を解析し，分散関係式を与えている。[15] しかし静磁波の解析は彼等だけに先取権を与えるべきではない。何故なら，Eshbach，Damon は同年の少し早い時期に半無限媒質における静磁波及びスピン波の表面波モードに関する解析を行なっているし[16]，Trivelpiece 等は翌年ではあるが彼等とは独立に円柱状試料についてより厳密な理論

と更に実験結果についても報告している。[17]

いずれにせよこれらの解析が１９６０年以後の磁気波研究の出発点となったことは間違いないところである。６０年代から７０年代にかけての研究は大きくわけて前半は円柱状又は円板状試料における体積モードの研究が多く，後半は板状試料の表皮モードの研究が多い。そのためここでも叙述をまず大きくその二つ　に分け，更に夫々をスピン波と静磁波とに分けて述べることにしよう。

（ｉ）体積スピン波，磁気弾性波

体積スピン波の伝搬の理論と実験はいくつかの特徴的な形状の試料について行なわれた。まず円板状ＹＩＧについて１９６３年に Eshbach がマイクロ波で励振することにより一定時間おきのエコーを観測し，その間隔が直流磁場の大きさによって変ることを見出した。[18] それと同様な実験が６５年にStrauss によって円柱状ＹＩＧについてもなされ，内部磁場の変化を考慮に入れた理論とよく合致する事が示された。[19] スピン波及び磁気弾性波（スピン弾性波）に関する実験結果の報告はこの頃に爆発的に現われているが，[20]~[22] 一般の関心の強さはＩＥＥＥが１９６５年１０月号にこのテーマの特集を編んだ事によっても理解できる。

一方これらの実験の中に含まれる理論的な課題のうちまず励振問題については電磁波からスピン波への直接変換の理論が Schlömann によって出されたが，[23][24] 後に両者の変換は静磁波を介して行なわれることが Vasileらによって理論づけられた。[25] 又 Vasile らの理論はそれと全く独立に行なわれた Auld らの実験結果[26]とも一致しており，現在ではこれらが定説となっている。次に非一様な磁場中でのスピン波と弾性波の相互作用の理論は矢張りまず Schlömann らによって与えられ，[27] Kirchner 等によって発展させられたあと，[28] Hu 等の実験でそれらの理論の正しい事が証された。[29]

円柱状あるいは円板状磁性体に一様な直流磁場を加えても内部磁場は非一様になる事は以前から知られており，Sommerfeld の電磁気学の教科書にもその最も粗い近似に基く計算法が説明されているが，[30] スピン波，磁気弾性波の特性解析の必要にせまられて１９６５年に Joseph らはより正確な計算法を発表した。[31] スピン波の励振そのものが直流内部磁場の非一様性に負っているなど，スピン波の研究は非一様媒質中の波動伝搬の研究という側面を強くもっている。そこでその分野における幾何光学近似の手法をスピン波にも適用しようという

事が考えられた。Ａｕｌｄが１９６５年にその原典ともいうべき理論を発表[32)]して以来，彼及びそのグループは相次いで論文を発表し軸方向に磁化された円柱状ＹＩＧにおける磁気弾性波ビームの軌跡がどのように収束発散するかを理論的に検討[33)~35)]した。そしてその結果を用いて内部磁場の分布が伝搬損失に極めて大きな影響を与えることを明らかにした。

円板状試料の励振はもっぱらマイクロ波空胴共振器による他ないので本質的に入出力は共用となり回路的にはサーキュレータを必要とする。一方円柱状の場合は試料端面に細線状のアンテナを置いて励振するのでもし試料中を信号が通過するならば他端にもう一つアンテナを置くことによって入出力を分けることができる。ところが一様な外部磁場を加えても内部磁場分布は軸方向に凸型となるため磁気弾性波の信号は途中で反射して戻ってくるので矢張り２ポートの動作とならない。磁気弾性波をマイクロ波遅延線などに応用するときもし１ポート動作であると上述のサーキュレータの問題と，結合の不完全による反射波によってＣＷ動作ができないという問題が生ずるため用途は全く限られてしまう。そこでなんとか可変遅延時間という特徴を保ったまま２ポート化ができないかという観点で次のような様々な工夫が行なわれた。まず第１は内部磁場が凹型になるように最初から非一様な外部磁場を加える方法[36)~38)]，第２は何らかの手段で磁気弾性波の偏波方向を途中で逆転して試料中央の凸型磁場分布を通り抜けさせる方法で，直流磁場の方向を試料軸からわずかにずらすとか[39)~41)]，非磁性材料であるＹＡＧを試料端面に張りつけるとか[42)~45)]，円柱軸の方向を結晶軸の〔１１０〕方向などにして複屈折性を利用する[46) 7]*]など種々のものが考案されている。第３には弾性波をＹＩＧ中に注入してそれをスピン波に変換する方法[47) 48)]，第４には縦波の弾性波を用いる方法[49)]，更に時間的に変動する内部磁場を用いる方法[50)]など枚挙にいとまがないほどである。これらのうちＹＡＧなどを端面に張りつける方法は再現性が最も良く，挿入損失が３０～４０ｄＢで比較的小さいので有望視されている。

遅延線としての応用には可変という特徴を生かすか，分散性という特徴を生かすか二つの方向があろう。いずれにしても内部磁場分布を望ましい分散性の

＊ 脚註　ｎ〕で引用される文献は筆者らの著わしたものであり本論文の内容を構成するもので，ｍ）で引用されるものはその他の文献である。

生ずるように整形しなければない。その理論的な検討はAuldらによってなされ,[51] 我々は内部磁場分布の測定法を新しく開発した。[12] Auldらの結果を利用して電子的に可変な非分散遅延線の研究が行なわれたほか,[52) 53)] 分散性遅延線の一例としてチャープレーダ用の遅延線の研究があって,[54)~57)] Lバンドにおいて損失51dB,圧縮比165のものが報告されている。

（ii）体積静磁波

静磁波の伝搬特性に関する実験報告は前述のようにTrivelpiece らが最初であるが,その後しばらくの年月が経過して1964年から相次いで多くの報告が出てくる。試料の形状は矢張り軸方向に磁化された円板又は円柱であり前者においては静磁波は周辺部で励振されて同心円状に中央部まで伝搬し反射された後再び周辺部から電磁波として放出される。[58) 59)] 一方円柱状の場合は片方の端面で励振された静磁波は中心部を通り抜けて他端に達し,そこで電磁波に変換されるという過程をたどるので[60)~62)] 本質的に2ポート動作が可能である。従って基本的な特性が明らかにされた後,関心の中心は円柱状YIGの実験に移っていく。

まず遅延素子への実用化のためには損失の逓減が重要な課題であり様々な工夫がある。筆者らの提案したストリップ線路型[2)] の他にコイル励振法,[63)] 同軸型[60)] などが発表されているが,ストリップ線路型は変換損が全体で8dBと比較的小さく周波数帯域も広いという点を合わせると最もすぐれている。又,伝搬損失は材料の磁気共鳴半値幅によって決まるので回路技術的には手を加える余地がないが,損失の測定法についていくつかの方法が発表されている。[64)~66)]

前述のFletcher らの解析はあまりにも単純化されたモデルに基いていたという事によって,近似を一歩進めたものとしてJosephらの解析が早い時期に現われた。[67)] この論文によって円柱状試料中の静磁波のモードが大きく表面波と体積波にわけられ,更に夫々が円周方向及び半径方向量子数をもったモードから成る事が明らかにされた。そこでこれらのモードを強磁性共鳴法によって識別する研究が数多く行なわれた。[68)~70) 5] 71)] これらの報告においては試料の内部磁場の非一様性をなくすためまわりに多結晶YIGを配置してJosephらの一様磁場における計算と合わせるようにするか,又は共鳴の条件式の中に磁場の非一様性をとり込んで計算が行なわれている。この内部磁場の非一様性こそがこれら

の非楕円体試料の共鳴吸収を複雑かつ多様にする源であり，その分類的研究がいくつかある。特に非一様性に強く支配されるモードとしては高磁場時における転回点を含んだ静磁モードがあり磁気弾性波の励振や不安定現象とも関連するため多くの研究者によってとり上げられた。[72)~75)]

以上の研究は静磁波が電磁波の一種であることを一時的にではあれ捨象して，一つの独立した波動であるという見方によって進められているが，本節の始めに述べた「源流」と関係して逆に両者の関係を明らかにしようとする研究も行なわれた。[76)~78)] 又これらを更に進めて静磁近似の有効性又は静磁波の定義などについての議論が筆者らのものを含めて発表されている。[79)2)1)]

この項の最後に応用的研究についても紹介しておこう。前項と同様にパルス圧縮[80)]，可変移相器[81)]，変調器[82)]，相関器[83)]など分散性，磁気同調性，非可逆性，非線形性を利用した様々な応用が提案されている。

(iii) 表面静磁波

前項で述べたように円柱状試料にも表面静磁波モードが存在するけれども，表面波モードをマイクロ波回路素子に応用するという観点からは励振，信号の途中での取り出し，処理などの点で板状試料の方が数段勝っているので，表面静磁波の研究はほとんどすべてが板状又は薄膜ＹＩＧを用いて行なわれた。ここで一寸奇妙なのは理論解析が前述のように１９６０年に早くも行なわれているにもかゝわらず，これに関する実験の方は１９６８年になってやっと現われている（Brundle 他）[84)] という事実である。これは結局円柱状試料中のスピン波，磁気弾性波の実験報告がたまたま一番先に現われたという事によると考えざるを得ない。それらの研究が一しきり済まされ反省期に入った時点で表面波モードが多くの研究者に見直される結果となったのであろう。又１９６５年にすだれ状電極によって励振される圧電弾性表面波の実験が発表され，[85)] その頃表面波が一般的に脚光を浴びていた事も見直しの契機となったと思われる。

さて Damon, Eshbach は１９６０年の半無限媒質の解析の後６１年には更に今日最も重要な構造である有限厚さの板に関する非常にくわしい解析を発表している。[86)] これらの理論的準備に基いて上述の Brundle らの報告が現われ，その後 Sparks,[87)] Adam[88)] らも強磁性共鳴法を用いて Damon らの予言したモードを実験的に確認した。静磁波の励振は試料表面に平行に張られた細線のア

ンテナで行うため外部回路との整合をとるにはフェライトを基板とするストリップ線路の形式をとった方が好都合である。そこで片面を金属で覆ったフェライト中での表面静磁波の伝搬特性が計算され実験も直ちに行なわれた。[89)90)][91)] 体積静磁波において使われたもう一つの実験法，即ちパルス変調されたマイクロ波を用いて遅延特性を測定する方法がAdam によって行なわれたのは1970年であった。[92)]

以上の基礎的な研究の後，表面静磁波の特性をどの角度から見るかに応じていくつかのタイプの研究が始まる。まず板状試料の片側に金属を張りつけるという発想の延長として，はりつけた金属の導電率が有限の場合，他の磁性体を張りつける場合，[93)~95)] 金属と試料の間に誘電体をはさんですきまをあけた場合など[96)97)]が解析された。第1番目は現実の金属の導電率が有限であるために伝搬特性がどう変化するか，[98)] 更に伝搬損失の非可逆性はどのように現われるか[17)]を調べている。第2，第3番目は構造の変化によって伝搬速度の周波数特性を都合良く制御しようという目的をもったものである。特に後者は後に述べるように応用の面でも有望である。

次にあげるべきは異方性に着目した研究であり，試料表面内で直流磁場の向きを適当に変えることによってエネルギービームが色々な方向に偏ることからスイッチへの応用可能性を論じている。[99)13)] 第3には内部磁場の非一様性の存在によりエネルギービームが収束発散する事が筆者等によって明らかにされている。[23)24)] ここでは幾何光学近似を表面波モードにまで拡張するという手法が用いられている。

第4に，プローブを用いて電磁界を測定し，非可逆性，非一様性などのあらわれを直接的に知るという実験報告がいくつかある。筆者等はそのような理論的な予測を実験によって初めて確かめた。[22)] 又 Bini らは内部磁場の非一様性により試料の幅方向への高周波磁界分布がガウス型になると結論づけている。[100)]

第5は励振問題である。これは波動論において最も基本的な問題の一つであるにもかゝわらず意外に取り上げられるのが遅く Ganguly ら[101)]と筆者ら[26)27)]の研究がほゞ時を同じくして現われている。いずれも一様な電流源によって表面静磁波の励振がいかに行なわれるかを論ずる解析と実験であるが，前者はその励振効率に，後者は励振される全モードの属性に重点が置かれており違いがある。

最後に第6として半導体キャリアとの相互作用の問題がある。静磁波の研究

が始められた１９６０年頃から既にこの波動の位相速度の遅さが注目されており，進行波増幅器への応用が提案されている。[17] しかし当時はドリフト速度の大きな半導体が未だ出現していなかったのでそれも忘れ去られた後，１９６９年にRobinson[102]らとSchlömann[103]が独立に磁性体と半導体の複合系によって固体進行波増幅器を形成し得ることを理論的に示し，再び大きくとり上げられる事となった。半導体中のキャリアー波あるいはヘリコン波の増幅現象は以前から検討されており，[104)~106] 磁気波の半導体キャリアーによる増幅はそのような現象の解析を背景として生まれたとも考えられるし，又一方表面弾性波の半導体キャリアーによる増幅現象[107]とも多くの類似点をもっている。さて,Schlömannらの基礎的な解析を現実の系にあてはめた最初の解析は筆者等の有限厚さ磁性体，[29] 有限厚さ半導体[30]についての計算である。これらによって増幅率の周波数特性，試料の定数に対する依存性などが明らかにされた。その後，張らの誘電体層を含んだより複雑な系に関する解析，[108] 体積静磁波と半導体キャリアの相互作用に関する解析[109]など理論的検討は数多く現われた。そのいずれによっても相当大きな増幅率の得られる事が予想されるにもかゝわらず実験的には相互作用の存在が確認される程度にとゞまり，[110)~112] 筆者らの実験によっても現在のところどの報告よりも大きな値ではあるが８ｄB程度の相対利得が得られているにすぎない。[113] その原因は半導体及び磁性体の表面処理の困難さにあると考えられ正味利得を得るべく目下努力中である。なお体積静磁波とキャリアとの相互作用の確認は筆者らの報告のみである。[114]

表面静磁波の応用についてみるならば，現在最も注目されているのが，遅延等化器である。ミリ波の導波管伝送において生ずる遅延ひずみを除去するためのこの素子は既にメアンダーラインなどを用いて実現されているが，表面静磁波の伝搬速度が周波数の増大と共に減少するという特性を用いればこれによっても実現可能である。[115] 更に都合の良い事には静磁波等化器は磁場を変えることによって特性をかなりの範囲にわたって変え得るという特徴をもっており，この点が既存の等化器を駆逐するやも知れぬ理由である。そのためには伝搬損失を小さくする事が必要であり板状ＹＩＧの表面をきれいに研磨せねばならない。機械研磨ではどのように細かい研磨剤でていねいに行なっても表面波の等価的共鳴半値幅は１Oe程度より下らないが化学研磨によってそれを $1/3$ 以下に落せることがわかり，損失が大幅に減少した。[116,117] 更に１９７１年に発表された液

相エピタキシャル法によるYIG薄膜の作成法[118]が改良されて共鳴吸収半値幅がバルク状YIGと変らぬ程度の良質の薄膜試料が得られるようになったことはこの方面の研究に拍車をかけた。[119) 120)] そして現在では帯域500MHz，遅延リップル1nS，挿入損10dB程度のものが作られている。[121]

(Ⅳ) その他

体積モードとの対応から言えばここで表面スピン波について述べねばならないが，それに関する研究は極めて少い。[122) 123)] その理由は磁性体表面においてスピン波の満たすべき境界条件が不明であるために理論的解析が充分に行なえない事と，波長が非常に小さいため試料表面での波動の散乱が大きく実験によって一度も確認されていない事によると思われる。

一方，磁気弾性波の研究は多い，体積モードにおいては弾性波と磁気波の分散曲線のクロスオーバーは波数の大きいスピン波の領域で起るのに対して，表皮モードにおいては圧電弾性波研究との関係で一般に励振周波数を1GHz以下にとるのでクロスオーバーは波数の比較的小さい静磁波の領域で起る。それゆえ交換相互作用は無視する事ができて，ここで紹介するのは表面磁気弾性波とはいっても実は表面静磁弾性波の研究である。このような波動の伝搬特性を初めて解析したのはVan de Vaartらである。[124) 125)] 彼等は表面静磁波の解析で行なわれるのと同様に板状試料の表面内で直流磁場（z方向）と波動伝搬方向（y方向）を直角にとり，直流磁場方向の電磁界は一様であるとして2次元解析を行なっている。その結果弾性変位はz方向のみ，交流磁界はx，y方向のみのSH波とよばれる磁気弾性波の伝搬する事が明らかにされた。このモードは丁度圧電媒質におけるBleustein波[126]の磁性媒質での対応物である。[127] その後この解析をもとにして金属膜を貼布した場合，[128] 半無限媒質，[129] 誘電体との複合系，[130] 異種の磁性体との複合系など[131) 132)]についての解析が相次いで発表された。一方圧電性媒質例えば$LiNbO_3$を伝搬する表面弾性波の研究をながめてみると，主としてすだれ状電極によって励起されるRayleigh波を用いてUHF帯においては挿入損失10dB以下の遅延線，フィルター，論理素子などが試作され一部実用化に達しているものすらある。そこでこれらの分野と磁気弾性波とをうまく結びつけて後者の非可逆性，磁気同調性を生かした回路素子が作れないものかという発想が生まれた。そして弾性波アイソレータに関する実験，[133) 134)] 及び非

可逆なRayleigh 波に関する理論[135)~137)]もいくつか発表されている。なお表面磁気弾性波と半導体キャリアーとの相互作用については筆者らの報告が[138)139)]あり，前項と同様に理論的にはかなり大きな増幅率の期待できることが明らかにされている。

最後に，本文中では取り上げないが最近アイソレータなどの非可逆素子への応用を目指して研究が進められているエッジガイディド・モードも磁気波の一種である。これは静磁波・スピン波ほど波長は短かくないが，普通㎜のオーダーのものであり矢張り波動論的な扱いがなされる。１９７１年にHines がこのモードのアイソレータへの応用を提案[140)]して以来，多くの人々がこの研究に参加している。一つはこのモードの特性を明らかにする，あるいは磁性体中の電磁波伝搬の一例という観点から検討を加えている例[141)~144)]がある。もう一つは小型で広帯域なアイソレータ，サーキュレータを作りあげることを目指した研究[145)~148)]であり実用化も間近い。このモードは元来 dynamic mode[149)150)] と呼ばれており円柱状試料[151)]について以前から知られていたものである。最近半無限試料あるいは有限厚さの板状試料[152)153)]についてこの dynamic mode が edge－guided mode に相当することが明らかにされている。

§２　本論文の内容

前節で筆者の研究について他の研究者によるものとの関連を中心に大まかに述べたわけであるが，その中から一定のまとまりを持つものを抜き出して本論文を構成したので，ここにあらためてやゝくわしく本論文の内容についてふれておこう。

全体はまず大きく２部に分けられる。第１部は体積モード，第２部は表皮モードであり，後者は表面静磁波のみを扱う。これは筆者による研究の時間的経過を追ったものにもなっている。又，各章の順序もほゞそのようにされているが，内容のつながりを考慮して若干調整した部分もある。

構成の上での特徴について述べるならば，筆者による独創の部分と他の研究者によって公表された部分をできるだけ明確に区別しようと努力した。そのため各章とも第１節「まえがき」において既知の事実の紹介をすべて済ませてしまい第２節以下は筆者による研究内容のみを記すこととした。その結果章によっては「まえがき」は数式や図を含む事もあり多少通常のものと形式が異なる。

たゞどうしても説明の必要上他研究者の成果を第2節以下で記述する事があるが，その場合でも各節の結論は筆者によるものとなっている。又同様な目的のため本論文の内容を構成する筆者の文献と，それ以外の筆者の文献ならびに他研究者による文献を巻末に分けて掲載してある。夫々の引用はn〕とm）の記号によって区別した。

第1章は磁気波研究の第一歩として行なった体積静磁波の実験報告を中心としている。我々の考案によるストリップライン型マウントを用いて励振効率の向上をはかり，更に円柱状試料の周方向量子数の異なる2つのモードを分離して励振する方法について述べている。従ってこの章は主として励振問題の実験的検討である。

第2章では上記のマウントを用いて磁気弾性波を観測した実験結果を紹介する。そして第1章同様励振効率の問題をまず検討する。静磁波とは異なり試料軸と印加磁場方向のなす角が伝搬特性に大きな影響をもつのでこの角度の問題もとり上げている。更に，試料軸と結晶軸の関係の如何によって伝搬特性に興味ある差の生ずる例について論じている。

第3章は筆者の考案した内部直流磁場の測定法とその測定結果について説明する。この方法は磁気弾性共鳴吸収の実験結果が理論と全く合わないことから，その原因をさぐる中で見出されたものである。磁性体の内部磁場の測定は一般に非常に困難であり，プローブを内部に挿入できない以上関接的な方法によるしかない。そのプローブにあたるものが我々の場合磁気弾性波である。それゆえ試料中心軸上の値しか測定できないなど，その他にも制約の多いものであるが，既に出されている理論解析の成立範囲，有効性を調べるものとして用いることができよう。

第4章以下は板状又は薄膜磁性体中の表面静磁波に関する研究報告である。まず第4章は，従来磁気波の特性を記述するものとして着目されてきたのは分散関係式が中心で電磁界分布や大きさは看過されていたという認識から出発している。表面波を問題にする以上試料表面における信号処理が前提になるので，そこでの電磁界の様子を知ることは重要な問題である。ところが静磁波においては一般に $\mathrm{rot}\,\mathbf{H}=0$ から出発する0次近似の理論が用いられそこにとゞまる事が多いため，特に電界についての知識がほとんど存在しないという状況であった。そこでこの章では近似を一歩すゝめることによって電界の値を計算し，

あわせて磁界分布やポインティング・エネルギーなどの計算も行ない，板状試料及びその片側に金属膜をはりつけた構造における伝搬理論を展開する。

第5章では前章の結果に基いて電磁界測定の装置を作り，その測定結果を示す。プローブの形状や配置，その掃引方法などを工夫して電界及び磁界の試料表面での分布が独立に測定できるようにしてある。特にこの波動のもつ非可逆性が明確にあらわれると共に，内部磁場の非一様性にもとづく波長の変化，伝搬領域の制限なども観測され，非一様媒質中の波動伝搬という意味でも興味深い結果が得られている。

第6章は上述の非一様による別の効果として表面静磁波のエネルギービームが収束したり発散したりする現象を理論的に解析したものである。ここでは Auld らの体積モード磁気弾性波に関する解析をもととして，その手法を表面波に使えるように変形して用いている。この表面波についての解析法は筆者以外の研究は存在しないため，解析法そのものにかなり重点を置いて説明している。

第7章は一転して励振理論である。誘電体板上に置かれた線電流源による表面波の励振の問題は古くから解析が行なわれ確立された手法が存在するが，磁性体板の表面波励振はほとんど扱われたことがない。この問題は等方性可逆媒質と異方性非可逆媒質での電磁波のふるまいがどのように違うかという理論的な興味と同時に，表面静磁波をいかに効率よく励振するかという実際的な課題にも答えることにもなって重要である。直流磁場と電流源の向きを同じにとり2次元問題として解析する結果誘電体の問題と全く同じ Fourier 変換の手法を用いる事ができるので，解を見出す手順は複雑ではあるが方法上の障害はない。

最後に第8章は半導体キャリアーとの相互作用の問題を理論的に扱う。4，5章と同様，これも表面波としての特徴のいかんなく発揮される問題である。何故なら電磁界が試料外部にまでしみ出しているために，その上に置かれた他の系との相互作用が非常に大きい事が期待されるからである。前述のように半導体キャリアー波の解析は既に存在し，圧電弾性波の半導体キャリアーによる増幅現象も研究されているのでこれはそれらの磁性体に関するアナロジーである。しかし結合の機構がそれらとはちがって高周波磁界のホール効果による点と非可逆性の現われなど異なる部分も多い。又，解析法の特徴は分散方程式（

特性方程式）を波数を複素数として解くことにあるが，方程式は複素超越方程式となって電算機によって解くにしてもかなりの困難がある点と，得られた解のうちから意味のあるものを選び出すのに物理的洞察が必要となる点が主要な問題となる。

I　円柱状試料中の磁気波

第１章　体積静磁波の励振と伝搬

§１.まえがき

軸方向に磁化された円柱状強磁性体試料を伝搬する電磁波に関する研究はH. Suhl，L. R.Walker[3]をはじめとして多くの研究者によってとり上げられてきた。しかし任意の印加磁場の大きさに対して解析的にマクスウェルの方程式を解く事は不可能なので，図式解法又は計算機解法が専ら用いられた。Suhl，Walkerは上の論文において様々なモードの電磁波が印加磁場，試料半径の種々の値に対して存在する事を明らかにしたのであるが，彼らの計算したモードのうち印加磁場を試料の共鳴吸収近くにもってゆき，半径を充分小さくすれば生ずるモードがここで述べる静磁波に他ならない事は後程他の研究者によって示されたのである。[5]

この章では体積静磁波の励振を効率よく行うため開発したストリップ型マウントの特性について述べ，簡単な構造であるにもかゝわらず高い効率と，広い帯域を持つことを明らかにする。又，励振用のアンテナに工夫を加えることによって２種類の体積モードを分離して励振できる事を示す。

静磁波の特性については序論で大まかに述べたが，筆者の研究内容を理解するのに必要な範囲で円柱状試料について具体的に従来の研究の解説をここで行なっておく。

（ｉ）静磁波の分散関係

上述のSuhl 及びWalker の解法は極めて見通しが悪く冗長になるので，ここではFletcherらの解法，[15] 即ち，静磁近似を初めから行なうやり方で，円柱状試料の静磁波の基礎的な特性を略述しよう。静磁近似によれば高周波磁界は

$$\mathbf{H} = -\mathrm{grad}\,\phi \tag{1.1}$$

とおく事ができる。又磁化された強磁性体においては透磁率は直角座標系で表すと

$$[\mu] = \mu_0 \begin{bmatrix} 1+\kappa & j\nu & 0 \\ -j\nu & 1+\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

となる。[154] 但し

$$\kappa = \frac{4\pi M_s H_o}{H_o^2 - (\omega/\gamma)^2}, \quad \nu = \frac{4\pi M_s(\omega/\gamma)}{H_o^2 - (\omega/\gamma)^2} \qquad (1.3)$$

ここでHoは内部磁場の大きさでｚ方向を向いているとする。そして，$4\pi M_s$は試料の飽和磁化である。そこで

$$\mathrm{div}\mathbf{B} = 0 \qquad (1.4)$$

という関係式は（1.1），（1.2）式を考慮して

$$(1+\kappa)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + (1+\kappa)\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \qquad (1.5)$$

となる。

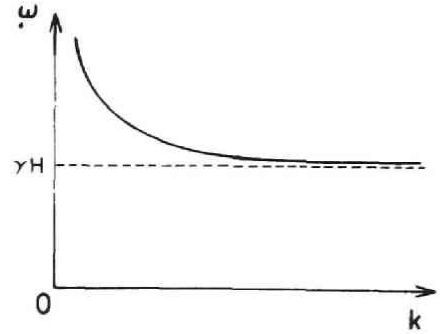


図 1.1 静磁波の分散関係（$\omega \simeq \gamma H_o$での近似解）

円柱状試料の軸方向をｚ軸にとり（1.5）式の解を円柱座標系で表わせば

$$\phi_{in} = A J_n\left[jkr/(1+\kappa)^{\frac{1}{2}}\right] e^{jkz} e^{jn\varphi} \quad r \leqq R \qquad (1.6)$$

となる。ここにnは整数，Rは試料の半径である。又J_nはベッセル関数である。

もちろん試料外部ではラプラスの方程式が成り立って

$$\phi_{out} = B H_n(jkr) e^{jkz} e^{jn\varphi} \qquad r \geqq R \qquad (1.7)$$

と書くことができる。ここで$H_n(z)$ は第１種 Hankel 関数である。かくして試料の円筒面で**H**の接線成分と**B**の法線成分が連続である事から次の特性方程式が得られる。

$$j(1+\kappa)^{\frac{1}{2}}\frac{J_n'}{J_n} = -1 - \frac{n\kappa}{kR} \qquad (1.8)$$

n＝1なる最低次モードを考える事にし，更に$\omega \simeq \gamma Ho$ とすれば上式は簡単化されて

$$J_o \left[\left(\frac{\omega - \gamma Ho}{\gamma 2\pi Ms} \right)^{\frac{1}{2}} kR \right] = 0 \tag{1.9}$$

となるから零次のベッセル関数の根を Yi とすると（1.9）式は

$$\omega = \gamma Ho + \gamma 2\pi Ms \left(\frac{Yi}{kR} \right)^2 \tag{1.10}$$

と極めて簡単化される。この分散関係を図示すれば図1.1の如くになるがもちろん $\omega = \gamma Ho$ の近傍しか意味を持たない。

（ii）磁場－伝搬時間特性

図1.1に示された分散関係から明らかなように $\omega \to \gamma Ho$においては静磁波の群速度は限りなく小さくなる。（1.10）式から群速度Vg を求めてみると

$$Vg = \frac{\partial \omega}{\partial k} = - \frac{2\gamma R}{(2\pi M)^{\frac{1}{2}}\ Yi} \left(\frac{\omega}{\gamma} - Ho \right)^{\frac{3}{2}} \tag{1.11}$$

となり，分散性と磁場依存性を持つことがわかる。有限長の円柱状試料の軸方向に一様な外部磁場を加えると端面にできる磁極による反磁場のため，軸方向の内部磁場は図1.2（b）のように変化する[30]。半径方向の変化，及び半径方向の成分は小さいので無視してさしつかえない。今後特に断る場合を除いて「円柱状試料の内部磁場分布」という言葉は「軸方向成分の軸方向分布」という意味で用いる。

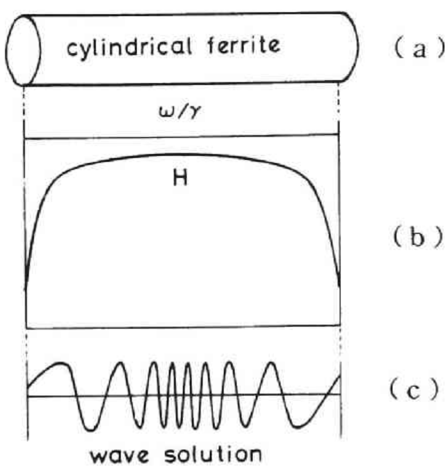


図1.2 円柱状試料の内部磁場分布と静磁波の波数変化

静磁波は $\omega/\gamma > Ho$ の領域に存在し上の内部磁場の変動を反映して軸方向に波数を大巾に変える。中心部における Ho が ω/γ より小さい時（図 1. 2 (b) のような場合）は波は端から端まで存在可能であり，図 1. 2 （c）のような変動を示すので片方の端面で励振しもう一方で受信する場合伝搬時間は次式のような積分で与えられることになる。

$$T = L\int_0^1 \frac{d\zeta}{V_g(Ho)} \tag{1.12}$$

ここに $\zeta = 2z/L$，L は試料の長さである。

Tに対する寄与はほとんど試料の中央部分で行なわれるので（1. 1 2）の積分において Ho を中心付近においてだけ正しい ζ の二次式で近似して差しつかえない。その結果

$$T = \frac{2Yi\ (1+\rho^2)^{\frac{5}{4}}}{\gamma\rho^2\sqrt{3}}\ \frac{1}{\omega/\gamma - Hoo} \tag{1.13}$$ [61]

但し $\rho = 2R/L$，Hoo；中心における直流磁場の強さ

Hoo は加えた磁場とほとんど同じように増減するから (1. 1 3) 式から明らかなように遅延時間は周波数と，印加直流磁場He を変える事によって可変となる。我々の用いた試料について実際の値を代入して（1. 1 3）式を図示すると図1. 3 の実線のようになり非常に小さな磁場変化で遅延時間を大きく変動させ得る事がわかる。しかし式（1. 1 3）からわかるように遅延時間は周波数によっても変動するため遅延素子としては使いにくいと思われる。それゆえむしろ分散性を逆用してパルス整形などに用いる方がより賢明であろう。又Tは試料

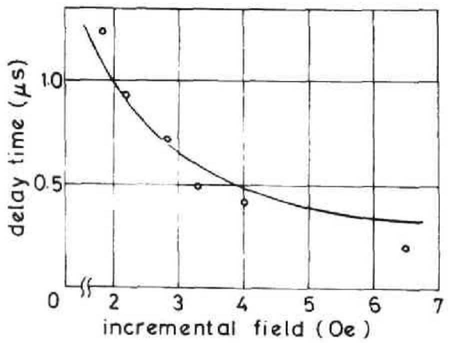


図 1. 3　印加磁場 − 遅延時間特性

（1 0 mm × 3 mm ϕ YIG；f = 2 GHz）

の大きさによらず直径と全長との比ρにのみ関係するという面白い性質を持っている。大きな遅延時間を得るのに何ら長い試料は必要とせず，例えば1㎝の長さのもので20μSの遅延を得た報告もある。[61]

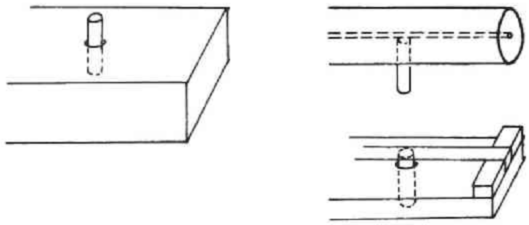
筆者が実験に用いた試料は磁気共鳴の半値巾が0.4 oe であり，実験は常温で行なったので損失のため大きな遅延時間を観測する事はできなかったが，約1.2 μS までの測定結果は図1.3のo印のようになり（1.1 3）式で表わされる計算結果（図中の実線）とおおむね合っている。

（iii）励振の原理

静磁波は序論で述べたように電磁波の1つのモードであるから，励振は電磁波相互間のモード変換である。ただ静磁波の波長は一般的に言って非常に小さいので導波管におけるモード変換器のような構造で静磁波の励振をする事はできない。又電磁波間のモード変換とは言っても片方は空間中の電磁波，片方は媒質（磁化された強磁性体）中の電磁波であって必ず磁化ベクトルの運動を伴うものであるから，全然別種の波動間の変換（例えば電磁波で超音波を励起するような場合）のように考えた方がわかり易い。即ち電磁波の磁界成分によって磁化ベクトルの才差運動をいかに効率よく励振するかというのが静磁波励振の課題となるわけである。従って励振磁界を$\mathbf{H}$，磁化ベクトルを$\mathbf{M}$としたとき，静磁波の励振効率は次のような重なり積分で表わすことができる。[61]

$$\eta = \int \mathbf{H} \cdot \frac{d\mathbf{M}}{dt}\, dv \qquad (1.14)$$

励振の方法は大きく分けて一様励振と非一様励振の2つが存在する。前者は導波管の中に試料を挿入するもの，後者は同軸線又はストリップ線を試料に密着させるものである。（図1.4参照）両者共強い高周波磁界が試料に加わるように，終端を短絡してそこから $n/2 \times \lambda g$ の位置に試料を置くのが普通である。更に高周波磁界を強めるため共振器中に置いたり，整合器を用いる事もしばしば行なわれる。周波数を固定した状態で精密な共鳴吸収を取ろうとする場合（特に球状試料，円板状試料において）は鏡像効果を避けるため試料を短絡面から $\lambda g/2$ だけ離すのが普通であるが，励振効率の周波数特性を良くする事を考えればできるだけ試料を短絡面近くに置くのが良い。



（a）一様励振　　　　　（b）非一様励振

図 1. 4　静磁波励振の方法

§ 2　ストリップ型マウントによる励振

同軸型マウントの欠陥，即ち整合線路によって試料の所まで無反射のまま信号を運んでこないという点を改善し，更にＭＩＣへの将来における組み込みを展望してストリップ線路型のマウントによって静磁波を励振する試みを行なったのでそれについて述べよう。マウントの構造は図 1. 5 の通りであり，実験装置のブロックダイアグラムは図 1. 6 に示してある。

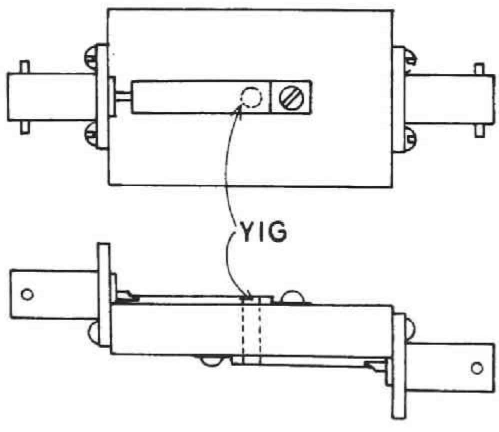


図 1. 5　短絡型マウント

実験に用いた試料は１０×３㎜ϕの円柱状ＹＩＧで軸方向は〔１００〕方向である。§４で述べるように図 1. 5 のような励振方法によると最低次モード（§１のｎ＝１モード）が効率よく励振される。なおマウント製作にあたって，ＢＮＣリセプタクルの部分で不要なサセプタンスを生じないように，かつスト

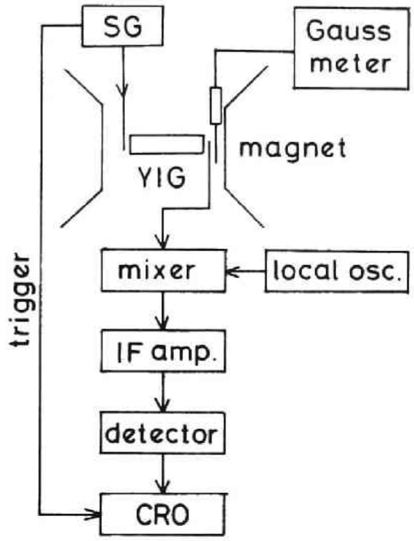


図 1. 6　実験のブロック線図

リップ線路が５０Ωの特性インピーダンスを持つように注意した。リセプタクルの部分はＳ曲線法によって不要サセプタンスを持たない事を確認してある。

ストリップ導体のＹＩＧに接する部分の巾ｄを変えて（図 1. 7 参照），Ａから見たＹＩＧのインピーダンスを測定すると図 1. 8 のようになる。ｄを小さくすれば線路に対するＹＩＧの影響が大きくなると考えられるので図 1. 8 の変化はうなづける。

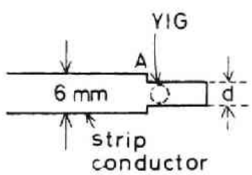


図 1. 7　ストリップ導体の細工

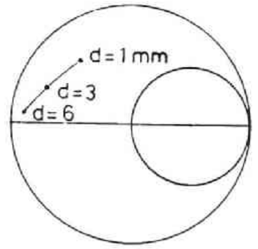


図 1. 8　ＹＩＧのインピーダンス

又入出力側ともdを同時に変えた場合の遅延時間一損失特性は図 1. 9 のようになり，図 1. 8 と比較すると定在波比の減少が変換損失の減少と対応すること

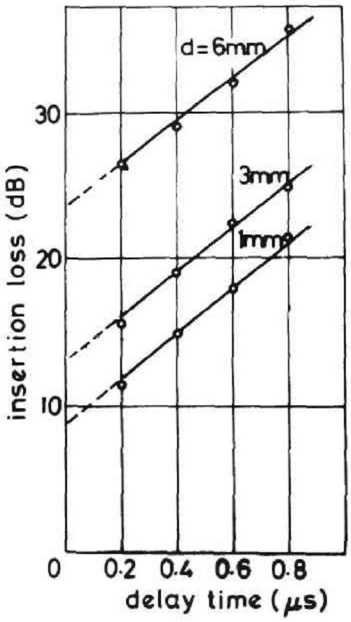


図 1. 9　遅延時間 － 損失特性
（f ＝2 GHz）

が明らかである。なお変換損失は図 1. 9 において曲線を遅延時間 0 の点まで外挿した時の縦軸との交点の損失量で与えられる。* 定在波比の減少が全くＹＩＧによる電力の吸収によって起るものと仮定してｄ＝6 ，3 ，1 mmに対する変換

d (mm)	6	3	1
変換損失	2 4 d B	1 2 d B	8 d B
V S W R (計算値)	6 2	1 4	6.8
V S W R (実測値)	3 0	1 1	7.0

表 1. 1　定在波比と変換損失の関係

* § 3 参照

損失からＶＳＷＲを計算したもの及びその実測値を表 1. 1 に示した。実測値の方が小さくなっているのは，ストリップ導体から空間への放射及びその他の回路損失によるものと考える事ができる。

ｄ＝１に対する変換損失の周波数特性は図 1. 1 0 のａ曲線で表わされ目立った周波数依存性を持っていない。このような広い帯域にわたって変換損失が１０ｄＢ以下であるようなマウントはかなりすぐれたものと言えよう。

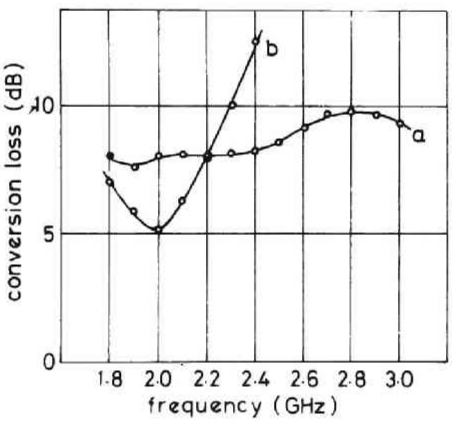


図 1. 1 0　変換損失の周波数特性

ａ：ｄ＝１㎜，ｂ；並列容量形

次に更に変換損失を減少させるために何らかの整合素子を挿入する事を検討してみよう。系の小形化のため内部に整合素子をも組み込んだマウントを設計する事を考える。等価的にインダクタンスと抵抗で表わされるＹＩＧを整合させるのに二つの方法があり，[155] 一つは図 1. 1 1 ａに示すようにインダクタンスを直列の容量で補償するもので，他は図 1. 1 1 ｂのように並列の容量で補償するものである。線路に並列の容量は先端開放のスタブによって容易に実現できるので後者について実験を行なった。

図 1. 1 1 ｂにおいてはマウント部の特性インピーダンスは線路のそれと同じになっているが，その場合アドミタンス図からもわかるようにⅠ－Ⅱ間が短かくなりすぎて工作が難かしいので図 1. 1 2 のようにＣの巾を狭くとりマウント部の特性インピーダンスを高めてアドミタンス図のⅠをサセプタンスＢ＝０の

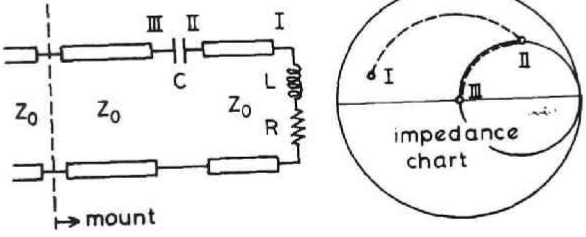


図 1. 1 1 a　直列容量形

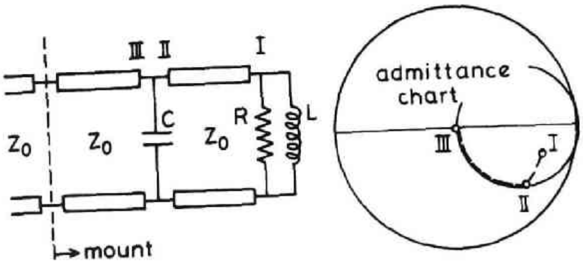


図 1. 1 1 b　並列容量形

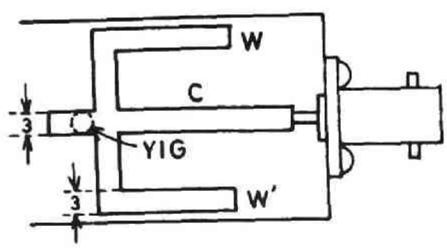


図 1. 1 2　並列容量形マウント

線により近づけた。図 1. 1 2 においてW，W′ はスタブで，二本作ったのはスタブ長に対する容量の変化をゆるやかにすると共に力学的にもバランスを良くするためである。又基板の巾が狭いため折り曲げて長さをかせいである。

変換損失の周波数特性を図 1. 1 0 のｂ曲線で示した。予測通りスタブの周波数特性により整合の外れるに従って急速に変換損失が増加するが，整合周波数においてはスタブなしの時に比べて３ｄＢの改善が見られる。

§ 3. 伝搬損失

ＹＩＧの損失を考慮するためには分散関係式（1.10）において

$$k \to k_r + j\,k_i\ ,\quad \omega \to \omega + j\gamma\frac{\triangle H_k}{2}$$

とおきかえれば良い[19]。ここで $\dfrac{\triangle H_k}{2}$ は磁性体の共鳴半値幅であり一般に波数の関数となるため添字 k をつけている。従って

$$\frac{\omega}{\gamma} + j\frac{\triangle H_k}{2} = H_o + 2\pi M_s\left[\frac{Y_i}{(k_r + j\,k_i)\,R}\right]^2 \qquad (1.15)$$

を得る。この式において ω, $\triangle H_k$ は既知の量として k_r, k_i を未知数と考え解くことができる。この式を実数部と虚数部に分けて

$$\triangle H = B\frac{k_r^2 - k_i^2}{(k_r^2 + k_i^2)^2}$$

$$\frac{\triangle H_k}{2} = B\frac{-2k_r k_i}{(k_r^2 + k_i^2)^2}$$

但し　$\triangle H = \dfrac{\omega}{\gamma} - H_o$　　$B = 2\pi M_s\left(\dfrac{Y_i}{R}\right)^2$

これらから k_i を計算すると

$$k_i = -\sqrt{C}\,(\lambda^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}\quad(\sqrt{\lambda^2 + 1} - \lambda)^{\frac{1}{2}}$$

但し　$\lambda = \dfrac{2\triangle H}{\triangle H_k}$,　$C = \dfrac{B}{\triangle H_k}$

又 k_r について解いて群速度 $d\omega/dk$ を計算すると

$$V_g = -\frac{\gamma\triangle H_k}{2\sqrt{C}}(\lambda^2+1)^{\frac{3}{2}}(\sqrt{\lambda^2+1} - \lambda)^{\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda^2+1} - 2\lambda)^{-1} \qquad (1.16)$$

遅延時間を余り大きくとらない場合には $\lambda \gg 1$ であるから

$$k_i \simeq -\sqrt{C}\left(\frac{1}{2\lambda^3}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (1.17)$$

$$\frac{1}{Vg} \simeq \frac{2\sqrt{C}}{\gamma \triangle Hk}\left(\frac{2}{\lambda^3}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (1.18)$$

k_i は場所の関数であるから静磁波の伝播損失は k_i を試料の端から端まで積分する事によって得られる。

$$L_t = 20 \log e \times L\int_0^1 k_i(\zeta)\, d\zeta \ \text{〔dB〕} \qquad (1.19)$$

$$= 20 \log e \times \frac{\gamma \triangle Hk}{2} \times L \times \int_0^1 \frac{\sqrt{B}}{\gamma \triangle Hk^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{2}{\lambda^3}\right)^{\frac{1}{2}} d\zeta \qquad (1.20)$$

遅延時間も同様に $1/Vg$ を積分して

$$T = L\int_0^1 \frac{1}{Vg}\, d\zeta = L\int_0^1 \frac{\sqrt{B}}{\gamma \triangle Hk^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{2}{\lambda^3}\right)^{\frac{1}{2}} d\zeta^{*} \qquad (1.21)$$

であるから

$$L_t = 20\,(\log e)\,\frac{\gamma \triangle Hk}{2}\, T \ \text{〔dB〕} \qquad (1.22)$$

従って伝播損失は dBで測って共鳴の半値巾と遅延時間に比例する事が結論された。

以上の議論を用いれば伝搬損失はパルス変調された信号の遅延時間に対する全損失の勾配から測定する事ができる。我々の測定によればその周波数特性は周波数増加と共に直線的に増加する事がわかる。図において測定データが縦線で表わされているのはその範囲内で測定値にばらつきが存在したことを示している。この図における伝搬損失の周波数依存性は $\triangle H_k$ が直線的な周波数依存性をもつためである。

$\triangle Hk$ は専ら試料の結晶としての良さに依存する量であり回路的に変更を加える事はできない。$\triangle Hk$ の起源に関しては文献154）にくわしい。

---

* 脚註　積分を実行すれば式（1.13）を得る。

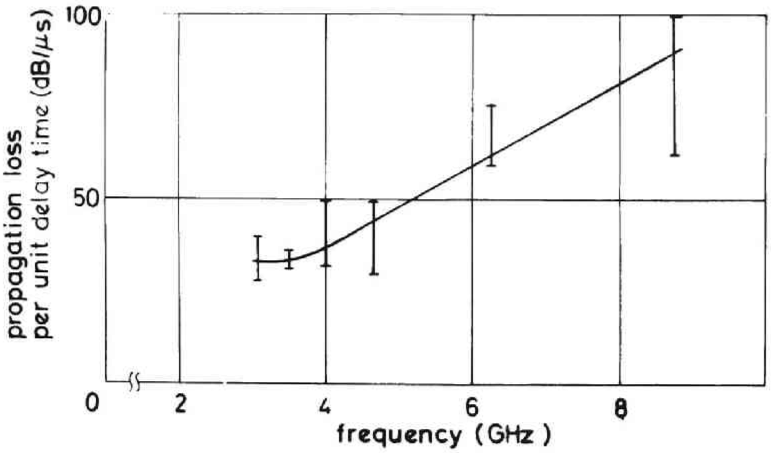


図 1. 1 3　伝搬損失の周波数依存性

§ 4.　静磁共鳴吸収を用いたモード分離

静磁近似が成り立つものとすれば，自由空間中にあって軸方向に磁化されたＹＩＧ中の静磁波の分散関係は次のようになる。[67)]

$$(-\mu)^{\frac{1}{2}}\ \frac{J'n}{Jn}+\frac{Kn'}{Kn}+\frac{n\nu}{kR}=0 \quad \text{（体積モード）} \qquad (1.23)$$

$$(-\mu)^{\frac{1}{2}}\ \frac{In'}{In}+\frac{Kn'}{Kn}+\frac{n\nu}{kR}=0 \quad \text{（表皮モード）} \qquad (1.24)$$

但し，$Jn = Jn\left[kR(-\mu)^{-\frac{1}{2}}\right]$，$In = In\left[kR(-\mu)^{-\frac{1}{2}}\right]$，$Kn = Kn\,[kR]$ でありベッセル関数及び変形ベッセル関数を表わす。又式（1. 3）の κ を用いて $\mu = 1 + \kappa$ であり，Rは試料の半径である。
式（1. 2 3)(1. 2 4）を図示すると図 1. 1 4 のようになる。式（1. 2 3），（1. 2 4）の導出には静磁近似だけが用いられているので，$k \simeq 0$ 以外では正しい分散関係となっている。そして図 1. 1 4 の曲線（1）は図 1. 1 の曲線と同じモードを表わしている。

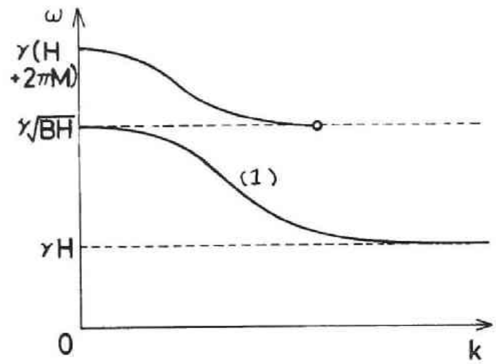


図 1. 1 4　静磁波の分散曲線

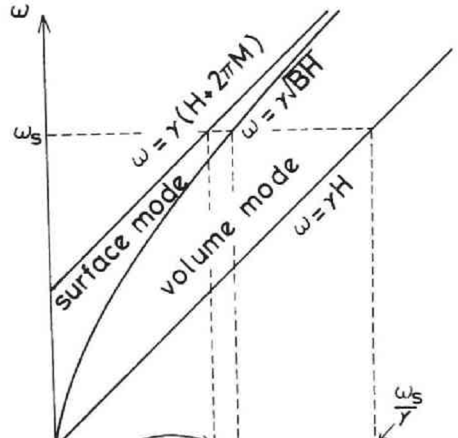


図 1. 1 5　体積，表皮モードの存在範囲

図 1. 1 4 から $\gamma H \leqq \omega \leqq \gamma\sqrt{BH}$* であれば体積モード，$\gamma\sqrt{BH} < \omega \leqq \gamma$（$H + 2\pi M$）であれば表皮モードとして静磁波が存在する事がわかる。そして

＊脚註　今後混同の恐れのないところでは直流成分を意味する添字 0 は省くことにする。

その境界は内部磁場の値によって変化し図1.15のように表わされる。但し両図とも$4\pi M$は$4\pi Ms$に等しい，即ちYIGは磁気的に充分やわらかいものという仮定が入っている。又図1.14は式（1.23）（1.24）のn及びベッセル函数の無限個の根に対応して夫々のモードについて無限の曲線が出てくるのであるが，後述するように励振アンテナの形状に対応する単一モードを励振する事が可能なので体積，表皮モードについて夫々一本づつの曲線しか描いていない。

励振周波数を決めれば（ωs），図1.14からある大きさの内部磁場Hに対して波長が一意的に決まるので，試料の内部磁場が仮に一様であると仮定すれば，その波長の半整数倍が試料の全長に等しい時に静磁共鳴が起る事は容易にわかる。その場合静磁共鳴吸収は振巾を考慮しなければ図1.14，1.15を参照して図1.16のようになる事が予想される。所が第1節で述べたように非楕円体試料においては外部から一様な磁場を印加しても内部磁場は一様にはならず円柱状試料中では式（1.25）のように中心部では内部磁場は大体印加磁場Heに等しいが端面附近では約$2\pi Ms$だけ減少する。

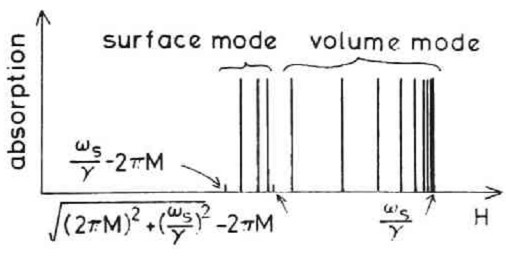


図1.16　内部磁場一様な円柱状試料の静磁共鳴吸収

$$H = He + Ha - 2\pi Ms\left\{2 - \frac{1-\zeta}{[(1-\zeta)^2+\rho^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1+\zeta}{[(1+\zeta)^2+\rho^2]^{\frac{1}{2}}}\right\} \quad (1.25)$$ [30]

He；印加磁場，Ha；異方性磁場，$\zeta = 2z/L$，$\rho = D/L$

D；試料直径　L；試料全長　z；試料中心から軸方向への距離

このように内部磁場が一様でなければ静磁波の波長が場所によって変化すると考えて，共鳴の条件は

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{\lambda(z)}\,dz = \frac{N}{2} \tag{1.26}$$

となる。ここにNは正整数である。（1.26）式は

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k(z)\,dz = \pi N \tag{1.27}$$

と書きかえる事ができる。それゆえ（1.23)(1.24）式をkについて解きkをHの函数とし，更に（1.25）式を用いてkをz（あるいはζ）の函数とすれば（1.27）式の積分が計算できる。しかし（1.23)(1.24）は超越方程式でありこのままでは解析的に解けないので内部磁場分布について以下のような近似を行なう。

即ち

$$H = He + Ha - (H_{d0} + H_{d2}\zeta^2) \tag{1.28}$$

とすれば Damon 等により

$$H_{d0} = 4\pi Ms\left[1 - \frac{1}{(1+\rho^2)^{\frac{1}{2}}}\right],\quad H_{d2} = \frac{6\pi Ms\,\rho^2}{(1+\rho^2)^{\frac{5}{2}}} \tag{1.29}$$

又試料中心部では$\omega \simeq \gamma H$となるので（1.23）式は§1（i）と同様に

$$\omega = \gamma H + \gamma\, 2\pi Ms\left(\frac{Y_i}{kR}\right)^2 \tag{1.30}$$

と簡単化される。〔（1.10）式と同じものである〕Y_i はベッセル函数 $J_{n-1}(Y) = 0$ の解であり最低次から順に値を示せば2.405，3.832，5.135 …… の如くである。これらは夫々n＝1，0，－1（又は2）に対応している。そこで（1.28)(1.30）を（1.27）に代入して積分を実行すれば

$$N = \frac{Y_i(1+\rho^2)^{\frac{5}{4}}}{\sqrt{3}\,\pi\rho^2}\log\left\{\frac{4\pi Ms}{\triangle H}\ \frac{6\rho^2}{(1+\rho^2)^{\frac{5}{2}}}\right\} \tag{1.31}$$

を得る。但し$\triangle H = (\omega s/\gamma) - Hc = (\omega s/\gamma) - (He + Ha - Hd0)$

$4\pi Ms$ ＝ 1780 gauss，$\rho = 0.3$ を代入し更に$\triangle H$について（1.31）式を解くと Y_i ＝ 2.405，3.832 に対して

$$\triangle H = 775 \times 10^{-0.0796N} \quad (n=1 モード) \tag{1.32}$$

$$\triangle H = 775 \times 10^{-0.0501N} \quad (n=0 モード) \tag{1.33}$$

となる。この２曲線は片対数目盛上に直線として示されている。(図 1. 1 7)
又静磁波共鳴吸収の全体的な様子は図 1. 1 8 にある。

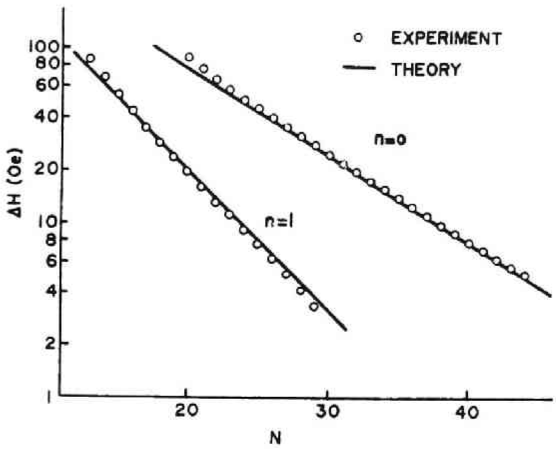


図 1. 1 7　静磁共鳴の定在波数と△H
（〔1 0 0〕試料，f＝4 GHz，同軸形マウント）

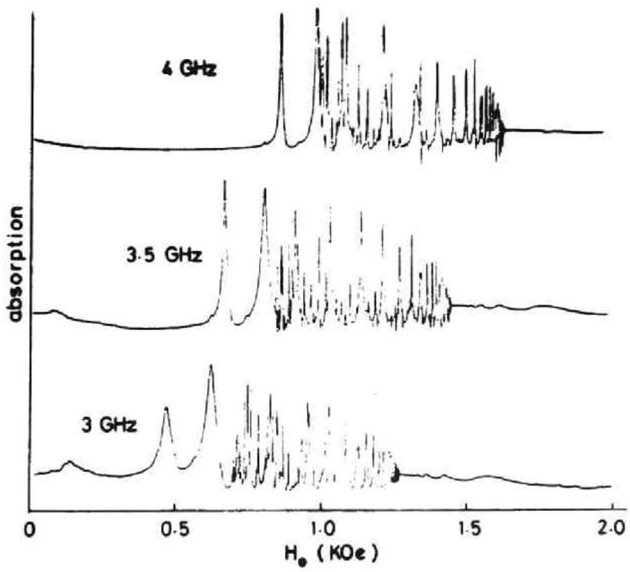


図 1. 1 8　静磁共鳴吸収の一例

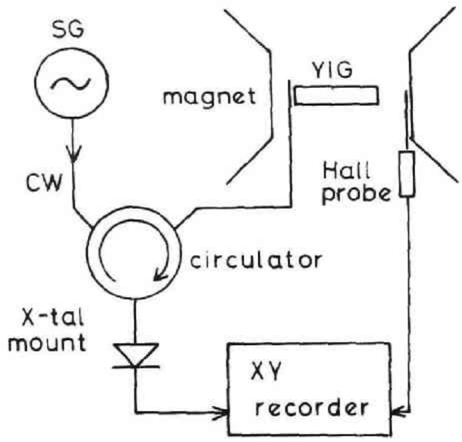


図 1. 1 9　測定器のブロック図

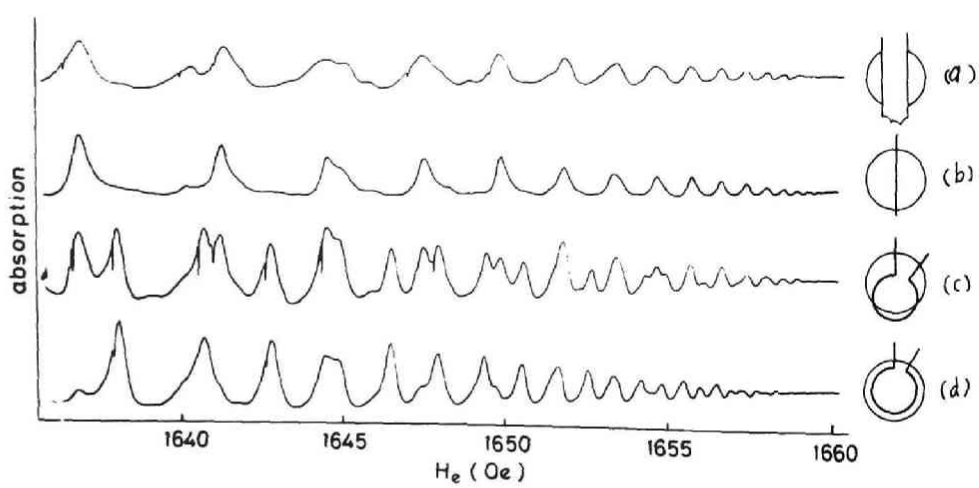
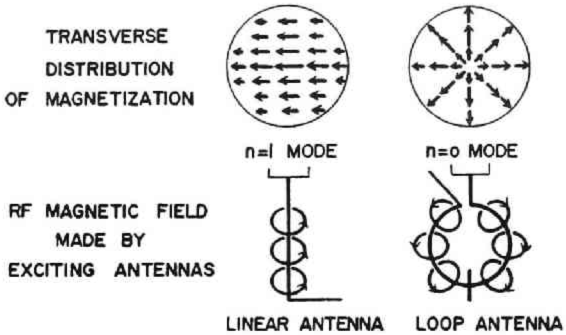


図 1. 2 0　アンテナの形状による吸収曲線の違い
(f ＝4 GHz , 〔1 0 0〕YIG)

共鳴吸収実験は図 1. 1 9 のような測定器配置で行う。このような測定器系を用い同軸型マウントでアンテナの形状を線状とループ状に作ったもの，及びストリップ型マウントを用いて励振した結果を図 1. 2 0 に示す。これを見ると線状

及びストリップ線アンテナ（板状）によるピーク位置がよく一致しているのに対し，ループアンテナのピーク位置はそれらとはかなり違っているのがわかる。



（a） n＝1　　（b） n＝0

図 1.2 1　最低次 2 モードの高周波磁化分布と対応する励振アンテナ

n＝1 モードの高周波磁化分布を計算すると図 1.2 1（a）のようになり，それは線状及び板状アンテナの回りに存在する磁場分布とよく似ている事，n＝0 モードとループアンテナの磁場分布についても同様な事がいえる事から，図 1.2 1 の夫々のモードが対応するアンテナによって励振されているのではないかと考えるのは自然である。そこで図 1.2 0 のデータを用いてNと△Hの関係をプロットすれば図 1.1 7 の○印で示された通りで△Hが小さい時には，非常に理論とよく一致している。△Hが大きくなると次第に両者が離れるのは（1.2 8)(1.3 0）式が実際の状態を正しく表わさなくなるからである。なお念のためループアンテナの中心を少しずらせて共鳴吸収をとると図 1.2 0（c)に示されるように，見事に共鳴ピークは線状アンテナと正常位置のループアンテナによるもの（b）と（d）の和となり，上述の結論の正しさを証明している。従って励振アンテナの形状を変える事により伝搬モードを選択できる事が判明した。又以上の結果からパルス変調された信号による静磁波の伝播実験においてもストリップ型マウントによってかなり純粋な静磁波の基本モードが励振されていると考えて良いであろう。

第 2 章　磁気弾性波の励振と伝搬

§ 1. まえがき

序論にも述べたように磁化された強磁性体中の磁気モーメントのオ差運動の伝搬が磁気波と呼ばれ，格子振動が周知のように弾性波である。そして両者が磁気弾性相互作用によって結ばれた混成波を磁気弾性波と呼ぶ。磁気波にはその伝搬の機構によって静磁波とスピン波があるので当然静磁波的な磁気弾性波と，スピン波的なそれとがあり得る。この章では円柱状試料中に存在するスピン波的な磁気弾性波の励振，伝搬をとり上げる。まず前章と同じストリップライン型マウントをこの波動の励振にも用いてマウントのいくつかのパラメータを変え最適な構造を見出す。しかる後エネルギービームの収束発散を力学的モデルで表わすことによって，伝搬損失の角度依存性と，飽和特性の静磁波との違いを説明する。これらの測定に用いられる結晶軸方向〔１００〕を円柱軸に合わせた試料は弾性波にとって等方媒質と同じであるが〔１１０〕方向に切り出された試料は複屈折性を呈する。このような試料を用いると磁気弾性波を利用した２ポート遅延線が製作可能となるので，伝搬特性の測定を行ない理論とよく一致することを示そう。

（i）分散関係

交換相互作用による等価的な磁場は

$$A\nabla^2\mathbf{M}$$

で与えられる事が知られている。[156] これを磁気モーメントの運動方程式に代入すると

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma\mathbf{M}\times(\mathbf{H}+A\nabla^2\mathbf{M}) \qquad (2.1)$$

となる。直流磁場 $\mathbf{H}_0$ は z 軸方向で充分大きく $\mathbf{M}$ の時間変化分は充分小さいものとして $\mathbf{m}$ で表わし

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0\mathbf{i}_z + \mathbf{m} \qquad (2.2)$$

とすれば（2.1）式は直角座標成分で書いて

$$\dot{m}_x = -\gamma\ (H_0 - D\nabla^2)\ m_y$$
$$\dot{m}_y = \gamma\ (H_0 - D\nabla^2)\ m_x \qquad (2.3)$$

となる。ここで $\mathbf{m} \propto e^{j(\omega t - kz)}$とすると（2.3）式より直流磁場と伝搬方向が等しい場合のスピン波の分散関係式

$$\omega = \gamma\ (H_0 + Dk^2) \qquad (2.4)$$

が得られる。但し$AM_0 = D$と置きかえた。

次に磁気弾性相互作用によって磁気波と弾性波の運動方程式を結びつけるにはどうすれば良いであろうか。夫々の波動の方程式は既にわかっているので以下のような順序に従ってそれを行う。

（1）弾性波については簡単に正準変数の組とそれを用いたハミルトニアンがわかるが，スピン波については先ず正準変数を決めねばならない。

（2）静磁場中の磁気モーメントの運動方程式は求まっているので，ラグランジュの方程式がそれを与えるように適当にラグランジアンを作る。そのラグランジアンから正準変数の組と静磁場に基くハミルトニアンを求める。

（3）磁気モーメントの運動，格子振動を表わす正準変数の組を用いて，交換相互作用，磁気弾性相互作用によるハミルトニアンを作る。

（4）1〜3で求めたハミルトニアンを全部加え合わせてハミルトンの運動方程式に代入する。

以上のようにして計算される磁気弾性波の運動方程式は次のようになる。[12]

$$\begin{aligned}
\dot{M}_x &= -\gamma\left[(H_0 - D\nabla^2)M_y + b\ (\partial R_y/\partial z + \partial R_z/\partial y) - 4\pi M H_y\right] \\
\dot{M}_y &= \gamma\left[(H_0 - D\nabla^2)M_x + b\ (\partial R_x/\partial z + \partial R_z/\partial x) - 4\pi M H_x\right] \\
\rho \ddot{R}_x &= \mu\nabla^2 R_x + (\mu+\lambda)\ \partial(\nabla\cdot\mathbf{R})/\partial x + (b/4\pi M)\times \partial M_x/\partial z \\
\rho \ddot{R}_y &= \mu\nabla^2 R_y + (\mu+\lambda)\ \partial(\nabla\cdot\mathbf{R})/\partial y + (b/4\pi M)\times \partial M_y/\partial z \\
\rho \ddot{R}_z &= \mu\nabla^2 R_z + (\mu+\lambda)\ \partial(\nabla\cdot\mathbf{R})/\partial z + (b/4\pi M)\times (\partial M_x/\partial x + \partial M_y/\partial y)
\end{aligned} \qquad (2.5)$$

但しここで$\mathbf{R}$は弾性変位，ρは媒質の密度，μ，λは弾性定数，bは磁気弾性定数，$\mathbf{H}$は高周波磁界，$\mathbf{M}$は高周波磁化，$4\pi M$ は飽和磁化である。上2式

でbのかゝった項とHを0とおけば（2.3）式が，下3式でbのかゝった項を0とおけば単なる弾性波（等方媒質中の）の式が得られる。

（2.3）式におけると同様[14] M，R，H ∝ $e^{j(\omega t - kz)}$とすれば次のような分散関係式が得られる。

$$
\begin{aligned}
&(\omega^2 - c_\ell{}^2 k^2)\,[(\omega^2 - c_t{}^2 k^2)(\omega + \omega_k) + \sigma c_t{}^2 k^2] \\
&\qquad \times [(\omega^2 - c_t{}^2 k^2)(\omega - \omega_k) - \sigma c_t{}^2 k^2] = 0
\end{aligned}
\qquad (2.6)
$$

ここに　$\omega_k = \gamma H_k = \gamma\,(H + Dk^2)$，$\sigma = \gamma b^2 / \mu 4\pi M$，

$c_t = [\mu/\rho]^{\frac{1}{2}}$　$c_\ell = [(2\mu + \lambda)/\rho]$　である。

（2.6）式のうち結合波に関するものだけを書くと図2.1のようになる。それは（2.6）式の第3項を0とおいたものに対応し，右回り円偏波の弾性波とスピン波との結合にもとづくものである。第2項を0と置いた式は左回り円偏波の弾性波とスピン波の結合によるものであって，スピン波が常に右回りの円偏波であるため相互作用は小さく，もとの弾性波の分散関係と殆んど異ならないため，図からは省いてある。

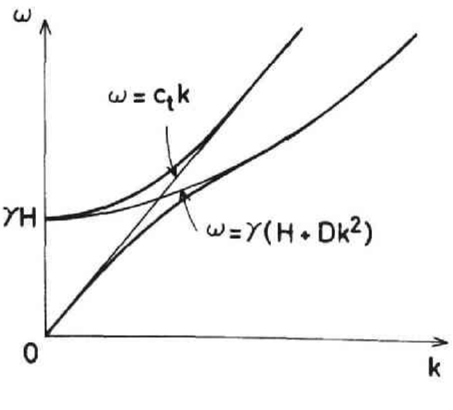


図2.1　磁気弾性波の分散関係

この図からわかるように無限媒質における平面波という近似を用い，かつ伝搬方向と印加磁場方向が一致する場合には磁気弾性波はスピン波と弾性波より構成される。これらの波長は普通μmオーダであり，実験で用いられる試料の

最小辺の長さはmmのオーダーであるからこのような近似が許されるのである。有限な大きさの試料においてk＝0の近傍では図2.1の曲線は無意味になってくる。何故ならそのような場合波動を平面波で表わす事は不可能であり，境界の影響を考慮せねばならないからである。（2.5）式を境界条件を含めて解くのは困難であるが幸いな事にＹＩＧの磁気弾性定数は非常に小さいので，相互作用はスピン波と弾性波の分散曲線が交わる所だけで大きく磁気弾性波となるが，他では純粋なスピン波，弾性波と考えてよい。更にスピン波の起源となる交換相互作用は波数の2乗に比例するので波数の小さい所では無視してよい。そこで円柱状試料の場合$k\simeq 0$の時には静磁波の分散関係の式（1.23）を用い，大きい所では（2.6）式を用いるという便法が許される。そのようにして書いた分散曲線が図2.2である。

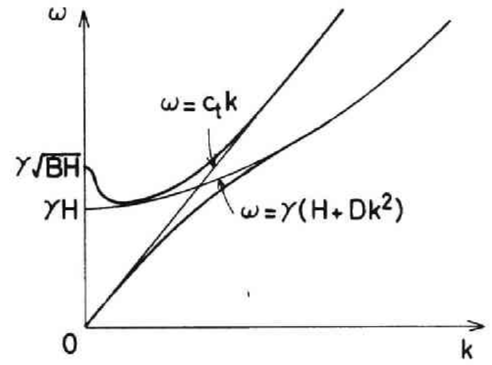


図2.2　円柱状試料を軸方向に伝搬する磁気弾性波の分散関係

（ii）励振の原理

円柱状試料に磁気弾性波を励振するため普通取られる試料の配置は前章の静磁波の場合と全く同様である。図2.3のようにω/γが内部磁場の最大値Hoより小さい場合について考えてみよう。以下に述べる原理はAuldらによるものである。[25)26)] まず端面付近では内部磁場は相当小さく分散曲線は図2.4（a）のようになりωとの交点は3つある。従って端面にマイクロ波を加えた場合3つのモードが励振される可能性があるのだが最も波数の小さいもの（図中Pで示

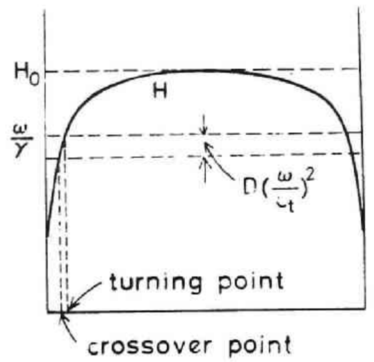


図 2.3　励振周波数と内部磁場の関係

されており，殆んど純粋な静磁波）が励振される。内部磁場は端面から試料中心部に向って単調に増大するので静磁波は伝搬しながら次第に波数を増しついに（b）図のように分散曲線とωが交わらなくなる限界の点（転回点）に達する。この点より右側では更に磁場が大きいので信号はここで反射し元の方向へと戻っていく。少し戻った点では（（c）図）P_1とP_2という2つの波数をとる事ができるのであるが，P_1は静磁波的，P_2はスピン波的であるといえる。夫々の分技にどんな割合でエネルギーが分割されるかは良くわかっていないのでここではともかく転回点での反射波は2つのモードを持つという事だけを指摘し，更に弾性波と相互作用するP_2の分技の方に着目しよう。前項に示した「弱い結合の理論」の成立する磁気弾性波のような場合，最も大きな結合は結合前の2つの波動が同じ位相速度を持つとき，つまり分散曲線が交わる点で起る。内部磁場の変化によって転回点よりも磁場の低い所で必ずそのような場所が存在する（これを交叉点－crossover point－と名付けよう)。この点を中心にその前後でスピン波のエネルギーは次第に弾性波のそれへと移り波動が端面付近まで到達した時には（（d）図）ほゞ純粋の弾性波として磨き上げられた端面で反射される。その後は上と全く反対の過程を経て最終的には電磁波として試料端面から外部回路へと出ていく。以上の経過を模式的に示せば図2.5の如くになる。交叉点付近でのスピン波－弾性波間の変換は内部磁場の勾配に依存し，転回点での静磁波－スピン波間の変換については上述のように不明の

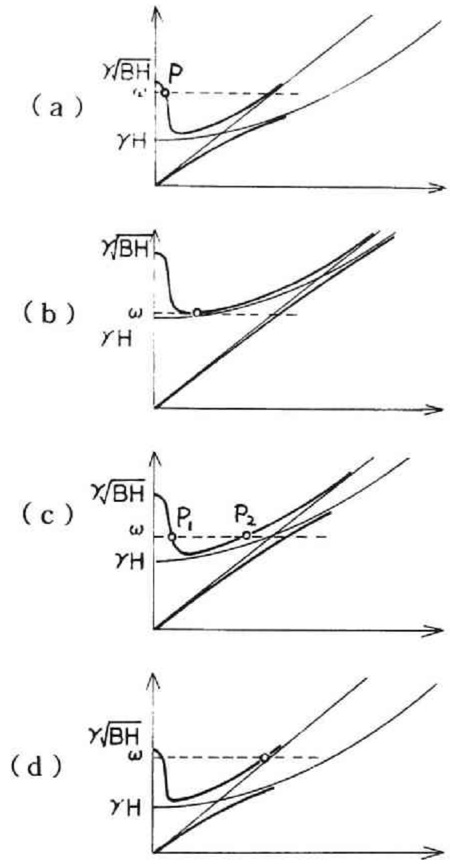
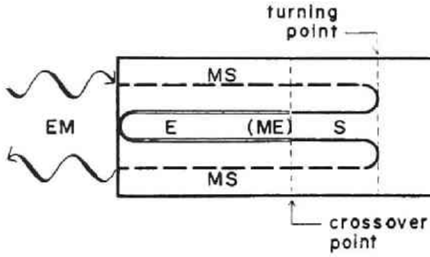


図2.4　内部磁場の変化に伴う
磁気弾性波の波数の変化

点が多いので結局磁気弾性波の励振効率を上げるいう問題は端面における静磁波の励振効率を上げるという§1.1(iii) と同じ問題に帰着する。

なお内部磁場の最大値 Ho が ω/γ より小さい 場合は試料内に転回点が存在しないので磁気弾性波は励振されない。



EM：電磁波，　MS：静磁波
S：スピン波，　E：弾性波
ME：磁気弾性波

図 2.5　磁気弾性波励振の概念図

§ 2　ストリップ型マウントによる励振

磁気弾性波の励振は転回点を試料内部に含むような印加磁場の下における静磁波の励振に帰結する事を前節で示した。従ってここでも § 1.2 と同様YIGを挿入していない場合の励振アンテナの作る高周波磁界を最大にするという事，及びアンテナをマイクロ波線路の一部と見なして，線路に対するYIGの充填率（filling factor）を最大にするという事がマウント製作の基本理念となる。前者からはアンテナを整合線路として作り終端を短絡して短絡点の直前に試料を置く事，後者からはストリップ導体の幅をできるだけ狭くする事が要請される。両者を同時に満たすためには幅が狭く，基板との距離をも小さくしたストリップ線路を用いれば良いのだが，工作精度の問題があるのでむやみに導体と基板の距離は小さくできない。そこで妥協的に採用されたアンテナの構造が図 2.6 に示されたものである。

このアンテナによる励振効率が諸パラメータを変える事によってどの程度まで改善されるのかを以下に示そう。

(i) ストリップ導体の幅 d

遅延時間に対して全損失がどのように変化するかを測定して遅延時間 0 の点までその直線を外挿し，縦軸との交点を求めることにより励振効率を決めると

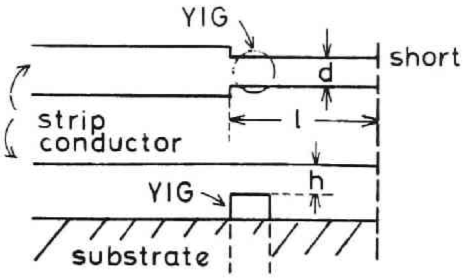


図 2.6　ストリップ型マウント

の検討すべきパラメータ

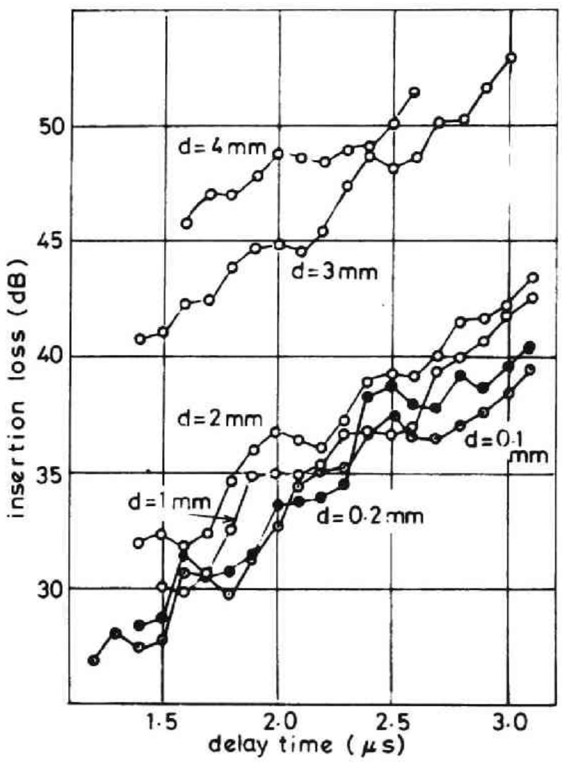


図 2.7　励振部ストリップ線の幅 d をパラメータとした

遅延－損失特性

（f＝2 GHz）

いう§ 1.3 の方法を用いる。まずdをパラメーターとし遅延時間－全損失特性を図 2.7 に示した。静磁波の場合（図 1.9）と異なって波打った曲線となる*のであまり正確な評価はできないが，誤差数 dB くらいを見込んで幅dに対する変換損失（入出力合計）は図 2.8 のようになる。この結果からストリップ導体の幅は原則として狭いほど良い結果が得られる事がわかるが，1㎜以下では有意の差は認められない。

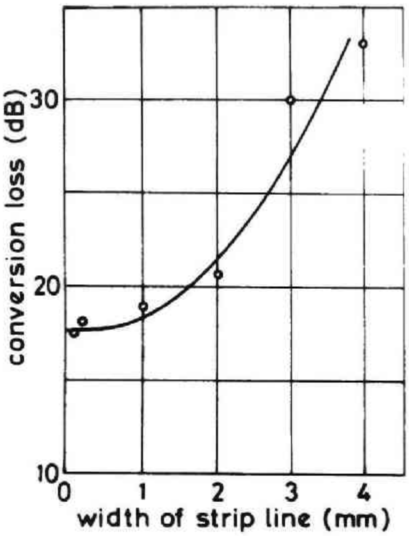


図 2.8　変換損失のストリップ導体幅依存性

(ii) 励振部から短絡点までの長さ l

d = 1mm のアンテナを用いて遅延時間（即ち外部磁場）をパラメーターとして l による全損失の変化を測定し図 2.9 に示した。極めて当然の結果ではあるが l が 0 に近い所と $1/2$ 波長に近い所で極小値が現われる。
周波数特性を良くする事，マウント全体の大きさを小さくする事が必要であるから，$l \simeq 0$ をとるべきはいうまでもない。

(iii) ストリップ導体（アンテナ）とＹＩＧ端面との距離 h

---

* 脚註　この原因は不明である。なお Schlömann らも同じ現象を観測している。[22]

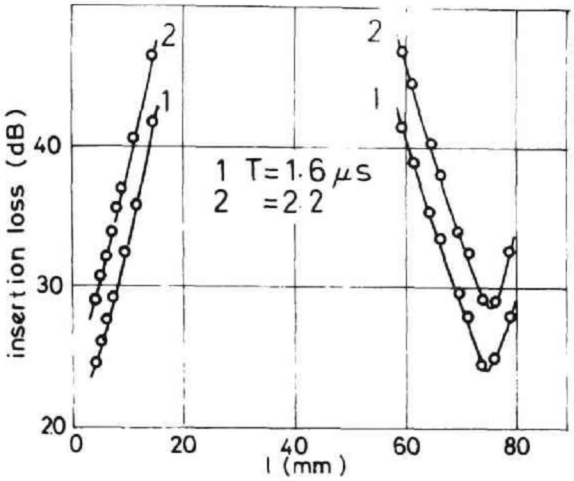


図 2.9　励振部の長さ l と挿入損失

(f ＝ 2 GHz)

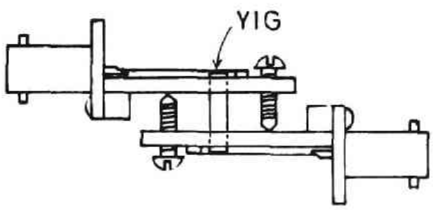


図 2.1 0　h 依存性測定のための
マウント

マウントの構造を図 2.1 0 のように改めて，h を変化させてもストリップ導体と基板の間隙は一定に保って線路の特性インピーダンスが一定に保たれるようにする。更にＹＩＧの側面に銅の薄板を巻きつけてＹＩＧの境界条件が変らぬよう配慮する。そして励振部の幅 d をパラメータとして全損失を測定し　図 2.1 1 に示した。いずれの場合も h が大きくなると単調に損失が増加する事に変りは無いけれども励振部の幅が狭くなるほど h ＝ 0 の近くで損失は小さいが h に対する損失の勾配が大きい。これは励振部ストリップ線の幅が狭くなるほ

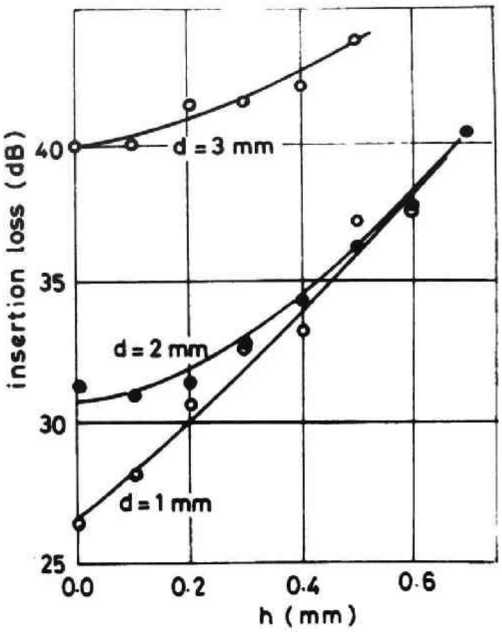


図2.11　YIG端面とストリップ線の間隙hと
挿入損失（f＝2 GHz，T＝1.8μsec）

ど励振磁界がhとともに急激に減少する事によると思われる。

§3.　挿入損失の角度依存性

磁気弾性波の損失は印加直流磁界とYIG円柱軸のなす角度θに強く依存する。我々はθを絶対測定する手段を持っていないので断言はできないがマウント外側からの肉眼による観測と理論的検討の結果から$\theta=0°$のときが最も損失が小さいという結論を得た。遅延時間をパラメータとした損失の角度依存性測定結果は図2.12のようになる。静磁波の角度依存性が遅延時間0.2〜0.8秒において$\theta=\pm20°$で3〜4 dBの減衰の変化であるのに比べると極めて強い。

この理由はAddisonらの幾何光学的近似理論[34)35)]を用いて次のように考える事ができる。

強磁性体内の直流磁場はラプラスの方程式を満たすから最大，最小値は試料

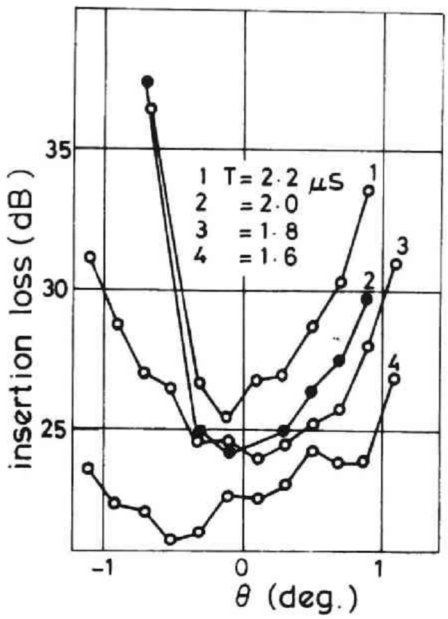


図2.12　直流磁界とＹＩＧ円柱軸のなす角θと
挿入損失（f＝1.8 GHz）

境界でとるはずである。円柱状試料の軸方向に直流磁場を加えると軸上の磁場は中心部で最大となるから，そこでの半径方向分布は周縁で最大となる。従って，軸方向距離・半径方向距離に対して丁度樋（とい）を彎曲させたような分布となる。一方スピン波の運動方程式は

$$\left[\gamma D \nabla^2 - \gamma H(r, z) + \omega\right] m = 0 \qquad (2.7)$$

となる事が知られているからスピン波の波束の運動は古典力学的に言えば彎曲した樋の中を転がるボールの運動に等しい。（図2.13）

スピン波が伝播途中で弾性波に変換される事を考慮すれば樋は図のように途中でなくなって平らな床となる。そして端面は固い壁と考えてよい。このようにすれば波動の波数とボールの速度が対応づけられ，弾性波領域で波数が変化しない事は正しく表現されている。又信号周波数が高いほどボールをころがし始める地点が高くなる事になり，一般に周波数がエネルギーに対応づけられる事と合致している。軸方向と磁場の方向が一致していればＡと記された樋の切断

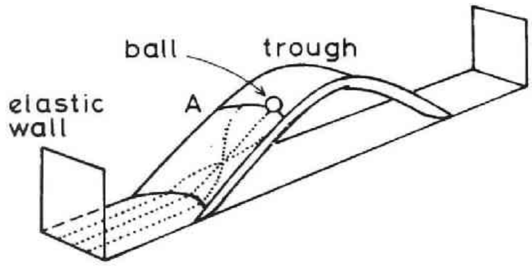


図2.1 3　磁気弾性波伝播の力学的モデル

線の各点から出発したボールは壁ではね返されて同じ点に戻ってくるが，一致しない時はそうはいかない。両者のなす角がθの場合それが小さければ恐らくスピン波の伝播方向は軸に対してθだけ外れた方向となるであろうから，端面で反射された弾性波は軸に対して2θだけ外れてしまい，Aの各点から出発したボールは元の所へ満遍なくは戻らずどこかにかたよるであろう。従ってスピン波の波面に歪みが生じ転回点における静磁波への変換が具合い良く行なわれなくなり，全体として損失が増加することになろう。

次に図2.1 2において遅延時間が大きいほど角度依存性が大きくなり，又遅延時間を一定に保ち信号周波数をパラメータとして測定すると（図2.1 4）周波数が低くなるほど角度依存性が大きくなる傾向が現われる。

遅延時間を大きくする事と，信号周波数を下げる事の両者に共通するのは印加磁場を下げるという事である。その時内部磁場の凸型分布の曲率が小さくなる。（第3章参照）そうすれば半径方向への変化も小さくなり図2.1 3の樋は低く浅くなってしまい，ビームの収束効果が小さくなるために損失が増加するものと思われる。

§ 4.　〔1 1 0〕円柱状試料における伝搬特性

Y I Gは立方結晶であるにもかかわらずこれまで弾性的に等方体と考えてきた。立方結晶における弾性定数C_{11}, C_{12}, C_{44}がもし

$$2C_{44} = C_{11} - C_{12} \tag{2.8}$$

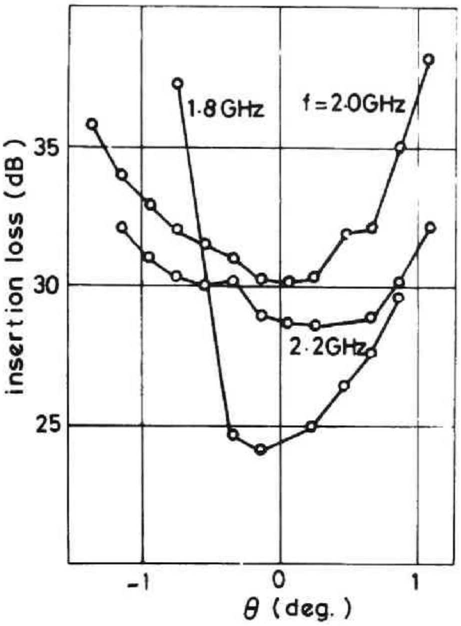


図 2.1 4　周波数をパラメータとした損失の角度依存度
（遅延時間 $T = 1.8\ \mu sec$）

の関係にあればこの結晶は等方体とみなせるのであるが，ＹＩＧの場合等方体からのずれ

$$\nu = 1 - 2C_{44} / (C_{11} - C_{12}) \tag{2.9}$$

が 0.0 5 3 であるので第 1 近似として等方体と考える事が許されるわけである。[158)] そしてこれまでの理論及び実験は〔1 0 0〕方向に伝播する横波のみを扱ってきたのでエネルギービームの局所的な〔1 0 0〕方向からの外れを無視すれば全く等方体と考える事は支障がなかった。しかし円柱軸を〔1 1 0〕方向に切り出したＹＩＧにおいては（2.9）式で示される等方体からのわずかなずれが磁気弾性波の伝搬に興味深い影響を与える。〔1 1 0〕方向即ち円柱軸方向に伝播する横波弾性波の 2 つの偏波方向〔0 0 1〕，〔1 1 0〕は等価ではなく伝播速度が異なる。この場合においては，最初電磁波から静磁波更にスピン波へと順に交換されていく過程は前述したところと何ら変らないが，交又点から後弾性波として伝播する領域で異なったふるまいをする。交又点を出発した直

後の弾性波は右回り円偏波であって，２つの独立な直線偏波に分解するとそれらは$\pi/2$の位相差をもっている。しかるに両偏波の位相速度が異なるので位相差は次第に増加し，ある距離を伝播した後（3／2）πとなる。即ちその点では円偏波の回転の向きは逆転するというわけである。端面で反射され再び交叉点に戻った弾性波が丁度そのように逆回転の円偏波になっていると，本質的に右回りの円偏波であるスピン波には変換されず，そのまま転回点更には試料中心部を通り抜けて他端にまで達する。もちろんその間にも両直線偏波の位相差は刻々大きくなっていくから他端で反射されそちら側の交叉点に戻った信号は，試料の長さ，交叉点の位置などの関係がうまく行けば他端の方でスピン波→静磁波と変換されて検出される事もあり得る[159)]。以上の過程を距離－時間座標内に示せば図２１５のようになる。パルス変調されたマイクロ波信号を試料の

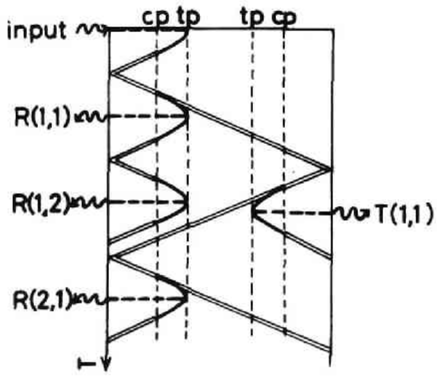


図２１５　〔１１０〕試料における信号伝播
R (m , n)；反射波 , T (m , n)；透過波

一端に加えるとR（m，n），T（m，n）という記号で示された反射波，透過波が観測される。図中，実線・破線等は図２５と同じ意味で使われており，又横軸は試料の軸方向距離に対応し，縦軸は信号入射後の時間を下ほど大きく取った。

以上のような種々の透過波，反射波は一定の時間関係をもつことが図から明らかであり，例えばR（1,1）とT（1,1），T（1,1）とR（2,1）は丁度弾性波が試料を端から端まで伝播するに必要な時間だけ離れて検出されるはず

である。我々の実験によれば図2.1 5に示された限りの信号はすべて観測され，理論通りの時間関係にある事が確認された。

そのうちR（1，1），R（2，1），T（1，1）の印加磁場に対する伝搬時間の関係を図2.1 6に掲げておく。印加磁場の値にかゝわらず3本の曲線

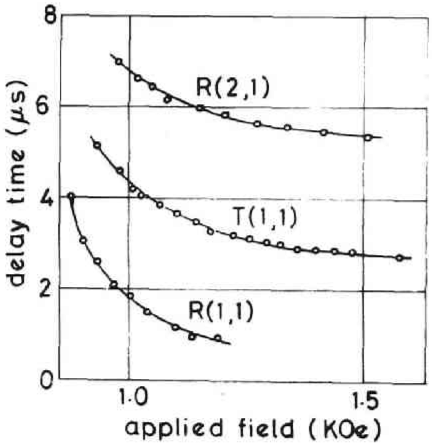


図2.1 6　伝搬時間の磁場による変化

は約2.5 μ秒離れているが，これは1 cmの試料を横波弾性波が伝搬するに要する時間

$$\frac{L}{v_S} \simeq \frac{1.00}{3.95\times10^5} \simeq 2.53\mu\text{秒} \qquad (2.10)$$

と一致している。なおR（1，1）の伝搬時間に対する理論は〔1 0 0〕試料[19]を伝搬する信号に対するものと全く同じであり計算に用いるべき内部磁場分布の正しい値が不明で第1近似的なものを用いるため定性的にしか実験値と合わない。

次に前節で述べた損失の角度依存性を〔1 1 0〕試料について見てみよう。実験結果は図2.1 7の通りであり，反射波に関しては〔1 0 0〕試料の場合と似た特性を示す。処が透過波の角度依存性は非常に小さい。その理由は前節の説明を用いて次のように考えられる。磁場の方向が θ だけずれた場合，励振側の端面で反射した弾性波は2 θ ずれる事は前節で述べた通りだがその波が試料中心部を通り越して他端でもう一度反射するとずれは0となってしまう。この時図2.1 3の曲線Aの各点から出発したビームは同じ距離だけ進んだ後（第1

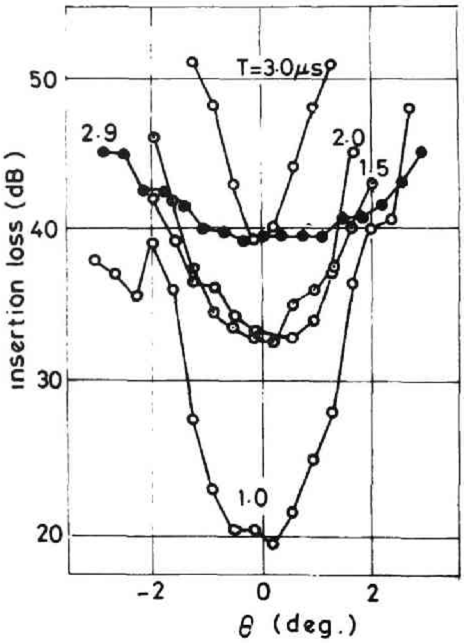


図2.17　反射波と透過波の損失
（3 mmφ × 8.5 mm〔1$\bar{1}$0〕円柱状YIG,
2GHz，黒丸：透過波，その他：反射波）

近似で）受信側の転回点に到達するので，信号のひずみが小さく，効率良く静磁波に変換されるのであろう。

§5.　飽和特性

試料への入力を増していっても必ずしも出力はそれに比例して増加しない。その様子を示したものが図218である。図213にあるように磁気弾性波はスピン波状態にある時に内部磁場の不均一性によって強い収束効果を受け，試料内のある点において単位断面積あたりのエネルギー密度が非常に高くなる。古典的に考えれば磁気モーメントの才差運動は才差角が90°の時が最大でスピン波の振幅もその時に最大となる。直径3mmの我々が用いている円柱状試料についてこの時のスピン波の運ぶエネルギーを計算すれば

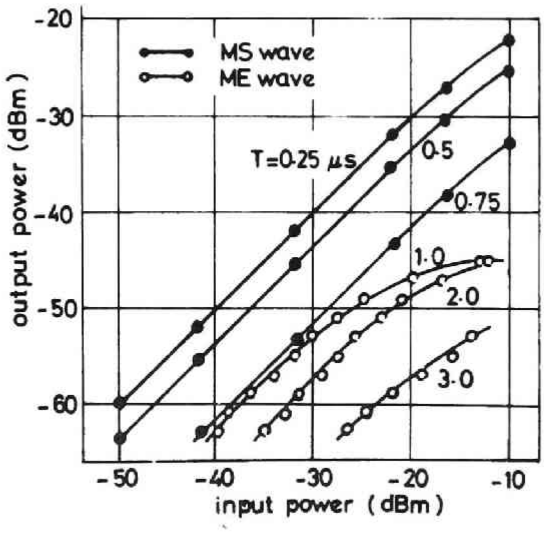


図2.18　静磁波，磁気弾性波の飽和特性比較
（3㎜ϕ×10㎜〔110〕円柱状YIG，2GHz）

$$|\mathbf{S}| = (4\pi MD\omega\,|\,\mathbf{k}\,|) \times (\pi R^2)^{24)}$$
$$= (1.8\times10^6)\times(0.71\times10^{-5}) = 13\mathrm{W} \qquad (2.11)$$

となる。但し$4\pi M$は飽和磁化，Dは交換係数，**k**は波数，ωは角周波数，Rは試料の半径で夫々1730gauss，5.2×10^{-9} Oecm^2，10^5 cm^{-1}，$2\pi\times4\times10^9$ sec，1.5㎜とした。即ちもしスピン波が才差運動の極限まで大振巾でしかも試料内を一様に伝搬するとすれば直径3㎜の円柱状試料なら10W程度のエネルギーを伝送し得る事になる。しかし実際にはSuhlの示した[9)]ようにずっと小さい振巾で反磁場を媒介にした緩和現象によって飽和してしまう。
図2.18では磁気弾性波は－45dbmくらいで飽和しているが電磁波との変換損失18dBを考慮しても式（2.11）と70dBくらいの差がある。これは上述のように非古典的な緩和現象と，エネルギービームの大巾な収束によるという事で定性的には説明がつく。特に後者については同じ磁気波である静磁波には収束現象がなく事実入力のかなり大きい所まで線型性をもつ事から理解できる。

第３章　磁気弾性共鳴吸収を用いた内部磁場測定

§1. まえがき

楕円体形の強磁性体に外部から一様な磁場を加えると，その強さの如何にかかわらず内部磁場は一様となるのに対して，非楕円体形試料では決してそうはならない。それは試料端面に誘起される磁極及び磁化の体積分布から生ずる反磁場が一様でない事に起因する。もし印加磁場が非常に強く，試料を一様に磁化して余りある程であれば内部磁場分布は簡単に計算する事ができて，円柱状試料が軸方向に磁化された場合の軸上磁場分布として式（1.25）が与えられている。

しかし，印加磁場があまり大きくない時には上のように簡単にH（ζ）を計算する事ができない。Joseph, Schlömann は磁化ベクトルの大きさが試料内で一定であり，その方向は試料内の局所磁場の方向に一致するという仮定のもとで反磁場を M/He の級数を用いて計算しようとした。[31] 彼等の用いた仮定は言いかえれば「試料は磁気的に充分軟い」という事でありＹＩＧの場合は丁度それに該当している。その級数展開の第１項はまさに式（1.25）を与え，高次の項は試料が一様に磁化されていないという点を加味する事になる。けれどもこの方法によっても我々の問題としている円柱状試料については展開の第２項までしか計算する事ができないし，しかも半無限の試料についてである。

一方実験的に内部磁場を求めようという試みもある。良質のＹＩＧはスピン波，弾性波あるいはその混成波である磁気弾性波を低損失で伝搬させる。そして円柱状試料の内部磁場は上に凸の分布をしておりスピン波は $H=\omega/\gamma$（ω は信号角周波数，γ は磁気回転化）より小さい磁場の領域でしか存在し得ない事を考え合わせると，信号は端面と試料内で $H=\omega/\gamma$ を満足する点（転回点）の間を往復する事がわかる。それゆえ磁気弾性波の群速度が知られていれば，パルス変調された信号の遅延時間を測定する事によって端面と転回点までの距離がわかる。そして信号周波数を変えながら，内部磁場の形状に従って変化して行く転回点までの距離を測れば形状が知れる事になる。この原理に基いて Lacklison と Lewis は内部磁場分布を測定し，先述の Joseph, Schlömann の予測とかなり良く一致する事が確かめられた。[160] しかし彼等の測定方法

に　用いられるパラメータのうちパルスの遅延時間は測定誤差が非常に大きくなり得る事，その上電磁波から磁気弾性波への変換効率が小さいために試料に結合せずにそのまま反射してくるパルス成分が大きく，遅延信号がそれにマスクされてしまうので短い遅延時間が測れないつまり端面近傍の磁場分布が測れないという欠点がある。

それに反してこれから述べる方法は，無変調のマイクロ波信号の共鳴吸収によるものであり，上のような欠点は全くない。この方法は一言でいうと，磁気弾性共鳴吸収を起している試料の端面と転回点の間に存在する定在波の数をかぞえるという事につきる。定在波の波長は他の実験から既に知られている。

§2　磁気弾性共鳴

第2章§1（ii）で説明した「磁気弾性波励振の原理」によれば共鳴は次のような機構によって生ずる事になる。

試料を磁化してその一つの端面にマイクロ波の信号を加えるとそこから静磁波が発生し，試料中心部に向って進行していく。それが転回点に達するとそこで反射し，一部のエネルギーは静磁波のまま，残りのエネルギーはスピン波として端面方向に進む，前者はここでの問題ではないので後者に注目すると，磁気弾性相互作用により，交叉点近傍でスピン波は弾性波に変換されてしまい，磨き上げられた端面で全反射され以後上と逆の過程を経て最後に同じ端面で電磁波として出て行く。もし入射波と反射波が以上の過程の後同位相となれば共鳴が起る。

１０×３㎜ ϕ の〔１００〕ＹＩＧ円柱状試料について行なった実験の一例を図3.1に示そう。§2.1（ii）の説明から予測されるように，磁気弾性共鳴は静磁共鳴よりも大きい印加磁場において起っている。又共鳴ピークの間隔は磁場によってあまり大幅には変化せず図中で特に拡大された磁場領域で大体0.3 Oe で一定であるが，右はしの2 KOe 附近で最大となり2Oe 程度の間隔をもつ。

静磁波の波数は一般にスピン波及び弾性波のそれよりも２～３桁小さいので磁気弾性共鳴を理論的に解析する場合無視してさしつかえない。Kohane等によれば共鳴の隣り合うピーク間に対応する磁場の強さについて以下の３つの仮定をすれば数式で表現できる。[22) 161)]

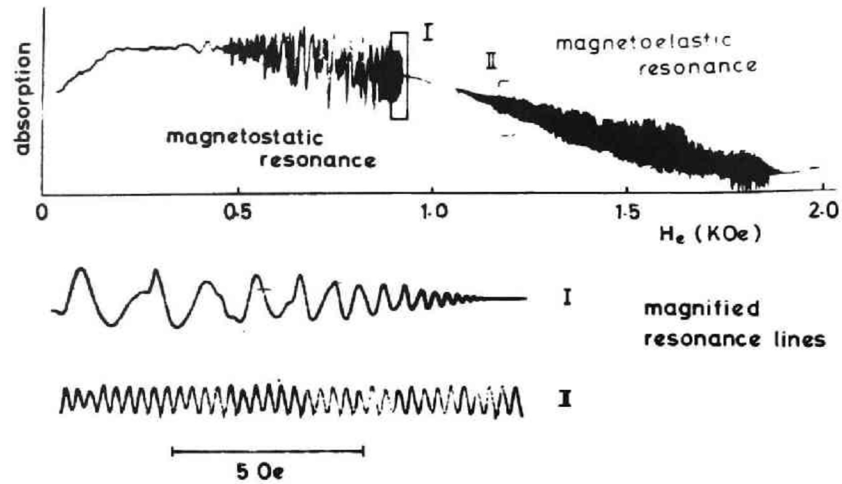


図 3. 1 〔１００〕試料の共鳴吸収（全体図と拡大図）
（f ＝2 GHz，ストリップ形マウント）

1. スピン波は交叉点において突然弾性波に変化する。
2. 反磁場の試料内における形は外部磁場の強さに依らない。
3. 反磁場は試料内で直線的な変化をする。

印加磁場を変化させれば交叉点が移動するが内部磁場の形は変らないのでスピン波の波の数は一定のままである。それ故弾性波の半波長分だけ交叉点が移動する様に印加磁場を変えた時に隣り合う共鳴のピークが生ずる。即ち

$$\triangle H = \frac{1}{2} \lambda \mid Hd' \mid \qquad (3.1)$$

Hd′ は交叉点における反磁場の傾き，λ は弾性波の波長である。（図 3. 2 参照)

§ 3. 内部磁場測定の原理

矢張り Kohane 等と同様にスピン波と弾性波のエネルギー変換は交叉点において急速に行なわれるものと仮定しよう。すると第 2. 5 図において交叉点の左側では純粋な弾性波，右側では純粋なスピン波として信号が存在する事になる。このような仮定に基づく誤差は§ 5 で検討するが殆んどの場合 1 %以下で問題とするに足りない。

次に Kohane 等の仮定 2 ，3 はとらない。我々の目的はまさに「反磁場は

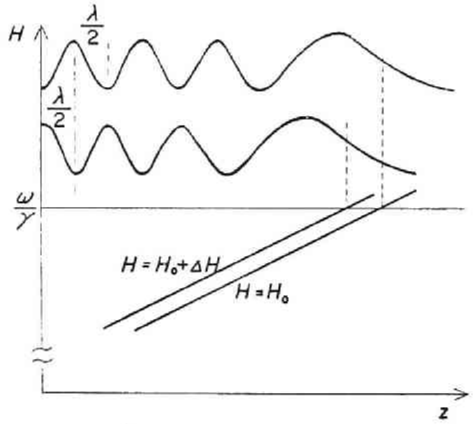


図 3.2　磁気弾性共鳴の概念図

直線的な変化はせず」，「外部磁場の大きさによって形状を変化させる」事を見出す事にあるからである。

まず簡単のために図 2.5 で交叉点より右側のスピン波の存在を無視してしまい磁気弾性共鳴は弾性波だけで起るものと考えてみる。一般に交叉点と転回点の距離は非常に小さく 10 μm 程度であるから交叉点が非常に端面に近い場合を除けばこれでもたいした誤差は出ない。交叉点と端面の距離を z_c とすれば信号周波数を一定に保っている時，z_c は外部磁場 He の変化によってだけ変るので隣り合う共鳴ピーク間について成り立つ式は

$$\frac{dz_c}{dHe}\Delta H = -\frac{1}{2}\lambda \qquad (3.2)$$

となる。* ここで ΔH は微分量であると共に隣り合う共鳴ピークに対応する印加磁場の増分であり He の関数でもある。後者の意味では共鳴吸収実験によって求める事のできる量である。そこで（3.2）式を適当に変形して He で積分すれば

---

* 脚註　共鳴の条件式として必ずしも（3.2）式が一意的に出てくるわけではなく他に 2 つの可能性があるが，それらが物理的に無意味である事を付録 1 に示す。

$$z_C = \frac{c_t}{2f}\int_{He}^{He0} \frac{dHe}{\triangle H} \tag{3.3}$$

を得る。ここで c_t は弾性波の速度，Heo は図 3.3 に示したように共鳴の起

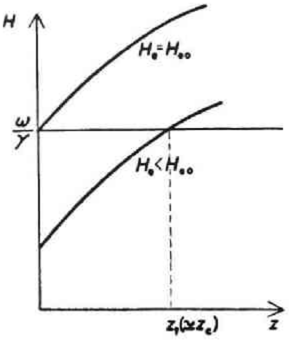


図 3.3　共鳴の起る上限の外部磁場

る最大の印加磁場の大きさである。スピン波と弾性波の波数は交叉点で等しくなるので両者の分散関係

$$\omega = \gamma\ (H + Dk^2) \tag{3.4}$$

$$\omega = c_t\, k \tag{3.5}$$

から k を消去すれば交叉点における内部磁場の強さ H_C を求める事ができる。

$$Hc = \frac{\omega}{\gamma} - D\left(\frac{\omega}{c_t}\right)^2 \tag{3.6}$$

Dは交換常数である。かくして式（3.3)(3.6）によって z_C における磁場 Hc が求まった。外部磁場を一定にしたまま信号周波数を変化させれば交叉点が移動するので多くの信号周波数に対して上と同じ事をくり返せば内部磁場の形状が知られる。

次に今まで無視していたスピン波の共鳴に対する寄与を考慮に入れてみよう。もしもある共鳴ピークを与える He が存在してそれから△Hだけ外部磁場を変化させた時に隣のピークが観測されるものとすれば共鳴の条件式は次のように表わされる。

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{zt(He)} k_{ME}\,dz - \frac{1}{\pi}\int_0^{zt\,(He+\triangle H)} k_{ME}\,dz = 1 \qquad (3.7)$$

zt は端面と転回点との距離であり，MEは磁気弾性波を意味する。左辺第1項の積分はHeの関数であるから f (He) と書き直せば（3.7）式は

$$f\,(He) - f\,(He+\triangle H) = \pi$$

となり更に

$$\frac{f\,(He+\triangle H) - f\,(He)}{\triangle H} = -\frac{\pi}{\triangle H}$$

と書き直す事ができる。式（3.2）の場合と同様△Hの2重の意味に注意すればこの式は次のような微分方程式と考える事ができる。

$$\frac{d\,f\,(He)}{dHe} = -\frac{\pi}{\triangle H} \qquad (3.8)$$

ここで右辺の $1/\triangle H$ は共鳴吸収の実験からHeの近似的に連続な関数として定める事ができる。従って（3.8）式を積分する事により

$$f\,(He) = -\int_{Heo}^{He} \frac{\pi}{\triangle H}\,dHe \qquad (3.9)$$

を得る。磁気弾性波の波数は円柱状試料の軸方向に図3.4（a）のような変化をする。但し前述のように大ていの場合 $z_t - z_c$ は z_c に比べて非常に小さいのであるがこの図では誇張して大きく書いている。計算の便宜のために（a）のような変化を（b）のような折線で近似する事にしよう。それによる誤差は§5に示した。式（3.7）左辺第1項の積分で表わされる f (He) は次のように変形される。

$$f\,(He) = \int_0^{zt(He)} k_{ME}\,dz$$

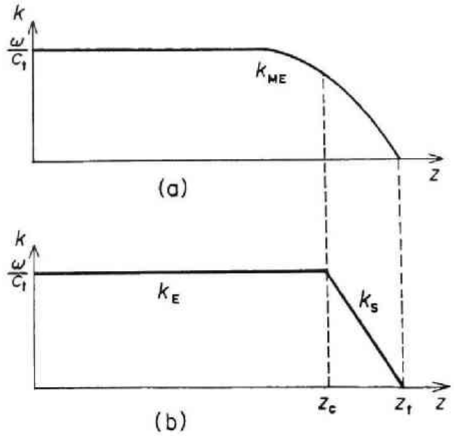


図 3. 4　波数の位置的変化
（a）磁気弾性波
（b）近似的に弾性波とスピン波に分割したもの

$$\simeq \int_{0}^{zc\,(He)} k_{E}\,dz + \int_{zc\,(He)}^{zt\,(He)} k_{S}\,dz$$

$$\simeq \frac{\omega}{c_t}\,zc + \frac{1}{2}\,\frac{\omega}{c_t}\,(zt - zc) = \frac{\omega}{2ct}\,(zt + zc) \qquad (3.10)$$

（3. 9）（3. 1 0）式から

$$\frac{1}{2}(zt + zc) = \frac{ct}{2f}\int_{He}^{Heo} \frac{dHe}{\triangle H} \qquad (3.11)$$

が得られる。先に求めた（3. 5）式とこれを比較してみると右辺は同じであるが左辺が zc から zc と zt の平均値に変っている点が異なる。ある与えられた外部磁場 He に対する内部磁場の分布は次のようにして決める事ができる。ある周波数 ω_1 に対する（$1/2$）($zt_1 + zc_1$）は式（3. 1 1）によって△H

の実験値から決定される。一方 z_{t1} 及び z_{c1} での内部磁場は夫々，$H_{t1} = \omega_1/\gamma$，$H_{c1} = \omega_1/\gamma - D(\omega_1/c_t)^2$ である。z_{t1} と z_{c1} の間隔は試料全長に比べて極めて小さいので内部磁場はその間で直線的に変化すると考えてさしつかえない。それ故 $(1/2)(z_{t1} + z_{c1})$ における内部磁場は，$(1/2)(H_{t1} + H_{c1})$ で与えられる事になり図 3. 5 の点 A_1 が決まった。ω_1 に充分近い信号周波数 ω_2 を次に選んで同じ事をくり返せば A_2 が求まり以下同様に周波数を変えていく事によって内部磁場分布の全貌が知られる。

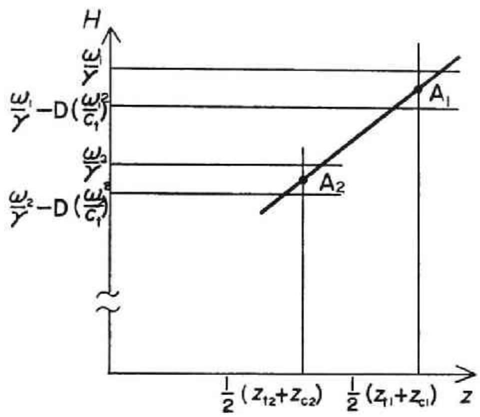


図 3. 5　内部磁場分布の決め方

磁気共鳴において内部磁場Hと信号角周波数を磁気回転化で除した量 ω/γ が同次元である事を考えると，同様の測定を隣接共鳴ピークの磁場の差ではなく，周波数の差について，つまり掃引発振器を用いて行なえる事に気づく。この方法による測定の原理を付録 2 に示しておこう。当然の事として隣接共鳴ピークの磁場の差による測定法での内部磁場分布と同じ結果が得られた。

§ 4.　実験結果とその検討

△Hを測定するための装置の配置は図 3. 6 の通りである。測定は以下のような手順で行なわれた。まず電磁石の主コイルに電流を流して He をある適当な値になるように定めてから補助コイルによってそれを少しだけ変化させる。補助コイルを流れる電流に比例する電圧が XY レコーダーの X 軸端子に，YIG からの反射電力に比例する電圧が Y 軸端子に加えられて共鳴曲線がレコーダー

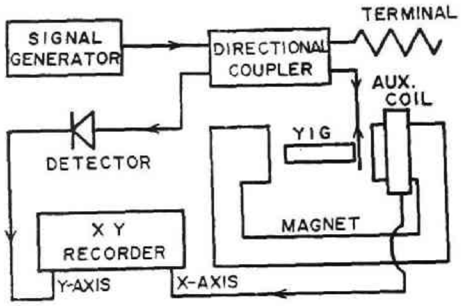


図 3. 6　△H測定の装置ブロック図

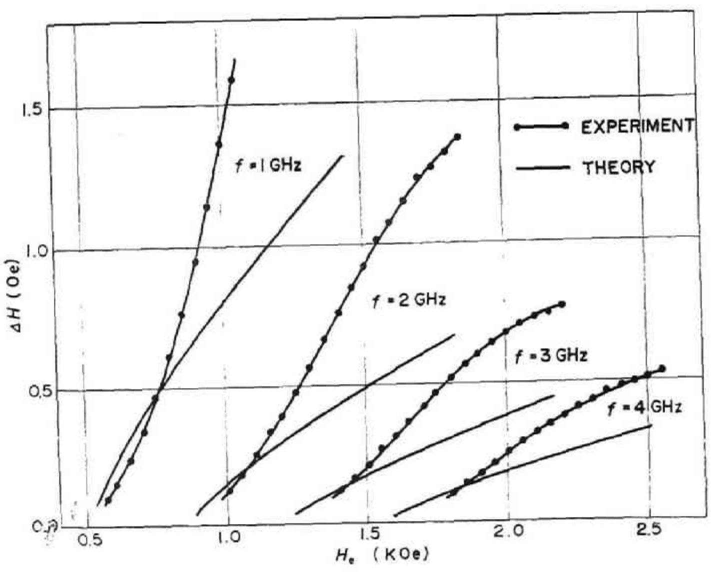


図 3. 7　He －△H曲線

に描かれる。この曲線から共鳴ピーク間隔を読み取ってある He に対する△H がわかるので種々の He について同じ事をくり返せば He －△H曲線を知る。更に信号周波数を変えてとった He －△H曲線を図 3. 7 に示したが，これは Schlömann らの前掲論文[22]の第11，12図に対応づけられる。図 3. 7 には式（1. 2 5），（3. 1）から計算した He －△H曲線の理論値を実線にていくつかの代表的周波数に対して示したが，同じ He の値に対して△Hの理論値は

実験値の $^1/_2$〜$^1/_3$ の大きさでかなり大きく食いちがっている事がわかる。外部磁場を変えると共鳴ピークが1つ移るのは主に試料端面と交叉点の距離が変化する事によるから，内部磁場の傾きが小さいほど，ピークが1つ移るに必要な外部磁場変化△Hは小さい。だから上の理論と実験の差からして，本当の内部磁場は式（1.25）で与えられるSommerfeld の内部磁場よりも，端面近傍で大きい傾きを持つ事が予想される。

測定結果について検討してみよう。一般に内部磁場は印加磁場He，異方性磁場Ha，反磁場Hdの和で表わされるのであるが，He，Haが試料内で一様であるのに対してHdはそうではない。それゆえHを論ずるのにHe，Haは省略してHdについてだけ話を進める事にしよう。図3.8に種々のHeに対するHdを示した。外部磁場を0から増していくにつれて端面近傍でのHdの傾きは増加し，外部磁場が飽和磁化の大きさ程度になるまでそれが続く。その後外部磁場の増加と共にかえって傾きは減少し，次第にSommerfeld の反磁場に近づく。

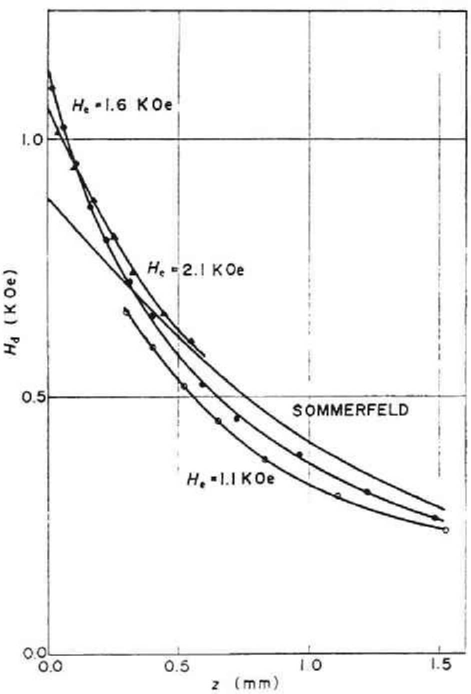


図3.8　種々の外部磁場に対する反磁場

（L＝10㎜，D＝3㎜）

図3.8での実験と理論の比較を更に明確にするため次のように定義される反磁係数を用いてみよう。

$$Hd(z) = 4\pi M \cdot N(z)$$

これを用いれば，試料の形状さえ等しければどんな $4\pi M$ を持つ材料であっても相互に比較ができるという意味でより一般的である。端面におけるNの値とその軸方向変化の勾配即ちN（0）及びN′（0）を図3.9，3.10に描いてみた。

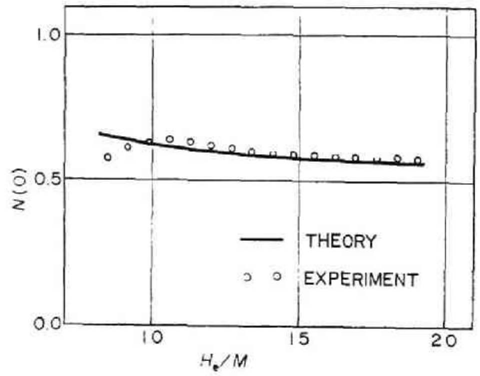


図3.9　試料端面における反磁係数

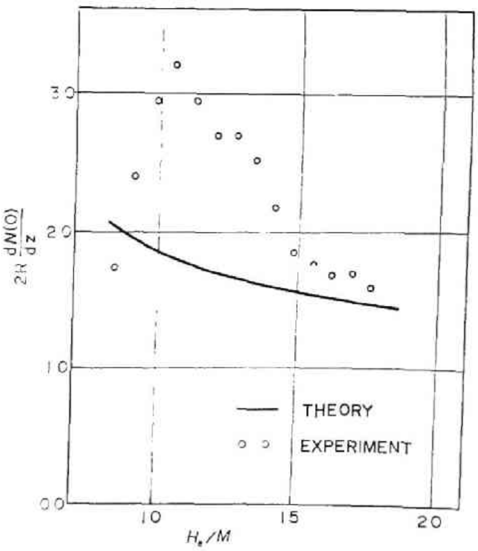


図3.10　試料端面における反磁係数の傾き

Joseph, Schlömann[31] の計算値を併せて示してある。なお Sommerfeld の計算値は図示していないが N (0) としては 0.5, $2RN'(0)$ は 1 で両者とも He/M によらず一定である。図示された理論値と実験値を比べてみると磁場の低い所では大きく食い違い，大きい所ではかなりよく合っているのがわかる。Joseph, Schlömann の計算では前述のように印加磁場が相当大きく磁化ベクトルが試料内いたる所で等しい大きさを持つという仮定をしている事が He の小さい所での相違の原因であると思われる。He の大なる所でも少し差違が生ずるのは，彼等は M/He の 3 次以上の項を無視している事，並びに現実には試料の長さは有限であるのに半無限長の試料について計算しているためであろう。

この方法によれば比較的端面に近い部分の測定は容易であるが，印加磁場を大きくすればする程高い周波数の信号を用いねばならなくなり磁気弾性波の減衰の増加のため中心附近の分布は測定困難となる。ただ前述した Lacklison, Lewis の方法にしても磁気弾性波を用いるので上に述べた点は同様であるから端面附近の分布が測れるだけこちらの方がすぐれていると言える。

§ 5. 近似の正当性

今問題としている右回りの円偏波特性をもった磁気弾性波の分散関係は次式で与えられる。（式（2.6）参照）

$$(\omega-\omega_k)(\omega^2-c_t{}^2k^2)+\sigma c_t{}^2k^2=0 \qquad (3.12)$$

ここで $\omega_k=\gamma(H+Dk^2)$，σ はスピン波と弾性波の結合定数である。（3.12）式において $\sigma=0$ とすれば夫々スピン波と弾性波の分散関係が導びかれる。この式は k^2 についての 2 次方程式であるから波数 k を内部磁場 H 及び角周波数 ω の関数として表わす事は容易でありその表現は若干煩雑であるが

$$k_{ME}=\left[\frac{\dfrac{\omega}{\gamma}-H+D\left(\dfrac{\omega}{c_t}\right)^2+\dfrac{\sigma}{\gamma}-\sqrt{\left\{\dfrac{\omega}{\gamma}-H+D\left(\dfrac{\omega}{c_t}\right)^2+\dfrac{\sigma}{\gamma}\right\}^2-4\left(\dfrac{\omega}{\gamma}-H\right)D\left(\dfrac{\omega}{c_t}\right)^2}}{2D}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (3.13)$$

となる。内部磁場分布として式（1.25）の Sommerfeld の計算値を用い式（3.10）の

$$\int_{o}^{z_t} k_{ME}\, dz = f\,(He)$$

なる積分を図表上で行なった。そしてそれを式（3.10）の

$$\int_{o}^{z_c} k_E\, dz + \int_{z_c}^{z_t} k_S\, dz = f'\,(He)$$

と比較し相対誤差を計算する。転回点が試料中心附近にある場合，端面附近にある場合，印加磁場の大きい場合小さい場合等を数値計算してみたがいずれも2％以下の誤差にとどまった。

ω/γ	Ho	f (He)	f′(He)	ε_1	ε_2
1300(oe)	1400(oe)	2.484	2.465	0.76 (%)	4.5 (%)
900	1000	1.746	1.738	0.50	2.3
500	1320	0.825	0.812	1.6	

但し Ho；試料中心部における内部磁場，$\varepsilon_1 = \left\{ f\,(He) - f'(He) \right\} / f\,(He)$

転回点が試料中心と端面に近い場合に誤差は大きいはずであり，一般には上に示された値よりも小さくなる。なお§3の最初に述べたスピン波の領域を無視した場合の誤差を ε_2 として示しておいた。これは周波数が増すにつれて大きくなる。

II　平板状試料中の表面静磁波

第4章　表面静磁波の電磁界

§1．まえがき

図 4．1 のようにその表面に平行に磁化された板状強磁性体試料を伝搬する静磁波の分散関係は R.W. Damon，J.R. Eshbachによって計算された。[86] その方法は第2章の円柱状試料の場合と全く同じで，マクスウェルの方程式を静磁近似と板の両面における**B**と**H**の境界条件の下で解くものである。その結果見通しは良くないが次のような式が得られている。

$$(1+\eta^2)+2\,|\,(1+\eta^2)^{\frac{1}{2}}\,|\left(-\frac{1+\eta^2+\kappa}{1+\kappa}\right)^{\frac{1}{2}}(1+\kappa)\cot\left[\,|\,k_y\,|\,d\left(-\frac{1+\eta^2+\kappa}{1+\kappa}\right)^{\frac{1}{2}}\right]+(1+\kappa)^2\left(\frac{1+\eta^2+\kappa}{1+\kappa}\right)-\nu^2=0 \qquad (4.1)$$

ここに κ，ν は透磁率テンソルの成分で式（1．3）に与えられている。又 d は試料の厚さ，$\eta=k_z/k_y$ である。従って式（4．1）は ω と k_y，k_z との関係を与えるものとなり，k_y，$k_z>0$ の領域だけを図示すれば，図4．2 のようになる。図の中で Ω，Ω_H はそれぞれ正規化角周波数，内部磁場であり，これまで我々の用いてきた記号によって書けば

$$\Omega=\omega/\gamma\,4\pi M \quad , \quad \Omega_H=H/4\pi M$$

となる。従って $\Omega=\Omega_H+1/2$，$\Omega=(\Omega_H^2+\Omega_H)^{\frac{1}{2}}$ は夫々 $\omega=\gamma\,(H+2\pi M)$ $\omega=\gamma\sqrt{BH}$ に対応する。又この図では試料厚さとして我々の d の代りに s が用いられている。図に示された分散曲線（この図は3次元的に描かれているので曲面）は，$\omega=\gamma\sqrt{BH}$ を境として上側が表皮モード，下側が体積モードとなっており，円柱状試料と同じである。なおこの場合表皮モードには直流磁場と飽和磁化の大きさで決まるカットオフ角 ϕ_s が存在し，磁場と伝搬方向のなす角がある程度以下であると表皮モードは伝搬し得ない。　又表皮モードは +y 方向へ伝搬するときエネルギーが $x=+\frac{d}{2}$ の面に，−y 方向のときは $x=-\frac{d}{2}$ の面に集中する。しかしこの構造は直流磁場について対称なので伝搬の非

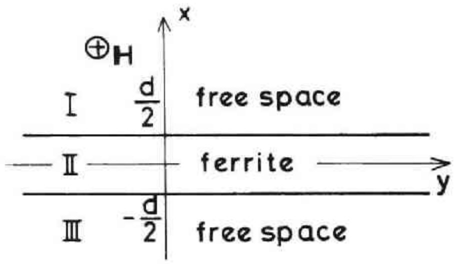


図４．１　表面静磁波の伝搬系

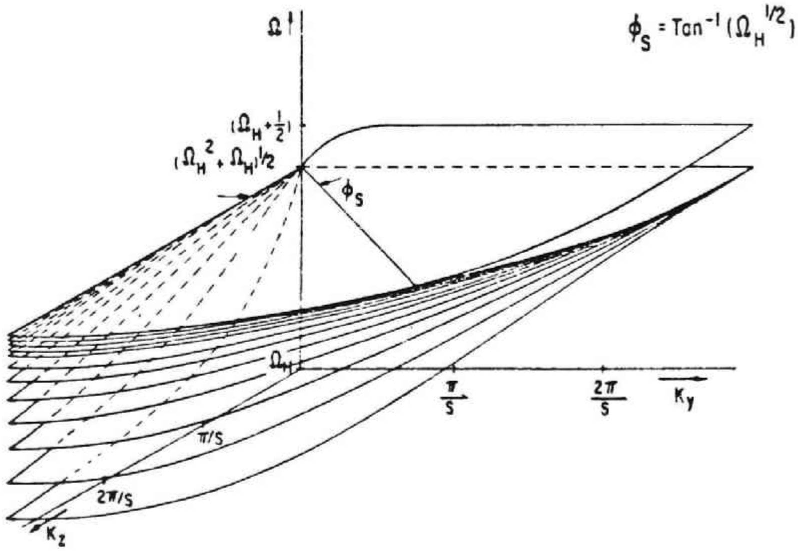


図４．２　板状媒質中の表面及び体積静磁波
の分散関係

可逆性は表われない。

今後このような板状媒質を伝搬する静磁波の表皮モードを表面静磁波と呼ぶ事にする。体積モードについてはとり上げない。

両面が真空という境界条件の他に実験上重要なものとして片面を金属に接するという場合がある。静磁波を励振する時，金属製のマウントにのせる事が多いからであり，他にＭＩＣとの結合を考える場合にもこのような境界条件を検討しておく必要が生ずる。Ｓ．Ｒ．Ｓeshadri によれば

$$\exp(-2k_y d) = \frac{(\omega_M \mp \omega)(\omega_S \pm \omega)}{\gamma 2\pi M_S (\omega_M \pm \omega)} \qquad (4.2)$$

なる分散関係が得られている。[90] ここに

$$\omega_M = \gamma(H + 4\pi M_S), \quad \omega_S = \gamma(H + 2\pi M_S)$$

式（4．2）においては直流磁場と伝搬方向は互いに直角をなすものとしている。又複号は上側がFMモードと呼ばれ試料の金属面側にエネルギーが集中しているもの，下側はFAモードで逆に真空側に集中するものに対応する。即ち金属を貼りつけて全体の構造の対称性をくずす事により隠れていた非可逆性が露わになったといえる。夫々の分散関係を図4．3に示しておく。このように構造を非対称にすることによって非可逆な伝搬特性を得るものとして，この他に金属と磁性体の間に誘電体を挿入した場合，[96] $4\pi M_S$ の異なる磁性体を接着した場合[93)95)]などについて興味ある結果が得られているが省略する。

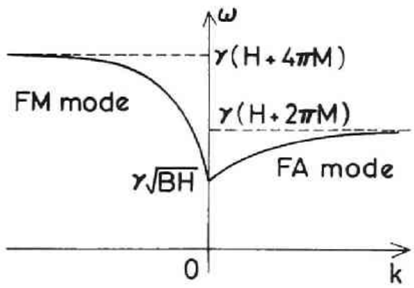


図4．3　片面に金属を装着した時の分散関係

この章では図4.1のような構造を伝搬する表面静磁波の電界，磁界を解析的に求める。更に試料片面に金属膜をはりつけた構造での電磁界を求め，導電率が有限な場合にはアイソレータとして用い得る事を示すと共に，試料上下面を伝搬するFA，FMモードの波長の大きな違いによってFAモードに等しい波長の定在波が観測できる事を示す。これは次章の理論的基礎を与えるものである。

表面静磁波の電磁界のうち磁界は既にDamon，Eshbach[86] によって計算されているが，次の3つの点で不充分なものである。

（１）直流磁場と静磁波の伝搬方向が９０°をなす場合に限られている。

（２）静磁近似に基いて計算されているが近似の程度についての評価がない。

（３）静磁近似に基いて計算されているので電界に関する知識が得られない。

筆者等は上の不充分さを補うため次のような段階をふんで解析を行なった。

（１）直流磁場と静磁波の伝搬方向が垂直の時は静磁近似を用いずにマクスウェルの方程式を厳密に解くことは容易であるからまずそれから出発する。

（２）得られた分散関係と静磁近似に基く分散関係を比較し，波数ｋがどの程度小さい領域まで静磁近似が有効であるかをみる。

（３）上で計算された電磁界はＴＥ波である。それで伝搬方向と直流磁場方向が直角でない場合についてもＴＥ波であるという仮説を立てる。

（４）（３）のような任意角の場合に厳密解を計算するのは困難であるから静磁近似をして磁界を計算し，マクスウェルの方程式 $\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ の右辺に計算された磁界を代入して，ＴＥ波という仮説とあわせて電界成分を計算する。

（５）得られた電界及び磁界を用いてポインティングベクトルと内部エネルギー密度を計算し，それらから更にエネルギー伝送速度を求める。それと分散関係式から得られる群速度が一致する事を知って計算された電磁界の正しさが証明されたものと考える。

§２．最も単純な配置での厳密解

図４．１のような配置でｙ方向へ伝搬する表面電磁波の作る場はすべてｙ方向へky という実の波数を持ち，ｚ方向には一様であると考えて差し支えない。それらを考慮してマクスウェルの方程式を変形すると磁界　について

$$\frac{d^2 H_x}{dx^2} = \left[k_y^2 - \omega^2 \varepsilon \mu_0 \left\{ (1+\kappa) - \frac{\nu^2}{1+\kappa} \right\} \right] H_x$$

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} = \left[k_y^2 - \omega^2 \varepsilon \mu_0 \left\{ (1+\kappa) - \frac{\nu^2}{1+\kappa} \right\} \right] H_y$$

$$\frac{d^2 H_z}{dx^2} = \left(k_y^2 - \omega^2 \varepsilon \mu_0 \right) H_z \qquad (4.3)$$

なる関係式を得る。表面波であるための条件として上式右辺の係数が全て正でなければならないから波数 ky とωとの間に

$$ky^2 - \omega^2 \varepsilon \mu_0 \left\{ (1+\kappa) - \frac{\nu^2}{1+\kappa} \right\} > 0 \quad , \quad ky^2 - \omega^2 \varepsilon \mu_0 > 0 \qquad (4.4)$$

が成立せねばならない。上式の左辺を夫々 f_1^2, f_2^2とおけば試料内の磁界について

$$H_x = a_1 e^{f_1 x} + b_1 e^{-f_1 x}$$

$$H_y = a_2 e^{f_1 x} + b_2 e^{-f_1 x} \qquad (4.5)$$

$$H_z = a_3 e^{f_2 x} + b_3 e^{-f_2 x} \qquad \left(-\frac{d}{2} \leqq x \leqq \frac{d}{2}\right)$$

を得る。但し自明の項 $e^{(j\omega t - k_y y)}$ は省略した。領域Ⅰ，Ⅲ（自由空間）では $\kappa = \nu = 0$ ，$\varepsilon = \varepsilon_0$ とおくことによって

$$\frac{d^2 \mathbf{H}}{dx^2} = (ky^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0)\mathbf{H} \qquad (4.6)$$

が得られ H_x , H_y , H_z はすべてx方向に同じ変化の仕方をする。領域Ⅰでは

$$H_x = c_1 e^{-k_x^{\ominus} x} , \ H_y = c_2 e^{-k_x^{\ominus} x} , \ H_z = c_3 e^{-k_x^{\ominus} x} \qquad (4.7)$$

$$但し \quad k_x^{\ominus} = \sqrt{ky^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}$$

領域Ⅲでは

$$H_x = d_1 e^{k_x^{\ominus} x} \ , \ H_y = d_2 e^{k_x^{\ominus} x} \ , \ H_z = d_3 e^{k_x^{\ominus} x} \qquad (4.8)$$

マクスウェルの方程式 $\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ に上で求められた**H**を代入し電界の各成分を計算し，２つの境界における**H**，**B**，**E**，**D**の境界条件式（計１２個）にそれらの場成分を代入する事によって分散関係式と電磁界成分が求められる。分散関係は

$$\left\{(1+\kappa)^2 - \nu^2\right\}(ky^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0) + \left\{ky^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 (1+\kappa)\right\} + 2(1+\kappa)$$

$$\times\ (k_y^2-\omega^2\varepsilon_0\mu_0)^{\frac{1}{2}}\left[k_y^2-\frac{\omega^2\varepsilon_0\mu_0}{1+\kappa}\left\{(1+\kappa)^2-\nu^2\right\}\right]^{\frac{1}{2}}\coth\left(\left[k_y^2-\frac{\omega^2\varepsilon\mu_0}{1+\kappa}\right.\right.$$

$$\left.\left.\left\{(1+\kappa)^2-\nu^2\right\}\right]^{\frac{1}{2}}d\right)=0 \qquad (4.9)$$

となる。この式において静磁近似即ち

$$k_y^2\gg\omega^2\varepsilon\mu_0\quad,\quad k_y^2\gg\frac{\omega^2\varepsilon\mu_0}{1+\kappa}\left\{(1+\kappa)^2-\nu^2\right\} \qquad (4.10)$$

を用いれば（4.9）式は

$$(1+\kappa)^2-\nu^2+1+2(1+\kappa)\coth k_y d=0 \qquad (4.11)$$

となり，はじめから静磁近似のもとに解いた分散関係式に一致する。
（4.9）式と（4.11）式を$\omega-k_y$座標上に描くと図4.4のようになり，このようなパラメータの場合には波数が5 cm^{-1}以上では静磁近似が許されることがわかる。

次に電磁界成分を書き下すと次式のようになる。
領域Iで

$$H_x=j\frac{(1+\kappa)^2-\nu^2}{(1+\kappa)k_1+\nu k_y}a_2\left[e^{\frac{k_1 d}{2}}-\frac{(1+\kappa)k_1+\nu k_y}{(1+\kappa)k_1-\nu k_y}\frac{b_2}{a_2}e^{-\frac{k_1 d}{2}}\right]$$

$$\times e^{-k_x^e(x-\frac{d}{2})}$$

$$H_y=a_2\left[e^{\frac{k_1 d}{2}}+\frac{b_2}{a_2}e^{-\frac{k_1 d}{2}}\right]e^{-k_x^e(x-\frac{d}{2})}$$

$$E_z=j\omega\mu_0\frac{(1+\kappa)^2-\nu^2}{(1+\kappa)k_1+\nu k_y}a_2\left[e^{\frac{k_1 d}{2}}-\frac{(1+\kappa)k_1+\nu k_y}{(1+\kappa)k_1-\nu k_y}\frac{b_2}{a_2}e^{-\frac{k_1 d}{2}}\right]$$

$$\times e^{-k_x^e(x-\frac{d}{2})}$$

$$E_x=E_y=H_z=0 \qquad (4.12)$$

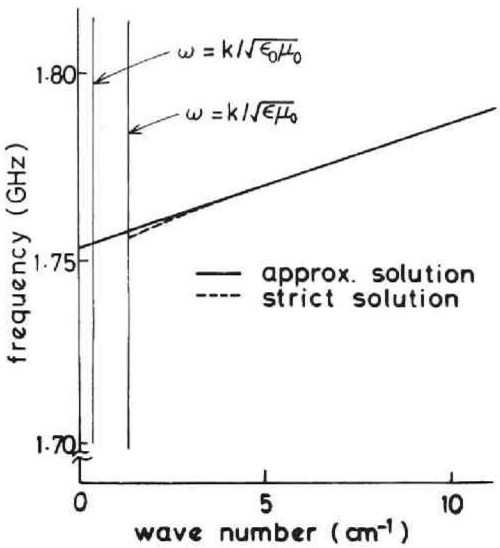


図 4. 4　表面静磁波の分散関係

厳密解と静磁近似解の比較

(H＝200Oe　4πMs＝1760 Gauss

d＝10μm)

$$k_\perp = \sqrt{k_y^2 - \omega^2 \varepsilon \mu_0 \left\{ (1+\kappa) - \frac{\nu^2}{1+\kappa} \right\}}$$

領域Ⅱでは

$$H_x = j \frac{(1+\kappa)k_y + \nu k_\perp}{(1+\kappa)k_\perp + \nu k_y} a_2 \left(e^{k_\perp x} - \frac{k_\perp k_y + \omega^2 \varepsilon \mu_0 \nu}{k_\perp k_y - \omega^2 \varepsilon \mu_0 \nu} \frac{b_2}{a_2} e^{-k_\perp x} \right)$$

$$H_y = a_2 \left(e^{k_\perp x} + \frac{b_2}{a_2} e^{-k_\perp x} \right)$$

$$E_z = j \omega \mu_0 \frac{(1+\kappa)^2 - \nu^2}{(1+\kappa)k_\perp + \nu k_y} a_2 \left[e^{k_\perp x} - \frac{(1+\kappa)k_\perp + \nu k_y}{(1+\kappa)k_\perp - \nu k_y} \frac{b_2}{a_2} e^{-k_\perp x} \right]$$

$$E_x = E_y = H_z = 0 \qquad (4.13)$$

領域Ⅲでは

$$H_x = j\frac{(1+\kappa)^2-\nu^2}{(1+\kappa)k_1+\nu k_y}a_2\left[e^{-\frac{k_1 d}{2}}-\frac{(1+\kappa)k_1+\nu k_y}{(1+\kappa)k_1-\nu k_y}\frac{b_2}{a_2}e^{\frac{k_1 d}{2}}\right]$$

$$\times e^{k_x^{e}\left(x+\frac{d}{2}\right)}$$

$$H_y = a_2\left(e^{-\frac{k_1 d}{2}}+\frac{b_2}{a_2}e^{\frac{k_1 d}{2}}\right)e^{k_x^{e}\left(x+\frac{d}{2}\right)}$$

$$E_z = j\omega\mu_0\frac{(1+\kappa)^2-\nu^2}{(1+\kappa)k_1+\nu k_y}a_2\left[e^{-\frac{k_1 d}{2}}-\frac{(1+\kappa)k_1+\nu k_y}{(1+\kappa)k_1-\nu \kappa_y}\frac{b_2}{a_2}e^{\frac{k_1 d}{2}}\right]$$

$$\times e^{k_x^{e}\left(x+\frac{d}{2}\right)}$$

$$E_x = E_y = H_z = 0 \qquad (4.14)$$

ただし

$$\frac{b_2}{a_2}=\frac{\{(1+\kappa)k_1-\nu k_y\}\left[\{(1+\kappa)^2-\nu^2\}(k_y^2-\omega^2\varepsilon_0\mu_0)+k_x^{e}\{(1+\kappa)\times k_1+\nu k_y\}\right]}{\{(1+\kappa)k_1+\nu k_y\}\left[\{(1+\kappa)^2-\nu^2\}(k_y^2-\omega^2\varepsilon_0\mu_0)-k_x^{e}\{(1+\kappa)\times k_1-\nu k_y\}\right]}e^{k_1 d} \qquad (4.15)$$

である。以上の式をみると，

磁力線は直流磁場に垂直な xy 面内にあり，電気力線は z方向を向いていて波動進行方向に対して垂直な成分しかもたないから上に示された表面静磁波はTE波であることがわかる。次にこれらの電磁界成分の強度分布をスラブの厚み方向について計算した結果を示す。図 4. 5～4. 7 に夫々 H_x H_y E_z 成分の大きさを $H=200\,\mathrm{Oe}$，$d=10\,\mu m$，$4\pi M_S=1760$ Gauss の試料についてあらわした。どの図を見ても表面波としての特徴がはっきりと表われている。又 H_x が境界面で不連続となっているのは交流的な表面磁荷の出現による。これらの図は薄膜強磁性体について計算したものであり筆者らが実験に用いてい

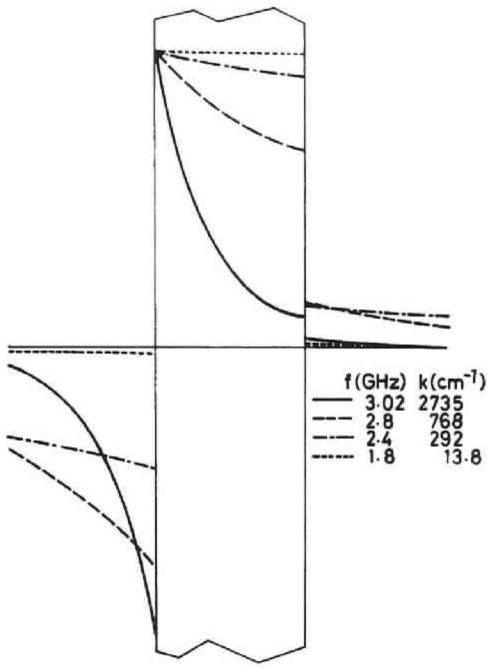


図 4. 5　H_x の厚み方向変化
(H＝200Oe，$4\pi M_s$＝1760G，
d＝10μm　以下同)

る比較的厚さの大きいスラブ（1㎜厚程度）に関するものではないので進行方向（y軸方向）への波数が相当大きいにもかゝわらず厚さ方向への変化は緩慢である。

又（4.10）式に示された静磁近似を用いれば式（4.12）～（4.14）まで示された電磁界のうち磁界成分は Damon と Eshbachの求めたものに一致する事を容易に証明する事ができる。即ち当然の事ではあるがマクスウェルの方程式を静磁近似の下で解いて磁界を計算しても同じ結果が得られるわけである。

§3. 一般的な配置での静磁近似解

Damon , Eshbach　は静磁波の電界成分は計算していない。それは静磁方程式の中には電界**E**は現われてこないからである。そこで第一近似として静磁

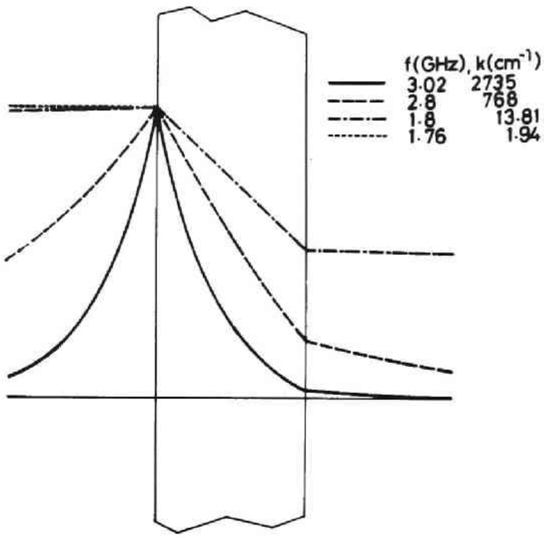


図 4. 6 H_y の厚み方向変化

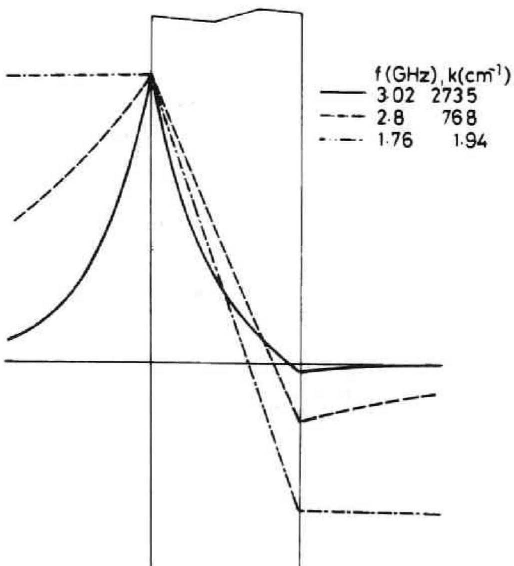


図 4. 7 E_z の厚み方向変化

方程式の解（$\mathbf{H}$の各成分）をマクスウェルのもう一つの方程式

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (4.16)$$

の右辺に代入して$\mathbf{E}$を計算するという方法により電界成分を求めようと考えるのは自然である。ところが（4.16）式だけからは$\mathbf{E}$を一意的に決める事ができないので何らかの条件を新たにつけ加えねばならない。幸い印加磁場と伝搬方向が垂直（試料面内で）であるこれまでの例においては式(4.12)～(4.14)のように電界成分も厳密に計算する事ができた。そして電磁界はTE波であるという特徴をもつ事が判明した。そこで式（4.16）につけ加えるべき条件として「TE波」という制約を選ぶ。かくして静磁近似解$\mathbf{H}$を用いて$\mathbf{E}$を計算する事ができ，その結果は厳密解に（4.10）の条件を与えたものに一致する事が示される。

そこで次に波動の伝搬方向をより一般化して試料面内で自由な方向をとるとしてみよう。この場合にも原理的には厳密解を求める事ができるが,(4.3)で与えられた波動方程式は4階の微分方程式となり解の導出は極めて面倒である。上の例で静磁近似解も厳密解も大差のない事が示され，電界の計算にはTE波という仮定を使えそうなので，そのような近似解法を用いる方がこの場合賢明であると思われる。以下にそのあらましを示そう。

試料の配置は前と同様にとり，直流磁場はz方向，波動ベクトルはyz面内にあるものとする。各電磁場成分はx方向には指数関係的な変化，y，z方向には正弦関数的な変化をするとしてよい。Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの領域で(4.5)，(4.7)(4.8)と同様な変化の解を仮定し，境界面における$\mathbf{B}$，$\mathbf{H}$の連続条件を与えると$\mathbf{H}$が求まるのは前と同じである。

次に（4.16）式とTE波の条件

$$E_y\cos\theta + E_z\sin\theta = 0 \qquad (4.17)$$

（θは$\mathbf{k}$とy軸のなす角）

を用いて$\mathbf{H}$から$\mathbf{E}$を計算する。その結果は以下の通りである。

領域Ⅰでは

$$H_x = -jk_x^e a X\Big|_{x=\frac{d}{2}} e^{-k_x^e\left(x-\frac{d}{2}\right)}$$

$$H_y = -k_y a X\Big|_{x=\frac{d}{2}} e^{-k_x^e (x-\frac{d}{2})}$$

$$H_z = -k_z a X\Big|_{x=\frac{d}{2}} e^{-k_x^e (x-\frac{d}{2})}$$

$$E_x = 0 \tag{4.18}$$

$$E_y = -j\omega\mu_0 a \sin\theta X\Big|_{x=\frac{d}{2}} e^{-k_x^e (x-\frac{d}{2})}$$

$$E_z = j\omega\mu_0 a \cos\theta X\Big|_{x=\frac{d}{2}} e^{-k_x^e (x-\frac{d}{2})}$$

領域Ⅱでは

$$H_x = jk_y S a Y \qquad E_x = e_0 \left[\kappa X + \nu S Y\right]$$

$$H_y = -a k_y X \qquad E_y = j e_0 \left[\nu X + (1+\kappa) S Y\right]$$

$$H_z = -a k_z X \qquad E_z = -j e_1 \left[\nu X + (1+\kappa) S Y\right]$$

領域Ⅲでは

$$H_x = jk_x^e a X\Big|_{x=-\frac{d}{2}} e^{k_x^e (x+\frac{d}{2})}$$

$$H_y = -k_y a X\Big|_{x=-\frac{d}{2}} e^{k_x^e (x+\frac{d}{2})} \tag{4.20}$$

$$H_z = -k_z a X\Big|_{x=-\frac{d}{2}} e^{k_x^e (x+\frac{d}{2})}$$

$$E_x = 0$$

$$E_y = j\omega\mu_0 a \sin\theta X \Big|_{x=-\frac{d}{2}} e^{k_x^e (x+\frac{d}{2})}$$

$$E_z = -j\omega\mu_0 a \cos\theta X \Big|_{x=-\frac{d}{2}} e^{k_x^e (x+\frac{d}{2})}$$

但し

$$X = \frac{-(1+\kappa)S\cosh\left[k_y S\left(x-\frac{d}{2}\right)\right]+(\nu+\sec\theta)\sinh\left[k_y S\left(x-\frac{d}{2}\right)\right]}{(1+\kappa)S\sinh\left[k_y S\frac{d}{2}\right]+(\nu+\sec\theta)\cosh\left[k_y S\frac{d}{2}\right]} \tag{4.21}$$

$$Y = \frac{-(1+\kappa)S\sinh\left[k_y S\left(x-\frac{d}{2}\right)\right]+(\nu+\sec\theta)\cosh\left[k_y S\left(x-\frac{d}{2}\right)\right]}{(1+\kappa)S\sinh\left[k_y S\frac{d}{2}\right]+(\nu+\sec\theta)\cosh\left[k_y S\frac{d}{2}\right]} \tag{4.22}$$

$$e_0 = \omega\mu_0 a \frac{k_y k_z}{k_y^2 + k_z^2} = \omega\mu_0 a \sin\theta\cos\theta \tag{4.23}$$

$$e_1 = \omega\mu_0 a \frac{k_y^2}{k_y^2 + k_z^2} = \omega\mu_0 a \cos^2\theta \tag{4.24}$$

$$k = (k_y^2 + k_z^2)^{\frac{1}{2}}$$

である。

式（4．18）～（4．20）までの電磁界成分，特に電界成分の近似の良さを確かめる事が必要である。何故なら磁界成分は

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = 0 \tag{4.25}$$

から計算され，電界成分はそれによって求まった$\mathbf{H}$を

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \tag{4.26}$$

の右辺に代入して計算されたが（4．25）式の右辺を0とおく事は電界成分を0とした事に等しく，上の2つの式は一見矛盾するからである。検証の手段として既に計算された分散関係から求められる群速度の方向と大きさが，ポインティングベクトルと内部エネルギーの商として求められるエネルギー伝送速度の方向・大きさと等しいかどうかを見る事にしよう。

yz面内に存在する二次元の波数ベクトルを

$$\mathbf{k} = k_y \mathbf{i}_y + k_z \mathbf{i}_z = k\cos\theta\, \mathbf{i}_y + k\sin\theta\, \mathbf{i}_z$$

と書けば分散関係式は

$$F(k_y, k_z, \omega) = F(\mathbf{k}, \theta, \omega) = 0 \qquad (4.27)$$

となる。

（4．27）の両辺を$\mathbf{k}$で微分すれば群速度ベクトルが求められる。

$$\mathbf{v}g = \nabla_k \omega = -\frac{\nabla_k F}{\partial F/\partial\omega} \qquad (4.28)$$

一方ポインティングベクトルは（4．18）～（4．20）の電磁界から計算される。(図4．8) 電磁界はx方向について$-\infty$から$+\infty$まで分布しているので運ばれるエネルギーの総量は時間平均値として次式によって表わされる。

$$\overline{\mathbf{S}} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)\,dx \qquad (4.29)$$

又内部エネルギーも同様に

$$\overline{U} = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} \left(\varepsilon\mathbf{E}\mathbf{E}^* + \frac{d(\omega\mu_{ij})}{d\omega} H_i^* H_j\right) dx \qquad (4.30)$$

とすれば良い。ここで磁化された強磁性体は磁気的に分散媒質なので内部エネルギー密度は通常の非分散媒質に対するものとは異なっている。(4．29）式を（4．30）式で除するとエネルギー伝送速度 $\mathbf{v}_{en}$ が得られ定義の上からそれは群速度に一致しなければならない。

厚さ10μmの試料について内部磁場200Oe，波数2/cm～2700/cm，$\theta = 0 \sim 60°$の範囲にわたって上記 $\mathbf{v}en$ と $\mathbf{v}g$ の大きさと方向を比較した所，

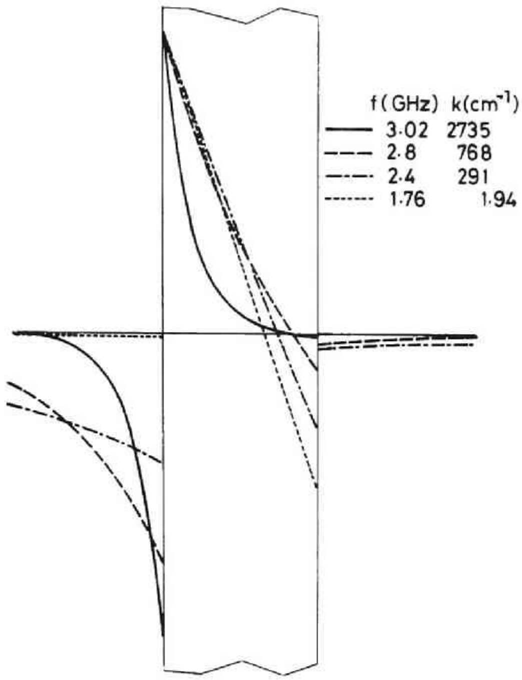


図 4. 8 ポインティングベクトルの厚み方向変化

有意の差は認められない事が判った。従って（4. 18）～（4. 20）に示されている電磁界成分は静磁波の電磁界として充分良い近似度を持つものと考える事ができる。

§ 4. Seshadri の構造

我々は専ら前述の Seshadri の構造について実験を行なったので，その場合に対しても電磁界を求めておく必要がある。図 4. 9のように磁性体の片面を金属でシールドした構造を伝搬する表面静磁波は非可逆性をもち FA 及び FM モードと名付けられることは§ 1 で述べた通りである。両モードの分散関係式は式（4. 2）で与えられ波動の性質の大部分はそれによって知ることができる。しかし電磁界の分布，波動のエネルギー等に関する情報はこれまでの解析と同じくマクスウェルの方程式にもどらなければ得ることができない。静磁近似の妥当性はもはや確かめられているのではじめからそれを用い，$x=0$ 及び d に

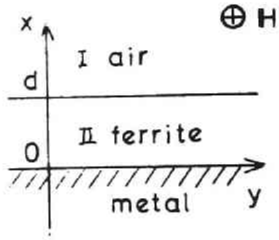


図 4. 9 解析すべき系

おける電界，磁界の接線成分に関する境界条件のもとでマクスウェルの方程式を解くと，領域Ⅰ，Ⅱについて次のように電磁界が計算される。

$$H_x = \frac{2(1+\kappa)}{2+\kappa+\nu s} A e^{-|k|x}$$

$$H_y = \frac{2(1+\kappa)}{2+\kappa+\nu s} j s A e^{-|k|x} \qquad (4.31)$$

$$E_z = \frac{\omega\mu_0}{k} \frac{2(1+\kappa)}{2+\kappa+\nu s} A e^{-|k|x}$$

$$H_x = A\left[e^{-|k|x} - \frac{1+\kappa-\nu s}{1+\kappa+\nu s} e^{|k|x}\right]$$

$$H_y = j s A\left[e^{-|k|x} + \frac{1+\kappa-\nu s}{1+\kappa+\nu s} e^{|k|x}\right] \qquad (4.32)$$

$$E_z = \frac{\omega\mu_0(1+\kappa-\nu s)}{k} A\left[e^{-|k|x} - e^{|k|x}\right]$$

ここにdは磁性体の厚さ，kはy方向への伝搬定数（静磁近似のもとではx方向への減衰率に等しい），sは波の進行方向を規定する記号で，＋y方向伝搬の時は＋1，－y方向の時は－1をとる。

なおポインティングエネルギーはこの構造でも厚み方向に一様でないので x＝0から∞まで積分したものをとる。

$$S = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int_{0}^{\infty} |\mathbf{E}\times\mathbf{H}^{*}|\,dx = -\frac{\omega\mu_{0}\,dA^{2}}{k}\;\frac{(1+\kappa-\nu s)(1+\kappa)}{1+\kappa+\nu s} \tag{4.33}$$

式（4.31）及び（4.32）で表わされる電磁界の大きさのx方向（厚み方向）への変化を図4.10～4.11に示す。各図において試料の $4\pi M_S$ は400Gauss試料厚さを1㎜とし，幅3㎜あたりの伝送電力1mwになるよう規格化してある。図4.10は両モードの波長が試料厚さのオーダーの場合で図4.11はそれに比べ波長が1/5の場合である。両図ともFAモードは実線で，FMモードは破線で表わしている。磁界強度はFAモードはx＝d，FMモードはx＝0で最大となっておりモードの命名とうまく一致しているが，電界強度はx＝0が金属壁なのでFMモードといえども0となる。波長が短くなれば両モードとも

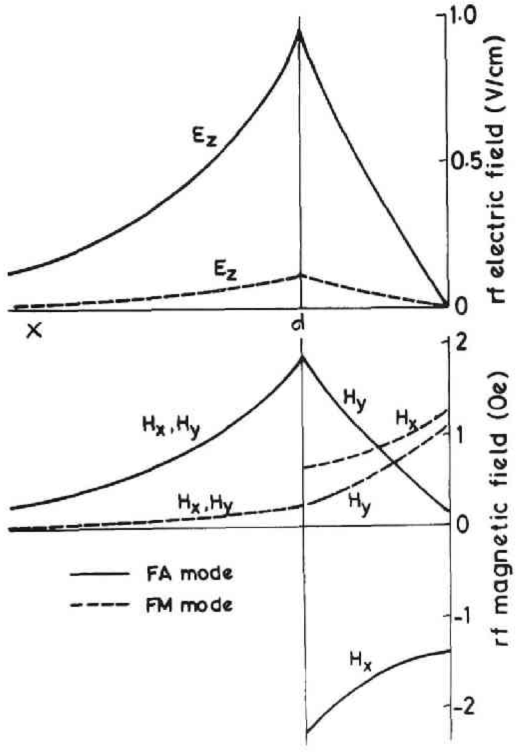


図4.10 電磁界分布
（波数 $k^{FA} = k^{FM} = 10/cm$）

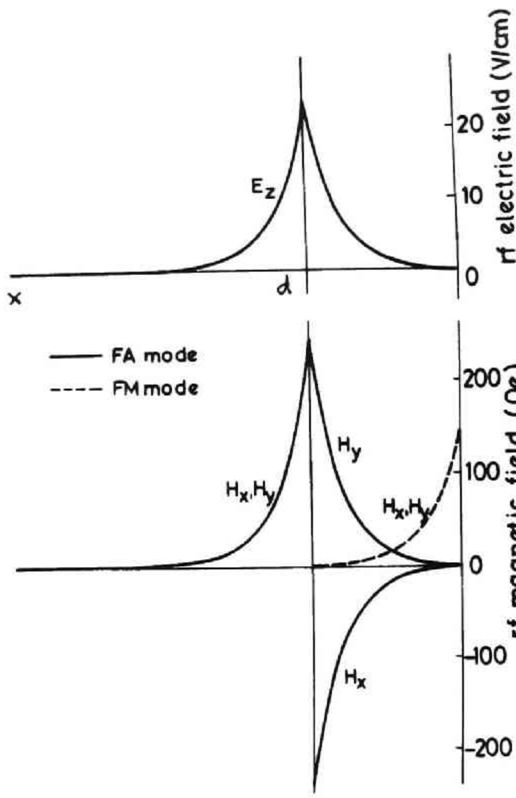


図 4. 11　電磁界分布
(波数 $k^{FA}=k^{FM}=50/cm$)

境界面への集中が激しくなりＦＡモードについてはほとんど $x=d$ 面について対称分布している事がわかる。即ち金属壁の影響はなくなってしまう。これはＦＡモードの分散曲線は波数の大きい領域でＤＥモード＊のそれに等しくなる事を予測させるもので事実式（4. 1）と（4. 2）の検討によりそれが明らかとなる。なお図 4. 1　の全域における E_z^{FM}, $x \geq d$ における H_x^{FM}, H_y^{FM} が描かれていないのはこのスケールでは識別不能な程度に 0 に近いためである。

＊脚註　図 4. 1のような系を y 方向に伝搬する表面磁波モードを初めて解析した Damon と Eshbach にちなんでＤＥモードと名付けることにする。

当然の事ながら H_y , E_z は各モードについて試料と真空との境界面で連続である。一方 H_x は試料面にできる高周波磁極の存在により面の両側で不連続である。又，試料と金属との境界面において H_x , H_y は有限な値を持つため金属面上に壁電流が流れる。それ故もし金属の導電率が有限であると渦電流損が生じ，FAモードとFMモードとで H_x , H_y が異なるので不完全導体を用いる事によって，両モードの伝搬損失に差をつくり，アイソレータ的作用を与える事ができる（§6参照）。

次に試料外部にできる高周波磁力線について考察しよう。式（4.31）によれば磁力線は直流磁場に垂直な面内に存在し，直流磁場方向に一様である。磁力線の方程式は

$$\frac{dx}{H_x}=\frac{dy}{H_y} \tag{4.34}$$

と書けるのでこれに（4.31）式を代入し得られた微分方程式を解くと

$$x=\frac{1}{k}\ \ln|\sin ky|+C \tag{4.35}$$

となる。$|H_x|^2+|H_y|^2\propto e^{-2|k|x}$ でyに依存しない事を考慮すればy方向への密度は常に一定であり，それから（4.35）式のCを適当に決めれば図4.12のようなxy面における磁力線の形状が得られる。

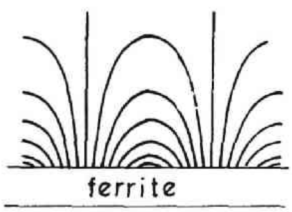


図4.12　磁力線の分布

高周波磁界を検出するためのプローブを作るにあたってこのような磁力線の分布を参考にすることができる。

§5. 電界・磁界の定在波

第1節の分散式（4.2）から明らかなようにFMモードの波数はFAモードの存在する全周波数領域にわたって小さく，そのため厚みの方向の減衰率も小さい。それゆえ試料の厚さが大きすぎない限り試料と真空の境界面までエネルギーがにじみ出してくるため，両者による定在波がその面上で観測可能となる。

試料の上面における電磁界の強さを前進波と反射波によって

$$\Psi = A\left[e^{-(\kappa^{+}+jk^{+})y} + Re^{(\kappa^{-}+jk^{-})y}\right] \qquad (4.36)$$

と表そう。κ^{+}, k^{+} は前進波の減衰定数および位相定数，κ^{-}, k^{-} は反射波のそれらである。Rは複素定数である。定在波の振幅はΨの絶対値で表されるが，最大最小の位置は $|\Psi|^2$についても同じであるから，それを計算すると

$$|\Psi|^2 = |A|^2\left[e^{-2\kappa^{+}y} + |R|^2 e^{2\kappa^{-}y} + 2|R|e^{(\kappa^{-}-\kappa^{+})y} \cdot \cos\{(k^{+}+k^{-})y+\theta\}\right] \qquad (4.37)$$

$$\theta = \tan^{-1}(R_i/R_r),\ R = R_r + jR_i$$

となる。κ^{+}, κ^{-} が小さければ最大最小は近似的に第3項のみによって 決まるから

最小値は $y = \dfrac{(2n+1)\pi-\theta}{k^{+}+k^{-}}$ のときに生じ

$$|\Psi| = |A| \times \left|e^{-\kappa^{+}y} - |R|e^{\kappa^{-}y}\right| \qquad (4.38a)$$

最大値は $y = \dfrac{2n\pi-\theta}{k^{+}+k^{-}}$ のときに生じ

$$|\Psi| = |A| \times \left|e^{-\kappa^{+}y} + |R|e^{\kappa^{-}y}\right| \qquad (4.38b)$$

となる。定在波の波長は隣り合う極値間の距離として与えられ

$$\lambda = \frac{2\pi}{k^{+}+k^{-}} \qquad (4.39)$$

となるが，H_0 が＋z方向を向いている場合k^{+} 及びk^{-} はそれぞれFA, FMモードの波数に等しいことを考えれば

$$k^{+} \gg k^{-} \tag{4.40}$$

であるから式（4.39）は

$$\lambda = \frac{2\pi}{k^{+}} = \frac{2\pi}{k^{FA}} \tag{4.41}$$

としてよい。従って試料の下側に金属を装着した場合には上側の面上でＦＡモードの波長にほぼ等しい波長をもつ定在波が観測されるはずである。これは入射波と反射波の波数が等しい通常の線路（例えば中空導波管）における定在波（$\lambda = \pi / k$）との大きな相違である。

§ 6. 電磁界の非可逆な減衰

図4.13のようにフェライトの上に置かれた導体の導電率が有限の場合は§４に述べた如く，±ｙ方向に伝搬するモードは異なった減衰を受ける。DeWamesらは図のような構造での静磁波の減衰特性を既に解析しているが，[98] 分散関係式をｋ：実数，ω：複素数で解いているので不都合であり，それらを逆にして解くべきであるという点と，彼等は減衰の非可逆性は全然検討していないという点によって我々は次のような解析を行なった。又ここで用いられる解析法は第８章におけるものと類似でありそこで半導体中のキャリアー速度を０としたものと結果は一致するのであるが，関心の所在の差に従ってこの章で説明する事にする。

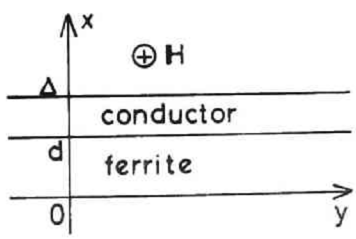


図４．１３　解析するフェライト－導体系

図のような系を±y方向に伝搬する表面静磁波の分散関係は

$$\begin{vmatrix} \kappa+\nu s & 2+\kappa-\nu s \\ (2+\kappa+\nu s-R)e^{fd} & (\kappa+\nu s+R)e^{-fd} \end{vmatrix} = 0 \qquad (4.42)$$

で与えられる。ここに

$$R = \frac{(\varepsilon_M^2-1)\tanh fdr\,\varepsilon_M}{\varepsilon_M^2 \tanh fdr\,\varepsilon_M + \varepsilon_M} \qquad (4.43)$$

$$\varepsilon_M^2 = 1 + 2jt^2\Omega/(fd)^2 \;,\quad s = f/k_y \;,\quad k_s s = \beta + j\alpha$$

$$t = d/\delta m \;,\quad r = \triangle/d \;,\quad \delta m^2 = 2/(\mu_0\sigma\cdot\gamma 4\pi M)$$

$$\Omega = \omega/\gamma 4\pi M$$

δmはフェライトの飽和磁化に対応する角周波数における表皮厚さ，kyはy方向への波数，fはフェライト中のx方向への減衰定数で静磁近似の下では

$$ky^2 = f^2$$

である。上のように置くことによってεm，Rの中に含まれる全変量は正規化され無次元の量となっている。なおsは±1なる値をとり＋1はy軸の正方向，－1は負方向への伝搬を意味する。

分散関係式（4.42）を電子計算機によって解き，減衰定数αを諸パラメーターについて図示すると図4.14及び15のようになる。Ω_Hは$H/\ 4\pi M$に等しく，正規化された内部磁場である。図の中でFALと名付けられたモードはyの負方向に伝搬するモードでs＝－1に対応する。これは損失のある(Lossy)FAモードという意味で命名した。一方FSDモード，FSMモードはyの正方向に伝搬しs＝1である。前者はフェライト－半導体境界を伝搬するDEモード的なもの，後者は同境界を伝搬するFMモード的なものという意味である。s＝1の場合，導電率が小さい時にはFSDモード，大きい時にはFSMモードの方が損失が小さく，σの大小に応じて低損失の方をとらねばならない。この事情は第8章§7(i)に説明されている。図の曲線のうち点線で表わしたものは$\alpha>\beta$となるものであり，物理的にはあまり意味がない。

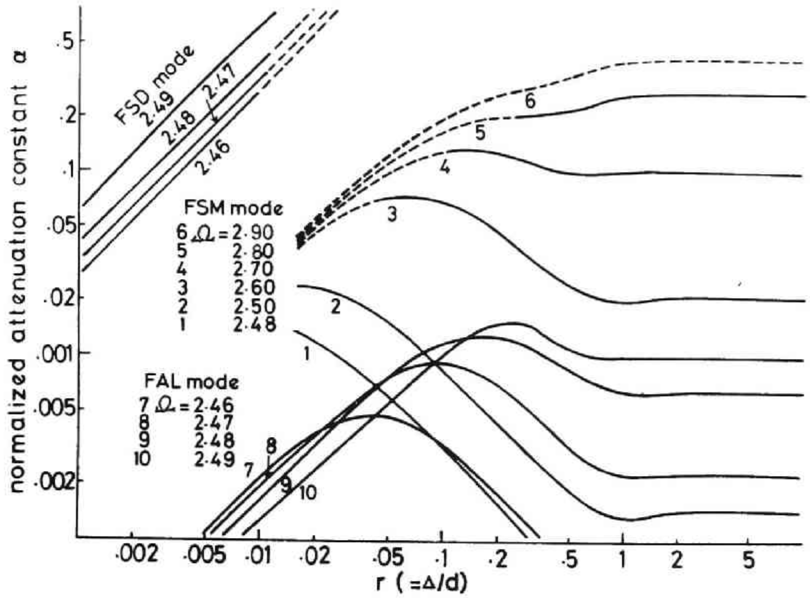


図 4. 1 4　減衰定数 α の r 依存性

$(\Omega_H = 2 \quad t = 1)$

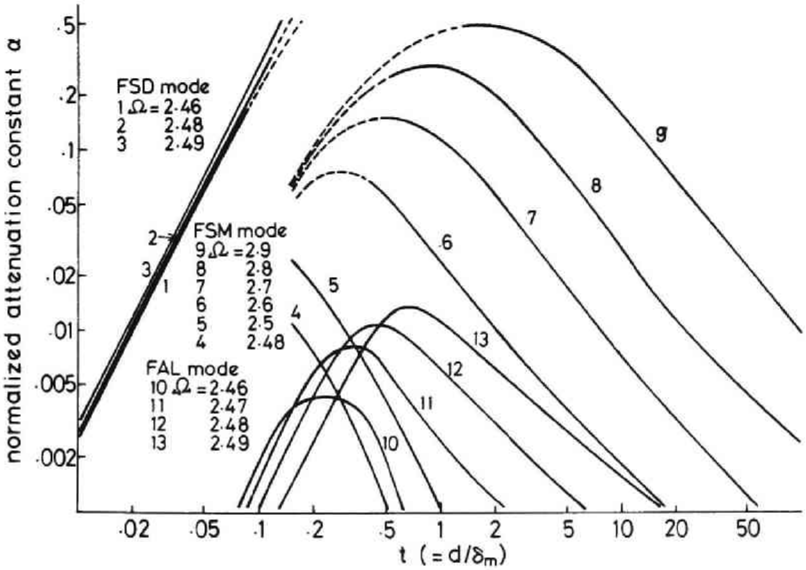


図 4. 1 5　減衰定数 α の t 依存性

$(\Omega_H = 2 \quad r = 1)$

図4.14及び15はどちらかといえばαの大きな場合を表わしており，アイソレータとして用いるには順方向（s＝－1）の減衰量も大きすぎて使いものにならない。例えば図の正規化減衰率$\alpha=0.01$はフェライトの厚さが0.2㎜の場合4.3dB/㎝の減衰量となる。αの小なる場合は $fsr\ll 1$，$\alpha\ll\beta$なる仮定の下で式（4.42）からαの解析的な表現が得られる。これはFAL及びFSDモードに対するものである。

$$\alpha \simeq -\frac{t^2 r}{2\beta}\,\frac{\omega\left[\omega^2-\omega_0(\omega_0+\omega_m)\right]}{\omega_0+\frac{\omega_m}{2}-s\omega} \tag{4.44}$$

この式のt^2rは定義により$\sigma\triangle$に比例するのでσ及び$\triangle$の小さな領域では減衰量はそれらに比例する事がわかる。図4.14の $r\lesssim 0.01$，図4.15の $t\lesssim 0.1$の領域は丁度上の仮定の満たされる領域となっており，式（4.44）が成り立っていることがわかる。

1例として$4\pi Ms=400G$，$d=0.2$㎜，$\sigma=0.57\times10^4$℧/m，$\triangle=1\mu m$，$Ho=800Oe$，$\omega/2\pi=2.755GHz$ とすると順方向損失0.16dB/㎝，逆方向損失14.5dB/㎝を得る。

第5章　プローブによる伝搬特性の測定

§1.　まえがき

Daman, Eschbach による分散関係式の導出によって波動の伝搬特性の大部分は予測されるところとなったが，それが実験的に確かめられたのはパルス伝搬及び共鳴吸収法によってであった。前者はマイクロ波信号を非常に短い時間幅例えば0.1 μS にパルス変調して試料に加え，その伝搬時間を測定するものである。図4.1又は4.2　の分散曲線から予期されるように，直流磁場によって伝搬時間が任意に制御でき，磁場と周波数が一定の関係を満たすとき（例えばFAモードでは$\omega=\gamma(H+2\pi M)$）には伝搬時間は限りなく大きくすることができる。実際 Brundle, Freedman[84] の報告はそういった実験結果を示しているが理論的予測と定量的にはあまりよく一致しない。この理由はいくつか考えられるが最大のものは内部直流磁場の非一様性にあると思われる。又この方法のもう一つの欠点は波動の分散性によってパルス波形が歪んでしまい，伝搬時間が大きくなるほどその正確な決定が難しくなる事である。

この欠点を持たないものとして後者の方法即ち共鳴吸収法が広く用いられている。これは既に第Ⅰ部「円柱状試料中の磁気波」においてもしばしば用いたものであって簡単に言えば，無変調のマイクロ波信号を直接試料に加え，印加磁場又は信号周波数を変えながら反射又は透過信号に生ずる磁気共鳴吸収を観測するものである。極めて簡単な装置で相当精度の高いデータが得られる利点を持っているが矢張り媒質の非一様性があると得られたデータはその平均値になってしまい各点における波動の様子がよくわからないことになる。

筆者によって行なわれたプローブによる電磁界測定法は試料表面におけるそれらの分布を直接測定するので特に非一様媒質における波動の波長変化，存在領域などを知るのに好都合である。もちろん伝搬速度などはこの方法では知ることができないという欠陥ももっているので，前記の方法とあわせて用いれば波動の伝搬特性を総合的に観測することができよう。そこでこの章では金属基板上にのせられたYIGの表面に生ずるFA及びFMモードによる定在波を測定することによって非一様内部磁場における表面静磁波の伝搬特性を実験的に明らかにし，理論と対応づけたいと思う。

§ 2　測定装置

測定系は大きくわけて電磁界の検出部（プローブ），プローブの駆動部（マウント），及び増幅記録部の３つから成る。増幅記録部には特に目新しい工夫をこらしているわけではないので図5.1に全体のブロック図を示して説明にかえる。

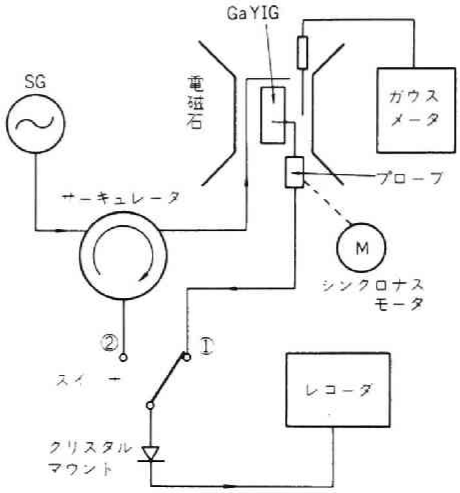
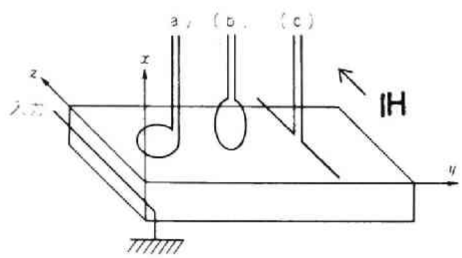


図5.1　測定系のブロック図

（i）電磁界検出用プローブ

希望する電磁界成分のみを検出する事と，被測定物に過度のじょう乱を与えない事が必要条件である。静磁波は H_x，H_y，E_z の３つの成分を持つので，それらを独立に検出するため図5.2のようなプローブを製作した。



（a）H_x 検出用（b）H_y 検出用（c）E_z 検出用

図5.2　座標系のとり方と励振・受信の方法

図5.2のように座標軸をとったとき，（a）はループ面を垂直に横切る磁界，即ちH_xを，（b）も同じくループ面に垂直な磁界H_yを，（c）は試料面に平行な部分によってE_zを検出するものと考えられる。しかし（a）は工作の難しさと，構造上H_y成分をも若干検出してしまうため良好な結果が得られず，以後（b），（c）による測定結果のみを示すことにする。各プローブに用いた細線の直径は0.15㎜，（c）の試料面に平行な部分の全長は8㎜，（b），（c）とも試料面からプローブ下端までの距離は約0.3㎜，引出し部の2線間間隔は0.3㎜である。なお各プローブとも引出し線の一方はできるだけ短く（全長3㎝くらい）して接地し，もう一端を同軸線でクリスタルマウントに導く，測定の前に図5.1のスイッチを②側にたおし，プローブを動かしても反射波に影響が現れない事を確かめてある。

（ii）試料マウント及びプローブの駆動機構

試料は飽和磁化400G，1.0×3.0×10.0㎜の板状GaYIGを用いた。マウントは図5.3に示すとおりである。励振はストリップ線路形のアンテナによっており，励振効率をよくするためテーパー状にしている。試料に接する部分は検出用プローブと同じ直径0.15㎜の細線を用いてある。プローブは2次元的に動かす事が可能であり，両方ともネジを用いてプローブの固定された真ちゅうブロックを押す事による。横方向（図5.2ではz方向）は半固定で手動であり，縦方向はシンクロナスモータで駆動する。測定の手順は次のとおりである。まず試料横方向のある位置にプローブを固定して縦方向にモータでスイープする。そしてそれに合わせてXYレコーダのX軸バイアス用つまみを

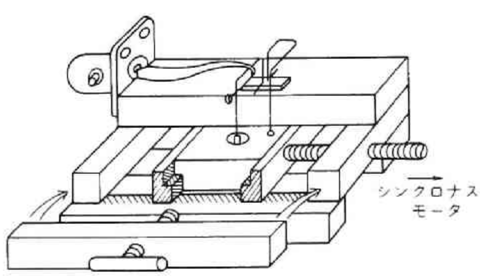


図5.3　試料マウント及びプローブの駆動機構

（斜線は摺動部分を意味する）

別のシンクロナスモータで動かし，Y軸にはプローブからの整流出力を入れればレコーダ上にGaYIG表面上の電磁界分布が自動的に描かれる。2次元的な分布が知りたければ，横方向にプローブを少しずらして同じことを必要なだけ繰返せばよい。なお，入射電力は－10dBm 以下におさえて測定を行ったのでプローブに検出される電力はμWオーダであり，ダイオードの2乗特性の範囲内に十分納まっていたため，レコーダ上の縦軸の値は電磁界の2乗に比例する量が記されたと考えられる。

§3. 電磁界の位相差

表面静磁波のもつ電磁界 H_x H_y E_zのうちここでH_yの作る定在波とE_zのつくるそれとの位相差について説明しよう。簡単のため伝搬損は無視する事にすれば波数kは実数である。静磁波の電界・磁界は周知のように磁気ポテンシャルによって完全に記述される。

$$\Psi = \Psi^{+} + \Psi^{-} = A\left(e^{-|k^{+}|x - jk^{+}y} + Re^{-|k^{-}|x + jk^{-}y}\right) \tag{5.1}$$

このとき，

$$H_y = -\frac{\partial \Psi^{+}}{\partial y} - \frac{\partial \Psi^{-}}{\partial y}$$

$$= A\left[jk^{+}e^{-|k^{+}|x - jk^{+}y} - jk^{-}Re^{-|k^{-}|x + jk^{-}y}\right) \tag{5.2}$$

$$E_z = -\frac{\omega\mu_0}{|k^{+}|}\frac{\partial \Psi^{+}}{\partial x} - \frac{\omega\mu_0}{|k^{-}|}\frac{\partial \Psi^{-}}{\partial x}$$

$$= \omega\mu_0 A\left(e^{-|k^{+}|x - jk^{+}y} + Re^{-|k^{-}|x + jky}\right) \tag{5.3}$$

となる。真空との境界面x＝dでの値について考える事にして，前進波のそこでの値をそれぞれH_{yd}，E_{zd}とおけば

$$H_y = H_{yd}\left(e^{-jk^{+}y} - Re^{jk^{-}y}\right) \tag{5.4}$$

$$E_z = E_{zd}\left(e^{-jk^{+}y} + Re^{jk^{-}y}\right) \tag{5.5}$$

従って

$$|H_y|^2 = |H_{yd}|^2 \{1 + |R|^2 - 2|R| \cos[(k^+ + k^-)_y + \theta]\} \tag{5.6}$$

$$|E_z|^2 = |E_{zd}|^2 \{1 + |R|^2 + 2|R| \cos[(k^+ + k^-)_y + \theta]\} \tag{5.7}$$

を得る。これは $|H_y|$ の極大（小）値と $|E_z|$ の極小（大）値が同じyにおいて起る事を示すものであり，中空導波管線路のＴＥ波と全く同じ関係である。

試料面に垂直に立てたループ状のプローブは H_y を検出し，試料面に平行な線状プローブは E_z を検出するためのものであるが，それぞれを用いてとったデータを図５．４に示す。上の解析のとおりy方向について定在波の位相が丁度逆になっていることが分かる。従って逆にそれぞれのアンテナが期待どおりの役割を果している事が証明されたと考えて良かろう。

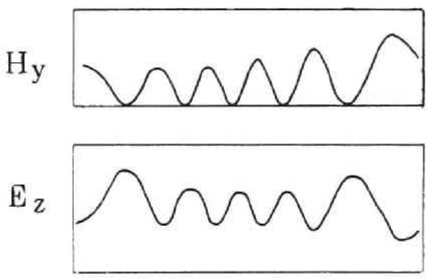


図５．４　試料中心軸上での
H_y と E_z の定在波
（He＝６１６Oe　）

§４.　周回共鳴と定在波

図５．２のような配置で試料端から励振すると，ＦＡモードが励起され右方へ伝搬して行き右端で反射される。その際ＦＡ→ＦＭへとモード変換され，帰りはＦＭモードで左側に伝搬し励振端で再び反射されてＦＡモードに変わるが，そのときの位相が元の位相と２πの整数倍だけ異なっていれば共鳴が起る。図４．３から明らかなように内部磁場 H_0 の変化によって分散曲線が変わり，周波数を一定にしておいたとき波数ｋが変化するので，印加磁場のさまざまな値に

おいて共鳴が起ることはよく知られている。共鳴の条件式は

$$\int_{o}^{L} [k^{FA}(y)+k^{FM}(y)]\,dy = 2n\pi \qquad (5.8)$$

で与えられる。内部磁場,従って波数はy方向に変化するので条件式は積分で表現されている。内部磁場の分布は付録3に計算法が示されている。それによればx，y，z 3方向ともに変化するのであるがx方向には極めて変化が少いので無視することにし，y z方向への分布だけを図5. 5に示す。

(a) H_oのくら形分布

(b) H_oの等高線

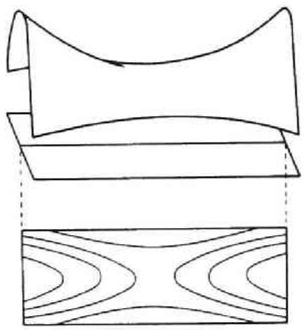


図5. 5　内部磁場H_oのy z面上での分布

一方，定在波の波長は式(4. 4 1)で与えられており，波数kがyの関数であれば式(4. 4 1)は次のように書き直される。

$$\frac{1}{2\pi}[k^{FA}(y)+k^{FM}(y)] = \frac{1}{\lambda(y)} \qquad (5.9)$$

この式を試料の全長0からLまで積分してみると，結局式(5. 8)のモード数nというのは式(5. 9)から得られる定在波の数

$$\int_{o}^{L} \frac{dy}{\lambda(y)}$$

に等しい事が分かる。この関係を実験的に確かめるために次のような手順をふ

む。

まず図5.1のスイッチを②側にたおし，レコーダのX軸にホール素子からの出力を入れ印加磁場 H_e を変えていくと図5.6のような共鳴吸収曲線が得られる。一方分散関係式（4.2）でωを一定に保ってkをH_0の関数として解き，

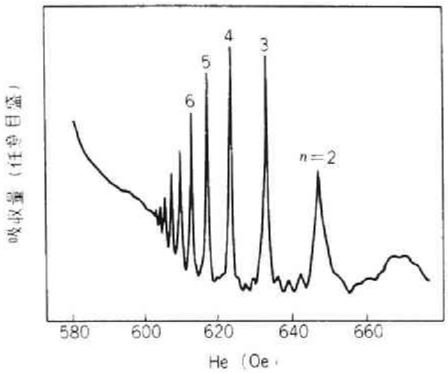


図5.6　表面静磁波の共鳴吸収

（$f=2.5GH_z$，$4\pi M_s=400G$）

更にH_0のy依存性を考慮すれば H_e をパラメータとしてFA及びFMモードそれぞれに対するkがyの関数として求まる。これを式（5.8）に代入すればnが H_e の関数として表現される事になる。[91] それと図5.6を比較すれば各共鳴ピークに対してモードnが決定され，図5.6のピークに記した値となる。他方，それぞれのピークを与える印加磁場において試料表面上の電界 E_z を測定してみると図5.7のような結果が得られ，共鳴のモード数とy方向への定在波の数が一致する事が実験的に検証される。

§4　幅方向の定在数

試料がz軸方向に無限に広がっていればその方向への電磁界分布は一様となるはずであるが，現実には一定の幅Wをもっているのでその方向にも定在波が観測されることになる。その上直流内部磁場が図5.5のように幅方向にも分布をもっている事が問題を複雑にする。

そこでまずz方向内部磁場が一様と仮定して考えてみよう。もし側面が金属によって完全におおわれていれば(図(5.8))その境界値問題は容易に解くことが

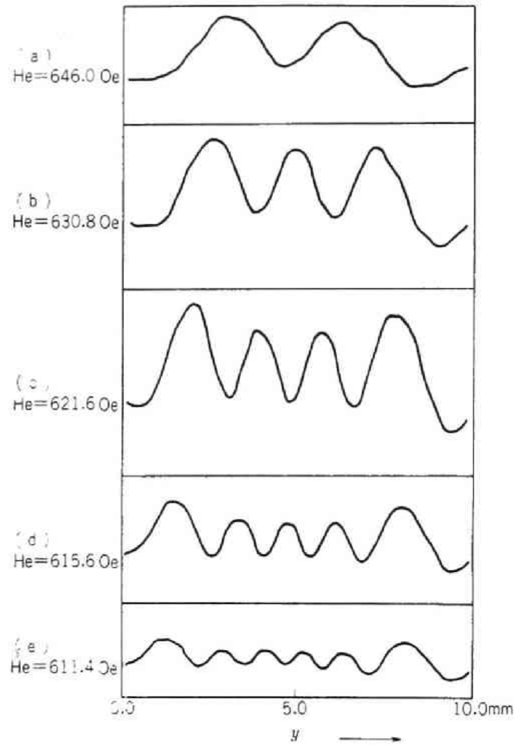


図5.7　高周波電界 E_z の y 方向分布
（$f=2.5\,\mathrm{GH_z}$，$4\pi M_S=400\mathrm{G}$）

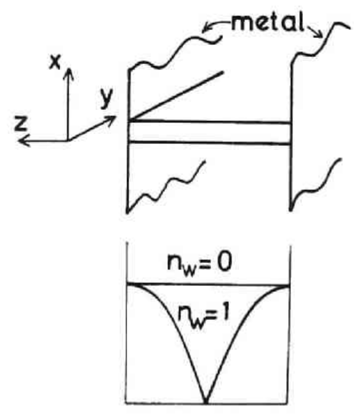


図5.8 側面が金属でおおわれた構造での
H_y の定在波

でき z 軸方向に図のような H_y の定在波を持つモードが励振[89]される。図に示したものは最低次及び次の高次モードである。しかし側面が真空の場合は境界値問題を解析的に解く事は不可能である。直観により，図5. 8のように金属でおおった場合とは逆の境界条件が側面で成り立つものと考えると図 5. 9のような磁界定在波がたつ事になる。しかし理論的にいずれかをとるべき根拠はない。

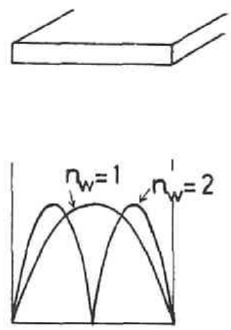


図 5. 9 側面が開放の構造での
H_y の定在波

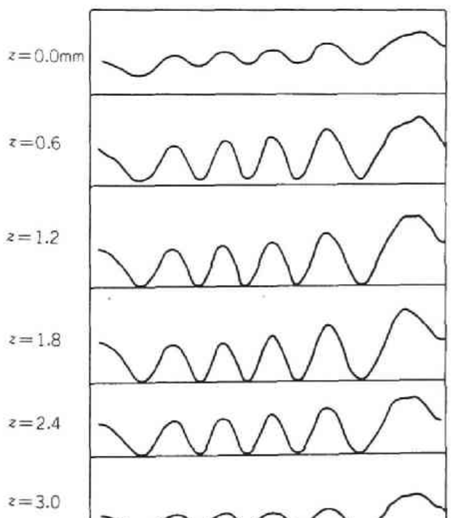


図 5. 1 0 H_y の y z 方向分布
(f = 2. 5 GHz , H_e = 616 Oe)

試料面上のどの点でもＦＡモードがカットオフにならぬよう印加磁場を十分大きくとったときの高周波磁界 H_y の２次元的分布の一例を図５．１０に示す。これによると幅方向の分布は一様（定在波数０）であるとも，図５．９のように定在波が１つたっているとも断定し難い。ここにはデータを掲げないが印加磁場をより大きく又は小さくしたとき縦方向の定在波の数はそれぞれより少なく又は多くなる。図５．１０も含めて３者を比較してみると，定在波の数の多い（印加磁場の小さい）場合ほど横方向に定在波がはっきりと１つたつようになる。更に磁場を小さくしてＦＡモードを縦方向にカットオフさせたとき，図５．１２のように横方向にも試料の有限な部分にしか定在波が存在しなくなる事を考えれば，側面が開放された試料において側面で定在波振幅が０になる事があっても，それはＦＡモードの横方向でのカットオフによるものであると考えられる。

§５. ＦＭモードカットオフ時の電磁界分布

まず初めに図５．２の $z=W/2$（中心線）上の分布について考えてみよう。内部磁場が変化すれば分散曲線もそれに応じて変化する事は既に述べた。信号周波数を固定しておくとＦＡモードの存在範囲は内部磁場のある上下限の間に限られる。それぞれを H_{10}, H_{20} とすれば

$$H_{10}=\frac{\omega}{\gamma}-2\pi M_s\ ,\ H_{20}=\sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2+(2\pi M_s)^2}-2\pi M_s \tag{5.10}$$

なる事が式（４．２）から直ちに分かる。そして解の存在する範囲で考えれば，H_0 が小さいほどｋが大きい，すなわち波長が短くなるはずである。それを実験的に示すものが図５．６，５．７及び図５．１０であり，特に図５．７（ｅ）は試料の端よりも中央部で内部磁場 H_0 が小さくなることに対応して定在波の波長（ＦＡモードの波長）が小さくなっていく事をよく表している。

印加磁場を図５．６の共鳴吸収曲線のカットオフ値より小さくするとどうなるであろうか。印加磁場の方向をｚの負方向にとった場合図５．１１(ａ)のような定在波が得られる。これはループ状のプローブによって H_y を観測したものであるが，励振アンテナとは反対側に定在波が生じている。印加磁場が－ｚ方向のとき，まずＦＭモードが励振されそれが右端で反射されてＦＡモードに変換される。この信号は左方へ伝搬していくが，試料中央部ではＦＡモードはカッ

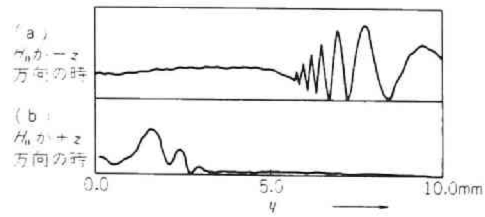


図5.11　FAモードカットオフ時のH_y分布
(f＝2.5GHz，H_e＝596Oe)

トオフであるため再びそこで反射され右方へFMモードで伝搬する。このようにして信号は試料の右側にとじこめられた形となるわけである。図5.11（a）で定在波の存在しない領域にもH_yを検出しているのは左から右へ進行するFMモードである。次に印加磁場を逆にzの正方向に変えると図5.11（b）のような分布が観測される。これは初めにFAモードが励振され伝搬途中にカットオフされて励振側にFMモードでもどる事による定在波である。（a）とはちがって当然右側には電磁界は検出されない。

次に図5.11（a）を2次元的に拡張してみよう。§2 (ii)で述べたように少し(0.3㎜) ずつプローブをz軸方向にずらしながらH_yを測定し，その結果を厚紙にはり付け切りぬいてはり合わせたものを図5.12に示す。図5.5においてH_0＝一定の平面でH_0のくら形分布を切ったときできる図形（図5.5（b））の内側にだけH_yの定在波（すなわちFAモード）が存在する事が明

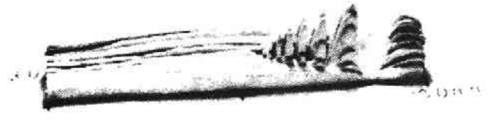


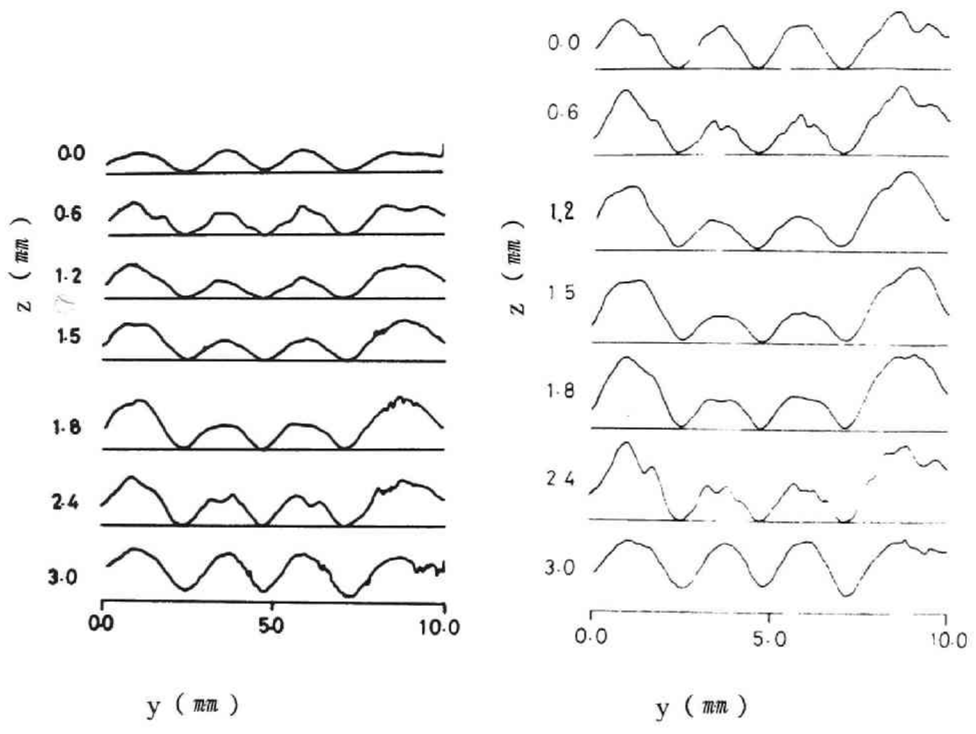
図5.12　FAモードカットオフ時のH_yの
yz面内における分布
(f＝2.5 GH_z，H_e＝598 Oe)

らかに見てとれる。その他の特徴，例えば定在波比が z ＝W／２付近（中心線上）で最大となりそれから外れると小さくなること，FMモードの振幅が z ＝０から z ＝Wに向かって増大する事などの理由については検討中である。

§６. モード分離

ここでいうモードとは試料の幅方向に立つ定在波がいくつあるかによって識別されるものを指す。§４で述べたように側面が開放された試料における基本モードは幅方向の定在波数を n_w として n_w＝０と１の間である。

しかし図５.１３（ａ）に示す測定結果によると n_wはほゞ０に近い。このよ

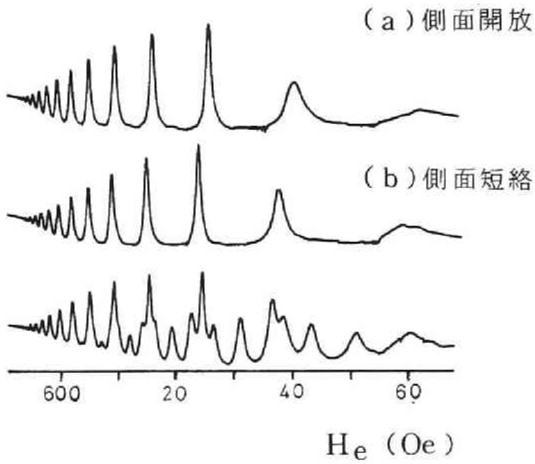


（ａ）側面開放時の H_y の分布
（ｆ＝２．５GHｚ，Hｅ＝６２５Oe）

（ｂ）側面短絡時の H_y の分布
（ｆ＝２．５GHｚ，Hｅ＝６２３Oe）

図５．１３　H_y のｙｚ面における分布

うな差は n_L（長手方向の定在波数）の違い，又は励振アンテナの少しの違いによって生ずるもので実験技術上制御することの難しいものである。そこで少くとも理論的には $n_W=0$ なる最低次モードをもつ側面短絡の場合をここではとり上げる事にする。（図5.8参照）。図5.13（b）にはこの側面短絡のデータを示す。測定用のプローブを試料面上すみからすみまで動かすために図5.8に示したような意味で完全に短絡させる事はできず，試料の側面だけに金属をあてるという不充分な構造で実験を行なった。開放短絡の両者とも $n_W\simeq0$ を示しているので両者の共鳴吸収をとってみると図5.14のように短絡の場合の方が少し吸収曲線が低磁場側に寄って，開放の時よりも n_W が減るという事に対応している。



（c）非一様励振による共鳴吸収

図5.14　共鳴吸収

（f＝2.5GHz）

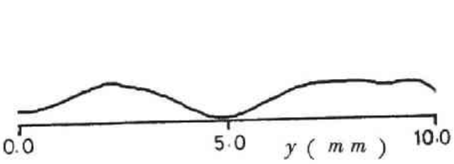
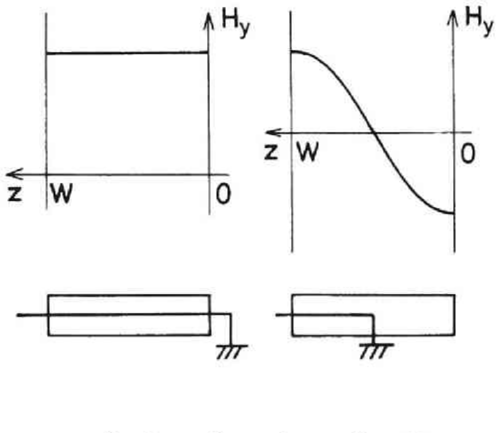


図5.15　図5.14（b）において $H_e=660$ Oe での H_y の y 方向分布

次に図5.14（b）の一番高磁場側のピーク H_e＝660Oe において H_y の試料中心線上での分布をプローブで測定してみると図5.15のように2つの山が見られる。これは H_e＝660Oe のピークが n_L＝2の共鳴を起していることを意味する。

以上の準備ののち，図5.16のように2種類の励振法を試みてみる（a）は上で行なった一様励振でアンテナ電磁界の分布から n_W＝0の最低次モードが励振される。（b）では $n_W \simeq 0$ と1の両モードが励振されるはずである。事実共鳴吸収曲線を示すと図5.14（c）のように n_W＝0のピークに加えて間隔の狭い新しいピーク群が現われていることがわかる。その1つ H_e＝651Oe において H_y の試料面上分布を測定したものが図5.17である。これは（n_W，n_L）＝（0，2）と（1，6）の2つのモードが混在したものであると結論できる。その根拠は次の通りである。（1，6）モードは図5.16（b）に示されるように $z=\frac{W}{2}$ なる中心線上では振幅が0となるはずである。測定結果においても z＝1.5㎜において（0，2）モードだけになってその両脇で高次モードの重畳が見られる。n_W＝0と1のモードが同時に励振されるとき，$0<z<\frac{W}{2}$ において n_W＝1のモードが0のモードと逆相で励振されるとすれば $\frac{W}{2}<z<W$ において n_W＝1のモードは同相で励振されるはずである。その結果 $z=\frac{W}{2}$ を



（a）一様　（b）非一様

図5.16　励振アンテナの形状と励振されるモードの H_y の z 方向分布

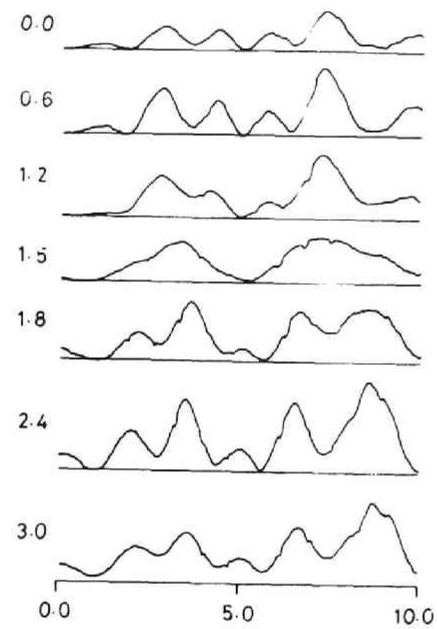


図 5. 1 7　非一様励振時のH_yの分布
(f = 2. 5 GHz , H_e = 6 5 1 Oe)

境として山と谷が逆転するべきであるという理論的予測が図 5. 1 7 で証明されている。以上により表面静磁波についてもアンテナの形状を適当に選ぶことによってある程度励振モードの制御が可能である事を明らかにした。

第6章　エネルギービームの収束・発散

§ 1.　まえがき

この章において用いられる幾何光学近似が適用できるための条件は，波長λが取り扱っている系の特徴を表わす長さℓにくらべて十分小さい事である。光学においては一般にそのような条件の満たされる事が多く，この方法がすべての写像器具製作の基礎となっている。この近似法は数学的に見れば変係数の微分方程式を解く手法の一つであって，量子力学におけるWKB法とも深いかゝわりを持っている。

幾何光学近似の対象を広げて非均質な媒質中を伝搬する波動一般とすれば，その一つとして磁気弾性波をとり上げる事ができる。Auldらは磁化された柱状磁性体を伝搬する磁気弾性波の波長がミクロンオーダーであって試料の大きさに比べて極めて小さいことに着目し，これを無限に大きい媒質中を伝搬する平面波として幾何光学近似を適用した[32)~35)]。その結果，直流磁場が柱状試料の長手方向に加えられていればエネルギービームは十分よく収束するのに反し，それに垂直に加えられると発散してしまうために伝搬損失が増加する事が明らかにされた。

磁気波がマイクロ波回路素子に応用される可能性の点から言えば，最近は上のようなバルク波よりも表面波が強い注目をあびている。LPE法によって作られたYIG薄膜を利用して遅延等化器や任意の分散性をもった遅延素子を作ろうとする試みもその一例である。それらの系で用いられる表面静磁波の波長は大体薄膜の厚さ程度なので，膜厚が薄いほど直流内部磁場の変化が小さい事とあいまってこの場合にも幾何光学近似適用の条件が満たされると考えられる。

しかしこの方法は我々の知る限りでは，常に局所的に平面波と考えられる波動についてのみ適用されてきたので，表面波モードにもそれが適用可能であることを明らかにする必要がある。そこでこの章では，非均一磁場中を伝搬する表面静磁波に幾何光学近似を適用する手順と適用の範囲又は近似の程度などを十分に検討し，その後計算機解析によって得られた伝搬特性を明らかにする。そして最後にその特性が上記のマイクロ波回路素子として応用においていかなる意味をもつのか考える。

§ 2　問題の設定

図6. 1のように有限な大きさの薄膜を伝搬する表面静磁波を扱う。薄膜とはいえ試料の端付近では大きな変化率と大きな絶対値をもつ反磁場が存在するので，図の斜線で示された領域（端からそれぞれ５％幅）は考察の対象外とする。

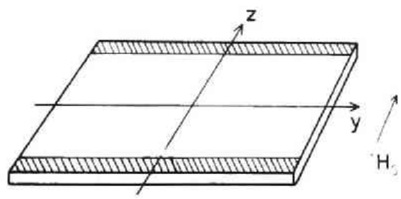


図 6. 1 考察する試料の形状と座標系

一様な外部磁場がｚ方向に加えられた時の試料表面における反磁場Hdを0. 01 × 10 × 5（mm）のＹＩＧ薄膜について計算してみると，Hdxが他のHdy, Hdz に比べて格段に小さい事がわかる。従って以後の考察ではｘ方向の直流磁場は無視する。Hdy についても試料隅以外では Hdz より一桁程度小さいので一応無視できるものとして議論を進めるがこの問題はのちに再び検討する。

さて静磁波を記述する方程式は

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{h} = 0 \tag{6.1}$$

$$\mathrm{div}(\mathbf{h} + 4\pi\mathbf{m}) = 0 \tag{6.2}$$

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\gamma(\mathbf{M}+\mathbf{m}) \times (\mathbf{H}+\mathbf{h}) \tag{6.3}$$

であるが，式(6. 3）から

$$4\pi\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \kappa & j\nu & 0 \\ -j\nu & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{h} = [\chi]\mathbf{h} \tag{6.4}$$

なる関係が得られるのでこれと式（6. 1）から得られる

$$\mathbf{h} = -\mathrm{grad}\ \phi \tag{6.5}$$

を考慮しつつ式（6. 2）を変形すれば

$$\nabla^2 \phi + \mathrm{div}\,[\chi]\,\mathrm{grad}\,\phi = 0 \tag{6. 6}$$

となる。但し〔χ〕の各成分は

$$\kappa = \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}, \qquad \nu = \frac{\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{6. 7}$$

$$\omega_0 = \gamma H, \quad \omega_m = \gamma 4\pi M$$

で与えられる。以上の式で電磁界の交流量は小文字，直流量は大文字で示した。又試料の内部磁場は印加磁場と反磁場の和で表わされるものとする。

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_d \tag{6. 8}$$

試料が無限に大きい時は〔χ〕は定数となるがここではHは反磁場のために y z 依存性をもつので，式（6. 6）第2項の演算を実行すると，

$$\nabla^2 \phi + \kappa \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial \kappa}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \kappa}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial y} + j\frac{\partial \nu}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$- j\frac{\partial \nu}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \tag{6. 9}$$

なる関係が得られる。ここで次の仮定を行なう。

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \gg \dfrac{\partial \kappa}{\partial x}\dfrac{\partial \phi}{\partial x}, \dfrac{\partial \kappa}{\partial y}\dfrac{\partial \phi}{\partial y} \\ \qquad\qquad\qquad\quad \dfrac{\partial \nu}{\partial x}\dfrac{\partial \phi}{\partial y}, \dfrac{\partial \nu}{\partial y}\dfrac{\partial \phi}{\partial x} \end{array}}$$

（仮定 I）

この仮定は「波数にくらべてκ，νの変化率が十分小さい」こと，大ざっぱに言えば「内部磁場の変化率が十分小さい」ことを要求している。これによって式（6. 9）は一様磁界中の静磁波の方程式と同じになる。

$$\nabla^2\phi+\kappa\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right)=0 \tag{6.10}$$

但し，κ はx，y，zの関数である事に注意しなければならない。又試料外部においては従来通り次のラプラスの方程式が成り立つ。

$$\nabla^2\phi=0 \tag{6.11}$$

次に式（6.10）を満足する解として次のものを考える。

$$\phi=e^{-j\phi(y,z)-\gamma(y,z)x} \tag{6.12}$$

これを式（6.10）に代入すれば

$$(1+\kappa)(\gamma^2-\phi_y^2+\gamma_y^2x^2-\gamma_{yy}x-j\phi_{yy}+2j\phi_y\gamma_y x)\phi+$$

$$(-\phi_z^2+\gamma_z^2x^2-\gamma_{zz}x-j\phi_{zz}+2j\phi_z\gamma_z x)\phi=0 \tag{6.13}$$

なる関係が得られる。各量につけたサフィックスはその方向への微分を意味する。ここで次の第2の仮定を行う。

$$\boxed{\begin{array}{ll}\gamma^2,\ \phi_y^2,\ \phi_z^2 \gg & \gamma_y^2x^2,\ \gamma_{yy}x,\ \phi_{yy},\ \phi_y\gamma_y x\\ & \gamma_z^2x^2,\ \gamma_{zz}x,\ \phi_{zz},\ \phi_z\gamma_z x\end{array}}$$

（仮定Ⅱ）

これは「波数の絶対値にくらべてその変化率が十分小さい」ことをいっている。これも矢張り内部磁場の変化率が十分小さければ満たされるはずのものである。これによって式（6.13）は矢張り一様磁界中の関係式

$$(1+\kappa)(\gamma^2-\phi_y^2)-\phi_z^2=0 \tag{6.14}$$

を与える。真空中に対しても同様に

$$\phi=e^{-j\phi(y,z)-f(y,z)x} \tag{6.15}$$

なる解を仮定してこれを式（6.11）に代入すれば

$$\boxed{\begin{array}{l} f^2, \phi_y^2, \phi_Z^2 \gg f_y^2 x^2,\ f_{yy}x,\ \phi_{yy},\ \phi_y f_y x \\ \qquad\qquad\qquad f_Z^2 x^2,\ f_{ZZ}x,\ \phi_{ZZ},\ \phi_Z f_Z x \end{array}}$$

（仮定Ⅱ′）

のもとで次式が得られる。

$$f^2 - \phi_y^2 - \phi_Z^2 = 0 \tag{6.16}$$

以上によって図6.1の試料上面よりも上側，試料中，試料下面より下側の各領域における磁気ポテンシャルを

$$\begin{aligned} \phi_{\mathrm{I}} &= A e^{-j\phi - fx} \\ \phi_{\mathrm{II}} &= (B e^{-\gamma x} + C e^{\gamma x})\, e^{-j\phi} \\ \phi_{\mathrm{III}} &= D e^{-j\phi + fx} \end{aligned} \tag{6.17}$$

とおくことにする。ここで試料上面 x＝a において

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{\mathrm{I}}}{\partial x} &= \frac{\partial \phi_{\mathrm{II}}}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_{\mathrm{I}}}{\partial x} &= (1+\kappa)\frac{\partial \phi_{\mathrm{II}}}{\partial x} + j\nu \frac{\partial \phi_{\mathrm{II}}}{\partial y} \end{aligned} \tag{6.18}$$

なる境界条件がみたされなければならない。これらに式（6.17）を代入すると，

$$\begin{aligned} (j\phi_y + f_y x)\, e^{-fa} A &= (j\phi_y + \gamma_y x)\, e^{-\gamma a} B + (j\phi_y - \gamma_y x) e^{-\gamma a} C \\ f e^{-fa} A &= (1+\kappa)(\gamma e^{-\gamma a} B - \gamma e^{\gamma a} C) + j\nu \left[(j\phi_y + \gamma_y x)\, e^{-\gamma a} B \right. \\ &\qquad \left. + (j\phi_y - \gamma_y x)\, e^{\gamma a} C \right] \end{aligned} \tag{6.19}$$

となる。仮定Ⅱ，Ⅱ′を用いるとこれらの式は

$$e^{-fa} A - e^{-\gamma a} B - e^{\gamma a} C = 0$$

$$fe^{-fa}A-[(1+\kappa)\gamma-\nu\phi_y]e^{-\gamma a}B+[(1+\kappa)\gamma+\nu\phi_y]e^{\gamma a}C$$
$$=0 \qquad (6.20)$$

と簡単化される。同時に試料下面 $x=-a$ においても

$$e^{\gamma a}B+e^{-\gamma a}C-e^{-fa}D=0$$
$$[-(1+\kappa)\gamma+\nu\phi_y]e^{\gamma a}B+[(1+\kappa)\gamma+\nu\phi_y]e^{-\gamma a}C-$$
$$fe^{-\gamma a}D=0 \qquad (6.21)$$

が成立せねばならないので，結局式（6.20)(6.21) のＡＢＣＤに関する行列式を0に等しいとおくことによって

$$f^2+(1+\kappa)^2\gamma^2-\nu^2\phi_y^2+2(1+\kappa)f\gamma\coth 2\gamma a=0 \qquad (6.22)$$

なる方程式が得られる。ここに f ，γ は夫々式（6.14)，(6.16）に与えられていて，ϕ_y，ϕ_z で表わされる量である。式（6.22）においてもし $\phi_y\rightarrow k_y$，$\phi_z\rightarrow k_z$ とおけばこの式は一様磁界における表面静磁波の分散関係式そのものであるが，ここでは独立変数 y ，z に対する従属変数 ϕ の一階非線型偏微分方程式となっている。これを解くことによって波動のふるまいを知るためには先ほどの仮定Ⅰ，Ⅱ，Ⅱ′が満たされていなければならない。我々は「式（6.22）を解いて得られた解を用いて仮定Ⅰ，Ⅱ，Ⅱ′の諸量を計算し，たしかに仮定が満たされている事を示す」という方法をとる事にする。（§5参照）

これまで内部磁場は z 方向成分しか存在しないとしてきた。しかし前述のように少くとも試料の4隅近傍では y 方向成分もかなり大きな値をもっているので，式（6.3）の $\mathbf{H}$ には H_z だけでなく H_y をも含めて考えねばならない。そうすると式（6.4）の $\mathbf{m}$ と $\mathbf{h}$ の関係を表わす〔χ〕テンソルは3×3個の成分すべてが有限な値をもち以下の議論とりわけ仮定Ⅰ，Ⅱ，Ⅱ′に表われる各項が極度に複雑なものとなって見通しが悪い。しかし $Hz=Ho+Hdz$，$Hy=Hdy$ であって $Ho\gg Hdz$，Hdy という関係が成り立っているので内部磁場はほとんど完全に z 方向を向いていると考えてよい。〔χ〕テンソルのもともと0であった成分はそれゆえ現実には非常に小さな値しか持たないため，仮定

Ⅰ，Ⅱ，Ⅱ′はH_yを考慮した場合にもそのまゝの形が保たれるとして差しつかえない。しかし微分方程式はH_yを考慮に入れて書き下すことにすると次のようになる。

$$\left[2\left(\omega_0{}^2-\omega^2\right)+\omega_0\omega_m\right] f^2+\omega_m\left(\omega_0+\omega_m\right)\left(\phi_y \sin\theta-\phi_z \cos\theta\right)^2$$
$$+2\left(\omega_0{}^2-\omega^2+\omega_0\omega_m\right) f\gamma \coth 2\gamma a=0 \qquad (6.23)$$

但し，

$$f^2=\phi_y{}^2+\phi_z{}^2 \qquad (6.24)$$

$$\gamma^2=\frac{\left(\omega_0{}^2-\omega^2\right)\left(\phi_y{}^2+\phi_z{}^2\right)+\omega_0\omega_m\left(\phi_y \sin\theta-\phi_z \cos\theta\right)^2}{\omega_0{}^2+\omega_0\omega_m-\omega^2} \qquad (6.25)$$

ここにθはy軸と**H**のなす角でありほゞ90°に近い。次節以下ではこの方程式（6.23）に基いて解析を行う。

§3. 電算機による解法

前節の式（6.12），（6.15）に用いた$\phi(y, z)$なる量は光学において「アイコナール」とよばれるものである。そしてその微分ϕ_y，ϕ_zが局所的な波数に対応する。偏微分方程式（6.23）を

$$\Omega\left(y, z, \phi_y, \phi_z\right)=0 \qquad (6.26)$$

と略記しよう。これをそのまゝ解くかわりに

$$\frac{dy}{\dfrac{\partial\Omega}{\partial\phi_y}}=\frac{dz}{\dfrac{\partial\Omega}{\partial\phi_z}}=-\frac{d\phi_y}{\dfrac{\partial\Omega}{\partial y}}=-\frac{d\phi_z}{\dfrac{\partial\Omega}{\partial z}} \qquad (6.27)$$

なる「特性方程式」を扱うという方法がふつうとられる。ここで更に独立変数として変数τを導入して式（6.27）を次のように書き直すことができる。

$$\frac{d\mathbf{r}}{d\tau}=\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{p}}, \quad \frac{d\mathbf{p}}{d\tau}=-\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{r}} \qquad (6.28)$$

$$\mathbf{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{p}} \Big/ \frac{\partial \Omega}{\partial \omega} \qquad (6.30)$$

となる。

但し，
$$\mathbf{r} = y\,\mathbf{i} + z\,\mathbf{j}\ ,\quad \mathbf{p} = \phi_y\,\mathbf{i} + \phi_z\,\mathbf{j}$$

$\mathbf{i}$,$\mathbf{j}$はｙ，ｚ方向の単位ベクトル

式（6.28）は波動力学において「正準方程式」とよばれる。

一方式（6.26）においてｙ，ｚ，ϕ_y，ϕ_z，ω を変数と考え，それらで微分すれば次式が得られる。

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{p}} \cdot d\mathbf{p} + \frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} + \frac{\partial \Omega}{\partial \omega} d\omega = 0 \qquad (6.29)$$

そして $\mathbf{v}g$ の定義と式（6.28）によればｄ$\mathbf{r}$は$\partial\Omega/\partial\mathbf{p}$と同方向を向いているから，式（6.30）によって群速度 $\mathbf{v}g$ の向きとｄ$\mathbf{r}$の向きは等しいことになる。即ち$\mathbf{r}$の軌跡を求めればそれがエネルギー流を表わすことがわかる。

さて$\mathbf{r}$，$\mathbf{p}$は式（6.28）を積分して

$$\mathbf{r} = \int_0^{\tau} \frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{p}}\, d\tau \qquad (6.31)$$

$$-\mathbf{p} = \int_0^{\tau} \frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{r}}\, d\tau \qquad (6.32)$$

で与えられるわけであるが，以下式（6.28）を用いて電算機により遂次解曲線を追いかけていく方法について述べる。（図6.2）

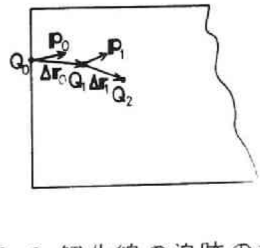


図6.2 解曲線の追跡の方法

（1）表面静磁波の励振は細線又はストリップ線アンテナを長方形試料の一辺に平行において行なわれる。励振交流磁界はアンテナの長さ方向に垂直であるから，座標軸を図6. 1のようにとってアンテナをz軸に平行に配置すれば，ϕ_zの初期値は0とする事ができる。

（2）図2のQ_0における内部磁場の値はわかっているので$\phi_z=0$と式（23）からϕ_yが求まる。パラメータ$\triangle\tau$の値を適切に選び式（6. 28 a）によって$\triangle y$，$\triangle z$を知る。（$\mathbf{p}_0$，$\triangle\mathbf{r}_0$がわかる）

（3）式（6. 28b）にQ_0における$\mathbf{r}_0$，$\mathbf{p}_0$を代入して$\triangle\mathbf{p}_0$を求める。そして　$\mathbf{p}_1=\mathbf{p}_0+\triangle\mathbf{p}_0$　によってQ_1における$\mathbf{p}_1$が知られる。一方　$\mathbf{r}=\mathbf{r}_0+\triangle\mathbf{r}_0$によって$Q_1$の座標がわかるので$\mathbf{r}_1$,$\mathbf{p}_1$を式（6. 28）に代入する事によって$\triangle\mathbf{r}_1$を得る。

（4）以下同様にして$\mathbf{r}_n$,$\mathbf{p}_n$を求める事ができる。$\mathbf{r}$をたどって行けばエネルギービームの軌跡となる。

$$\mathbf{r}_{n+1}=\mathbf{r}_n+\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{p}}(\mathbf{p}_n,\mathbf{r}_n)\triangle\tau \qquad (6.33)$$

$$\mathbf{p}_{n+1}=\mathbf{p}_n-\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{r}}(\mathbf{p}_n,\mathbf{r}_n)\triangle\tau \qquad (6.34)$$

又，アイコナールϕは式（6. 28 a）を用いて

$$\phi=\int_C\nabla\phi\cdot d\mathbf{r}=\int_C\mathbf{p}\cdot d\mathbf{r}=\int_0^\tau\mathbf{p}\cdot\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{p}}d\tau \qquad (6.35)$$

なる積分によって得られる。但しCはビーム軌跡に沿う線積分を表わす。式（6. 31），（6. 32），（6. 35）で得られた（$y(\tau)$，$z(\tau)$，$\phi_y(\tau)$，$\phi_z(\tau)$，$\phi(\tau)$）の組は方程式（6. 26）の「特性帯」とよばれる。又（$y(\tau)$，$z(\tau)$，$\phi(\tau)$）は「特性曲線」であり，我々の知りたいエネルギービーム軌跡は「特性曲線」のyz平面への射影に他ならない。

次に試料表面のある点から出発したエネルギービームの群遅延時間は式（6. 28），（6. 30）を用いて

$$T=\int_C\frac{dr}{|\mathbf{v}_g|}=\int_C\frac{dr}{|d\mathbf{r}/d\tau|/|\partial\Omega/\partial\omega|}=\int_0^\tau\left|\frac{\partial\Omega}{\partial\omega}\right|d\tau \qquad (6.36)$$

となるので，これも電算機を用いて逐次積分を行えば知られる。積分のきざみ幅△τについては付録4で検討する。

§4. ビームの軌跡

第2節でも用いた0.01×10×5㎜の長方形ＹＩＧ薄膜を例にとり上げよう。励振は図1において試料の左端にz軸と平行に置かれた細線アンテナによって行うものとし，周波数は特に断らぬ限り，3.6 GHz とする。又印加磁場は500Oeに固定しておく。

図6.3は上の諸定数について zs ≧ 0,ys ＝－5.0㎜ の各点から出発したビームがどのような軌跡を描いて他端に到達するかを示したものである。出発点 zs ＜0のビームは全くそれと対称的な軌跡を描くので省いた。この図で特徴的なのは，zs ≃ 0のビームは比較的まっすぐ進むが｜zs｜の大きいビームほど激しく波打つことである。これは試料端ほど内部磁場変化が大きいことによって**p**の変化従って**r**の変化が大きくなると考えれば説明される（式(6.33)(6.34)参照)

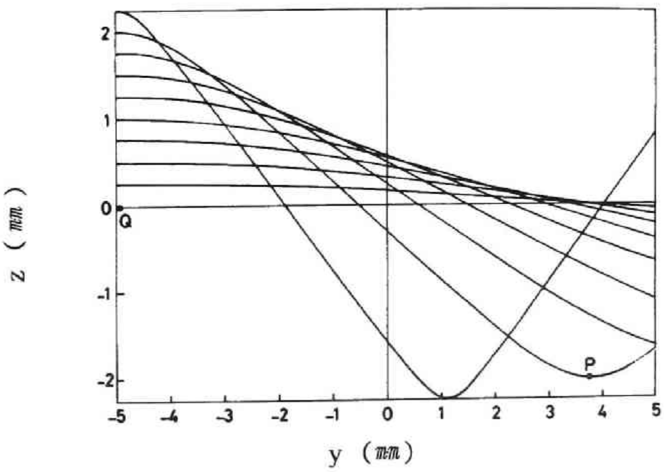


図6.3 y＝－5.0㎜から出発した
エネルギービームの軌跡

(試料の大きさ；0.01×10×5㎜，
He＝500Oe（以下同）
周波数 3.6 GHz ）

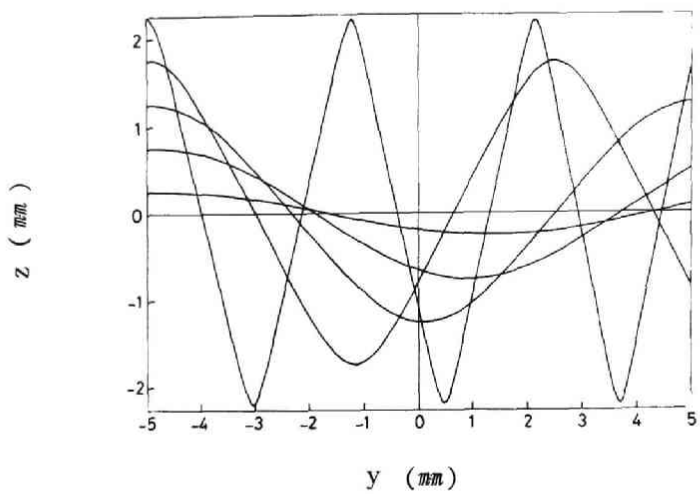


図6.4 励振周波数を3.8 GHzとした場合のビーム軌跡

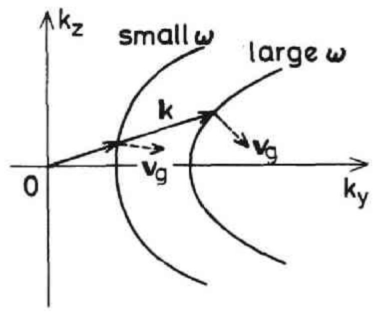


図6.5 波数平面における波数ベクトルと群速度の関係

図6.4は励振周波数を3.8GHz とした場合を示す。これを見ると周波数が上るほどビームは激しく波打ちながら進行する事がわかる。直流磁場をz方向にとった時の分散関係式をω一定として k_y，k_z 面上に投影すると図6.5のようになることが知られている[86]。式（6.30）によればこの面上で波数ベクトルと分散曲線の交点においてその曲線の接線に垂直な方向が群速度の方向である。そうすればωが大なるほど **k** と $\mathbf{v_g}$ のなす角が大きくなりエネルギービームの

偏倚の大きくなることが図から理解できよう。

図6.3，6.4 を通じてビームは出発点のz座標を振幅としてz方向に振動し，それより収束も発散もしない事に気づく。その性質は出発点の座標（y，zとも），周波数、内部磁場の変化のしかたなどによらず保存される。

図6.6は出発点のy座標 y_S を試料端から順次内側へもっていった場合を示す。$|z_S| \leq 2.0$ ㎜の各場合についても同様なので省略した。$y_S = -5$，-4，-3 ㎜に対するビーム軌跡がすべて同じ形であって単に1㎜ずつ平行移動したものとなっているのは不思議である。なぜなら内部磁場はy及びz軸対称性をもつものの，上のような3本のビームに対しては当然異なった磁場の値を経験させるはずであって，それによってビームの形は異なってきそうだからである。この理由は検討中である。

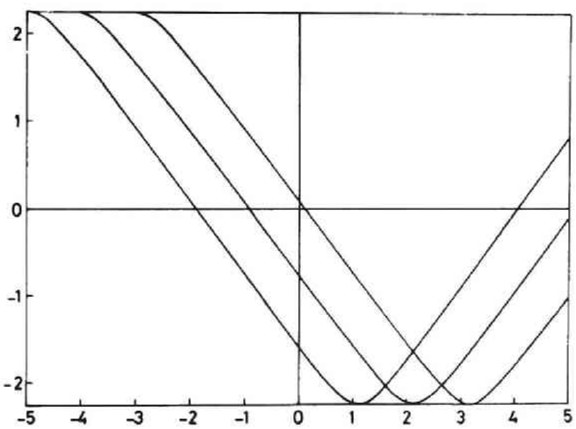


図6.6 ビーム出発点をy方向に変えた場合の軌跡

励振アンテナが必ずしもz軸に平行にならず少しの傾きをもって取りつけられた時の影響を図6.7に示した。この図では傾きを4°にとっている。この程度の傾きであっても図6.3に比べビーム軌跡はかなり大きくずれることがわかる。ビーム軌跡は当然予想されるように進行の途中で最初の zs より大きなzをもつが，z方向に一定の振幅をもって振動するという特徴はかわらない。

ビーム軌跡の最後に，仮想的ではあるが H_z がy及びz方向に2次関数的に変化する場合を図6.8に示そう。仮定された内部磁場変化は次のようなものである。

$$H_Z = 498 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 - 6\left(\frac{z}{25}\right)^2 \ (\mathrm{Oe}) \qquad (6.37)$$

ビームはすべて一つの焦点に集まり磁性体があたかも収差のない凸レンズの働きをしていることがわかる。

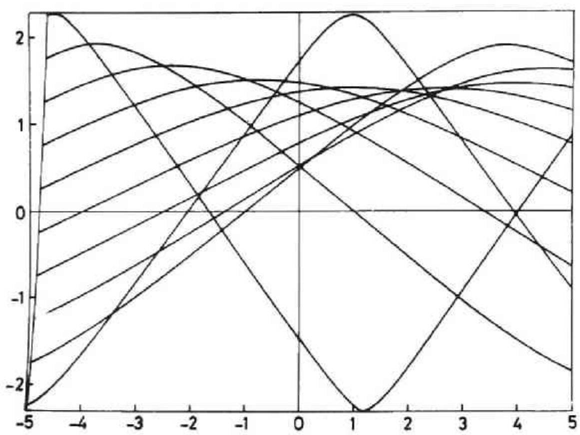


図 6.7 励振アンテナが 4°傾いた場合の軌跡

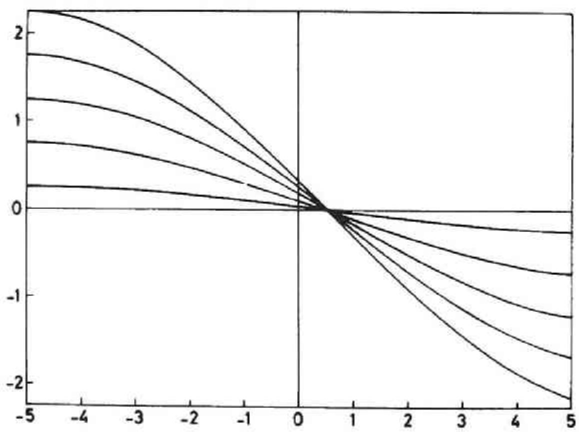
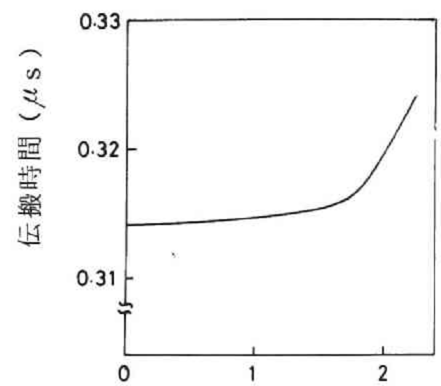


図 6.8 内部磁場分布が 2 次関数となる場合の軌跡

このように内部磁場分布によってビームが色々にふれながら進行していくことによってどのような効果が生ずるであろうか。前述のようにアンテナを正しく配置すれば発散することは起らないので，それによる損失は考えなくともよい。しかし図6.8のように一点に収束するとその点でのエネルギー密度が高くなることによって非線形効果が生ずるであろう。普通の使用ではこれは避けるべきことであろうが，リミッター，相関器などもともと非線形効果を利用する使用法に対しては収束効果は積極的な意味を持つだろう。

ここでビームを振らせる原因について考えてみよう。式(6.28.b)から明らかなようにもし磁場がz依存性をもたなければ $d\phi_z/d\tau$ は0となり，初期条件が $\phi_z=0$ であるから ϕ_z は常に0となる。そうすれば図5において $\mathbf{k}$ ベクトルは常にy方向成分しかなく，$\mathbf{V}\mathbf{g}$ もそれによってy方向成分しかもたなくなるのですべてのビームはy軸に沿って直進する事が説明される。従って内部磁場のz方向依存性の有無がビームのz方向への振動を左右する。

次に，出発点のz座標 z_S によって伝搬経路が大幅に異なるのであるから当然それぞれの伝搬時間も異なるであろうと想像される。その様子を描いたのが図6.9である。パラメータは図6.3と同じものを用いている。端から出発したビームほど伝搬時間が大きく z_S に対して一定でないため遅延ひずみの原因になると思われる。これを避けるためにはビームがあまり激しく振動せぬように内部磁場を整形するか又は試料の端部（図6.1の斜線部分）を少し広くとり，



出発点のz座標 z_S (mm)

図6.9 異なったビームに対する伝搬時間の違い

その部分に金属膜の蒸着などを行なって表面静磁波が励振されぬようにする方法が考えられる。例えば試料の約 $^2/_3$ だけ用いるようにシールドをすれば伝搬時間の差は約２ｎｓつまり０．６％以下になる。

§ 5. 仮定Ⅰ，Ⅱ，Ⅱ′の有効性

仮定は内部磁場の変化率が大きな点において最も破れ易いので図６．３のＰ点において計算を行う。仮定Ⅱ，Ⅱ′の不等式左辺の量はすべてが右辺の各量より大きくなければならないのではなく，いずれかが大きければよいという事を意味している。各量の計算はＰ点を通るビーム軌跡の出発点と微小量だけ異なる z_S から出発したビームを両側にとり，Ｐ点の近傍において各量の変化分の比をとる事による。

仮定Ⅰは式（６．１２）を用いて次のような計算を予め行うことによって簡単化される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -(j\phi_y + \gamma_y x)\phi \quad \text{etc.}$$

これらに仮定Ⅱ，Ⅱ′が既に満たされているものとしてそれを用いると仮定Ⅰは次のようになる。

$$\gamma^2, \phi_y{}^2 \gg \frac{\partial \kappa}{\partial x}\gamma, \frac{\partial \kappa}{\partial y}\phi_y, \frac{\partial \nu}{\partial x}\phi_y, \frac{\partial \nu}{\partial y}\gamma$$

以上によりＰ点において仮定Ⅰ，Ⅱ，Ⅱ′で大きい事を要求されている量を上段に，小さかるべき量が下段になるよう次の表に示してある。ϕ_{zz} の若干大きいのが目立つがそれとても $\phi_y{}^2$ にくらべて２ケタ以上小さいので仮定の満足されている事は明らかである。

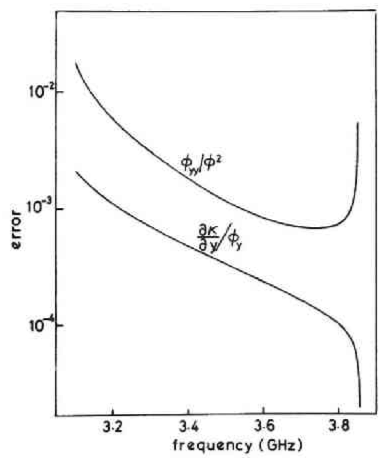
さて定性的に考えてみると前述のように仮定Ⅰ，Ⅱ，Ⅱ′はすべて内部磁場変化が小さいほどよく満たされる事は明らかであるが，周波数に対しては仮定Ⅰは高ければ高いほどよいのに対し，仮定Ⅱ，Ⅱ′は高すぎても低すぎてもよくない。なぜなら仮定Ⅰにおいて左辺の γ，ϕ_y は周波数とともに限りなく大きくなるのに対し，右辺の $\partial\kappa/\partial x$　$\partial\kappa/\partial y$ などは一定だからである。それに反して仮定Ⅱ，Ⅱ′においては低周波では左辺の ϕ_y，γ などが小さくなってしまうし，

γ^2	f^2	$\phi_y{}^2$	$\phi_z{}^2$
3.8×10^3	3.8×10^3	3.8×10^3	4×10^0

$\dfrac{\partial\kappa}{\partial x}\gamma$	$\dfrac{\partial\kappa}{\partial y}\phi_y$	$\dfrac{\partial\nu}{\partial x}\phi_y$	$\dfrac{\partial\nu}{\partial y}\gamma$
2.1×10^{-1}	1.7×10^{-3}	1.5×10^{-1}	1.1×10^{-3}

$\gamma_y{}^2 x^2$	$\gamma_{yy} x$	ϕ_{yy}	$\phi_y\gamma_y x$	$\phi_y f_y x$
2.2×10^{-5}	2.4×10^{-2}	5.9×10^{-1}	2.9×10^{-1}	4.0×10^{-1}
$\gamma_z{}^2 x^2$	$\gamma_{zz} x$	ϕ_{zz}	$\phi_z\gamma_z x$	$\phi_z f_z x$
1.6×10^{-3}	5.1×10^{-1}	1.6×10^1	1.2×10^{-1}	4.9×10^{-2}

$f_y{}^2 x^2$	$f_{yy} x$	$f_z{}^2 x^2$	$f_{zz} x$
4.2×10^{-5}	8.0×10^{-4}	3.1×10^{-4}	6.4×10^{-1}



励振周波数（GHｚ）

図6．10　仮定Ⅰ，Ⅱの周波数依存性

高周波（カットオフ近傍）では右辺の ϕ_{yy} などがいくらでも大きくなる。その様子を知るため図6．3のQ点を一例として仮定Ⅰを調べるための（$\partial\kappa/\partial y$）/$\phi_y$ と仮定Ⅱを調べるための $\phi_{yy}/\phi_y{}^2$ を周波数の関数として計算してみた。（図6．10参照）この図によれば上で述べた傾向がはっきりと表われている。

第7章　線電流源による励振

§1.　まえがき

円柱状又は板状誘電体などの開放系における電磁波の励振問題については古来多くの研究がなされており，フーリエ変換を用いて電磁界を積分表示し，鞍部点法によって積分を実行するという方法が広く使われてきた。[162)~166)] それによれば表面波だけでなく，減衰波・漏洩波・放射波など様々なモードが励振される事が知られている。誘電体は金属に比べて軽量である事によって伝送線として応用され得るため，表面波の励振・伝搬特性は特に深く研究された。又，それだけでなく漏洩波・放射波などもアンテナへの応用という観点から詳しく解析されている。

以上は等方非分散媒質における励振問題であるが，異方性又は分散媒質に関する研究の対象としては専らプラズマが取り上げられてきた。これは電離層の研究や，人工衛星用のアンテナ等に応用分野を持っているためであろうが，プラズマ層中の表面波励振に問題を限ってもいくつかの研究が行なわれている。[167)] このような気体プラズマは大ていの場合コールド・プラズマ理論によって取り扱いが可能であり，その場合プラズマの特性は周波数依存性を持った誘電率テンソルの導入によって表現可能となる。従ってこの場合にも上に述べたと同様の解析法が用いられてきた。

一方周波数依存性を持った透磁率テンソルによって等価的にそのふるまいが記述できる磁性体における励振問題は，さし当っての応用分野がなかったため取り上げられる事がなかった。しかし，磁化されたフェライトを用いた様々なマイクロ波素子が実用に供せられ，とりわけ板状又は薄膜ＹＩＧを伝搬する表面静磁波や表面磁気弾性波を用いた遅延等化器などの素子が実用化研究のテーマとされる現在，このような波動の励振問題の解析は必要性が増大したと言えよう。

この章では横方向に磁化された無限に広いフェライト薄板における電磁波の励振問題を取り扱う。A. K. Ganguly 等は既に同様な解析を行なっているが，[101)] 彼らの解析は励振される種々のモードのうち，静磁モードしか問題にしていない事，又放射インピーダンスの実部即ち放射抵抗だけしか求めていない事に代

. . 表される不充分さを持っているので，我々はそれらをすべて含んだ統一的な理論を展開しようとするものである。

§ 2　励振電磁界の積分表現

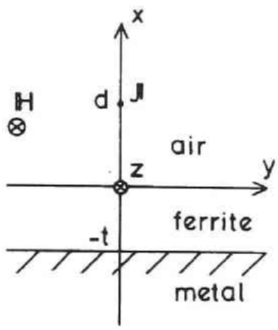


図 7. 1 解析すべき系

図 7. 1のように無限に広い磁性体薄板が金属基板の上に置かれている。直流磁場が面に平行に加えられ，それと平行に励振アンテナが置かれるものとする。この電流は次のように書くことができる。

$$\mathbf{J} = \delta(x-d)\delta(y)\,\mathbf{a}_z \tag{7.1}$$

ここに $\mathbf{a}_z$ は z 方向の単位ベクトルを表わす。電流は z 方向に一様としているので，励振される電磁界についても当然同様である。即ち

$$\frac{\partial}{\partial z} \equiv 0 \tag{7.2}$$

磁性体の比透磁率は次のように与えられる。

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu & j\nu & 0 \\ -j\nu & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7.3}$$

但し

$$\mu = \frac{\omega_B^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad , \quad \nu = \frac{\omega\omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\omega_B = \gamma\sqrt{H(H+4\pi Ms)} \quad , \quad \omega_m = \gamma 4\pi Ms \quad , \quad \omega_0 = \gamma H$$

H ；内部直流磁場， $4\pi Ms$ ；飽和磁化， γ ；磁気回転化
ω ；励振角周波数
式（7．3）からわかるように磁性体の損失は存在しないものとしている。
式（7．2），（7．3）を用いるとマクスウェルの方程式

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned} \qquad (7.4)$$

は次のようにＴＥ，ＴＭ成分に分離される。

ＴＥ成分

$$x \geqq 0 \quad \begin{cases} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2\right) Ez = j\omega\mu_0 J_z \\ Hx = \dfrac{j}{\omega\mu_0} \dfrac{\partial Ez}{\partial y} \ , \quad Hy = -\dfrac{j}{\omega\mu_0} \dfrac{\partial Ez}{\partial x} \end{cases} \qquad (7.5)$$

$$0 \geqq x \geqq -t \quad \begin{cases} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \varepsilon_m \mu eff\right) Ez = 0 \\ Hx = \dfrac{j}{\omega\mu_0(\mu^2 - \nu^2)} \left(\mu \dfrac{\partial Ez}{\partial y} + j\nu \dfrac{\partial Ez}{\partial x}\right) \\ Hy = \dfrac{-j}{\omega\mu_0(\mu^2 - \nu^2)} \left(-j\nu \dfrac{\partial Ez}{\partial y} + \mu \dfrac{\partial Ez}{\partial x}\right) \end{cases} \qquad (7.6)$$

ＴＭ成分

$$
x \geqq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+k_0^2\right) Hz=\dfrac{\partial J_x}{\partial y}-\dfrac{\partial J_y}{\partial x} \\ \\ Ex=-\dfrac{j}{\omega\varepsilon_0}\left(\dfrac{\partial Hz}{\partial y}-J_x\right), Ey=\dfrac{j}{\omega\varepsilon_0}\left(\dfrac{\partial Hz}{\partial x}+Jy\right) \end{array} \right. \tag{7. 7}
$$

$$
0 \geqq x \geqq -t \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+k_0^2\,\varepsilon_m\right) Hz=0 \\ \\ Ex=-\dfrac{j}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_m}\dfrac{\partial Hz}{\partial y}, \quad Ey=\dfrac{j}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_m}\dfrac{\partial Hz}{\partial x} \end{array} \right. \tag{7. 8}
$$

ここに,

$$
k_0^2=\omega^2\varepsilon_0\mu_0, \quad \mu_{eff}=\frac{\mu^2-\nu^2}{\mu}=\frac{\omega_S^2-\omega^2}{\omega_B^2-\omega^2}, \quad \omega_S=\omega_0+\omega_m
$$

ε_m；磁性体の比誘電率

式（7. 1）で与えられる励振電流はｚ方向成分しか持たないので式（7. 7）によってＴＭ成分は励振されない事がわかる。又ＴＭモードは式（7. 7）(7. 8）から明らかなように，磁気的な媒質定数を含まないのでもともと我々の解析にとって興味がない。従って以下では式（7. 5）(7. 6）で表現されるＴＥ波の励振問題のみを考察することにしよう。

式（7. 1）を式（7. 5. a）（7. 6. a）に代入すると

$$
\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+k_0^2\right) Ez = j\omega\mu_0\,\delta(x-d)\,\delta(y) \quad ; x \geqq 0 \tag{7. 9}
$$

$$
\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+k_0^2\varepsilon_m\mu_{eff}\right) Ez = 0 \quad ; 0 \geqq x \geqq -t \tag{7. 10}
$$

を得る。式（7. 9），（7. 10）をｙについてフーリエ変換すると

$$\frac{d^2 g}{dx^2} + l^2 g = j\omega\mu_0 \delta(x - d) \qquad ; x \geqq 0 \qquad (7.11)$$

$$\frac{d^2 g}{dx^2} + h^2 g = 0 \qquad ; 0 \geqq x \geqq -t \qquad (7.12)$$

となる。ここに

$$g(x, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} Ez(x, y) e^{\gamma y} dy \qquad (7.13)$$

$$Ez(x, y) = \frac{1}{2\pi j} \int_C g(x, \gamma) e^{-\gamma y} d\gamma \qquad (7.14)$$

$$l = \sqrt{\gamma^2 + k_0^2}, \quad h = \sqrt{\gamma^2 + k_0^2 \varepsilon_m \mu_{eff}} \qquad (7.15)$$

である。電界の z 成分 Ez ，磁界の y 成分 Hy の連続条件にも同じ変換をほどこすと,

$$g(-t, \gamma) = 0 \qquad (7.16.a)$$

$$g(+0, \gamma) = g(-0, \gamma) \qquad (7.16.b)$$

$$\frac{dg(+0, \gamma)}{dx} = \frac{1}{\mu^2 - \nu^2}\left[\mu \frac{dg(-0, \gamma)}{dx} + j\nu\gamma g(-0, \gamma)\right] \qquad (7.16.c)$$

$$g(d+0, \gamma) = g(d-0, \gamma) \qquad (7.16.d)$$

$$\frac{dg(d+0, \gamma)}{dx} = \frac{dg(d-0, \gamma)}{dx} + j\omega\mu_0 \qquad (7.16.e)$$

が得られる。式 (7.16.e) はアンテナ電流による Hy の不連続を表わす。式 (7.16) を考慮しながら式 (7.11)，(7.12) の解を求めると次のようになる。

$$g = -\frac{\omega\mu_0}{2l}\left[e^{-jl|x-d|} + Re^{-jl(x+d)}\right] \quad ; \ x \geqq 0 \tag{7.17}$$

$$g = -\frac{\omega\mu_0}{2l}(1+R)e^{-jld}\ \frac{\sin h(x+t)}{\sin ht} \quad ; \ 0 \geqq x \geqq -t \tag{7.18}$$

但し" 反射係数 "Rは

$$R = \frac{jl(\mu^2 - \nu^2) - (\mu h\cot ht + j\nu\gamma)}{jl(\mu^2 - \nu^2) + (\mu h\cot ht + j\nu\gamma)} \tag{7.19}$$

で与えられる。式（7.17），（7.18）を式（7.14）に代入すれば Ez(x, y）の値が求められるわけである。又 Hx ,Hy は求められた Ez を式（7.5), (7.6）に代入することによって直ちにその値が知られるので以下では Ez だけについて論ずる。

§ 3. 鞍部点法の適用

式（7.14）の積分路は図 7. 2 にCで示したものである。積分路上に存在す

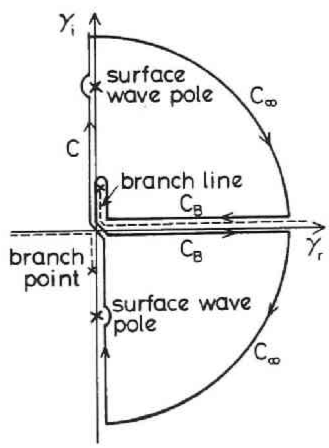


図 7. 2 γ 面における極，分岐点の位置と積分路

る極は式（7.19）のRの極であり，図示されたような規則によって迂回される。しかしこのままでは積分値の計算が難かしいので図のような無限遠における積分路をつけ加えて留数定理によって積分値の計算を行う。このようにとると $y>0$ の領域において積分値が収束する。もちろん $y<0$ における電磁界を知るためには図とは γ_i 軸について対称な無限遠積分をつけ加えればよい。ところが被積分関数は γ の二価関数 l を含んでいるので，それを一価にするため l の分岐点 $\gamma=\pm jk_0$ から無限遠に及ぶ分岐線によって γ 平面を切断しなければならない。l 平面の下半分即ち $l_i<0$ の場合だけが $x\to\infty$ における積分（7.14）の収束を保障するものであるから，この l 平面の下半分が γ の二葉リーマン面の上葉に対応するように分岐線を選ばねばならない。それが図7.2に示された C_B である。このようにすれば C_∞ の収束が保障される。従って式（7.14）の積分は次のように書き直される。

$$\int_C = -2\pi j\sum \mathrm{Res} - \int_{C_B} \tag{7.20}$$

しかしこれでも C_B に沿う積分は容易に計算できない。そこで更に次のような変数変換を行う。

$$\gamma = \gamma_r + j\gamma_i = jk_0\sin\phi \tag{7.21}$$

$$\phi = \sigma + j\eta \tag{7.22}$$

この変換によって γ の二葉リーマン面は σ 軸に沿う幅 2π の短冊状の領域に移される。なお式（7.21）を用いて

$$\gamma_r = -k_0\cos\sigma\sinh\eta \tag{7.23.a}$$

$$\gamma_i = k_0\sin\sigma\cosh\eta \tag{7.23.b}$$

なる関係が得られる。この結果図7.2は図7.3に変換される。図7.2の上葉リーマン面は図7.3では斜線を引いた領域で示されている。

式（7.21）と次の関係

$$x-d=r'\cos\theta' \quad , \quad y=r'\sin\theta' \tag{7.24}$$

$$x+d=r\cos\theta \quad , \quad y=r\sin\theta \tag{7.25}$$

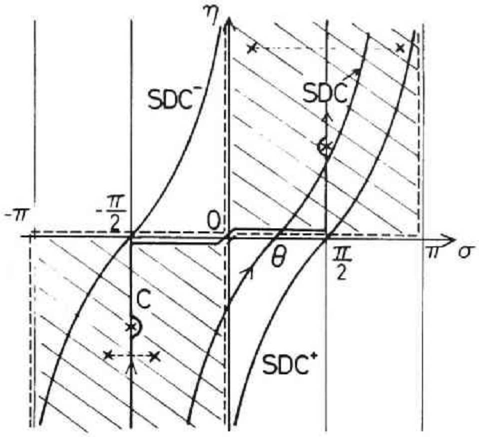


図 7. 3 座標変換による積分路の変換

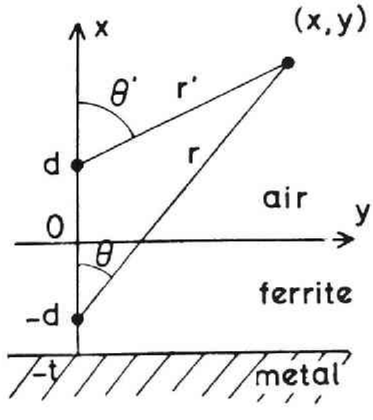


図 7. 4 （x , y）座標と（r , θ），（r′ , θ′）
座標系の関係

を用いて，積分（7.14）は

$$E_z = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi}\int_C \left[e^{-jkor'\cos(\phi-\theta')} + R(\phi)\, e^{-jkor} \times \right.$$

$$\left. \cos(\phi-\theta) \right] d\phi \qquad (7.26)$$

となる。(x, y) と (r, θ)，(r′, θ′) の対応は図7.4に示されている通りである。上式の被積分関数第一項は極をもたない上に，§6において示すように容易に積分できるので以下当分の間第二項だけについて考えることにしよう。

関数 exp〔−jkor cos(φ−θ)〕の鞍部点は次の関係式

$$\frac{d}{d\phi} jkor\cos(\phi-\theta) = 0 \qquad (7.27)$$

によって求める事ができて

$$\phi = \theta \qquad (7.28)$$

がその解である。

最急降下線（SDC）は鞍部点を通り

$$\cos(\sigma-\theta)\cosh\eta = 1 \qquad (7.29)$$

で与えられる。周知のようにこのSDCに沿う積分は主に鞍部点近傍からの寄与だけで表わされるので積分は容易に行なえる。従って式（7.26）の二番目の積分をSDCに沿う積分を用いて表わすと都合が良い。

$$\int_C = -2\pi j\sum \mathrm{Res} - \int_{SDC} \qquad (7.30)$$

ここで Res で表わされる留数は積分路CとSDCで囲まれた領域に存在する極のみから生ずるものである。SDCは観測点の方向 θ によって変るので，ある一つの極に着目した時その寄与があるかないかの臨界角 θ_C が存在することになる。

電磁界の存在する領域（磁性体の上側）は

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

で表現される。従ってこの両端のθに対応するＳＤＣつまりＳＤＣ$^{+}$ とＳＤＣ$^{-}$を定める事ができてそれを図７．３に示した。ＳＤＣ$^{+}$ とＳＤＣ$^{-}$の間に含まれる極だけが電磁界に何らかの寄与をするのであって，その外に存在するものは考慮する必要はない事を注意しておこう。

§４ 表面静磁波

図７．１のような構造を伝搬する非減衰の伝搬モードは式（７．２６）の被積分関数中に存在するＲの極から生ずる。我々の構造においては系の非相反性のために２つの極がγの虚軸上正負両側に非対称に存在する。前述のように極がＣとＳＤＣによって囲まれる領域内にある時だけこのモードが励振されるので，このモードの電磁界の存在する領域は図７．５のように限られてくる。又図中に

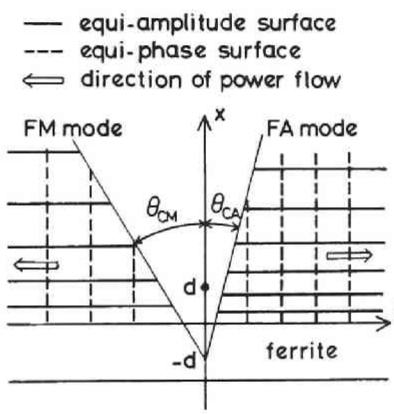


図７．５ 表面静磁波モードの存在範囲，
等振幅・位相面

は等振幅面，等位相面，局所的エネルギー伝送方向も合わせて描いてある。それらの様子は等方誘電体板を伝搬する表面波と似通っている。一方，図７．５に定義されている θ_{CA} ，θ_{CM}（つまりアンテナから左右に伝搬するモードの存在臨界角）の周波数特性は図７．６に示すように異なっている。

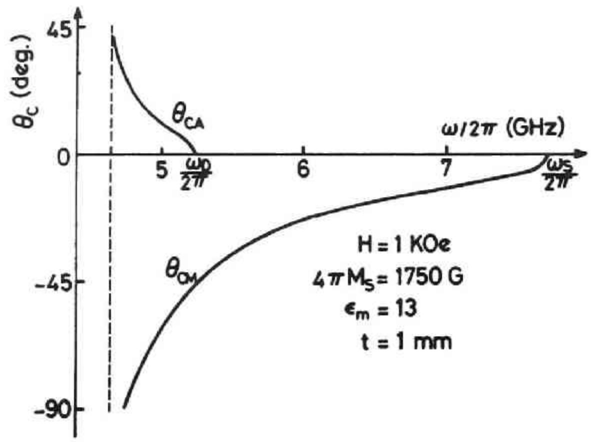


図 7. 6 表面静磁波モードの存在範囲の
周波数による変化

ここで計算は$H=1$ KOe，$4\pi Ms=1750$ G，$\varepsilon_m=13$，$t=1$ ㎜ として行なったが，特に断わらぬ限り以後同じ値を用いて計算を行う。図 7. 6の2つのモードは図示された周波数の外では減衰波（エバネセント・モード）となる。

極の性質をくわしく調べるため，Rの分母を0とおいてみよう。

$$j(\mu^2-\nu^2)\sqrt{\gamma^2+k_0^2}+\mu\sqrt{\gamma^2+k_0^2\varepsilon_m\mu_{eff}}\ \cot\left(\sqrt{\gamma^2+k_0^2\varepsilon_m\mu_{eff}}\ t\right)+j\nu\gamma=0 \qquad (7.31)$$

伝搬モードであるから$\gamma=jk$とおき直すと，いわゆる分散関係式が得られる。その実根$k=k(\omega)$を求めるとよく知られているように図 7. 7の如き左右非対称な分散曲線が得られる。式（7. 3 1）中の$\sqrt{\gamma^2+k_0^2\varepsilon_m\mu_{eff}}$（$=h$）なる項は純虚数となるため式（7. 1 4）と（7. 1 8）からわかるように試料厚み方向の電磁界の変化は双曲線関数的になるが，これは誘電体板中の表面波の場合と大いに異なるところである。もちろん試料の外・真空中では電磁界は指数関数的に減少するから，図 7. 7のモードはエネルギーが磁性体表面に集中しているという意味で文字通り表面波と言えるであろう。$k>0$なるモードは磁性体の上面にエネルギーが集中しているためにFA（Ferrite － Air）モード，

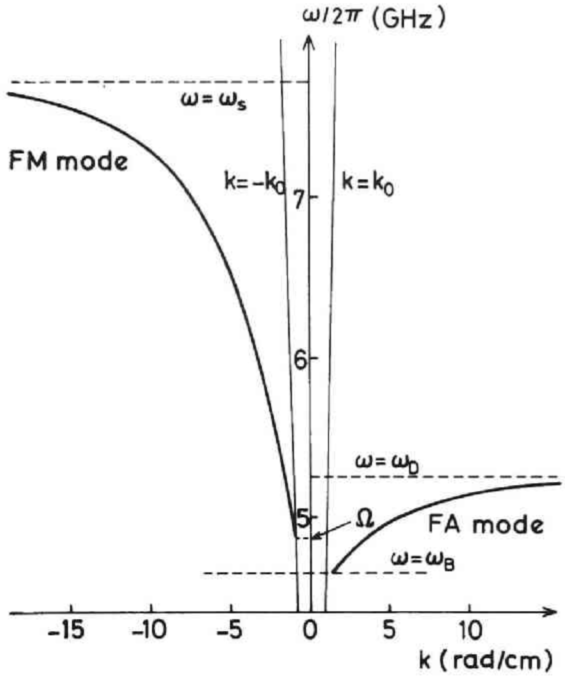


図7.7　表面静磁波モードの分散関係

k＜0なるモードは下面なのでFM（Ferrite－Metal）モードと呼ばれる。この2つのモードは既に第6章で説明済みであるが，ここでは静磁近似を用いずに分散関係（7.31）を求めたので図4.3と図7.7には若干の違いがある。FAモードの低域カットオフ角周波数は $\omega_B(=\gamma\sqrt{H(H+4\pi Ms)})$ で両図とも同じだが，FMモードは静磁近似解では矢張り ω_B になるに対して厳密解ではそれより少し高くなる。この角周波数Ωは図7.7に示されるように分散曲線と $k=-k_0$ との交点で与えられ試料厚さの単調増加関数であるが，ω_B とは高々0.13 GH_Z 以上には違わない。もし式（7.31）において k_0^2；$k_0^2\varepsilon_m\mu_{eff}$ を γ^2 に比べて小さいと考え無視すると，式（4.2）が得られる。即ち静磁近似は分散関係に関する限りそのような近似と等価である。前述のパラメータを用いて式（4.2）を計算してみると $k=\pm k_0$ から少し大きな $|k|$ の領域で既に図7.7と一致する事がわかる。

次に留数計算によって励振電界の強さを計算してみよう。表面静磁波は図7.5に示された領域にしか存在しないはずであるが（鞍部点法が有効である $k_0r\gg 1$ において），便宜上アンテナ直下の点 $x=y=0$ における値を求めている。

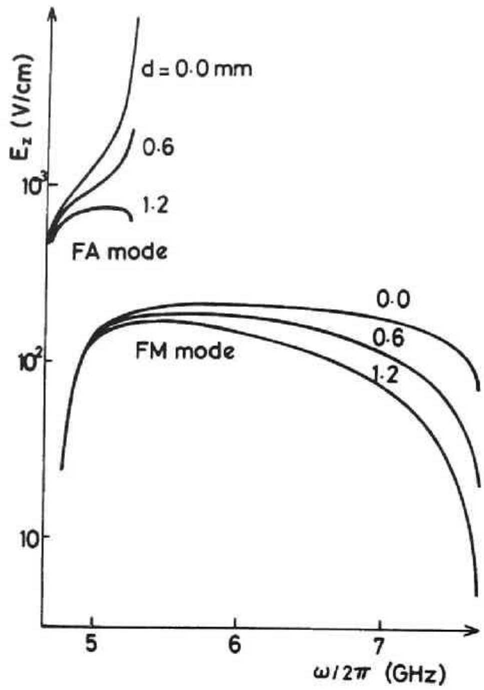


図7．8　表面静磁波モードの励振電界
（周波数特性）

それには適当な点 $x=0$ ，$y=y_0$ における電界の値を外挿して計算する。アンテナと磁性体の距離 d をパラメータとし図7．8は周波数の関数，図7．9は磁性体厚さ t の関数として電界の大きさを示している。なお励振電流は1Aとした。図はまず当然の事ながらアンテナが試料面から離れるほど電界が小さくなる事を表わしている。この結果は数値計算によらずとも次のようにしてわかる。真空中の E_z に対する静磁波モードからの寄与は式（7．14），（7．17）から

$$E_z^{MS} = -\frac{\omega\mu_0}{2l}\ \mathrm{Res}\,(R)\,e^{-jl\,(x+d)}\ e^{-jky} \qquad (7.32)$$

と書かれる。ここに $l=\sqrt{k_0^2-k^2}$ で負虚数となる。Res（R）は反射係数の留数を意味しており，式（7．19）からわかるようにdを含んでいない。従って E_z^{MS} は e^{-jld} に比例し図7．8，7．9の結果を説明する。

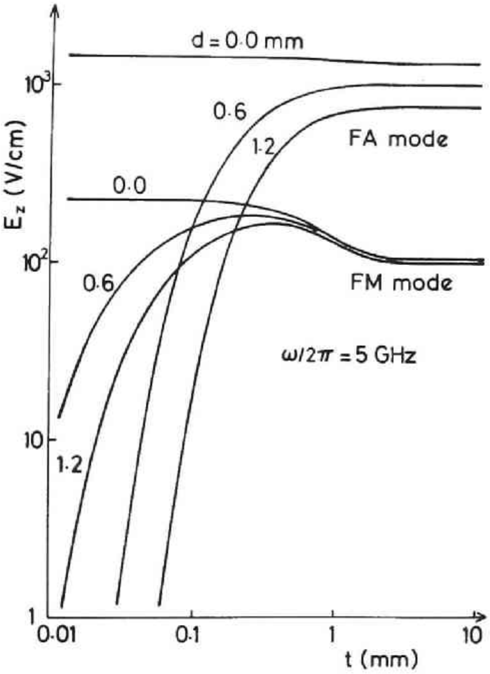


図７．９・ 表面静磁波モードの励振電界
（フェライト厚さ依存性）

ＦＡモードの励振効率はＦＭモードのそれより大きい。これは前述のようにＦＡモードの電磁界がアンテナに近い試料上面に集中しているのに対し，ＦＭモードは金属との境界面に集中するから結合効率が悪いという事によっている。しかし磁性体の厚さに比して試料面からアンテナまでの距離が大きくなると，真空中の電磁界の減少率 l のより小さいＦＭモードの励振効率の方が大きくなる事が図７．９に表われている。

§5. 減衰波（エバネセント・モード）と漏洩波（リーキー・モード）

前節ではＲの純虚数の極による寄与を調べたが，この節では複素数の極について調べよう。式（７．３１）を γ 面から ϕ 面に変換して書くと

$$D(\phi) = j S \cos\phi + B\sqrt{p-\sin^2\phi}\ \cot\left(\sqrt{p-\sin^2\phi}\ T\right) - M\sin\phi = 0 \qquad (7.33)$$

となる。但し

$$S=\omega_S^2-\omega^2\ ,\quad B=\omega_B^2-\omega^2\ ,\quad T=k_0t\ ,\quad M=\omega\omega_m\ ,$$

$$p=\varepsilon_m\mu_{eff} \tag{7.34}$$

これらはすべて実数である。

さて

$$\phi=\sigma+j\eta \tag{7.35}$$

に対応して

$$\phi'=\pi-\sigma+j\eta \tag{7.36}$$

をとると

$$\cos\phi=\cos\sigma\cosh\eta-j\sin\sigma\sinh\eta \tag{7.37}$$

$$\cos\phi'=-\cos\sigma\cosh\eta-j\sin\sigma\sinh\eta \tag{7.38}$$

であるから

$$jS\cos\phi'=(jS\cos\phi)^* \tag{7.39}$$

となる事は明らかである。ここに＊印は複素共役を表わす。同様にして

$$M\sin\phi'=(M\sin\phi)^* \tag{7.40}$$

$$p-\sin^2\phi'=(p-\sin^2\phi)^* \tag{7.41}$$

が得られる。一方任意の複素量Ｚに対して

$$\sqrt{z}^*=\sqrt{z^*} \tag{7.42}$$

が成り立つのでこれと式(７.４１)によって

$$\sqrt{p-\sin^2\phi'}=\sqrt{p-\sin^2\phi}^{\,*} \tag{7.43}$$

又任意の複素量ｗに対して

$$w^*\cot w^*T=(w\cot wT)^* \tag{7.44}$$

が成り立つ事を考えれば，式（７．４３）と合わせて

$$\sqrt{p-\sin^2\phi'}\ \cot\left(\sqrt{p-\sin^2\phi'}\,T\right)=\left[\sqrt{p-\sin^2\phi}\cot\left(\sqrt{p-\sin^2\phi}\,T\right)\right]^* \tag{7.45}$$

なる関係を得る。結局式（7．39），（7．40），（7．45）によって

$$D(\phi')=D(\phi)^* \tag{7.46}$$

が成り立ち，これによればϕが$D(\phi)=0$の解であるとき，ϕ'も同時に解となる。これらは図7．3に示したような相対位置にある。これと同様の結果は磁性体の片面が金属，もう一面が磁気壁で囲まれ閉構造を伝搬する複素モードに対しても得られている。[141]

式（7．46）をγ，lの関係に書き直すと，$(\gamma_r, \gamma_i, l_r, l_i)$に対して$(-\gamma_r, \gamma_i, -l_r, l_i)$が一組の解となる事を意味する。ここで複素極の対称性を誘電体板の場合と比較してみると興味深い。もしも媒質に損失がなければ誘電体板においてはγの実軸，虚軸両方に対称な4つの解が存在する事が知られている。[165] そして媒質に損失が加われば原点対称な2つの解だけが組をつくる

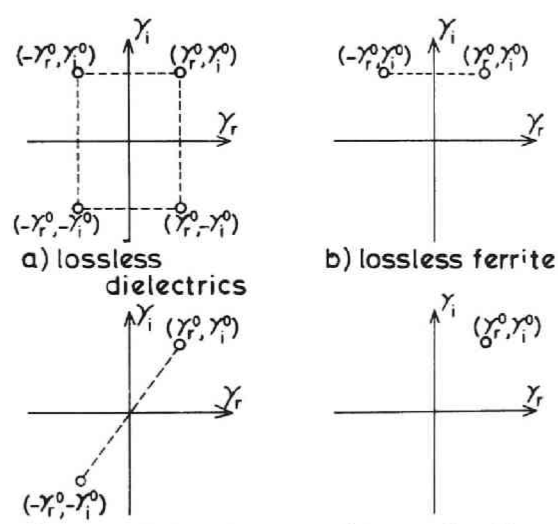


図7．10　板状誘電体と板状磁性体における極の対称性

事になる。一方磁性体の場合は損失のない時でも上に示したように虚軸対称な２つの解だけが組を作り，損失を導入すれば対称な解の組は消失する。（図7．10参照）

我々の扱っている図7．1のような系においては２種類のそういった組があり，仮にそれらをＥＡ，ＥＭモードと名付けておこう。それらの等位相面，等振幅面，局所的エネルギー流方向は図7．11と7．12に示す通りである。各モードにつけた上つきの添字±は上に述べた±γ_r という組に対応しており，同時にそれは $\gamma_r>0$ と考えれば波動がｙ軸の正負どちらに励振されるかを示している。一組のモードの等位相面と等振幅面はｘ軸に対して同じ傾きを持っており，この点は無損失誘電体の場合と変らない。図7．11（ａ）と12 の等振幅面を調べてみるとｘ→∞においてＥＡ$^{\pm}$，ＥＭ$^{\pm}$モード共減衰するので，この場合両モード共 "well－behaved" である。これは対応する極が図7．3の斜線部に

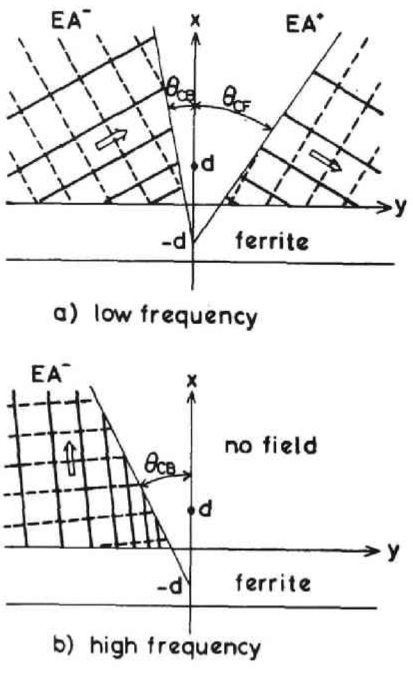


図7．11　エバネセント及びリーキーモードの存在範囲，
等振幅・位相面（ＥＡモード）

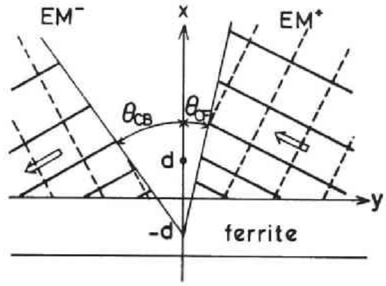


図７．１２　エバネセント及びリーキーモードの存在範囲，
等振幅・位相面（ＥＭモード）

存在する事を示している。ところが，高い励振周波数のＥＡモードを示す図７．１１（ｂ）ではこのモードは〝ｉｌｌ－ｂｅｈａｖｅｄ〟である事がわかる。ただこの時でも，臨界角θ_cの存在によって実際に波動が発散する事はない。このモードは狭い意味で漏洩波（リーキー・モード）と呼ばれる。ここでもしエネルギー流方向に着目してみると先の図７．１１（ａ）と１２においてもEA^-及びEM^+モードは広い意味で漏洩波と言ってよかろう。何故ならこれらのモードのエネルギーはｘの正方向に放射されるものとなっており，〝漏洩〟の字義に則しているからである。

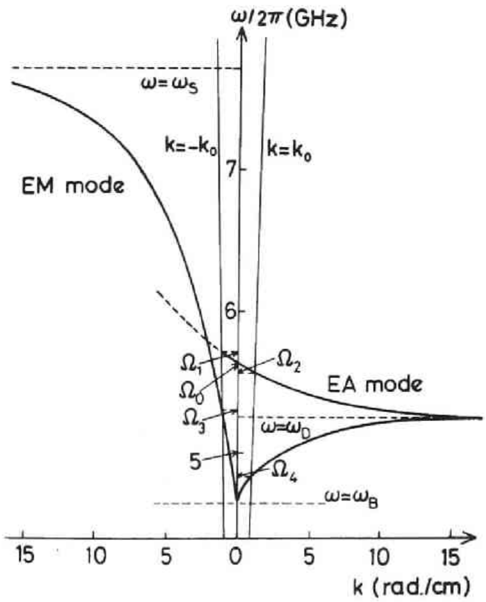


図７．１３　エバネセント及びリーキーモードの分散関係

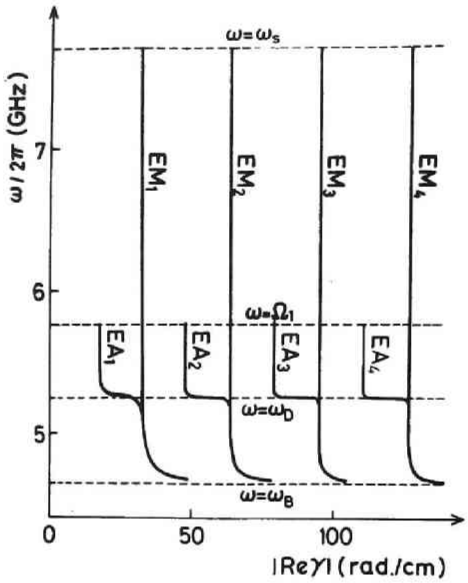


図 7. 1 4　エバネセント及びリーキーモードの減衰定数

図 7. 1 3 , 7.1 4 はＥＡ及びＥＭモードについて波数と減衰定数を周波数の関数として表わしたものである。ＥＡ，ＥＭモードの存在する周波数範囲は図 7. 1 3 の記号を用いて次のように書くことができる。

EA^{+} ; $\Omega_4 < \omega < \Omega_2$

EA^{-} ; $\omega_B < \omega < \Omega_1$

EM^{+} ; $\omega_B < \omega < \omega_S$

EM^{-} ; $\Omega_3 < \omega < \omega_S$

図 7. 7 と図 7. 1 3 を比べてみると波数に関する限りＥＡ及びＥＭモードはそれぞれＦＡ及びＦＭモードに似ていることがわかる。このために我々はＥＡ，ＥＭモードという名前をつけたのであり，一番目の記号Ｅは〃Evanescent〃の意味である。さてＥＡ，ＥＭモードには夫々高次モードがあって正整数の添字ｎでそれらを区別することにしよう。γ_i つまり波数は高次モードすべてについ

てほぼ同じ値なので図7．13には最低次モードのそれしか描いていない。一方γの実数部つまり減衰定数は図7．14に示されている通り励振周波数が$\omega_D/2\pi$より大きい所においてはEAモードは$\pm(2n-1)\pi/2t$，EMモードは$\pm n\pi/t$に大体等しくなる。このうち前者は磁気壁－磁性体－金属という層構造の，後者は金属－磁性体－金属という層構造の固有モードと類似であり，後者の方は解析的に扱えるので付録5に示すことにしよう。この場合モード次数nは磁性体の厚み方向に立つ定在波の数となる。

最後に留数計算を用いて前節と同様に$x=y=0$における励振電界の強さを計算してみよう。その結果を図7．15に示した。±両モードの電界の強さは$x=y=0$においては等しく，そこでかなり大きな値を持っていたとしても左右に伝搬するに従って急速に減衰する。最も減衰定数の小さい$EA_1^{\pm}$モードでさえy方向に1cm伝搬すれば136dB減衰してしまう。図7．15の周波数特性はFA及びFMモードに似ていて，これがEA，EMモードと名づけたもう一つの理由である。

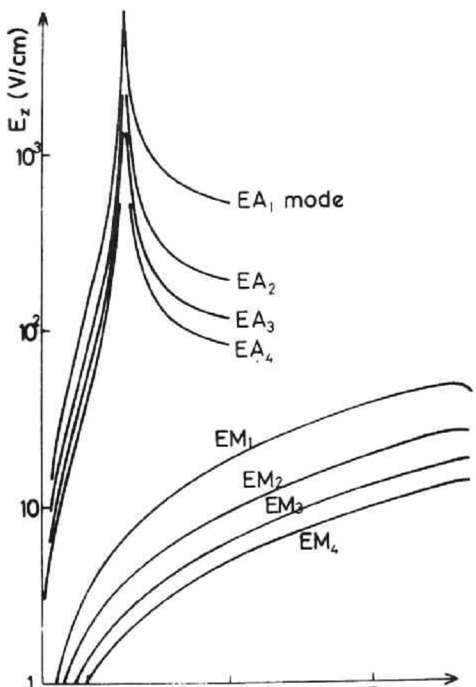


図7．15　エバネセント及びリーキーモードの励振電界

§6. 放射波

第3節で後まわしにした積分式（7．26）の第一項についてまず考えてみよう。この積分表現は適当な積分路の変換を行うことによって次のようにハンケル関数に帰着される事が知られている。[168)]

$$E_z^{dir} = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi}\int_C e^{-jk_0 r'(\phi-\theta')}d\phi$$

$$= -\frac{\omega\mu_0}{4}H_0^{(2)}(k_0 r') \qquad (7.47)$$

この電界は励振アンテナが無限空間中に置かれた時の放射解と全く同じであり，我々の構造においてはアンテナから直接観測点に放射される成分を意味している。

それに対して式（7．30）の右辺第二項による寄与はアンテナからの放射波が磁性体表面に反射された後に観測点に到達するものと考える事ができる。これをE_z^{ref}で表わすと

$$E_z^{ref} = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi}\int_{SDC} R(\phi)\, e^{-jk_0 r\cos(\phi-\theta)}d\phi \qquad (7.48)$$

となる。$\phi=\theta$の近傍には極が存在しないので$R(\phi)$をその近くでテイラー展開する事ができる。その展開を式（7．48）に代入して最急降下線に沿う積分を実行すると

$$E_z^{ref} = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi}e^{-j(k_0 r-\frac{\pi}{4})}\sum_{n=0,2,4}\frac{R^n(\theta)}{n!}e^{j\frac{n\pi}{4}} \left(\frac{2}{k_0 r}\right)^{\frac{n+1}{2}}\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \qquad (7.49)$$

を得る。もし，$k_0 r$が1より十分大きければ，式（7．49）の第一項つまり

$$E_z^{ref} = -\frac{\omega\mu_0}{2\sqrt{2\pi}}R(\theta)\, e^{-j(k_0 r-\frac{\pi}{4})}\left(\frac{1}{k_0 r}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (7.50)$$

が他に比べて圧倒的に大きくなるので，アンテナから十分離れた観測点では（反射）放射波は式（7.50）で表わされるとしてよい。上に述べた放射波の2つのモードは誘電体板におけるものと$R(\theta)$の具体的な値は別として全く同じものであって，多くの文献において既に論じられている。[165)166)]

最後に式（7.50）における$R(\theta)$のふるまいを調べてみよう。式（7.50）における$R(\theta)$以外の項は式（7.47）の$k_0 r'$による展開の第一項と全く同じ形なので，反射モードの特性は$R(\theta)$のふるまいに依存するというわけである。式（7.15），（7.19），（7.21），（7.28）によって$R(\theta)$は

$$R(\theta)=\frac{j\,(\mu^2-\nu^2)\cos\theta-\mu\sqrt{\sin^2\theta-\varepsilon_m\mu_{eff}}\coth\{\sqrt{\sin^2\theta-\varepsilon_m\mu_{eff}}\,k_0 t\}+\nu\sin\theta}{j\,(\mu^2-\nu^2)\cos\theta-\mu\sqrt{\sin^2\theta-\varepsilon_m\mu_{eff}}\coth\{\sqrt{\sin^2\theta-\varepsilon_m\mu_{eff}}\,k_0 t\}-\nu\sin\theta} \qquad (7.51)$$

となる事がわかる。この式を検討してみると励振周波数の如何にかゝわらず

$$|\,R(\theta)\,|=1 \qquad (7.52)$$

であると結論されるので，$R(\theta)$の位相がどのような特性を持つか調べねばならない。計算結果は図7.16に示されており，系の非相反性のために$\theta=0$に対して位相が非対称になっている事がわかる。

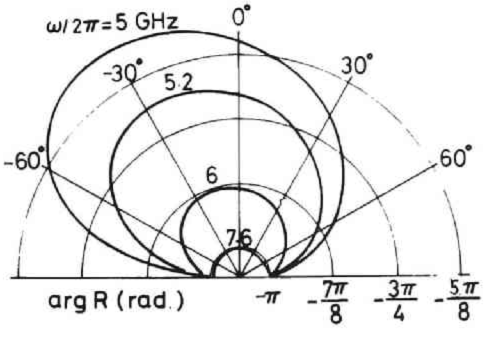


図7.16　放射モードにおける間接波の直接波に対する位相変化

§ 7. ポインティングベクトル法による放射抵抗の計算

これまでの節で明らかにされた各モードは総体としてアンテナからエネルギーを運び去る。これはアンテナから見た場合は抵抗分となるわけで，全モードの運ぶポインティングベクトルの無限遠方での表面積分を計算する事によってアンテナの放射抵抗を知る事ができる。アンテナ自身を流れる電流による抵抗損は普通無視する事ができるので，ポインティング定理によって次の関係が成り立つ。（付録６）

$$\mathrm{Re}\int_S \mathbf{P}d\mathbf{S} = \frac{1}{2}\ R_{rad}|\,I\,|^2 \qquad (7.53)$$

ここに Re は実数部を意味し，I はアンテナ電流を表わす。

式（7.53）中のポインティングベクトルは次のように表わされる。

$$\mathbf{p} = \frac{1}{2}\sum_n E_z^n \mathbf{a}z \times \mathbf{H}^n \qquad (7.54)$$

上つきの添字 n は６節までに求められた各モードに対応する。即ち伝搬波としてＦＡ，ＦＭモード，減衰波（この節以後漏洩波も含めてこのように呼ぶ）としてEA，EMモード，それ以外に放射波として直接波と反射波である。しかし十分にアンテナから離れた閉曲面で積分するとＦＡ，FMモード夫々が運ぶポインティング・エネルギー及び放射波が直接波と反射波総体として運ぶポインティング・エネルギーだけが有限な値となり，減衰波のそれは０となる事がわかる。又各モードの相関項もすべて０になる事が証明できる。以下にそれを示そう。

まず積分曲面について一言するならば電界は Ez 成分しか存在しないのでＳz は０であり，ｚ方向に対しては単位長さを取ればよい。減衰波又は伝搬波の関係する積分においては図７．１７のような積分面をとる事にしよう。これらの波は§４，５で述べたように臨界角 θc を持っており図７．１７の∠ＡＤＣの部分では電磁界は０であるから当然ポインティングベクトルも０となる。 したがって平面ＡＢ及びＣＥに垂直なポインティングベクトルだけが問題となる。

さてここで減衰波の関与する積分について考えてみよう。平面ＡＢ及びＣＥの原点からの距離を有限にとった時減衰波自身の運ぶポインティングエネルギ

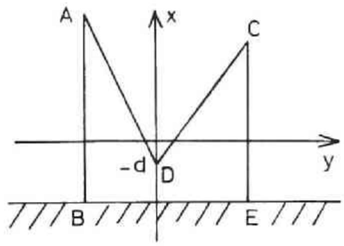


図７．１７　放射抵抗の計算に用いる積分面

ー又は他との相関項 S_y の積分も有限になる。そこでＡＢ及びＣＥを無限に遠ざけると積分領域は距離に比例して増大するのに対し，電磁界は指数関数的に減少するからこの積分は０に収束することになる。次に伝搬波と放射波の相関項についてはどうであろうか。放射波の電磁界は既に§６で述べたように遠方においては $(k_o r)^{-\frac{1}{2}}$ に比例し，又伝搬波の振幅は e^{-fx} に比例するので両者の積に比例するポインティングエネルギーのＡＢ又はＣＥにおける積分は次のような不等式を満足する。

$$\int_o^\infty \frac{e^{-fx}}{\sqrt{r}}dx \leqq \frac{1}{\sqrt{|y|}}\int_o^\infty e^{-fx}dx = \frac{1}{f|y|} \quad 但し\ f=\sqrt{k^2-k_o^2} \tag{7.55}$$

この値はＡＢ，ＣＤの原点からの距離 $|y|$ を∞にすると０に収束する。

今度は逆に有限なポインティングエネルギーを与えるモードについて考察しよう。§４で求めた $x=y=0$ における電界Ａを用いると，伝搬波の電界は

$$\begin{aligned} E_z &= A\,e^{-fx}e^{-jky} && x \geqq 0 \\ E_z &= A\,\frac{\sinh(x+t)}{\sin t}\,e^{-jky} && 0 \geqq x \geqq -t \end{aligned} \tag{7.56}$$

で表わされる。ｙ方向のポインティングエネルギーを計算するのに必要なHxは式（７．５），（７．６）によって夫々

$$Hx = \frac{Ak}{\omega\mu_o}\,e^{-fx}\,e^{-jky} \qquad x \geqq 0 \tag{7.57}$$

$$Hx = \frac{Ae^{-jky}}{\mu_0(\omega_S^2-\omega^2)\omega \sinh ht}\left[(\omega_B^2-\omega^2)k\sinh h(x+t)\right.$$

$$\left. -\omega\omega_m h\cosh h(x+t)\right] \qquad 0 \geqq x \geqq -t$$

これらの式を用いて，平面AB，CEを垂直に横切るポインティングベクトルの総量を計算すると距離 $|y|$ によらず

$$P_{FA} = -P_{FM} = \frac{|A|^2}{4\mu_0\omega}\left[\frac{k}{\sqrt{k^2-k_0^2}} + \frac{1}{(\omega_S^2-\omega^2)\sinh^2 qt}\right.$$

$$\left.\left\{(\omega_B^2-\omega^2)\left(\frac{k}{2q}\sinh 2qt - kt\right) - \omega\omega_m \sinh^2 qt\right\}\right]$$

$$\text{但し}\ q = jh \qquad (7.58)$$

である事がわかる。P_{FA} 及び P_{FM} は夫々FA，FMモードが運び去るエネルギーの総量を表わす。式（7.58）を見ると両モードのエネルギーは同じように見えるが，夫々A及びkの値が異なるため現実には異なった値をもつ。数値計算によって求めたAの値を用いて P_{FA} 及び P_{FM} を計算しその結果を図7.18及び19に示す。前者は周波数，後者は磁性体の厚さに対する P_{FA},P_{FM} などの変化を調べたものである。これらは予想されるように図7.8及び9とよく似ており図7.18では大ざっぱに言ってFAモードの方が10倍程度変換効率が高い。

次に放射波の運ぶエネルギーを計算してみよう。§6で述べた如く，遠方の電界は k_0r 又は k_0r' による展開の第1項が主要部となるから

$$r \simeq r' + 2d\cos\theta' \qquad (7.59)$$

を用いて直接波及び反射波の電界を加え合わせ

$$E_z^{rad} = -\frac{\omega\mu_0}{2\sqrt{2\pi}}\frac{e^{-j(k_0r'-\frac{\pi}{4})}}{\sqrt{k_0r'}}\left[1+R(jk_0\sin\theta')\right.$$

$$\left. e^{-2jk_0d\cos\theta'}\right] \qquad (7.60)$$

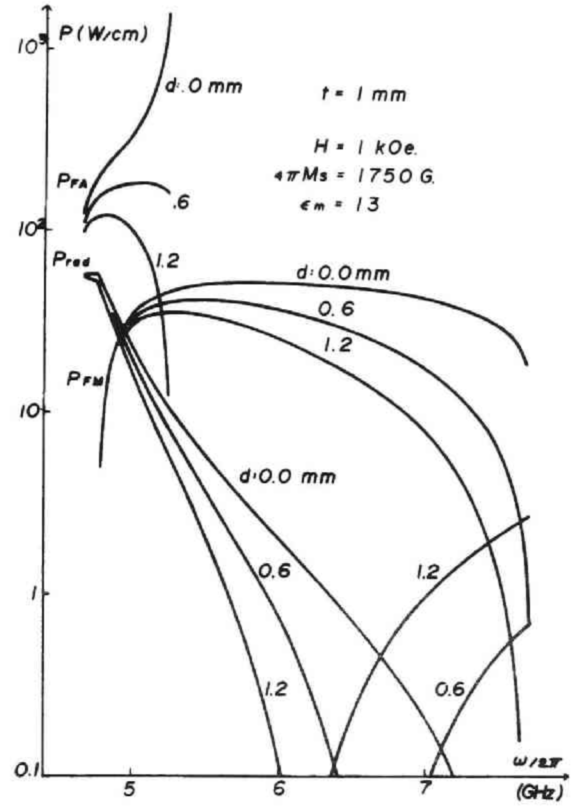


図 7. 1 8 ポインティングベクトルの周波数特性

を得る。この E_z を用いて H_θ を計算し両者の積をとる事によってアンテナを中心とする一定半径の円筒面から外部へ逃げていくエネルギーが計算される。

$$P_{rad} = \frac{\omega \mu_0}{16\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left| 1 + R(jk_0 \sin\theta') \, e^{-2jk_0 d \cos\theta'} \right|^2 d\theta' \tag{7.61}$$

この式はこれ以上解析的に扱う事ができないので数値計算を行う。その結果は図 7. 1 8 及び 1 9 に P_{FA} , P_{FM} と共に示されている。これによれば磁性体の

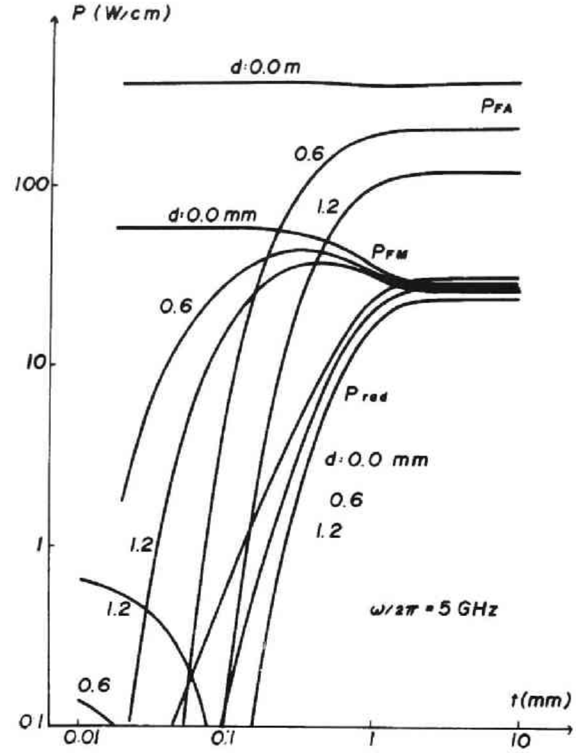


図 7.19 ポインティングベクトルの試料厚さ依存性

厚さが大きく周波数の低い時には P_{rad} は相当大きくなるが，そうでなければ伝搬波（表面波）に比べて無視し得る事がわかる。

以上のようにして我々はFAモード，FMモード，放射波の運ぶエネルギーを夫々独立に知る事ができた。励振電流は1Aとしてすべての計算が行なわれているので式（7.53）によって放射抵抗を直ちに求める事ができる。

$$R_{in} = 2P_T = 2\,(P_{FA} + P_{FM} + P_{rad}) \tag{7.62}$$

次節では起電力法によって放射抵抗 R_{in}，放射インダクタンス X_{in} を求めるが前者はここで求めた R_{in} と一致したので式（7.62）による結果は次節にまとめて示すことにしよう。

§ 8. 起電力法による放射インピーダンスの計算

前節の方法ではアンテナの放射インピーダンスの実部しか計算する事ができなかった。そこでこの節では複雑な計算や種々の仮定を必要とするが実部，虚部とも計算可能な起電力法を採用する。アンテナ電流密度を$\mathbf{J}$，アンテナ全電流をI，その結果アンテナ中に生ずる電界を$\mathbf{E}$とすると，放射インピーダンスは，

$$\frac{1}{2} Z_{in} |I|^2 = -\frac{1}{2} \int_{v_0} \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}^* \, dv \tag{7.63}$$

で与えられる。（付録６）ここにv_0はアンテナの全体積を表わす。しかし$\mathbf{E}$として§６までに求めた電界を代入して計算すると式（7．47）の放射直接波の項が発散してしまう。これはアンテナの半径を０としていたためなので，この節ではそれを有限な大きさであると考えて計算を進めねばならない。

まず電流分布について考えてみよう。厳密に言えば恐らく電流はアンテナの全断面で０でない値をもちかつ空間的に変化するはずである。従って，そのような電流分布によって作られる電界は，式（7．14）で与えられる電界を電流分布に応じて重畳したものとなるはずである。式（7．14）の積分計算をこれまでのように鞍部点法を用いて実行できるのならそのような重畳も可能であるが，電界を求めるべき観測点即ちアンテナ面上又は内部の各点はあまりにも$r=0$，$r'=0$からの距離が近すぎて鞍部点法が有意味であるための条件$k_0 r$，$k_0 r' \gg 1$を到底満たさない。従って式（7．14）の計算そのものすら直接の数値積分に頼らざるを得ないわけで，上述のようにそれを更に電流分布に応じて積分して$\mathbf{E}$を求め，最後に式（7．63）によって$\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}$のアンテナ部分の積分を行うという計算はあまりにも煩雑で大きな計算時間と誤差を伴うものである。

そこでアンテナ部分の電界を２つに分けて考えてみよう。式（7．17）を式（7．14）に代入して

$$Ez = \frac{1}{2\pi j}\int_c \frac{-\omega\mu_0}{2l}\left[e^{-jl|x-d|} + Re^{-jl(x+d)}\right] e^{-\gamma y} d\gamma \tag{7.64}$$

を得る。

これを見ると右辺第一項は前述のようにアンテナからの直接放射波であるが，積分路の変更を行なわないこの表現では第二項は§６における意味での反射放射波ではなく，減衰波，表面波なども含めた反射放射波を表わしている。式（7.64）は無限に細いアンテナが x＝d ，y＝0 に存在する時の電界であり，今我々が求めようとする電界はこの無限に細いアンテナを適当な位置に色々置いて，それによって生ずる電界を加え合わせたものである。そのうち式（7.64）第１項に関するものを E_z^{I} 第２項に関するものを E_z^{II} で表わすことにする。

まず E_z^{I} の計算法を検討しよう。励振周波数が非常に高いのでアンテナ電流は表面に集中しているものとしてもたいした誤差は出ないと考えられる。真空中におかれたそのようなアンテナの作る電界はアンテナ表面において

$$E_z^{\mathrm{I}} = -\frac{\omega\mu_0 C}{4} H_0^{(2)}(k_0 a) \qquad (7.65)$$

で与えられる（付録７）ここに a はアンテナ半径，C は任意定数である。なお仮に電流がすべてアンテナ中心軸上にあるとしても同じ結果が得られる事は式（7.47）から明らかである。

一方 E_z^{II} の計算にはもっと多くの仮定を必要とする。式（7.64）を見れば E_z^{II} とは，磁性体と真空との境界面 x＝d に対してアンテナとは対称な位置に新しいアンテナを置き，それによって生じたもとのアンテナ上での電磁界とも考える事ができる。（図 7.20（a））しかし前述のようにそれ以後の計算が膨大となるので励振アンテナ A′ を流れる電流はアンテナ中心軸に集中しているものと考える。（図 7.20（b））この近似は境界面とアンテナの距離が大きいほど誤

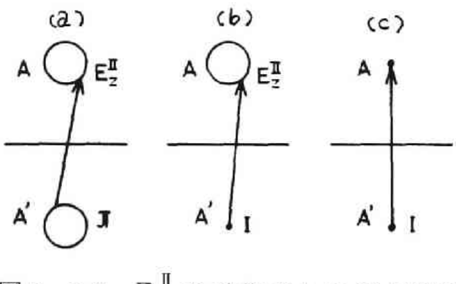


図 7.20　E_z^{II} の計算のための近似法

差が少くなる。これによってアンテナAにおける E_z^{II} が求められるが，式 (7.63)によって Z_{rad} を計算するにはもう一度積分を行なわなければならない。それを避けるためアンテナAにおける積分

$$\int_A E_z^{II}(x, y) \cdot J_z(x, y)\,dS$$

を $E_z^{II}(d, o) \cdot I$ におきかえるという簡単化をしてしまう。これは図7. 20 (b)の構造においてアンテナAの部分に励振される電界 $E_z^{II}(x, y)$ が中心における値 $E_z^{II}(d, 0)$ に常に等しいと仮定した事に相当する。この仮定も上と同じくアンテナの半径が小さく，磁性体からの距離が大きいほど小さな誤差を与えるものである。又それに加えて，もし電流密度 $\mathbf{J}$ が E_z^{I} の計算におけると同様に一様な表面電流で表わせるのなら上の積分は結局 E_z^{II} のアンテナ周上での平均値と I との積になる。そしてその平均値はアンテナが磁性体に極めて近い時にも $E_z^{II}(d, 0)$ にほゞ等しい事がわかるので上の近似が許されるものと考えられる。

以上のようにして E_z^{I} , E_z^{II} の計算法が定まったので次に式（7. 6 5）の任意定数Cを決めねばならない。マクスウェルの方程式より

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega\mu_0}\,\frac{\partial E_z}{\partial r} \qquad (7.66)$$

なので（$\partial/\partial z \equiv 0$），$E_z^{I} + E_z^{II}$ を右辺の E_z に代入すれば H_θ がわかり，そのアンテナ周りでの線積分がアンテナ電流に等しいとおくことによって

$$C = I \qquad (7.67)$$

が得られる。(付録 8）

このようにして得られた E_z^{I} , E_z^{II} を式（7. 6 3）に代入すれば Z_{in} を求めることができる。計算結果を図 7. 2 1 ～ 2 4 に示そう。各図とも適当な変数変化に対し放射インピーダンスの実部及び虚部の変化を表わしている。実部即ち R_{in} は前節のポインティングベクトル法によって求めたものと 4 桁目まで一致しており，この節で行なった種々の仮定の正当性を示している。

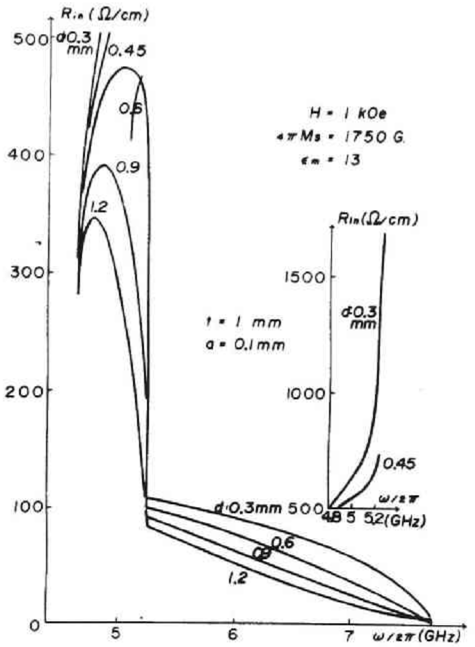
図 7. 2 1 は励振周波数に対する依存性であり，アンテナの高さをパラメータ

に取っている。実部の微係数が不連続になる周波数はＦＡモードのカットオフ周波数であり，それより高い周波数での伝搬モードはＦＭモードのみである。図７．２１（ａ）の曲線は式（７．６２）の関係から図７．１８のP_{FA}，P_{FM}，P_{rad}を加え合わせたものに比例している。従って図７．１８のP_{FA}，P_{FM}，P_{rad}はアンテナ高さが低いほど大きいことに対応して，図７．２０においても R_{in} はアンテナ高さが低いほど大きいという当然予想される結果を示している。次にX_{in}は周波数上昇と共に減少し，ｄが小さければ負の値即ち容量性になった後極値をとりその後上昇して再び誘導性に移る。真空中におかれた線状のアンテナは周波数と共に緩漫に増大するインダクタンスを持っているので，それに磁性体表面からの反射波によるキャパシタンスが加わって上のような変化をたどるのであろうが，反射波が何故キャパシティブ・エネルギーを貯えるのかについては不明である。いずれにせよある周波数で X_{in} が０になるという事はその周波数においてアンテナ長を適当に選びさえすれば整合素子を用いることなく整合可能であることを意味している。

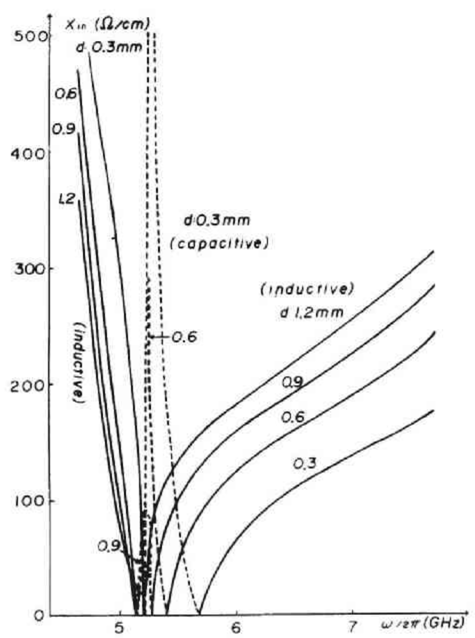
図７．２２はアンテナの高さに対する依存性で周波数をパラメータにとっているから丁度図７．２１と双対的である。ＦＡモード領域（$\omega/2\pi=4.8$，５，５．２ GH_Z）では R_{in} はｄの単調減少関数となっているが，その高域カットオフ領域では必ずしもそうはならない。これは放射波モードの励振効率が高周波で却って上昇する（図７．１８参照）ためである。　又図７．２２(b)においてｄが非常に大きくなると周波数にかゝわらずX_{in} が誘導性となるのは磁性体の影響が次第になくなって真空中のアンテナに近づくことを考えれば当然である。

図７．２３は磁性体の厚さに対する依存性を表わしている。ｔが小さいほどＦＡ，ＦＭモードの波数は大きくなり表面への電磁界の集中もはげしくなるのでアンテナ高さが０．６㎜と比較的大きなこの図においてはｔの減少と共に両伝搬モードは急速に励振されなくなり，R_{in}は０に近づく。逆にｔが大きくなれば両伝搬モードの波数は一定値に近づくためZ_{in}も一定値に近づく。

最後の図７．２４はアンテナ半径ａに対するZ_{in} の依存性で，あまりアンテナが太すぎない限りR_{in}は一定である。それに反してX_{in}はアンテナ自身のインダクタンスが半径の減少と共に急激に増大する事を反映して，その様な変化を示している。

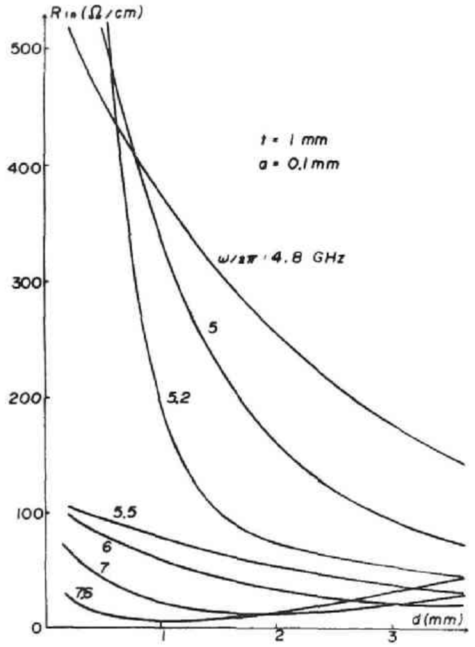


（a）実数部

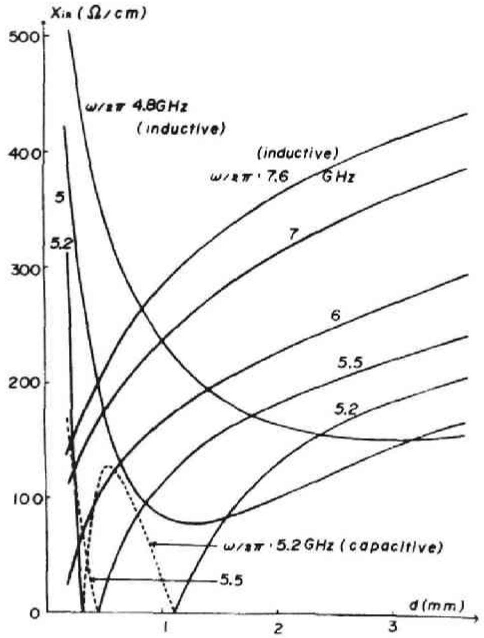


（b）虚数部

図 7.21 入力インピーダンスの周波数特性

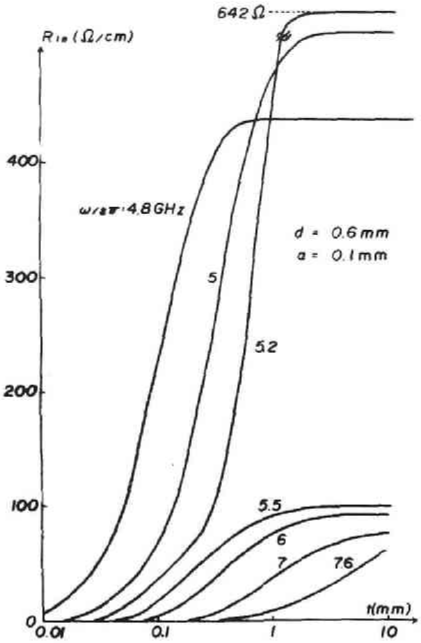


（a） 実数部

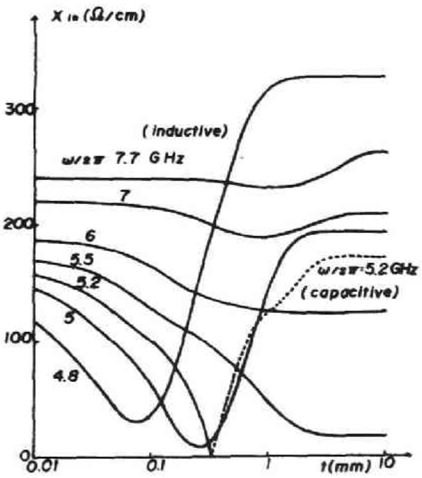


（b） 虚数部

図 7. 2 2　入力インピーダンスのアンテナ高さによる変化



（a）実数部



（b）虚数部

図7.23 入力インピーダンスの試料厚さによる変化

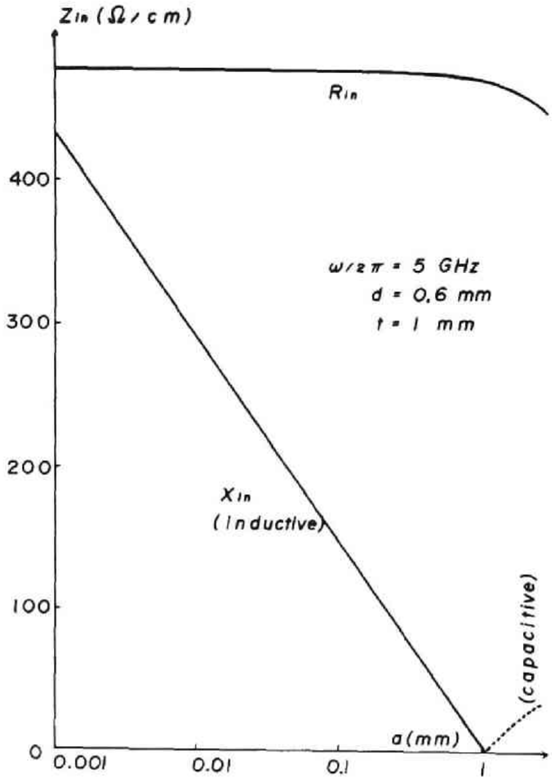


図 7. 24 入力インピーダンスのアンテナ半径による変化

第8章　半導体キャリアとの相互作用

§1.　まえがき

表面静磁波の伝搬速度は磁場の値を適当に設定することによって光速の10^{-4}倍程度に小さくする事ができ，一方移動度が大きくて飽和速度も大きい半導体が製造できるようになったため，両者を夫々進行波増幅管の遅波回路及び電子ビームの代りに用いる事によって固体進行波増幅器を構成できるのではないかという考えが１０年くらい前から提案されてきた。しかし固体中のキャリアーは本質的に衝突周波数が大きく，真空中の電子ビームのように遅波ないし速波といわれ一定のエネルギーを運ぶ固有モードが存在するという事がない。むしろ抵抗壁増幅管又はその当時固体進行波増幅器として脚光を浴び既に実験的に利得も得られる段階まで進んでいた圧電半導体による超音波増幅器とのアナロジーが強く感じられる。

波動の運ぶエネルギーは，もし観測者の移動速度が波動の位相速度よりも大きければ負に見える。従って衝突周波数が大きく散逸的なキャリアーのドリフト速度で走る観測者から見た場合それが波動の位相速度より大きければ波動の負エネルギーがキャリアーの損失機構のため増大するという結果をもたらす。これは静止系で見た場合波動のエネルギーの増大即ち増幅に結びつくわけである。表面静磁波の半導体キャリアーによる増幅もこの機構で行なわれるので波動の位相速度は小さいほど，又半導体キャリアーのドリフト速度は大きいほど大きな増幅率が得られるという点でモード結合による増幅機構をもつ進行波管とは若干の差異が存在している。

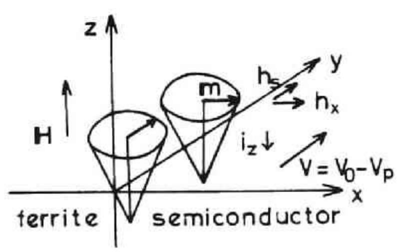


図 8. 1

Schlömann は半無限の構造をもつ磁性体中の表面静磁波と有限な厚さを持つ半導体中を走るドリフトキャリアーの相互作用について初めて解析し，その増幅の条件を求めた他，次のような上述のマクロな説明とは異なったどちらかと言えばミクロな観点から増幅の機構を説明した。[103] 図 8.1 において表面静磁波の位相が y 方向に V_p の速さで進み電子も同方向に V_o でドリフトしていると考える。静磁波から見た電子の y 方向への相対速度は $V = V_o - V_p$ であり，今 $V > o$ とする。静磁波と共に動く座標系で見れば，電子は V で y 方向に流れ，静磁波から半導体内にしみ込んだ h_x 成分により電子は－ z 方向に力を受け z 方向に i_z なる電流を生ずる。この電流によって $\mathbf{h}_s$ なる磁場が生じ $d\mathbf{M}/dt = -\gamma\ \mathbf{M} \times \mathbf{h}_s$ なる関係から $\mathbf{M}$ はその才差角を広げる力を受け $\mathbf{m}$ は増大する。一方 $V < o$ のときは i_z， $\mathbf{h}_s$ の向きが逆になり $\mathbf{M}$ は才差角を減じ，$\mathbf{m}$ は小さくなる。以上によって結局キャリアーのドリフト速度が静磁波の位相速度を越えるか越えないかで波の増幅減衰が決まる事になる。

又ほゞ同じころ Robinson 等は両者共半無限の磁性体と半導体が境を接するような系について相互作用の解析を行ない極めて狭帯域ではあるが増幅の起る周波数領域が存在する事，更に絶対不安定の起る周波数の存在する事を明らかにした。[102] さて，上述の二論文共に磁性体を半無限とした上に静磁近似を用いて解析を行なっている。しかし彼らの系において半導体を取り去って単なる半無限磁性体だけの系にした時，もし静磁近似を行なえば伝搬解の存在しない事が一方で知られているので，[16]彼等の得た増幅モードは奇妙なものである。即ち半導体が存在しない時は伝搬モードが存在しないのに半導体を磁性体上に置くと伝搬モードが現われ，それが半導体キャリアによって増幅減衰を受けるという点は誤りであるとは言えないにせよ，理解が困難であり少くとも静磁波とキャリアーの相互作用を論ずるには半無限磁性体は不適当なモデルであると考えられる。

それに対して有限厚さの磁性体は静磁近似の下においても伝搬解を持つので，我々はそれと有限又は半無限半導体中のキャリアーとの相互作用を解析する事にしよう。このような系は上のような理由の他に実験で用いる磁性体は必ず厚さが有限であり，かつ厚さが薄いほど良好な結果が得られるという実際的な理由により解析の必要性の高いものである。たゞ後に示すように厚さを有限にとる結果特性方程式は超越方程式となるため，無限の複素解の中から有意な解を

選び出さねばならないという困難が生ずる。その解決法をはじめ，解のふるまい，その解釈などについて以下述べよう。

§ 2.　問題の設定

図 8.2 に示したように y z 方向には無限に広がっており，かつ有限厚さを持った磁性体と半導体の系を扱うものとする。表面静磁波は＋ y 方向に伝搬し，直流磁場は＋ z 又は－ z 方向に加えられる。更にキャリアーが＋ y 方向にドリフトするように半導体に一定の電界を加える。あらゆる量は z に独立であるものと考える。即ち二次元モデルによって考察を進めるものとしよう。

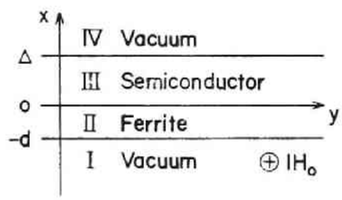


図 8.2　解析する磁性体－半導体複合系

半導体が新たに加わったこのような系においてもマクスウェルの方程式を成分毎に書き下すとＴＥ波とＴＭ波が分離される事がわかる。[169] 前章と同じくＴＭ波は磁気的な性質を持たないのでここでも対象外とし，Hx，Hy，Ez 成分を持つＴＥ波のみを取り上げよう。又ここで考える極めて薄い磁性体中を伝搬するモードはＴＥ波のうちでも表面静磁波モードだけなので，[153] 静磁近似を行なって解析を簡単化する。

一方半導体中を伝搬するドリフトキャリアーに対して次のような単純化を行う。

1) 流体力学近似によって巨視的に取り扱う。
2) 移動度は等方的でかつ電界の大きさによって変化しない。
3) キャリアは一種類だけで，生成消滅によってその密度が変る事はない。
4) 衝突周波数は励振周波数に比べて非常に大きい。

§ 3.　半導体キャリアのふるまい

もし拡散効果が無視できるとすれば，半導体中のキャリアの運動について次

のような関係式が成立する。

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{e}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nu_c \mathbf{v} \tag{8. 1}$$

$$\mathbf{i}_1 = \rho_0 \mathbf{v}_1 + \rho_1 \mathbf{v}_0 \tag{8. 2}$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{i}_1 = -\frac{\partial \rho_1}{\partial t} \tag{8. 3}$$

ここで添字 0 ，1 は夫々直流量及び交流量を表わす。又 νc は衝突角周波数である。あらゆる交流量は時間・空間的に $\exp[\,j(\omega t - ky) - f_S x\,]$ と変化すると考えて差し支えないので

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)\mathbf{v} = \{\, j\omega - f_S \upsilon_x - jk(\upsilon_0 + \upsilon_y)\,\}\mathbf{v}_1 \simeq j(\omega - k\upsilon_0)\mathbf{v}_1 \tag{8. 4}$$

となる。ここにキャリアの直流速度は y 方向を向いており大きさは υ_0 である。式（8.1）の直流及び交流成分を分けて書くと

$$\frac{e}{m}(\mathbf{E}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0) - \nu_c \mathbf{v}_0 = 0 \tag{8. 5}$$

$$\frac{e}{m}(\mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) - j(\omega - k\upsilon_0 - j\nu_c)\mathbf{v}_1 = 0 \tag{8. 6}$$

なる2式を得る。以後交流電磁界につけた添字1は省略する事にしよう。

マクスウェルの方程式の一つ

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{8. 7}$$

を参照して式（8.6）の中の $\mathbf{B}_1$ を消去すると次式を得る

$$j(\omega - k\upsilon_0 - j\nu_c)\mathbf{v}_1 = \frac{e}{m}\begin{pmatrix} E_x - \dfrac{k\upsilon_0}{\omega}E_x - j\dfrac{f_S \upsilon_0}{\omega}E_y + \upsilon_{1y}B_0 \\ E_y - \upsilon_{1x}B_0 \\ E_z - \dfrac{k\upsilon_0}{\omega}E_z \end{pmatrix} \tag{8. 8}$$

ここで $\omega - k\upsilon_0 - j\nu_c = \Omega$，$eB_0/m = \omega_c$ とおき，式（8.8）を$\boldsymbol{v}_1$について解くと

$$\boldsymbol{v}_1 = \frac{e}{m}\,\frac{1}{\omega_c^2 - \Omega^2}\begin{bmatrix} j\Omega\left(1-\dfrac{k\upsilon_0}{\omega}\right) & \omega_c + \dfrac{f_s\upsilon_0}{\omega}\Omega & 0 \\ -\omega_c\left(1-\dfrac{k\upsilon_0}{\omega}\right) & j\left(\Omega + \dfrac{f_s\upsilon_0}{\omega}\omega_c\right) & 0 \\ 0 & 0 & -j\,\dfrac{\omega_c^2-\Omega^2}{\Omega}\left(1-\dfrac{k\upsilon_0}{\omega}\right) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \tag{8. 9}$$

前述のように我々はＴＥ波だけに関心があるので $E_x = E_y = 0$ である。そこで式（8.9）から

$$\upsilon_{1x} = \upsilon_{1y} = 0 \tag{8.10}$$

を得る。更に§２の仮定4) $\nu_c \gg \omega$ を用いると式（8.9）から

$$\upsilon_{1z} \simeq \frac{e}{m\nu_c}\left(1-\frac{k\upsilon_0}{\omega}\right)E_z = \mu^*\left(1-\frac{k\upsilon_0}{\omega}\right)E_z \tag{8.11}$$

を得る。ここにμ^*はキャリアの移動度で $e/m\nu_c$ で与えられる。

次に式（8.2）と（8.3）から $\mathbf{i}_1$ を消去すると

$$\rho_1 = \frac{j\rho_0\,\mathbf{div}\,\boldsymbol{v}_1}{\omega - k\upsilon_0} \tag{8.12}$$

となるが，式（8.10）及び $\partial\upsilon_{1z}/\partial z \equiv 0$ を考慮すれば結局

$$\rho_1 = 0 \tag{8.13}$$

なる事がわかる。これはキャリアの集群が起らない事を意味している。

式（8.11）と（8.13）によって式（8.2）で定義された交流電流成分は

$$\mathbf{i}_1 = \sigma\left(1-\frac{k\upsilon_0}{\omega}\right)E_z\mathbf{a}_z \tag{8.14}$$

となってしまう。ここに $\sigma \equiv \rho_0 \mu$ は導電率，$\mathbf{a}_z$ は z 方向の単位ベクトルである。この式を見ると，交流電流は z 成分しか存在しない事，更に v_p を静磁波の位相速度として，等価的な導電率がドリフト電界の存在しない時に比して $1-(v_0/v_p)$ 倍になる事がわかる。かくして，v_0 が v_p より大きくなると不安定現象が起るのではないかという期待が持たれる事になる。

以上の解析においては拡散効果を無視したが，それを考慮しても結果は全く変らない。その説明は付録 9 に与える。

§ 4. 特性方程式

図 8.2 のような系において存在する表面静磁波の電磁界は，$\exp[j(\omega t - ky)]$ なる項を省略して次のように書かれる。

領域 I　　$x \leqq -d$　　（真空）

$$
\begin{aligned}
H_{x1} &= f a_1 e^{fx} \\
H_{y1} &= -jk a_1 e^{fx} \qquad (8.15) \\
E_{z1} &= \omega \mu_0 a_1 e^{fx} = \frac{\omega}{k} B_{x1}
\end{aligned}
$$

$$
f^2 = k^2 \qquad (8.16)
$$

ここで a_1 は任意定数であり以下で用いる a_n，b_n も同様とする。

領域 II　$-d \leqq x \leqq 0$　（磁性体）

$$
H_{x2} = f(a_2 e^{fx} - b_2 e^{-fx})
$$

$$
H_{y2} = -jk(a_2 e^{fx} + b_2 e^{-fx}) \qquad (8.17)
$$

$$
E_{z2} = \omega \mu_0 \left\{ (\mu + \nu s) a_2 e^{fx} - (\mu - \nu s) b_2 e^{-fx} \right\} = \frac{\omega}{k} B_{x2}
$$

ここで μ，ν は透磁率テンソルの対角，非対角成分であり次のような関係を満たしている。

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu & j\nu & 0 \\ -j\nu & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8.18}$$

$$\mu = 1 + \frac{\omega_0\ \omega_m}{\omega_0{}^2 - \omega^2}\ ,\quad \nu = \frac{\omega\omega_m}{\omega_0{}^2 - \omega^2} \tag{8.19}$$

式（8.1 7）に表われる記号sは直流磁場の向きがz軸の正又は負方向であるのに対応して＋1又は－1をとる。

領域Ⅲ　$0 \leqq x \leqq \triangle$　（半導体）

$$\begin{aligned} H_{x3} &= (a_3 e^{f_s x} + b_2 e^{-f_s x}) \\ H_{y3} &= -j\,f_s\ (a_3 e^{f_s x} - b_3 e^{-f_s x}) \\ E_{z3} &= \omega\mu_0\ (a_3 e^{f_s x} + b_3 e^{-f_s x}) = \frac{\omega}{k} B_{x3} \end{aligned} \tag{8.21}$$

$$f_s{}^2 = k^2 - \omega^2 \mu_0\ \varepsilon_0\ \varepsilon_s\ \varepsilon_{33} \tag{8.22}$$

$$\varepsilon_{33} = 1 - \frac{\omega_p{}^2(\omega - k\upsilon_0)}{\omega^2\ (\omega - k\upsilon_0 - j\nu_c)} \tag{8.23}$$

$$\omega_p{}^2 = \frac{n e^2}{m\,\varepsilon_0\,\varepsilon_s} \tag{8.24}$$

ここにω_pはプラズマ角周波数，nはキャリア密度，ε_sは格子の比誘電率である。又ε_{33}は式（8.9）のテンソルのzz成分から計算できるものであり，半導体のふるまいを誘電率テンソルに帰着させたために生じる。

領域Ⅳ　$\triangle \leqq x$　（真空）

$$\begin{aligned} H_{x4} &= f\,b_4\,e^{-fx} \\ H_{y4} &= jkb_4\,e^{-fx} \\ E_{z4} &= \omega\mu_0\,b_4\,e^{-fx} = \frac{\omega}{k} B_{x4} \end{aligned} \tag{8.25}$$

上に与えられた４つの領域における電磁界は各境界面において次のような連続条件を満たさねばならない。

$$
\begin{aligned}
&x=-d\text{において} && H_{y1}=H_{y2},\ B_{x1}=B_{x2}\\
&x=0 \quad〃 && H_{y3}-H_{y2}=i_s^-,\ B_{x2}=B_{x3} \qquad (8.26)\\
&x=\triangle \quad〃 && H_{y4}-H_{y3}=i_s^+,\ B_{x3}=B_{x4}
\end{aligned}
$$

ここに $i_s^{\pm}$ は半導体表面における等価的な電流密度であり，次式で与えられる（付録10）

$$i_s^+=-i_s^-=\varepsilon_0\,\varepsilon_s\upsilon_0\mu^*B_0(1-\frac{k\upsilon_0}{\omega})E_{z3} \qquad (8.27)$$

このようにして得られた式（8.１５），（8.１７），（8.２１），（8.２5）を式（8.２６）に代入する事によって次の特性方程式を得る。

$$e^{-2kd}=\frac{\{1+G(\mu+\nu s)\}(1+\mu-\nu s)}{\{1-G(\mu-\nu s)\}(1-\mu-\nu s)} \qquad (8.28)$$

ここに

$$G=\frac{(\gamma_s-jR)(\gamma_s+1+jR)-(\gamma_s+jR)(\gamma_s-1-jR)e^{-2f_s\triangle}}{\gamma_s+1+jR+(\gamma_s-1-jR)e^{-2f_s\triangle}} \qquad (8.29)$$

$$\gamma_s=f_s/k \qquad (8.30)$$

$$R=\mu_0\,\varepsilon_0\,\varepsilon_s\upsilon_0\mu^*B_0(\frac{\omega}{k}-\upsilon_0)=\frac{\upsilon_0\upsilon_p\mu^*B_0}{c_s^2}(1-\frac{\upsilon_0}{\upsilon_p}) \qquad (8.31)$$

なお c_s は半導体格子中の光速である。式（8.２９）のRは式（8.２７）の $i_s^{\pm}$ から生じたものであって，ホール効果によって半導体表面に蓄積された電荷の影響を表わしている。γ_s は式（8.２２），（8.２３），（8.３０）から

$$\gamma_s=\sqrt{1-\frac{\omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_s}{k^2}+\frac{\omega_p^{\,2}\varepsilon_0\,\varepsilon_s\mu_0\,(\omega-k\upsilon_0)}{k^2\,(\omega-k\upsilon_0-j\nu_c)}} \qquad (8.32)$$

となる事がわかるが，静磁近似及び $\nu_c\gg\omega$ なる近似を用いれば

$$\gamma_s = \sqrt{1 + j\frac{\sigma\mu_0}{k^2}(\omega - k\upsilon_0)} \tag{8.33}$$

と簡単化される。ここに

$$\sigma = ne^2/m\nu_c \tag{8.34}$$

は半導体の導電率である。

§ 5. 増幅率の近似式

式（8.28）は複素変数の超越方程式であって，そのまま解析的に解くことは不可能であるから，適当な条件の下で近似的に解くことを試みてみよう。実験においては表面静磁波の励振は細線又はストリップ線状のアンテナを用いるので，励振源は空間的には有限であり，時間的には周期に比して十分長い変調パルスを用いるので無限に長いと考えてよい。その結果解析はωを実数，kを複素数と考えて行うのが妥当である。[170] そこで

$$k = \beta + j\alpha \tag{8.35}$$

とおいて式（8.28）からωとβの関係を求めればそれは分散関係式，ωとαの関係を求めれば進行波増幅率が判明する。

簡単のため式（8.33）において

$$|(\sigma\mu_0/k^2)(\omega - k\upsilon_0)| \equiv |2\Gamma| \ll 1 \tag{8.36}$$

とおけば γ_s は

$$\gamma_s = \sqrt{1 + j2\Gamma} \simeq 1 + j\Gamma \tag{8.37}$$

となる。その結果式（8.29）は

$$G \simeq 1 + j(\Gamma - R)(1 - e^{-2\beta L}) \tag{8.38}$$

と非常に簡略化される。前に説明したようにRは半導体の表面効果に基づく項であるが，式（8.36）で定義されたΓは丁度それと対照的に体積効果に基づく項である。

一方，式（8.２８）を変形して

$$G(\mu^2-\nu^2+\nu s)-\nu s+1+(G+1)\mu \coth kd = 0 \qquad (8.39)$$

を得る。この式に式（8.３５），（8.３８）を代入して実数部，虚数部を分離すると，

$$\mu^2-\nu^2+1+2\mu \coth \beta d = 0 \qquad (8.40)$$

$$(\Gamma-R)(\mu^2-\nu^2+\nu s+\mu \coth\beta d)+2\alpha d\mu\, \mathrm{cosech}^2 \beta d = 0 \qquad (8.41)$$

なる２式が得られる。式（8.４０）はまさにＤＥモードの分散関係式（式（4.１１））になっているがこれは当然である。何故ならＤＥモードは図２において半導体を取り去った磁性体だけの系の固有モードであって，一方式（8.３６）は半導体の導電率が非常に小さく静磁波への影響も小さいことを要求しているからである。

さて，式（8.４１）の方は式（8.４０）を合わせ用いる事によって増幅率αを与える。

$$\alpha=-\frac{\mu}{d(1+\nu s-\mu)(1+\nu s+\mu)}\left(\frac{\omega\sigma\mu_0}{2\beta^2}-\frac{\upsilon_0\upsilon_p\mu^*B_0}{c_s{}^2}\right)\left(1-\frac{\upsilon_0}{\upsilon_p}\right)\left(1-e^{-2\beta\Delta}\right) \qquad (8.42)$$

右辺の$\omega\sigma\mu_0/2\beta^2$は上述の$\Gamma$から生じたもので半導体キャリアの体積効果，$\upsilon_0\upsilon_p\mu^*B_0/c_s{}^2$はＲから生じ表面効果を表わす。$\mu^*$はキャリアがホールか電子かによって符号が正か負をとるので前者の場合は体積効果に対して相殺的に，後者の場合は相加的に働く。この違いは電子の場合はホール効果によってキャリアが半導体の下側即ち磁性体との境界面に集中するのに対し，ホールの場合は半導体の上側に集中して静磁波との相互作用が減少する事によって説明される。

なおここで体積及び表皮効果の大きさの関係を調べておこう。ｎ型のＩｎＳｂを例にとる事にして　$\varepsilon_s = 17.9$，$\mu^* = 5\times10^4$ cm²/V・sec，$n = 10^{14}\sim10^{16}$/cm³と考えよう。この時$c_s \simeq 7\times10^9$cm/secでυ_0はたかだか5×10^7 cm/sec，υ_pもその程度であり，μ^*B_0は印加磁場$H_0 = 500$ Oeとして０.２５

となるので$\upsilon_0\upsilon_p\mu^*B_0/c_s{}^2<10^{-5}$となる。一方体積効果の方は$\omega/2\pi=3\,\mathrm{GHz}$，$\beta=10^3/\mathrm{cm}$として電子密度に応じて大体 $10^{-4}\sim10^{-2}$ のオーダーであるから電子密度が小さすぎない限り表面効果を無視しても結果に差はない。従って以下では体積効果だけを考えることにしよう。

上の計算によって我々はまた不等式（8.36）の有効な範囲を知る事ができる。$n<10^{16}/\mathrm{cm}^3$に対して$|\Gamma|<10^{-2}$となるので，それより小さい電子密度，又は導電率に直して$10^2\,\mho/\mathrm{cm}$以下であれば十分に不等式は正しい。もちろん移動度のより小さい半導体例えばｎ－Ｇｅなどではより大きな電子密度になるまで不等式が成立する。

式（8.42）の第１，２，４項は静磁波の伝搬する周波数帯域で常に正なのでαの符号は第３項によって決まる。即ち$\upsilon_0\gtrless\upsilon_p$に従って$\alpha\gtrless0$となる。半無限磁性体についての計算結果[103)]，§３における予測と一致してキャリアーのドリフト速度が波の位相速度を越える時に増幅の起る事がここに示された。

§6. エネルギー的考察による増幅率の導出

前節までは半導体も含めた全系について電磁界を求め境界条件を合わせる事によって得た特性方程式の根のふるまいを云々してきた。しかし，いくつかの極端な条件の下では必ずしもそのような方法をとらずとも比較的容易に増幅率の算出が可能であるので$s=1$即ち表面波のエネルギーが半導体との境界面に集中する場合について以下に示そう。

(i) 導電率が比較的小さいとき

この場合は既に前節で増幅率を求めたので，半導体の表面効果を除外して結果を示せば次のようになる事は直ちにわかる。

$$\alpha\simeq-\frac{\omega\sigma'\mu_0}{2\beta^2 d}\left(1-e^{-2\beta\Delta}\right)\frac{\mu}{(1-\mu+\nu)(1+\mu+\nu)} \tag{8.43}$$

但し　$$\sigma'=\sigma\left(1-\upsilon_0/\upsilon_p\right) \tag{8.44}$$

ところで，Ｑを単位時間当りのエネルギー損，Ｓを単位時間当りのエネルギー流としたとき，波数の虚部αに対して

$$\alpha=-Q/2S \tag{8.45}$$

なる関係の成り立つことが知られている。それ故Q，Sを我々の系に対して正しく定義すれば，式（8.4 5）を用いることによっても式（8.4 3）が得られるはずである。

前述のように特性方程式の実数部がDEモードの分散式に一致するということは，この系の電磁界が第1次近似の範囲内では半導体の存在の影響を何ら受けていないことを意味する。従ってQ，Sの計算のために次のようなDEモードの電磁界を用いることができる（H_y は計算に必要ないので省略している）。

$$\left.\begin{aligned} H_{x1} &= \frac{2\mu A}{1+\mu-\nu}\, e^{\beta x} \\ E_{z1} &= \frac{\omega\mu_0}{\beta}\cdot\frac{2\mu A}{1+\mu-\nu}\, e^{\beta x} \end{aligned}\right\} \tag{8.4 6}$$

$$\left.\begin{aligned} H_{x2} &= A\left(e^{\beta x}+\frac{1+\mu+\nu}{1-\mu+\nu}\, e^{-\beta x}\right) \\ E_{z2} &= \frac{\omega\mu_0}{\beta}A\,(\mu+\nu) \\ &\quad \left(e^{\beta x}+\frac{\mu-\nu}{\mu+\nu}\;\frac{1+\mu+\nu}{1-\mu+\nu}\, e^{-\beta x}\right) \end{aligned}\right\} \tag{8.4 7}$$

$$\left.\begin{aligned} H_{x3} &= \frac{2\mu A}{1-\mu+\nu}\, e^{-\beta x} = H_{x4} \\ E_{z3} &= \frac{\omega\mu_0}{\beta}\cdot\frac{2\mu A}{1-\mu+\nu}\, e^{-\beta x} = E_{z4} \end{aligned}\right\} \tag{8.4 8}$$

ここにAは，振幅を表す任意定数である。又，$e^{j(\omega t-\beta y)}$ の項は略してある。

式（8.4 6）〜（8.4 8）を用いてQ，Sを次のように定義する。

$$Q=\frac{1}{2}\int_0^{\Delta}\sigma'\,|E_{z3}|^2 dx \tag{8.4 9}$$

$$S=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{-d} \mathrm{Re}(E_{z1}\times H_{x1}^{*})\,dx+\frac{1}{2}\int_{-d}^{0} \mathrm{Re}(E_{z2}\times H_{x2}^{*})\,dx$$

$$+\frac{1}{2}\int_{0}^{\infty} \mathrm{Re}(E_{z3}\times H_{x3}^{*})\,dx \tag{8.50}$$

式（8.49）の計算においてσ'は式（8.44）に定義したものを用いる。なぜなら半導体にドリフト電界をかける効果は，式（8.14）を見れば分かるようにσをσ'に置き換えることに等しいからである。又半導体の存在範囲は$x=0$からΔまでなので，その範囲でのみ波動に対する減衰がひき起こされるはずである。

以上によって式（8.49），（8.50）を計算し，それらを式（8.45）に代入すると式（8.43）が再び得られた。故に導電率が比較的小さい場合は，半導体が存在しないときの電磁界を用いて増幅率の計算が行えるわけである。

(ii) 導電率が非常に大きいとき

$$|\alpha|\ll\beta,\quad \left|\frac{\sigma\mu_0}{k^2}(\omega-k\upsilon_0)\right|\gg 1 \tag{8.51}$$

なる仮定の下で特性方程式（8.28）を変形すると，実数部はFM(Ferrite－Metal) モードの分散式を表し，虚数部はαとβ，ωの関係を表すので前と同様にして

$$\alpha\simeq-\sqrt{\frac{1}{2\omega|\sigma'|\mu_0}}\;\frac{\beta}{d}\;\frac{\mu}{\mu^2-\nu^2}\;\mathrm{sgn}\,(\sigma') \tag{8.52}$$

が得られる。なおsgn (σ') は「σ'の符号」を意味する。この場合も$\upsilon_0 \gtrless \upsilon_p$に従って増幅・減衰が決まる。しかし，ここで注意すべきは式（8.51）がどのような半導体で成り立つかという点である。例えば，移動度が5×10^4 cm²／V・sec，電子密度が10^{18} cm^{-3}の場合，式（8.51）の（$\sigma\mu_0/k^2$）（$\omega-k\upsilon_0$）は大体1のオーダーになるが，この値をもっと大きくする半導体は作成が困難であることを考えれば式（8.51）で示される場合は仮想的なものである。しかし，式（8.45）からどのようにして増幅率が計算されるかを知るために考察を進めよう。

この場合半導体はほとんど金属に等しい振舞いをするはずであるから，静磁

波はFMモードの電磁界をもつと考えてよい。

$$\left.\begin{aligned} H_{x_1} &= \frac{2\mu A}{1+\mu+\nu}\, e^{\beta x} \\ E_{z_1} &= \frac{\omega\mu_0}{\beta} \cdot \frac{2\mu A}{1+\mu+\nu}\, e^{\beta x} \end{aligned}\right\} \tag{8.53}$$

$$\left.\begin{aligned} H_{x_2} &= A\left(e^{\beta x} - \frac{\mu-\nu}{\mu+\nu}\, e^{-\beta x}\right) \\ E_{z_2} &= \frac{\omega\mu_0}{\beta} A\ (\mu-\nu)\ (e^{\beta x} - e^{-\beta x}) \end{aligned}\right\} \tag{8.54}$$

前とは異なりQ，Sは次のように定義される。

$$Q = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\,(Z_S)\,|\mathbf{H}_t|^2\ \mathrm{sgn}\,(\sigma') = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2|\sigma'|}}\,|H_{y2}|^2\,\mathrm{sgn}\,(\sigma') \tag{8.55}$$

$$S = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{-d} \mathrm{Re}\,(E_{z_1} \times H_{x_1}^{*})\,dx + \frac{1}{2}\int_{-d}^{0} (E_{z_2} \times H_{x_2}^{*})\ dx \tag{8.56}$$

ここではQは，半導体表面におけるうず電流損によるものであると考えている。それ故$\mathbf{H}_t$及びH_yは$x=0$における値を用いる。又，Z_Sは半導体の表面インピーダンスである。

式（8.53）～（8.56）を用いて，式（8.45）の計算を行えばこのときも同じく式（8.52）が得られた。それ故σが非常に大きいときもQ，Sを正しく定義すれば，複合系の特性方程式を解かずに増幅率の計算が行えることが判明した。

(iii) より複雑な系の増幅率

導電率が比較的小さい場合の結果を利用して複雑な系の増幅率が容易に求まることを示そう。式（8.45），（8.48），（8.49）によればαは半導体表面の電界E_Sを用いて，

$$\alpha \propto \int_0^{\Delta} \sigma'\,|E_S|^2\, e^{-2\beta x}\ dx \tag{8.57}$$

と表すことができる。

① αの半導体厚さ依存性

$|E_S|^2$ はxに依存しないので式（8.5 7）を計算して，

$$\alpha \propto 1 - e^{-2\beta\Delta} \tag{8.58}$$

② 磁性体と半導体の間隔 l によるαの変化

$$\alpha \propto \int_l^{l+\Delta} e^{-2\beta x} dx \propto e^{-2\beta l} \tag{8.59}$$

これは文献（1 7 1）の図3と一致している。

③ σ' が厚さ方向に変化するとき

$$\alpha \propto \int_0^{\Delta} \sigma'(x) e^{-2\beta x} dx \tag{8.60}$$

これらの式は移動度が 5×10^4 cm²/V･sec とかなり大きいときでも 10^{16}cm^{-3} 程度の電子密度まで用いることができる。

§7. 電算機による解法

再びこの節から特性方程式（8.2 8）にもどろう。§5，6において増幅率を解析的に求め得る事を示したがσが非常に小さいか大きい時に限られており，移動度が$\mu^* = 5 \times 10^4$ cm²/V･secとして電子密度$n = 10^{16} \sim 10^{18}$/cm³ のあたりは解析的に求まらず，どうしても数値計算に頼らざるを得ない。そこでこの節では無限に多く存在する特性方程式の根の中からいかにして意味のある根を選び出すか，その方法について述べる事にする。なお簡単のためここでは半導体の厚さを無限大とする。このようにしても静磁波の分散関係には本質的な変化は起らないので増幅特性についても同じ事が言える。

(i) ドリフト電界が存在しない時

まず極端な場合としてキャリア密度nを0又は無限大に持って行った時，根は夫々DEモード，Sモード（Seshadri モード，第6章参照）にならねばならない。従ってnの増減に伴なってそのようなふるまいをする根を選び出す。これが第1の基準である。

次に，我々は励振源から十分に遠い所での系の応答を調べるわけであり，か

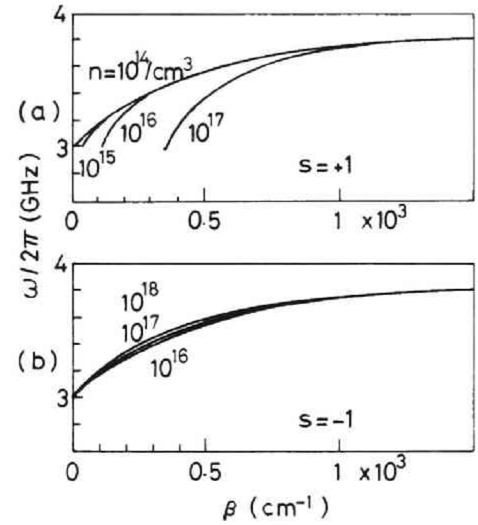


図 8.3　ドリフト電界が 0 での分散曲線

つドリフト電界の存在しないこの場合は必ず波動は減衰するつまり $\alpha<0$ であるから，α の絶対値の最も小さいものだけが生き残り，他の根に対応するモードは消失してしまうはずである。従って $\alpha<0$ でかつ $|\alpha|=\mathrm{Min}$ なる根を選ぶのが第2の基準となる。

以上の基準に基いて選び出した根の振舞を図 8.3〜8.5 に示す。磁性体としてＹＩＧ，半導体としてｎ型ＩｎＳｂを選び諸定数を次のように決めた。

ＹＩＧ	飽和磁化　$4\pi M_s = 1750\,\mathrm{G}$	印加磁場 $H_0 = 500\,\mathrm{Oe}$
	厚　さ　$d = 10\,\mu\mathrm{m}$	
InSb	格子の比誘電率　$\varepsilon_S = 17.9$	
	電子の移動度　$\mu* = 5\times10^4\,\mathrm{cm^2/V\cdot sec}$	

図 3 に示した分散関係はｎが比較的小さい場合のものであり，$s=1$ の時は $n=10^{14}/\mathrm{cm^3}$，$s=-1$ の時は $n=10^{16}/\mathrm{cm^3}$ あたりで既にＤＥモードのそれに等しくなっている。$s=-1$ の時は波動のエネルギーが磁性体の下側面に集中するため，磁性体の上側に置かれた半導体との相互作用は小さくｎが相当大

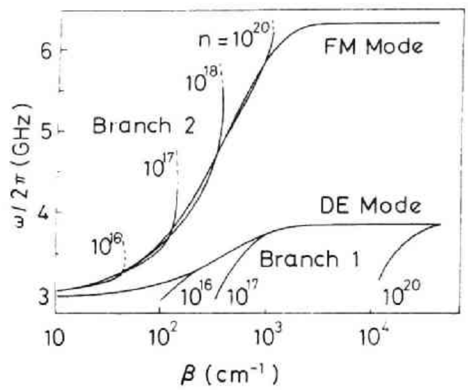


図 8.4　キャリアー密度の変化に対する
分散曲線の変化（$E_d = 0$, $s = +1$）

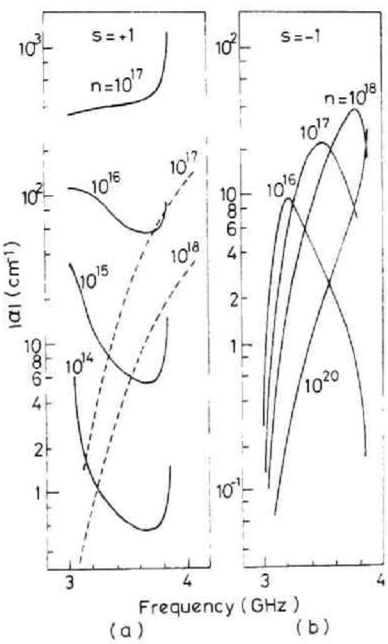


図 8.5　減衰定数の周波数特性
（破線は図 8.4 の Branch 2 に対応する）

きくとも分散関係は大きな変化を受けない。更に図8.5(b)の増幅率（実は減衰率）を見ても上の理由によってs＝1の場合に比べて小さい事がわかる。

ところがs＝1の場合はnの増大に伴なって分散曲線は急速にDEモードのそれから離れていく。例えば図8.3において$n=10^{17}$／㎤の時，f＝3.1GHzにおいてβはDEモードの10倍以上となっている。更にnが大きい時の分散曲線は図8.4に示されている。図8.3(a)の曲線群を分枝1と名付け図8.4の中に描いたが，nの増大に伴なって分枝2と名付けられる新たなモードが発生してくるのがわかる。この分枝はSモードの一つであるFMモードに限りなく接近していく。両分枝に対応する｜α｜が図8.5(a)に示されており，大体$n=10^{17}$／㎤ を境にして大小関係が逆転している。従ってs＝1の場合前述の基準によって$n \leq 10^{17}$／㎤においては分枝1，$n \geq 10^{17}$／㎤においては分枝2が正しい解であるという事ができる。

(ii) ドリフト電界の存在する時

この場合はαは正負いずれも取る可能性があるので前よりやっかいである。ある実数の周波数に対して$\alpha > 0$なるような根が得られた時，これは一寸考えると増大波であるように思える。だから$\alpha > 0$でかつその絶対値の最も大きいものが励振源から遠く離れた観測点において意味のある解であると考えがちである。しかし付録11に示すようにBriggsの判定条件[70]に従うと，そのような見かけ上“増大波“となるような根が実は減衰波（Evanescent モード）であるという場合が多くある。一方$\alpha > 0$となるような根が存在しない場合には話は簡単である。(i) で述べたように最もαの絶対値の小さいものを選べばよいからである。

それゆえ (i) の場合にならって正しい解を選択する基準を示すと次のようになる。

(1) 大体$n=10^{17}$／㎤を境にしてnがそれより小さい時にはDEモード，大きい時にはFMモードに漸近するような解をいくつか選ぶ。

(2) それらは$\alpha > 0$なる根いくつかと$\alpha < 0$で絶対値の最も小さい根1つとから成る。

(3) $\alpha > 0$のすべての根にBriggsの条件を適用して，それらのうちから convective amplification の条件を満たしているものを正しいものとして最終的に選ぶ。もし条件を満たす$\alpha > 0$なる根がなければ$\alpha < 0$の根

を正しいものとする。

以上の基準によって選んだ根のふるまいは次節において半導体厚さを種々の有限な値にとったより一般的な形で示そう。

§8. 数値解とその検討

計算に必要な諸定数は前節にまとめて示したものを用いる。

(i) 分散関係

図8.6に電子密度$n = 10^{18}/cm^3$の場合について，半導体厚さ△を変えて分散曲線がいかに変化するかを示している。この電子密度はn型InSbについて現実に製作可能な上限程度の大きさである。この時導電率は8×10^3℧/cm となり相当に金属のそれと近いが，△が小さい時にはほとんど金属的な影響は示さず静磁波にとって真空と同じ作用しか及ぼしていない事は，分散曲線がDEモードと何ら変っていない事から判断できる。そしてs＝1のとき△が増加するにつれて静磁波への作用は増大し分散曲線は大きく変形する。しかし図8.6では

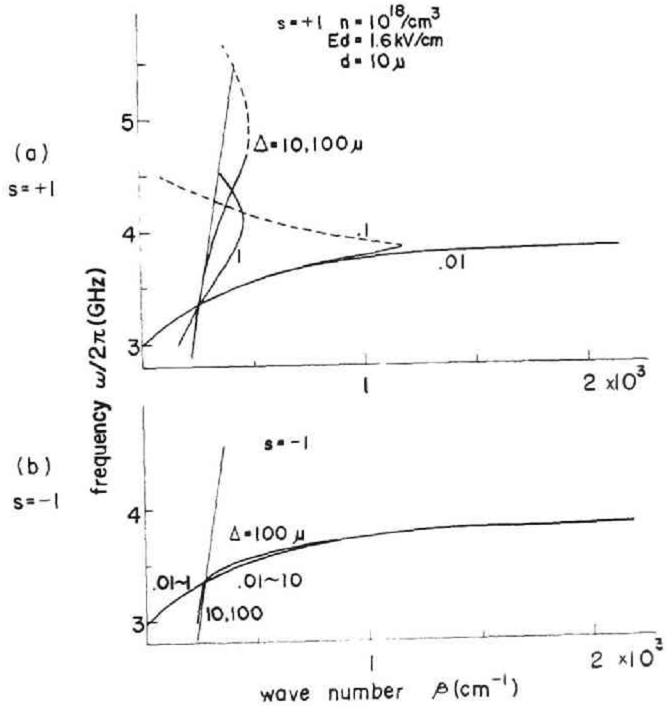


図8.6　分散曲線の半導体厚さによる変化
(直線は$\omega = kv_0$を表わす)

σは大きいとはいえまだ不十分なので△を大きくしていっても分散曲線はＦＭモード（磁性体と金属の境界面に存在するモード）にまで変化するに至らない。又分散曲線は前節のように途中で新たなモードが出現するという事なく△の増大と共にＤＥモードからＦＭモードへと滑らかに移行している。しかし以前とは逆にむしろ $s=-1$ の時に $n=10^{19}$/cm のあたりでモードの飛躍が存在する。これらはドリフト電界の影響であろうが物理的意味は不明である。なお $s=1$ の曲線群で点線の部分は大きな減衰率をもったエバネセント・モードで分散曲線としての意味はあまりないが，実線で示された分枝につながるものとして参考のため描いておいた。

一方，図 8.7 は半導体厚さ△は一定に保ち電子密度を変化させた時の分散曲線である。$\triangle=1\,\mu$m と相当小さな値を例にとっているが，$s=1$ のとき n を増加させるにつれてＤＥモードからＦＭモードに移行する有様がよく表われている。但しドリフト電界のため β の小さい領域では分散曲線はＤＥ又はＦＭモードとかなり異なる。

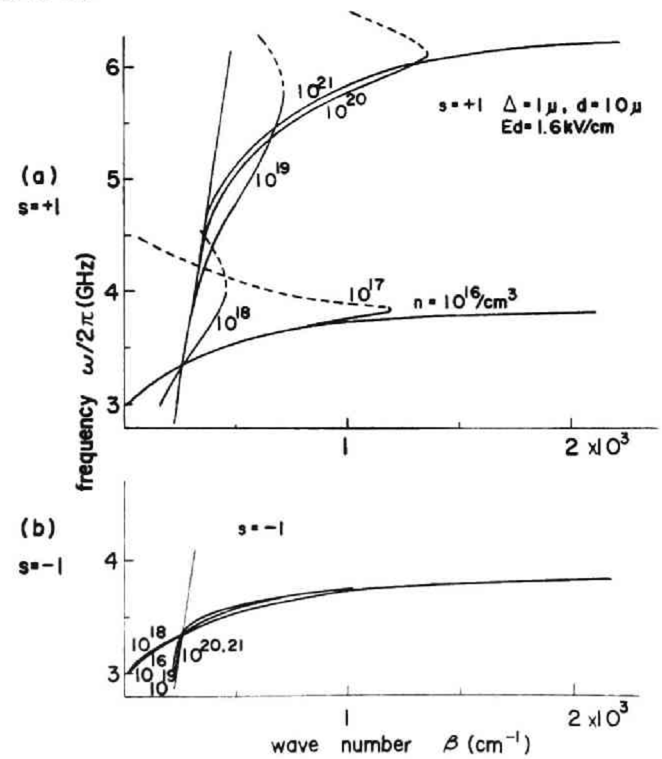


図 8.7　分散曲線のキャリアー密度による変化
（直線は $\omega=kv_0$ を表わす）

図8.6と図8.7を見比べる事によって定性的には半導体厚さとキャリア密度は静磁波の分散特性に対し同様な効果を持つことがわかる。即ち△を一定に保ちつつnを変えても，nを一定に保ちつつ△を変えても表面静磁波のふるまいはDEモード的からFMモード的の間を自由に変わる。但しnが小さ過ぎると△をいかに大きくしても波動はFMモード的にはなり得ない。

(ii) 増　幅　率

増幅率は波数の虚数部分αで与えられる。まずnを一定にしたまま△を変化させた時のαを周波数の関数として描いたものが図8.8である。（s＝－1については省略）。すべての曲線が周波数3.36GHz付近で0に向っているが，そこは丁度分散曲線と直線$\omega = kv_0$の交わる周波数である。⇧印より左側では$\alpha < 0$なので減衰を，右側では$\alpha > 0$で増幅を表わしている。従ってキャリアのドリフト速度が波動の位相速度を越えれば増幅，越えなければ減衰となる事が数値計算からも確認された。

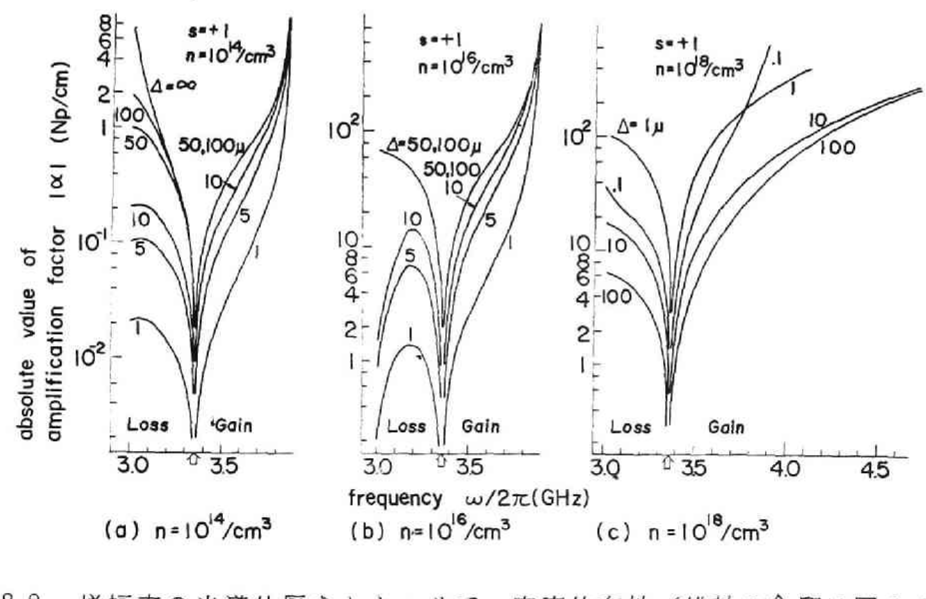


図8.8　増幅率の半導体厚さとキャリアー密度依存性（横軸の⇧印は図8.6，8・7において分散曲線と$\omega = kv_0$の交点の周波数に対応する。s＝＋1，d＝10μm，Ed＝1.6KV/cm）

図8.8(a)，(b)を見るとnの値が小さい時には式（8.42）又は（8.58）の示すとうり△が大きいほど増幅率は大きくなることがわかる。これは△が大き

いほど波動の電磁界のうち半導体に含まれる部分が多くなり，相互作用も大きくなるからである。ところが図 8.8(c)のようにｎの値が大きくなると波動の電磁界そのものが半導体厚さによって変化するため単純にそのようなことが言えない。△が大きくなるとむしろ｜α｜が減少しているのはそのためである。この場合最大の増幅率を与える有限な△が存在する。

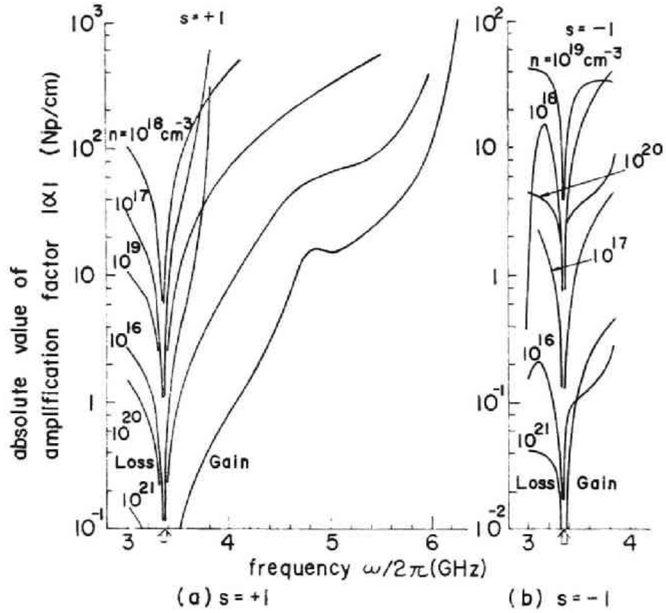


図 8.9　増幅率のキャリア密度依存性（d＝１０μm，△=1μm，Ed=1.6kv/cm)

次に△を一定に保ってｎを変えてみよう。図 8.9によれば式（8.４２）に一致してｎの小さい時はαはｎに比例して増加しｎ＝10^{17}〜10^{19}/cm³ でその絶対値が最も大きくなる事が見てとれる。従ってこの図からも相互作用最大の条件は△とｎのかね合いにある事がわかる。

図 8.8 及び図 8.9(a)においてｎが大きいほど周波数帯域が広がっているのは半導体の導電率が金属に近づくにつれて静磁波はＦＭモードに漸近するためである。（ＤＥモードとＦＭモードの周波数帯域に関しては，例えば図４．２と４．３参照）又図 8.9(b)には(a)と同じ△の値に対して直流磁場の向きを逆転させた時の増幅率が示されているが，(a)に比べてその絶対値は殆んどのｎについてより小さい。この理由は前節 (i) で既に述べた通りである。

図 8.8 ，９共に周波数が高いほど増幅率が増大する（α＜０のときは減衰率

の減少）傾向を見せているのはこの系を増幅器として実際に働らかせる場合には好都合な特性である。何故なら実際には表面静磁波はここで無視した固有の伝搬損失を持っており，その大きさは周波数の増加関数なので両者がうまく相殺し合って広い平担な周波数特性を得る可能性があるからである。

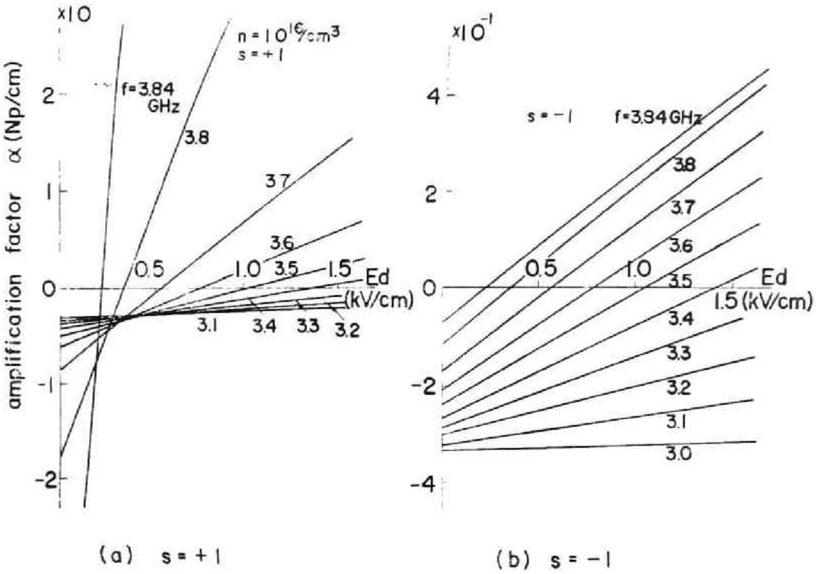


図 8.1 0　増幅率のドリフト電界依存性（キャリアー密度の小さい場合，$n=10^{16}$/cm³，$d=10\,\mu$m，$\triangle=1\,\mu$m）

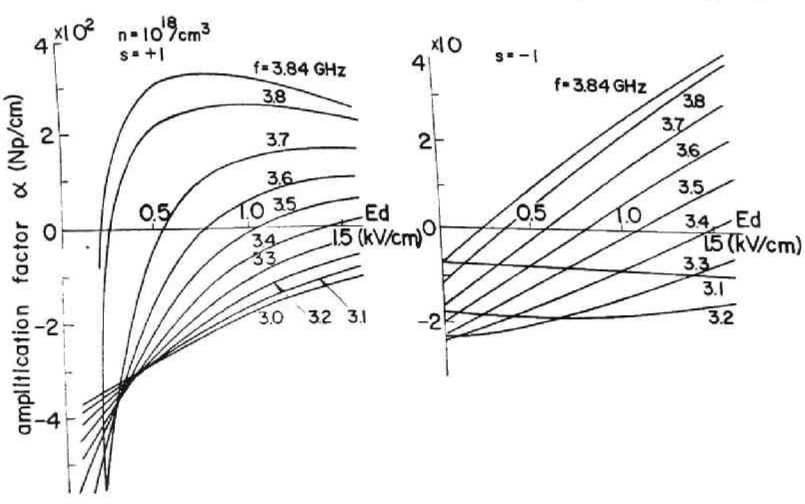


図 8.1 1　増幅率のドリフト電界依存性（キャリア密度の大きい場合，$n=10^{18}$/cm³，$d=10\,\mu$m，$\triangle=1\,\mu$m）

最後に増幅率のドリフト電界依存性を図示してみよう。図8.10を見ると $n=10^{16}/\mathrm{cm}^3$ の場合について $s=\pm1$ の両者とも α は E_d の一次関数になっている。この結果は導電性運動媒質中の横波の増幅特性[172]と一致しており，又 $v_0=\mu^* E_d$ である事を考えれば式（8.42）からも予測されるところである。それに対し図8.11の $n=10^{18}/\mathrm{cm}^3$ の場合には α は E_d の増大に対して飽和する傾向を示す。これは式（8.44）の σ' は n が大きい時には絶対値そのものが大きい上に E_d の変化によって値が大幅に変わるから半導体中の電界そのものに大きな変化を起させるためであると考えられる。E_z が減少すれば相互作用の減少更に α の減少が起る。

結　論

本研究は強磁性体中の磁気波についてその励振，伝搬，相互作用などの特性を多面的に取扱ったものである。第Ⅰ部は円柱状試料中の体積静磁波，及び磁気弾性波の実験的研究が中心であり，筆者による研究の初期の成果を記した。第Ⅱ部は板状及び薄膜試料中の表面静磁波に関する理論的ならびに実験的研究の成果である。以下に各章毎に得られた主な結論を記そう。

第1章では効率が高く周波数帯域の広い励振マウントを開発した。これはストリップ線路型で小形軽量であるばかりでなく外部回路との結合にも至便なものである。そして更に励振アンテナを工夫する事によって最低次及び次の高次モードを分離して励振する事に成功し静磁波のモード理論を検証した。

第2章では上記マウントを用いて磁気弾性波励振の最適条件をさがして変換損失 18dB を得ると共に，最も伝搬損失を支配する試料軸と印加磁場方向のなす角度についても検討した。そして遅延素子への応用において必要な2ポート化のために〔110〕試料の伝搬特性を検討し，適当な周波数範囲又は磁場の範囲で2ポート動作をする事を確認した。

第3章では磁気弾性共鳴吸収を用いて円柱状試料の内部磁場分布を測定する新しい方法を提案し，その測定結果を示した。これによれば，低印加磁場時には分布は全体としてなだらかな凸型，高磁場時には角ばった凸型となる事が判明し，Joseph らの理論を検証した。

第4章からは表面静磁波を扱った。第4章では無限に広い板状試料での電磁界の厚み方向への大きさ分布を計算した。特に電界に関する検討は筆者によるものしかなく，印加磁場と波動ベクトルの方向が試料平面内で任意の角をなす場合まで求めてある。又実験においてよく用いられる片面金属膜貼布の構造についても電磁界の計算を行ない，次章の準備とした。

第5章ではプローブによって試料表面に生ずる定在波の電磁界を測定した。内部磁場の非一様性により生ずる波長の試料表面での2次元的変化，カットオフ領域の存在などが明らかにされた。その他にＦＡ，ＦＭモード相互の非可逆性，共鳴吸収と定在波の関係なども含めて，前章の無限平板における結果が有限の場合にどのように修正されるかという知識が実験的に得られたものと考えられる。

第６章では非一様媒質における電磁波伝搬の解析手段である幾何光学近似を用いて表面静磁波ビームの軌跡を計算した。この方法は平面波に対してのみ用いうるものなので，まずそれを表面波にも使えるよう拡張する必要があった。この方法によって解析を行なった結果次のような結論を得た。通常用いられる１０μm 厚程度のＹＩＧ薄膜においてもかなりの収束・発散があるので，ビームの発散による損失又は収束にともなう飽和効果による損失を減らすため，試料の形状・大きさに充分注意しなければならない。

第７章は線電流源による励振理論である。対象とするのは開放系であるから離散的な固有値に対応する固有モード以外に連続的な固有モード即ち放射解が存在する。そしてこの両者ともが非可逆性をもつこと，つまり電流源の左右において解のふるまいが全く異なる事が判明した。これに加えて印加磁場の値の変化によっても解のふるまいが変化する磁気同調特性によってビームを電子的に振ることのできる磁性体基板アンテナへの応用も考えられよう。又，表面静磁波をいかに効率よく励振できるかという意味では，アンテナの入力抵抗のみならず入力リアクタンスも計算できたので整合をとる場合に必要な知識が与えられたと言える。

第８章では磁性体上に置かれた板状半導体のドリフトキャリアーによって表面静磁波の進行波増幅を行う問題を理論的に検討した。半導体の厚さ，キャリアー移動度，印加電界，更に磁性体の厚さ，磁性体と半導体との間に設けられた間隙の増幅率への影響を調べ，適当な条件の下では非常に大きな増幅率の得られる事を明らかにした。この研究はそれだけでなく，増幅機構の新しい観点からの説明，拡散効果，表面電荷の影響，解の有意味性の検討も含んでおり，進行波増幅の理論としてほゞすべてを尽したものであると考えている。

最後に磁気波研究の今後の展望などについて述べ結言としよう。序論でも述べた如く体積モードについては１９６０年代の後半，表皮モードについては１９７０年代の前半に研究のピークがあって，その後次第にこの分野の研究者数，報告数も減少しつつある。応用上の問題について見れば卒直に言って体積モードは従来のマイクロ波回路素子に置きかわるような素子を作り得なかったし，表皮モードの応用についても現在の所では遅延等価器と少々狭い意味の磁気波からはずれるがエッジモードジャイレータが有望視されているに過ぎない。それほどにマイクロ波回路技術は確立された分野であって，直流磁場発生用の

電磁石とその電源を必要とする磁気波応用素子はそのハンディを乗り越えてあまりあるすぐれた特性を示さなければ既存の素子又はシステムに置きかわることは困難なわけである。しかし，誘電体基板ストリップ線路素子が２０年以上昔に提案されて後またたく間に基本的特性が明らかにされながらその後長年にわたって放置されてきた例や，光伝送用のファイバーの原理そのものは数十年も昔に出されていた例を見ると，ここでも矢張り材料の問題が解決されればという期待がないわけではない。ＹＩＧ単結晶はもちろん従来のマイクロ波磁性材料に比べて損失の飛躍的に小さい材料ではあるが，まだ充分に低損失でないとか，単結晶を用いる限り大きなものが作れないとかあまりにも高価であるといった弱点をもっている。従って将来これらの弱点を克服した材料が合成されるようになった時点で再び応用の問題が大きくとり上げられる可能性があると思われる。

一方基礎的理論的見地から見れば，現在は丁度実験データ即ち現象的知識が出そろった段階と言うことができる。応用に視点を置いて様々な試料形状，構造中での磁気波の励振・伝搬の問題が個々に解かれたので，それらに共通する磁気波全体の特徴は何か，又その特徴はより大きな原理（例えばマクスウェルの方程式，エネルギー保存則，因果律など）から演繹され得るものかといった問題が提起されることになろう。従来からフェライト中の電磁波伝搬にはいくつかのパラドクスの存在が知られており，[173〜175] これらの解決のためにも磁気波研究の成果が役立てられるであろう。筆者らも既にそのような試みを若干行なっているが[176,177]まだ不充分なものであり，本論文には含めていない。今後も検討を深めると共に非可逆媒質中の波動理論なる分野を開拓して行きたいと考えている。

謝　辞

本研究は京都大学工学部 池上淳一 教授 の御指導のもとに行なわれたものであって，筆者が京都大学大学院工学研究科に在学中以来十余年に亘り終始御懇篤な御指導と御鞭撻を賜わった同教授にここに衷心よりの感謝の意を表したい。

また，当研究室に配属された幾人かの大学院生，4回生諸君の協力がなければこの研究は殆んど進展しなかったであろう事を思えば，ここで一人一人名前をあげて謝意を表すべきであるが，巻末の文献表に各章毎にあげられた著者名によって代えさせていただく。さらに研究の各進行段階で有益な御討論，御教示を頂いた当研究室の 中島将光 助教授，湯川敏信助手，及び現・京都工芸繊維大学工芸学部 小倉久直教授，宮下豊勝助教授にも深く感謝したい。とりわけ湯川氏には同じ研究グループの協同研究者として数々の援助・助言をいただいた。特に記して謝意を表する次第である。

付録1　磁気弾性共鳴の条件式

信号周波数を一定にしておいてある外部磁場のときに共鳴が観測されたものとすれば交叉点と端面の間に整数個の弾性波の定在波が存在することになる。

$$z_c = n\frac{\lambda}{2} \qquad (A\ 1.\ 1)$$

今、外部磁場を微小量$\varDelta$Hだけ増やして一つだけずれた共鳴が観測されればそれに対して次の3つの関係式のいずれかが成立する。

(i) $$z_c + \varDelta z_c = (n+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (A\ 1.\ 2)$$

(ii) $$\text{又は} = n\frac{\lambda}{2} \qquad (A\ 1.\ 3)$$

(iii) $$\text{又は} = (n-1)\frac{\lambda}{2} \qquad (A\ 1.\ 4)$$

周波数は一定に保ったままなので z_cは、H_eのみの関数であり

$$\varDelta z_c = \frac{d z_c}{d H_e}\varDelta H \qquad (A\ 1.\ 5)$$

であるから（A 1. 2）～（A 1. 4）式は（A 1. 1）式を参照して 次のように変形される。

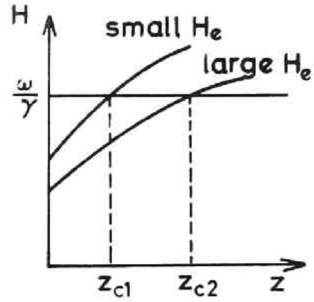
(i) $$\frac{d z_c}{d H_e}\varDelta H = \frac{\lambda}{2} \qquad (A\ 1.\ 6)$$

(ii) $$\text{又は} = 0 \qquad (A\ 1.\ 7)$$

(iii) $$\text{又は} = -\frac{\lambda}{2} \qquad (A\ 1.\ 8)$$

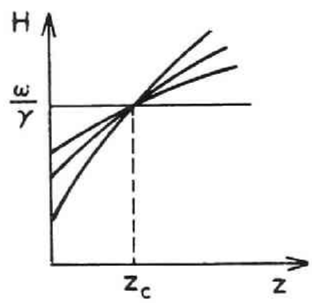
(i)の場合　$d z_c / dH_e > 0$ 即ち外部磁場を増やせば端面と交叉点の距離が

増加する事を示している。しかしそれは外部磁場の増大と共に内部磁場が小さくならなければ不可能であるから物理的に考えられない。(図A 1.1 a 参照)



図A 1. 1 a

(ii)の場合　　$dz_c/dH_e = 0$　外部磁場を変えても交叉点が移動しない事を意味する。しかし信号周波数によらずこのような事が起るためには内部磁場が外部磁場によって全然変化しない事になって不都合である。(図 A 1. 1 b参照)



図A 1. 1 b

以上においては暗黙のうちに(i)ないし(ii)の状態が周波数のいかんにかかわらず常に成立するという仮定の上で話を進め矛盾に導く事を示し結局本文(3.2)式のように(iii)の状態しか取り得ないという結論に到達したかったのだが周波数によって(i)や(ii)更には(iii)のあれこれを取るという事も考え得る。

そういう事が起らないという証明をして話を終えよう。
実験結果（第３章§４参照）によれば△HはH_eおよび信号周波数fの連続関数でH_eについては単調増加，fについては単調減少である。
fのある値で例えば(iii)から(ii)へ移行するには $1/\Delta H$ は0にならねば ならないし(iii)から(i)へ移行するには負の値を取らねばならない。
所が上述のようにΔHの存在するすべての周波数領域で そのような傾向は、見られないのでこのような移行はないものと考えてよい。

付録２　周波数掃引法による内部磁場分布の測定法

本文の式（3. 7）から（3. 9）までと全く同じ事をやればよい。（3. 7）に対応して

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{Z_t(f)} k_{ME}\, dZ - \frac{1}{\pi}\int_0^{Z_t(f+\Delta f)} k_{ME}\, dz = -1 \tag{A 2.1}$$

を得る。左辺第１項の積分を g（f）と書き直せば

$$g(f) - g(f+\Delta f) = -\pi$$

更に

$$\frac{g(f+\Delta f) - g(f)}{\Delta f} = \frac{\pi}{\Delta f}$$

となるから微分方程式に書き直して

$$\frac{dg(f)}{df} = \frac{\pi}{\Delta f}$$

積分すれば

$$g(f) = \int_{f_0}^{f} \frac{\pi}{\Delta f}\, df \tag{A 2.2}$$

g（f）は本文式（3. 1 0）より

$$g(f) = \frac{\omega}{2C_t}(z_t + z_c) \qquad (A\,2.\,3)$$

であるから結局（A 2. 2）（A 2. 3）式より

$$\frac{1}{2}(z_t + z_c) = \frac{C\,t}{2\,f}\int_{f_0}^{f}\frac{df}{\Delta f} \qquad (A\,2.\,4)$$

が得られ本文（3. 1 1）式と対応する。
この方法によれば外部磁場を一定に保って（A 2. 4）の右辺を実験によって求めるので、「ある大きさの外部磁場に対する内部磁場を決定する」という我々の目的には本文の方法よりもすぐれているように思える。
しかし f − Δf 曲線を求める際検出器の同調が f を変える事によってすぐ外れてしまうので実験上は苦労が多い。

付録 3　板状フェライトの内部磁場計算法

一般に非楕円体試料を磁化したとき、内部磁場は必ず非一様となる。表面静磁波に関する実験は板状又は薄膜状試料を用いるのでこの場合も例外ではない。簡単のため印加磁場は一様であるとすれば内部磁場は

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}e + \mathbf{H}a - \mathbf{H}_d(\mathbf{r})$$

と書かれる。ここに $\mathbf{H}e$ は印加磁場，$\mathbf{H}a$ は異方性磁場で空間的に一様であり，$\mathbf{H}d$ は反磁場と呼ばれ空間的に非一様である。今図 5. 2 のような構造について考えてみよう。印加磁場が充分大きい時試料はほぼ一様に磁化されるとしてよい。その時試料の中の磁化（magnetization）分布，更に z 軸方向の両端面に生ずる磁荷（magnetic charge）分布も一様となる。従って反磁場とはそのような磁荷の表面分布がつくる磁場であると考えることができる。

反磁場の磁気ポテンシャルをϕ_dとおくと、

$$\nabla^2 \phi_d = -4\pi \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{M} \qquad (A3.2)$$

なる関係が成り立つのでこれを積分して

$$\phi_d = M \left[\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} dx' \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dy' \left\{ (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right]_{z'=-\frac{W}{2}}^{z'=\frac{W}{2}} \qquad (A3.3)$$

が得られる。

ここで積分の上下限は各軸方向への試料の端面の座標に対応する。

反磁場の各成分は

$$\mathbf{H}d = -\mathrm{grad}\ \phi_d \qquad (A3.4)$$

から計算する事ができる。

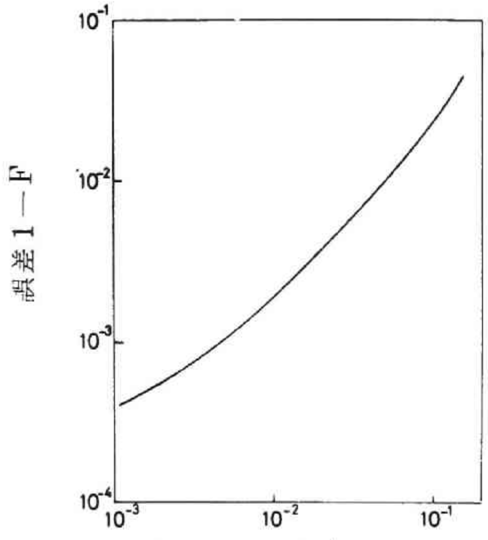
付録４　　積分のきざみ幅$\Delta\tau$によるビーム軌跡の誤差

電算機を用いた計算ではオーバーフローを避けるため方程式をできるだけ無次元化するのが望ましい。我々は角周波数ω_0，ω は ω_mで除し，ϕ_y, ϕ_z, f，γ等には試料厚さ2aを乗じて解くべき微分方程式（6．23）を正規化した。従って式（6．28）によって$\Delta\tau$は長さの次元をもつことになるが、これをどの程度小さくとれば積分の誤差が無視し得る程度になるか調べてみよう。

積分によって得られた解（$y(\tau)$，$z(\tau)$，$\phi_y(\tau)$，$\phi_z(\tau)$）をビームの最終点$y=5$，$z=z_a$ においてもとの微分方程式に代入してみて誤差がどの程度あるかを見る。微分方程式は上述のように正規化されているが、それを更に

$$F(y,\ z,\ \phi_y,\ \phi_z) - 1 = 0$$

という形に直し，$1-F(y(\tau_a),\ z(\tau_a),\ \phi_y(\tau_a),\ \phi_z(\tau_a))$の値を誤差と考える。図Ａ４．１は図６．３の最も外側からつまり $z_s = 2.25$㎜ から出発するビームを例として、きざみ$\Delta\tau$と誤差$1-F$の関係を見たものである。



図Ａ４．１　$\Delta\tau$による解の誤差変化

これによれば$\Delta\tau$が小さいほど誤差は小さくなるので$\Delta\tau$をできるだけ小さくしたいところであるが、計算時間が$\Delta\tau$に反比例して増大するのでそうもいかない。そこで$\Delta\tau$に対するビームの最終点のz座標の変化を描いてみると図A 4.2のようになる。これによると$\Delta\tau$が0.005（mm）程度でほぼ収束したと見なしてもよい。その時の誤差1－Fは10^{-3}くらいなので他の条件のビームについても1－Fがそれ以下になるようにきざみを適当に定めて計算を行なった。

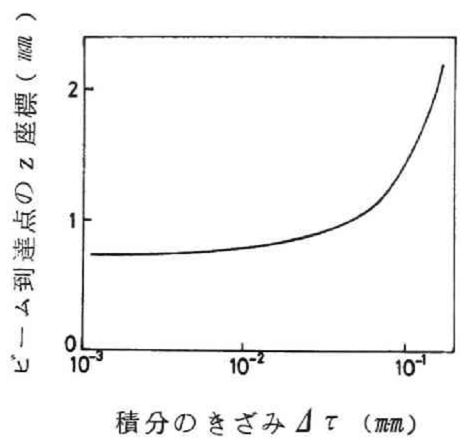


図 4.2　ビーム到達点の$\Delta\tau$による変化

付録 5　　金属ー磁性体ー金属構造を伝搬する固有モード

図A 5. 1のような構造を伝搬する電磁波の電界は式（7. 1 2）と同じく

$$\frac{d^2}{dx^2}g + h^2 g = 0 \qquad (A\ 5.\ 1)$$

を満足する。一方境界条件は　$x=0$，t　で　$g=0$　であるから

$$g = A\sin ht \qquad (A\ 5.\ 2)$$

が解となり、かつ h は

$$\sin ht = 0 \qquad (A\ 5.\ 3)$$

を満たさねばならない。従ってnを0でない整数として

$$ht = n\pi \qquad (A\ 5.\ 4)$$

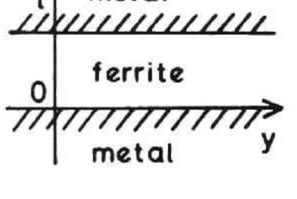
が成り立つ事が必要である。従って式（7. 1 5）により

$$\gamma^2 = \left(\frac{n\pi}{t}\right)^2 - k_0{}^2 \varepsilon m \mu eff \qquad (A\ 5.\ 5)$$

となる。t が十分小さい時右辺第2項は第1項に比べて無視できるので

$$\gamma = \frac{n\pi}{t} \qquad (A\ 5.\ 6)$$

を得る。



図A 5. 1　解析する系

複素ポインティングベクトル

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2}\mathbf{E} \times \mathbf{H}^{*} \qquad (\mathrm{A}\ 6.\ 1)$$

の両辺にdivを施すと

$$\mathrm{div}\,\mathbf{P} = \frac{1}{2}(\mathbf{H}^{*}\cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{E} - \mathbf{E}\cdot \mathrm{rot}\mathbf{H}^{*}) \qquad (\mathrm{A}\ 6.\ 2.)$$

を得る。この右辺の rot $\mathbf{E}$ ，rot $\mathbf{H}^{*}$にマクスウエルの方程式

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial t}, \quad \mathrm{rot}\mathbf{H}^{*} = \sigma\mathbf{E}^{*} + \mathbf{J}^{*} + \frac{\partial \mathrm{D}^{*}}{\partial t} \qquad (\mathrm{A}\ 6.\ 3)$$

を代入すると、式（A 6. 2）は

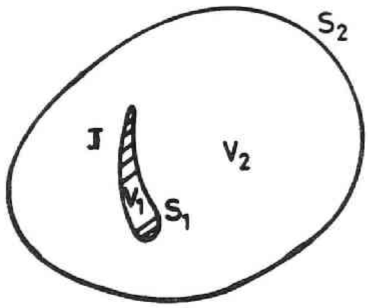
$$\mathrm{div}\,\mathbf{P} = -\frac{1}{2}(\mathbf{H}^{*}\cdot\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial t} + \mathrm{E}\cdot\frac{\partial \mathrm{D}^{*}}{\partial t}) - \frac{1}{2}\sigma\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^{*} - \frac{1}{2}\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}^{*} \qquad (\mathrm{A}\ 6.\ 4)$$

となる。これを任意の閉空間Vで積分し、左辺に対してガウスの定理を用いると

$$\oint_{S}\mathbf{P}\,d\mathbf{S} + \frac{1}{2}\int_{V}(\mathrm{H}\cdot\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial t} + \mathbf{E}\cdot\frac{\partial \mathrm{D}^{*}}{\partial t})\,dv + \frac{1}{2}\int_{V}\sigma\mathbf{E}\mathbf{E}^{*}\,dv$$

$$= -\frac{1}{2}\int_{V}\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}^{*}\,dv \qquad (\mathrm{A}\ 6.\ 5)$$

を得る。左辺第1項のd $\mathbf{S}$は考えている空間Vの表面Sから外方へ向かう面素ベクトルである。



図A 6. 1　　アンテナ系

まずVとして図A6.1においてアンテナの占める空間V_1をとる。その時第1項はアンテナからまわりの空間に放出されるエネルギー、第2，第3項はアンテナ内部に蓄えられるエネルギーの時間変化及びそこで消費されるエネルギーを表わすと解釈できる。従って右辺は外部から加えられる電力を表わしており、アンテナの入力インピーダンスをZ_{in}として

$$\frac{1}{2} Z_{in}|I|^2 = -\frac{1}{2}\int_{V_1} \mathbf{E}\cdot\mathbf{J}^* dv \qquad (A\ 6.6)$$

なる関係が成り立つ。ここにIはアンテナ全電流（瞬時値）である。アンテナの導電率は高く，そこで消費される導電々流損は通常無視できるので（A 6.5）の左辺第3項は0となり、

$$Z_{in} = Z_{rad} \qquad (A\ 6.7)$$

として差し支えない。ここにZ_{rad}はアンテナの放射インピーダンスと呼ばれる。ゆえに式（A 6. 6），（A6. 7）によってアンテナの放射インピーダンス

の計算を行うことができる。これを起電力法という。

次に図A 6. 1において閉空間Vからアンテナの占める空間V_1を除いた空間V_2について式（A 6. 5）を考えてみよう。左辺第1項は今回は

$$-\oint_{S_1} \mathbf{P}\,d\mathbf{S} + \oint_{S_2} \mathbf{P}\,d\mathbf{S}$$

となり、前者はアンテナから与えられるエネルギー，後者はV_2から 無限遠方へ逃げ出るエネルギーである。もしV_2内に他の電流源がなく，かつ導電媒質もないものとすれば式（A 6.5）は

$$\oint_{S_2} \mathbf{P}\,d\mathbf{S} - \oint_{S_1} \mathbf{P}\,d\mathbf{S} + \frac{j\omega}{2}\int_{V_2} (\mathbf{H}\cdot{}^{*}\mathbf{B} + \mathbf{E}\cdot\mathbf{D}^{*})\,dv = 0$$

（A 6. 8）

となる。我々は今磁性体を含む系に関心があるので、左辺第3項の被積分関数を調べてみると

$$\mathbf{E}\mathbf{D}^{*} = \varepsilon_0 \varepsilon_S |\mathbf{E}|^2 \qquad \text{（A 6. 9）}$$

$$\mathbf{H}^{*}\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}^{*}[\mu]\mathbf{H}$$

$$= \mu_0 \left\{ \mu (H_x H_x^{*} + H_y H_y^{*}) + H_z H_z^{*} + j\nu \; (H_x^{*} H_y - H_y^{*} H_x) \right\}$$

（A 6. 10）

となって磁性体が無損失である限りμ, νは実数なのでこれらの量も 実数となる事がわかる。従って式（A 6. 8）によ って

$$\mathrm{Re}\oint_{S_2} \mathbf{P}\,d\mathbf{S} = \mathrm{Re}\oint_{S_1} \mathbf{P}\,d\mathbf{S} \qquad \text{（A 6. 11）}$$

を得る。Reは実数部をとる事を意味する。

一方アンテナの占める空間 V_1 に式（A 6. 5）を適用し、その実部をとると

$$\mathrm{Re}\oint_{S_1} \mathbf{P}\,d\mathbf{S} + \frac{1}{2}\int_{V_1} \sigma \mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^{*} dv = -\frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int_{V_1} \mathbf{E}\cdot\mathbf{J}^{*} dv \quad (A\ 6.\ 12)$$

を得るが

$$Z_{in} = R_{in} + jX_{in} \quad (A\ 5.\ 13)$$

と式（A 6. 6），（A 6. 11）を考慮して

$$\frac{1}{2} R_{in} |I|^2 = \mathrm{Re}\oint_{S_2} \mathbf{P}\,d\mathbf{S} + \frac{1}{2}\int_{V_1} \sigma \mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^{*} dV \quad (A\ 6.\ 14)$$

が得られる。ここで右辺第2項はアンテナ自身による損失であるからそれを除外すると，R_{rad} が求められる。即ち

$$\frac{1}{2} R_{rad} |I|^2 = \mathrm{Re}\oint_{S_2} \mathbf{P}\,d\mathbf{S} \quad (A\ 6.\ 15)$$

この関係によって媒質が無損失のとき、アンテナから離れた任意の閉曲面上のポインティング電力の総和からアンテナの放射抵抗を知ることができる。これをポインティングベクトル法という。

付録 7　無限長円筒アンテナの作る電界

対称性から

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \quad (A\ 7.\ 1)$$

とする事ができるのでマクスウエルの方程式から

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} E_z + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} E_z + k_0^2 E_z = j\omega\mu_0 J_z \quad (A\ 7.\ 2)$$

を得る。電流はアンテナ表面にのみ分布しているものとすればアンテナ外部においては$J_z=0$とすることができ、そのとき式（A 7.2）はよく知られたベッセル関数解を与える。

$$E_z = C_1 H_0^{(1)}(k_0 r) + C_2 H_0^{(2)}(k_0 r) \qquad (A\ 7.3)$$

しかしこのうち$H_0^{(1)}(k_0 r)$はSommerfeldの放射条件を満たさないので不適当である。故に

$$E_z = C_2 H_0^{(2)}(k_0 r) \qquad (A\ 7.4)$$

付録8　任意定数の決定

まず直接放射波について考えよう。式（7.65）を式（7.66）に代入すると

$$H_\theta^I = -\frac{jC}{4}\frac{\partial H_0^{(2)}(k_0 a)}{\partial r} \qquad (A\ 8.1)$$

が得られる。ベッセル関数の公式

$$\frac{\partial H_0^{(2)}(z)}{\partial z} = -H_1^{(2)}(z) \qquad (A\ 8.2)$$

$$H_1^{(2)}(z) \simeq \frac{2j}{\pi z} \quad (|z| \ll 1) \qquad (A\ 8.3)$$

を式（A 8.1）に代入すると

$$H_\theta^I \simeq \frac{C}{2\pi a} \quad (k_0 a \ll 1) \qquad (A\ 8.4)$$

が得られる。一方反射放射波については、H_θ のアンテナ周上での積分を様々なパラメータについて行なった結果常に0となったのでアンペールの定理は結局

$$\oint H_\theta^{I} \, a d_\theta = I \qquad (A\,8.\,5)$$

となる。この式に式（A 8. 4）を代入して

$$C = I \qquad (A\,8.\,6)$$

を得る

付録 9　　拡散効果の影響

式（8. 1）の右辺に（$\nu_c D/\rho_0$）$\nabla\ \rho_1$ をつけ加える事によってキャリアーの運動に対する拡散効果の影響を知ることができる。[178] ここにDは拡散係数と呼ばれる量である。式（8.12）によって ρ_1 は v_{1x} と v_{1y} の 一次結合であり、$\nabla\ \rho_1$ は $\partial/\partial z \equiv 0$ によってx及びy成分しか持たないから，拡散項をつけ加えてもそれはただ式（8.8）のx及びy成分に v_{1x}, v_{1y} に比例する項をつけ加えるのみである。

従って新たな $\mathbf{v}_1$ と $\mathbf{E}$ の関係は式（8.9）に対応する移動度テンソルが xz yz, zx, zy 成分を持たないという点で全く変化はない。
それゆえ式（8.9）から（8.14）までと同じ計算をこの場合にも行なって交流電流に対して前と同じ結果を得る。

キャリアの運動の効果はこの交流電流を用いて計算される誘電率テンソルによってすべて表現できるので，$\mathbf{i}_1$ が拡散項の導入によって何ら変らないことからこのタイプの増幅には拡散効果の影響は考える必要のないことがわかる。

付録10　表面電流の導出

図8.1に示された半導体表面層においては次のような電荷保存の式が成り立つ

$$\frac{\partial \rho_{1s}}{\partial t} + \frac{\partial i_{1sy}}{\partial y} - i_{1x} = 0 \qquad (A10.1)$$

ここでSは「表面」を意味する添字である。式(8.2),(8.13)によって

$$\begin{aligned} i_{1x} &= \rho_0 v_{1x} \\ i_{1sy} &= \rho_{0s} v_{1sy} + \rho_{1s} v_0 \end{aligned} \qquad (A10.2)$$

これらを式(A10.1)に代入すると

$$j(\omega - kv_0)\rho_{1s} - jk\rho_{0s} v_{1sy} - \rho_0 v_{1x} = 0 \qquad (A10.3)$$

を得る。[179] 式(8.10)によって $v_{1x} = 0$ であり，かつ表面における電界 に対しても式(8.9)と同じ関係が成り立つので

$$v_{1sy} = 0 \qquad (A10.4)$$

となり、更にそれゆえ式(A10.3)によって

$$\rho_{1s} = 0 \qquad (A10.5)$$

が得られる。そして式(A10.4)(A10.5)を(A10.2)に代入する事によって

$$i_{1sy} = 0 \qquad (A10.6)$$

となる。以上によって表面電流はz方向成分のみをもち

$$i_{1sz} = \rho_{0s} v_{1sz} + \rho_{1s} v_{0s} = \rho_{0s} v_{1sz} \qquad (A10.7)$$

で表わされることになる。

一方，半導体中のキャリアはホール効果によって ev_0B_0 なる力をx方向に受

ける。これによればキャリアはx方向にも直流速度をもつことになるが、半導体はその方向には有限なので定常状態ではこの力を丁度打消すだけの電界が表面電荷によって生じなければならない。そこで式（8.5）のx成分を0に等しいとおく。

$$E_{0x} = - v_0 B_0 \tag{A10.8}$$

表面電荷密度はこの式とガウスの定理によって求められる。

$$\begin{aligned} \rho_{0s}^{+} &= D_n = \varepsilon E_n = -\varepsilon E_{0x} = \varepsilon v_0 B_0 \\ \rho_{0s}^{-} &= \varepsilon E_{0x} = -\varepsilon v_0 B_0 \end{aligned} \tag{A10.9}$$

添字±は夫々半導体の上及び下側表面を表わす。最後に式（8.11）の表面層に関する対応式

$$V_{1sz} \simeq \mu^{*}\left(1 - \frac{k v_0}{\omega}\right) E_{sz} \tag{A10.10}$$

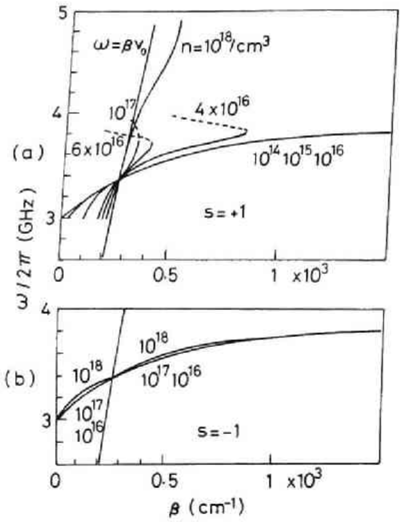
と式（A10.7），（A10.9）によって

$$i_{1sz}^{+} = - i_{1sz}^{-} = \varepsilon_0 \varepsilon_s v_0 \mu^{*} B_0 \left(1 - \frac{k v_0}{\omega}\right) E_{Sz} \tag{A10.11}$$

が得られる。

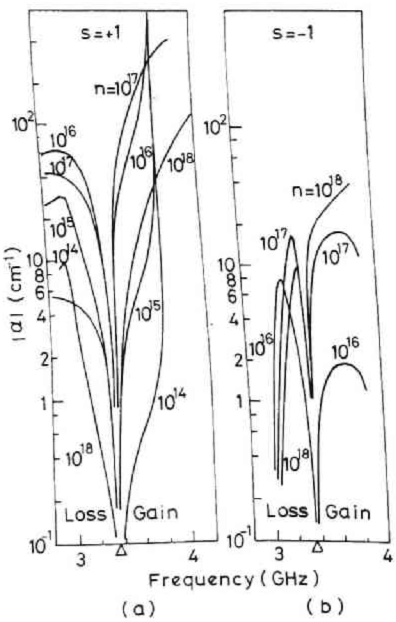
付録11　進行波型不安定の検討

第8章§7でとり上げられている半無限半導体と有限な厚さの磁性体から成る系について(ii)に述べた基準に基いて根を選ぶと、その実部，虚部は図A11.1 A11.2のように表わされる。
これらの図に示されている“増幅波”が確かにそうであってエバネセント波でないことをここに示そう。



図A11.1　分　散　関　係

($v_0 = 8 \times 10^7$ cm/sec, $H_0 = 500$ Oe)



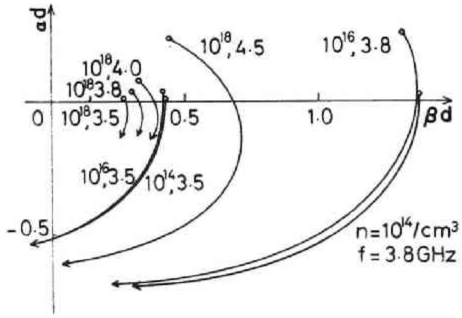
図A11.2　増　幅　率

($v_0 = 8 \times 10^7$ cm/sec, $H_0 = 500$ Oe)

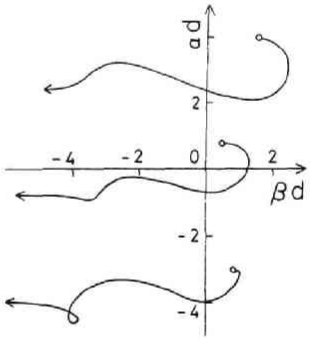
その判定条件はBriggsによって次のように与えられている。[170]「ある実数のωに対して複素数の$k = k_r + ik_i$をもつ波動が存在する時、それが増幅波かエバネセント波かを調べるには、周波数を複素数にしてその虚数部に負の大きな値を与えればよい。もしその時kiの符号が変れば その波は増幅波であり，変らなければエバネセント波である。」これに従って図A 11. 3とA 11. 4に$\omega i = 0 \sim -\infty$に対する k の複素面上での軌跡を描いてある。

図A 11. 2の$\alpha > 0$領域に存在するいくつかの点がこの条件に照らして確かに増幅波である事が図A 11. 3に示されている。従ってこれを図A 11. 1にひき直せば$\omega = \beta v_0$より 右側に存在する実線の分散曲線はすべて増幅波であるという事になる。

図A 11. 4には $s = 1$ の場合のうち $n = 5 \times 10^{16}/cm^3$，$f = 3.8$ GHzに対応する解を3つあげて，そのうちの1つだけが増幅波であって他の2つはエバネセント波にすぎない事を示している。
特に図の一番上に存在するモードは$\alpha > 0$であるため増幅波と見誤り易いもので注意が必要である。



図A 11. 3　複素波数面における根の軌跡
（この図に示されたものはすべて真の増幅解）



図A 11.4　複素波数面における根の軌跡
（中央の曲線のみが真の増幅解で他はエバネセントモード s＝＋1．f＝3.8GHz ．
n＝ 5 × 10^{16}/cm^3）

本論文を構成する筆者による文献

第１章

1〕 粟井郁雄，橋本武夫，池上淳一：“静磁波の存在条件とその伝播実験”幅射科学研究会資料，（１９６８．１１）．

2〕 粟井，池上，：“ストリップ型マウントによる静磁波の励振”通信学会マイクロ波研究会資料ＭＷ６９－２１，（１９６９．７）．

3〕 粟井，池上，：“軸方向に磁化されたＹＩＧのマイクロ波吸収”輻研資料（１９７０．１２）．

4〕 粟井，池上，：“円柱状ＹＩＧを伝播する静磁波のモード分離”通信学会昭４６全大５５４，（１９７１．４）．

5〕 I. Awai and J. Ikenoue : “Mode Separation of Magnetostatic Waves in a Cylndrical YIG Rod“ Japan. J. of appl. Phys., １１ (1972) pp1065~6.

第２章

6〕 粟井：“円柱状ＹＩＧ中の磁気弾性波”通信学会回路部品・材料研資ＣＰＭ７０－1（１９７０．１）．

7〕 粟井，池上“軸方向に磁化された〔１１０〕円柱状ＹＩＧ中を透過する磁気弾性波”昭４５全大４５１，（１９７０．４）．

8〕 森克己，粟井，池上“ストリップ型マウントによる磁気弾性波の励振”マイクロ波研資ＭＷ７０－４８，（１９７０．１１）．

9〕 粟井，池上“強磁性体中の超音波とその応用”昭４６関西連大Ｓ１４－２（１９７１．１０）．

10〕 粟井，西村守康，池上“〔１１０〕円柱状ＹＩＧ中を伝播する磁気弾性波”マイクロ波研資ＭＷ７２－５，（１９７２．４）．

第３章

11〕 粟井、池上“軸方向に磁化された円柱状ＹＩＧの内部磁場”輻研資料（１９７１．１０）．

12〕 I. Awai and J. Ikenoue : “ Measurement of Internal Magnetic Field Distribution in Axially Magnetized YIG Rods Based on Magnetoelastic Resonance Absorption “ Japan J. of appl. Phys. , １１（１９７２）ｐｐ９６９～７５．

第４章

13）岩本卓史，粟井，池上“表面静磁波のビームスティアリング”輻研資料（１９７２．９）．

14）粟井，池上“静磁波の電界に関する一考察”昭４８全大６５９，（１９７３．３）．

15）岩本，西本澄，粟井，池上“表面静磁波の電界”昭４８全大６５８，（１９７３．３）．

16）粟井“強磁性体中の静磁波，磁気弾性波”マイクロ波研資ＭＷ７３－１３，（１９７３．４）．

17）高橋修，粟井，池上“表面静磁波の非可逆減衰特性”昭４９全大８５３，（１９７４．７）．

第５章

18）岩間一雄，粟井，池上“板状ＹＩＧを伝搬する表面静磁波の実験”マイクロ波研資ＭＷ７３－１２，（１９７３．４）．

19）大槻兼市，粟井，池上“表面静磁波の定在波測定”昭４８関西連大Ｇ－１，（１９７３．１０）．

20）粟井，池上“プローブによる表面静磁波の電磁界測定”昭４９関西連大Ｇ２４９，（１９７４．１０）．

21）粟井，加集文敏，池上“表面静磁波のモードコントロール”昭５０全大６５－２，（１９７５．３）．

22）粟井，池上“表面静磁波の電磁界測定”信学論Ｂ５８－８，（１９７５）ｐ３９３～９．

第６章

23）岩本，粟井，池上“表面静磁波の伝搬特性の解析”マイクロ波研資ＭＷ７３－１１，（１９７３．４）．

24）粟井，池上“表面静磁波のビーム軌跡”通信学会技術研究報告ＭＷ７６－８１，（１９７６．１０）．

第７章

25）谷本善夫，松原正広，粟井，池上“表面静磁波の励振”信学技報ＭＷ７５－１７，（１９７５．５）．

26）松原，粟井，池上“表面静磁波の励振(2)”信学技報ＭＷ７５－８１，（１９７５．１０）．

27）松原，粟井，池上“表面静磁波の励振(3)”信学技報ＭＷ７６－9(1976.5)．

28) I. Awai, M.Matsubara and J. Ikenoue " Excitation of Surface Electromagnetic Waves in a Magnetized Ferrite Sheet " Japan. J. of appl.Phys., 16(1977)pp2027～36.

第8章

29) 大槻，栗井，池上"磁性体－半導体系における表面静磁波の伝搬特性"マイクロ波研資MW73－114，(1974.1).

30) 大槻，清水洋，栗井，池上"表面静磁波の進行波増幅"昭49全大S3－9，(1974.7).

31) 清水，栗井，池上"表面静磁波の増幅"昭50全大653，(1975.3).

32) 栗井，清水，池上"表面静磁波の半導体キャリアによる増幅－増幅率の導出とその意味"昭50関西連大G－6，(1975.11).

33) 栗井，清水，池上"表面静磁波の進行波増幅率の計算"信学論B59－3，(1976)pp216－8.

34) I.Awai, K.Ohtsuki and J.Ikenoue " Interaction of Magnetostatic Surface Waves with Drifting Carriers " Japan J.of Appl.Phys. 15(1976) pp1297～1304.

35) I.Awai, K.Ohtsuki, H.Shimizu and J.Ikenoue " An Analysis of Traveling Wave Amplification of Surface Magnetostatic Wave " Memoirs of the Faculty of Engineering Kyoto Univ. 39(1977)pp87～102.

参 考 文 献

1) R. Pauthenet, " Spontaneous Magnetization of Some Garnet Ferrites and the Aluminum Substituted Garnet Ferrites ", J. appl.Phys., vol.29 (1958) 253~255.

2) 栗井郁雄，池上淳一，"磁気波および静磁波の定義と一般的特徴"，信学技報MW77−11，(1977，5).

3) H. Suhl and L.R. Walker, " Topics in Guided−Wave Propagation through Gyromagnetic Media, Part I − The Completely Filled Cylindrical Guide", B.S.T.J., vol.33 (1954) 579~659.

4) M.L.Kales, "Modes in Wave Guides Containing Ferrites", J. appl.Phys., vol.24 (1953) 604~608.

5) F.W.Schott and T.F.Tao, "On the Classification of Electromagnetic Waves in Ferrite Rods", IEEE Trans. on MTT vol.14 (1968) 959~961.

6) F.Bloch, "Zur Theorie des Ferromagnetismus", Z.S.f. Phys., vol.61 (1930) 206~219.

7) 近角聡信，"強磁性体の物理"，裳華房，第4章 (1963).

8) L.R.Walker, "Magnetostatic Modes in Ferromagnetic Resonance, "Phys.Rev., vol.105 (1957) 390~399.

9) H.Suhl, "The Theory of Ferromagnetic Resonance at High Signal Powers", J.Phys.Chem.Solids, vol. 1 (1957) 209~227.

10) 富田和久，"スピン波の不安定化"，物性，vol. 7 (1966) 135~145.

11) 例えばH.van de Vaart, D.H.Collins and R.W.Damon, "Parametric Excitation and Amplification of Magnetoelastic Waves", J.appl.Phys., vol.38 (1967) 360~374.

12) C.Kittel, "Interaction of Spin Waves and Ultrasonic Waves in Ferromagnetic Crystals", Phys. Rev., vol.110 (1958) 836~841.

13) C.Kittel, "Excitation of Spin Waves in a Ferromagnet by a Uniform rf Field", Phys.Rev., vol. 110 (1958) 1295~1297.

14) E.Schloemann," Generation of Phonons in High-Power Ferromagnetic Resonance Experiments", J.appl.Phys., vol. 31

(1960)1647~1656.
15) R.C.Fletcher and C.Kittel, "Considerations on the Propagation and Generation of Magnetostatic Waves and Spin Waves", Phys.Rev., vol.120(1960)2004~2008.
16) J.R.Eshbach and R.W.Damon, "Surface Magnetostatic Modes and Surface Spin Waves", Phys.Rev., vol.118 (1960)1208~1210.
17) A.W.Trivelpiece, A.Ignatius and P.C.Holsher, "Backward Waves in Longitudinally Magnetized Ferrite Rods", J.appl.Phys., vol.32(1961)259~267.
18) J.R.Eshbach, "Spin-Wave Propation and the Magnetoelastic Interaction in Yttrium Iron Garnet", J.appl.Phys., vol.34(1963)1298~1304.
19) W.Strauss, "Magnetoelastic Waves in Yttrium Iron Garnet", J.appl.Phys.,vol.36(1965)118~123.
20) R.W.Damon and H.van de Vaart, "Dispersion of Spin Waves and Magnetoelastic Waves in YIG", Proc.IEEE, vol.53 (1965)348~354.
21) W.Strauss, "Elastic and Magnetoelastic Waves in Yttrium Iron Garnet", Proc.IEEE, vol.53(1965)1485~1495.
22) E.Schloemann, R.I.Joseph and T.Kohane, "Generation of Spin Waves in Nonuniform Magnetic Fields, with Application to Magnetic Delay Lines", Proc.IEEE, vol.53(1965) 1495~1507.
23) E.Schloemann, "Spin-Wave Spectroscopy" in "*Advances in Quantum Electronics*", (Columbia U.P., 1961)437~452.
24) E.Schloemann, "Generation of Spin Waves in Nonuniform Magnetic Fields I.Conversion of Electromagnetic Power in to Spin-Wave Power and Vice Versa, II Calculation of the Coupling Length", J.appl.Phys., vol.35(1964)159~170.
25) C.F.Vasile and R.LaRosa, "Guided Wave Propagation in Gyromagnetic Media as Applied to the Theory of Exchange Spin Wave Excitation", J.appl.Phys., vol.39(1968) 1863~1873.
26) B.A.Auld, J.H.Collins and D.C.Webb, "Excitation of Magnetoelastic Waves in YIG Delay Lines", J.appl.Phys.,

vol.39 (1968) 1598～1602 .
27) E . Schloemann and R . I . Joseph, "Generation of Spin Waves in Nonuniform Magnetic Fields Ⅲ Magnetoelastic Interaction", J . appl.Phys., vol.35 (1964) 2382～2390 .
28) E . K . Kirchner, L . F . Donaghey and F . A . Olson, "Analysis of Magnetoelastic Conversion Efficiency", J . appl.Phys., vol.37 (1966) 988～989 .
29) H . L . Hu, S . M . Rezende and F . R . Morgenthaler, "Measurement of Longitudinal Elastic Wave / Spin-Wave Conversion Efficiencies in an Axially Magnetized YIG Rod", J . appl. Phys., vol. 41 (1970) 1417～1418 .
30) A . Sommerfeld, "*Electrodynamics*" (Academic Press Inc, New York, 1952) 79～86 .
31) R . I . Joseph and E . Schloemann, "Demagnetizing Field in Nonellipsoidal Bodies", J . appl.Phys., vol.36 (1965) 1579～1593 .
32) B . A . Auld, "Geometrical Optics of Magnetoelastic Wave Propagation in a Nonuniform Magnetic Field", B.S.T.J., vol.44 (1965) 495～507 .
33) B . A . Auld and R . C . Addison, JR., "Geometrical Acoustics in Magnetic Materials", IEEE Trans.on SU, vol.13 (1966) 92～96 .
34) R . C . Addison, B . A . Auld and J . H . Wilkinson, "Electrically Controlled Acoustic Beam Deflection", Proc.IEEE, vol.55 (1967) 68～77 .
35) R . C . Addison, B . A . Auld and J . H . Collins, "Ray-Theory Analysis of Magnetoelastic Delay Lines", J . appl.Phys., vol.39 (1968) 1828～1839 .
36) R . W . Bierig, R . I . Joseph and E.Schloemann, "Magnetoelastic Propagation in YIG Rods Surrounded by Magnetic Sleeves", IEEE Trans.on SU, vol.13 (1966) 82～84 .
37) J . H . Collins, B Yazgan and L . M . Alexander, "Intrinsic 2-Port Magnetoelastic Delay Line", Electron. Lett., vol 2 (1966) 269～271 .
38) W . Skudera, JR., R . H . Sproat, I . Bady and E.Gikow, "A Tow-Port Magnetoelastic Delay Line in the UHF Region", IEEE

Trans. on MTT, vol.15(1967)96~100.
39) W Strauss and F G. Eggers, "Evidence for Polarization Reversal of Magnetoelastic Waves", Appl.Phys.Lett, vol.6 (1965)18~20.
40) W. J. Skudera, JR., "Improved Two-Port Magnetoelastic Delay Line Efficiency Through Controlled Polarization Reversals", IEEE Trans.on MAG, vol.3(1967)414.
41) M. F. Lewis and D. E. Lacklison, "Considerations on Two-Port Magnetoelastic Delay Lines", J. appl.Phys., vol.39 (1968)3513~3515.
42) B. A. Auld, C. F. Quate, H. J. Shaw and D. K. Winslow, "Acoustic Quarter-Wave Plates at Microwave Frequencies", Appl.Phys.Lett.vol.15(1966)436~438.
43) H. van de Vaart and H. I. Smith, "High Efficiency Polarization Reversal of Magnetoelastic Waves in YIG by Optical - Contact Bonding of YAG Disks", Appl.Phys.Lett., vol.15(1966)439~441.
44) J. H. Collins and D. C. Webb, "Magnetoacoustic Delay Line Employing YIG-YAG-YIG Configuration", Proc.IEEE, vol.55(1967)1492~1493.
45) A. B. Smith, "Wide-Band Operation of YAG-YIG-YAG Delay Lines", Proc.IEEE, vol.57(1967)1298~1299.
46) E. G. Spencer and D. G. Scotter, "Magnetoelastic Waves in <110> YIG Rods", J. appl.Phys., vol.40(1969) 1187~1188.
47) G. E. Bennett and F. A. Olson, "A Magnetoelastic Two-Port Configuration in YIG", Appl.Phys.Lett., vol.15(1967) 115~117.
48) E. K. Kirchner, F. A. Olson and G. E. Bennett, "Magnetoelastic Two-Port Devices : Nondispersive Variable Delay Line", J. appl.Phys., vol.39(1968)489~491.
49) M. F. Lewis, "Excitation of Longitudinal Magnetoelastic Waves in Axially Magnetized YIG Rods", J. appl.Phys., vol.41(1970)2505~2509.
50) R. C. Addison, J. H. Collins and H. R. Zapp, "Variable Magnetoelastic Delay to 50 μS at L-Band and Room Tem-

perature", Proc.IEEE, vol.55(1967)697.
51) B.A.Auld and W.Strauss, "Internal Magnetic Field Analysis and Synthesis for Prescribed Magnetoelastic Delay Characteristics", J.appl.Phys., vol.37(1966)983~987.
52) H.van de Vaart, "A Dispersionless Variable Microwave Delay Line", IEEE Trans.on MTT, vol.16(1968) 965~966.
53) H.Doetsch, "Magnetoelastic YIG Delay Lines with Linear Dispersion", J.appl.Phys., vol.43(1972)1923~1927.
54) H.van de Vaart, "Pulse Compression Using X-Band Magnetoelastic waves in YIG Rods", Proc.IEEE, vol.54(1966) 1007~1008.
55) W.L.Bongianni and J.B.Harrington, "Ultrawide Bandwidth Pulse Compression in YIG", Proc.IEEE, vol. 54(1966) 1074~1075.
56) H.van de Vaart, "Transmission-Mode YIG Dispersive Filter for Wide-Band Pulse Compression", Electron.Lett. vol.3(1967)150~151.
57) J.H.Collins and H.R.Zapp, "Analysis of Two-Port Magnetoelastic Delay Lines as Pulse Cnmpression Filters", Proc.IEEE, vol.56(1968)273~285.
58) R.W.Damon and H.van de Vaart, "Dispersion of Long-Wavelength Spin Waves from Pulse-Echo Experiment", Phys. Rev.Lett.vol.12(1964)583~585.
59) R.W.Damon and H.van de Vaart, "Propagation of Magnetostatic Spin Waves at Microwave Frequencies in a Normally-Magnetized Disk", J.appl.Phys., vol.36(1965) 3453~3459.
60) F.A.Olson and J.R.Yaeger, "Microwave Delay Techniques Using YIG", IEEE Trans.on MTT, vol.13(1965)63~69.
61) R.W.Damon and H.van de Vaart, "Propaqation of Magnetostatic Spin Waves at Microwave Frequencies Ⅱ.Rods", J. appl.Phys., vol.37(1966)2445~2450.
62) I.Kaufman and R.F.Soohoo, "Magnetic Waves for Microwave Time Delay-Some Observations and Results", IEEE Trans. on MTT, (1965)458~467.

63) T.Ohta and N.Ogasawara, "Efficiency Enhancement in the Conversion into the Magnetostatic Mode Utilizing a spacially Designed Coiled Transducer", Electron.Lett., vol.6(1970)358〜359.
64) E.R.Burke and S.M.Bhagat, "Investigations of Relaxation Processes in YIG with Propagating Magnetostatic Spin Waves", J.appl.Phys., vol.40(1969)1189〜1190.
65) 太田正，小笠原直幸，柳堀正実，梶義晃，"電磁波から静磁波への変換効率"，信学論，vol.53−B(1970)18〜25.
66) 西功雄，梅宮幸男，"周波数掃引法によるYIG棒内の静磁波伝播の測定"，信学会電子回路部品・材料研資．CPM72−35(1972.8)
67) R.I.Joseph and E.Schloemann, "Theory of Magnetostatic Modes in Long, Axially Magnetized Cylinders", J.appl.Phys., vol.32(1961)1001〜1005.
68) M.Bini, L.Millanta, N.Rubino and I.Kaufman, "Magnetostatic Waves in Axially Magnetized Cylinders: Experimental Dispersion Curves", Nuovo Cimento, vol.47−B(1967)281〜293.
69) F.A.Olson, E.K.Kirchner, K.B.Mehta, F.J.Peternell and B.C.Morley, "Propagation of Magnetostatic Surface Waves in YIG Rods", J.appl.Phys., (1967)1218〜1220.
70) C.E.Patton and E.Schloemann, "Magnetostatic Modes in Axially Magnetized Polycrystalline YIG Rods at 9・96 GHz", IEEE Trans.on MAG, vol.4(1968)596〜602.
71) T.Yukawa and K.Ade, "FMR Spectrum of Magnetostatic Waves in a Nornally Magnetized YIG Disk", J.appl.Phys., vol.45(1974)3146〜3153.
72) B.Désormière, "Absorption Spectra in Axially Magnetized Y.I.G.Rods", Electron.Lett., vol.4(1968)219〜220.
73) R.W.Kedzie, "Magnetostatic Mode Propagation in Axially Magnetized YIG Rods Containing a Turning Point", J.appl.Phys., vol.39(1968)2731〜2734.
74) M.F.Lewis and D.G.Scotter, "Magnetostatic Waves in Short, Axially Magnetized YIG Rods", J.appl.Phys., vol.40(1969)3618〜3620.
75) B.Desormiere and H.Lecall, "Magnetostatic Mode Excitation in YIG Rods Containing a Turning Point", J.appl.

Phys., vol.40 (1969) 1191～1192.
76) B.A.Auld, "Walker Modes in Large Ferrite Samples", J. appl.Phys., vol.31 (1960) 1642～1647.
77) F.W.Schott, T.F.Tao and R.A.Freibrun, "Electromagnetic Waves in Longitudinally Magnetized Ferrite Rods", J. appl.Phys., vol.38 (1967) 3015～3022.
78) C.F.Vasile and R LaRosa, "The Character of Modes in Small Axially Magnetized Ferrite-Filled Waveguides", J. appl.Phys., vol.39 (1968) 2380～2391.
79) 小西良弘，"ＹＩＧ単結晶中の静磁波の伝播とそれを用いた可変素子"，信学会電子回路部品・材料研資（１９６６．９）
80) E.R.Burke and E.L.Higgins, "Microwave Pulse Compression Using Magnetostatic Spin Waves in YIG Rods", IEEE Trans.on MAG, vol.3 (1967) 406～409.
81) D.C.Webb and R.A.Moore, "Phase-Shift Characteristics of Magnetostatic Spin Waves", J.appl.Phys., vol.38 (1967) 1228～1229.
82) 小西良弘，上中田勝明，"ＹＩＧ単結晶を用いたＦＭ変調器"，信学会昭４１全大予稿集Ｓ６－５（１９６６）１２７～８．
83) M.Schulz, "Spin-Wave Correlator", J.appl.Phys., vol.43 (1972) 4752～4753.
84) L.K.Brundle and N.J.Freedman, "Magnetostatic Surface Waves on a YIG Slab", Electron.Lett., vol.4(1968)132～134.
85) R.M.White and F.W.Voltmer, "Direct Piezoelectric Coupling to Surface Elastic Waves", Appl.Phys.Lett., vol.7 (1965) 314～316.
86) R.W.Damon and J.R.Eshbach, "Magnetostatic Modes of a Ferromagnet Slab", J.Phys.Chem.Solids, vol.1 (1961) 308～320.
87) M.Sparks, "Magnetostatic Surface Modes of a YIG Slab", Electron.Lett., vol.5 (1969) 618～619.
88) J.D.Adam, G.A.Bennett and J.Wilkinson, "Experimental Observation of Magnetostatic Modes in a YIG Slab", Electron.Lett., vol.6 (1970) 434～436.
89) P.Young, "Effect of Boundary Conditions on the Propagation of Surface Magnetostatic Waves in a Transversely

Magnetized YIG Slab. "Electron.Lett., vol.5(1961)429~431.
90) S.R.Seshadri, "Surface Magnetostatic Modes of a Ferrite Slab", Proc.IEEE, vol.58(1970)506~507.
91) G.A.Bennett and J.D.Adam, "Identification of Surface-Wave Resonances on a Metal-Backed YIG Slab", Electron. Lett., vol.6(1970)789~791.
92) J.D.Adam, "Delay of Magnetostatic Surface Waves in YIG", Electron.Lett., vol.6(1970)718~720.
93) T.Wolfram, "Magnetostatic Surface Waves in Layered Magnetic Structures", J.appl.Phys., vol.41(1970) 4748~4749.
94) A.K.Ganguly and C.Vittoria, "Magnetostatic Wave Propagation in Double Layers of Magnetically Anisotropic Slabs", J.appl.Phys., vol.45(1974)4665~4667.
95) 松原正広，湯川敏信，粟井郁雄，池上淳一，"二枚の強磁性体層を伝搬する表面静磁波"，信学会マイクロ波研資，MW74－16(1974.5).
96) W.L.Bongianni, "Magnetostatic Propagation in a Dielectric Layered Structure", J.appl.Phys., vol.43(1972) 2541~2548.
97) D.F.Vaslow, "Group Delay Time for the Surface Wave on a YIG Film Backed by a Grounded Dielectric Slab", Proc. IEEE, vol.61(1973)142~143.
98) R.E.DeWames and T.Wolfram, "Characteristics of Magnetostatic Surface Waves for a Metalized Ferrite Slab", J. appl.Phys., vol.41(1970)5243~5246.
99) F.A.Pizzarello, J.H.Collins and L.E.Coerver, "Magnetic Steering of Magnetostatic Waves in Epitaxial YIG Films", J.appl.Phys., vol.41(1970)1016~1017.
100) M.Bini, L.Millanta and N.Rubino, "Gaussian-Beam Distribution of Magnetostatic Surface Waves in Inhomogeneous DC Field", J.appl.Phys., vol.46(1975)3175~3177.
101) A.K.Ganguly and D.C.Webb, "Microstrip Excitation of Magnetostatic Surface Waves: Theory and Experiment", IEEE Trans.on MTT, vol.23(1975)998~1006.
102) B.B.Robinson, B.Vural and J.P.Parekh, "Spin Wave/Carrier Wave Interactions", IEEE Trans.on ED, vol 17 (1970)224~229.

103) E. Schloemann, "Amplification of Magnetostatic Surface Waves by Interaction with Drifting Charge Carriers in Crossed Electric and Magnetic Fields", J. appl. Phys., vol. 40 (1969) 1422〜1424.
104) B. Vural and S. Bloom, "Streaming Instabilities in Solids and the Role of Collisions", IEEE Trans. on ED, vol. 13 (1966) 57〜63.
105) A. Hasegawa, "Resistive Instabilities in Semiconductor Plasmas", J. Phys. Soc. Japan, vol. 20 (1965) 1072〜1079.
106) G. S. Kino, "Carrier Waves in Semiconductors I: Zero Temperature Theory", IEEE Trans. on ED, vol. 17 (1970) 178〜192.
107) 例えば Yu. V. Gulyaev and V. I. Pustvoit, "Amplification of Surface Waves in Semiconductors", Soviet Physics−JETP, vol. 20 (1965) 1508.
108) N. S. Chang, S. Yamada and Y. Matsuo, "Characteristics of Magnetostatic Surface Wave Propagation in a Layered Structure Consisting of Metals, Dielectrics, a Semiconductor and YIG", Electron. Lett., vol. 11 (1975) 83〜84.
109) 張年錫，山田省二，松尾幸人，"磁性体と半導体の結合系における表面，体積静磁波の増幅特性"，信学技報，MW75−82 (1975.10).
110) A. V. Vashkovskii, V. I. Zubkov, V, N, Kil'dishev and B. A. Murmuzhev, "Interaction of Surface Magnetostatic Waves with Carriers on a Ferrite−Semiconductor Interface", Soviet Physics−JETP Letters, vol. 10 (1972) 2〜4.
111) M. Szutakowski and B. Wecki, "Amplification of Magnetostatic Surface Waves in the YIG−Ge Hybrid System", Proc. Vibr, Problems, vol. 14 (1973) 155〜64.
112) K. Kawasaki, H. Takagi and M. Umeno, "The Interaction of Surface Magnetostatic Waves with Drifting Carriers in Semiconductors", IEEE Trans. on MTT, vol. 22 (1974) 918〜924.
113) 湯川敏信，前田哲男，粟井郁雄，池上淳一，"半導体キャリアによる静磁波の進行波増幅"，信学技報，CPM76−104 (1976.11).
114) 前田哲男，湯川敏信，粟井郁雄，池上淳一，"半導体キャリアによる体積静磁波の進行波増幅"，信学技報MW76−24 (1976.6).
115) J. D. Adam, J. H. Collins and J. M. Owens, "Magnetostatic=

Wave Group−Delay Equalizer, "Electron . Lett., vol.9 (1973) 557〜558.
116) J . B . Merry and J . C . Sethares, "Low Loss Magnetostatic Surface Waves at Frequencies up to 15 GHz", IEEE Trans. on MAG, vol.9 (1973) 527〜529.
117) J . C . Sethares and M . R . Stiglitz, "Propagation Loss and MSSW Delay Lines", IEEE Trans.on MAG, vol.10 (1974) 787〜790.
118) H . J . Levinstein, S . Licht, R . W . Landorf and S . L . Blank, "Growth of High−Quality Garnet Thin Films from Super-cooled Melts", Appl.Phys.Lett., vol.19 (1971) 486〜488.
119) J . D . Adam, J . M . Owens and J . H . Collins, "Magnetostatic Delay Lines for Group Delay Equalization in Millimetric Waveguide Communication Systems", IEEE Trans.on MAG, vol.10 (1974) 783〜786.
120) D . C . Webb, C . Vittoria, P . Lubitz and H . Lessoff, "Magnetostatic Propagation in Thin Films of Liquid Phase Epitaxy YIG", IEEE Trans.on MAG, vol.11 (1975) 1259〜1261.
121) J . D . Adam and J . H . Collins, "Magnetostatic Delay Devices Based on Epitaxial Yttrium Iron Garnet", Proc. IEEE, vol. 64 (1976) 794〜800.
122) R . E . DeWames and T . Wolfram, "A New Type of Surface Spin Wave in Ferromagnetic Films", Appl.Phys.Lett.vol.15 (1969) 297〜299.
123) R . E . DeWames and T . Wolfram, "Dipole−Exchange Spin Waves in Ferromagnetic Films", J . appl.Phys., vol.41 (1970) 987〜993.
124) H . Mathews and H . van de Vaart, "Magnetoelastic Love Waves", Appl.Phys.Lett., vol.15 (1969) 373〜375.
125) H . van de Vaart and H . Mathews, "Propagating Magnetoelastic Waves in an Infinite Plate", Appl.Phys.Lett., vol.15 (1970) 153〜155.
126) J . L . Bleustein, "A New Surface Wave in Piezoelectric Materials", Appl.Phys.Lett., vol.15 (1968) 412〜413.
127) 堤誠，岸本清治，"ＹＩＧ薄膜内を伝搬する磁気弾性波に対する金属膜の影響"，応用物理，vol.41 (1972) 1194〜1200.

128) H. van de Vaart, "Magnetoelastic Love−Wave Propagation in Metal Coated Layered Substrates", J. appl. Phys., vol. 42 (1971) 5305〜5312.

129) J. P. Parekh, "Influence of Surface Metallisation on Magnetoelastic Surface Wave", Electron. Lett., vol. 6 (1970) 47〜48.

130) H. van de Varrt and H. Mattews, "Magnetoelastic Love Waves in a Magnetic Layered Nonmagnetic Substrate", Appl. Phys. Lett., vol. 16 (1970) 222〜224.

131) 堤誠，"磁気表面弾性波を用いたカップラの理論的考察"，信学論誌，vol. 54−B (1971) 797〜802.

132) 堤誠，岸本清治，"層状磁性媒質を伝搬する磁気弾性波"，信学論誌，vol. 56−B (1973) 279〜286.

133) M. R. Daniel, "Ferroacoustic Interaction in Yttrium Iron Garnet with Rayleigh Waves", J. appl. Phys., vol. 44 (1973) 1404〜1405.

134) M. F. Lewis and E. Patterson, "Acoustic−Surface−Wave Isolator", Appl. Phys. Lett., vol. 20 (1972) 276〜278.

135) J. P. Parekh and H. L. Bertoni, "Magnetoelastic Rayleigh Waves Propagating along a Tangential Bias Field on a YIG Substrate", J. appl. Phys., vol. 45 (1974) 434〜445.

136) J. P. Parekh and H. L. Bertoni, "Magnetoelastic Rayleigh Waves on a YIG Substrate Magnetized to its Surface", J. appl. Phys., vol. 45 (1974) 1860〜1868.

137) T. Bhattacharyya, M. Tsutsumi and N. Kumagai, "The Piezoelectric Magnetoelastic Wave Propagation Through the Conducting Plate in a Composite Medium," IEEE Trans. on MTT, vol. 24 (1976) 226〜230.

138) 湯川敏信，前田哲男，粟井郁雄，池上淳一，"磁気弾性波とドリフトキャリアとの相互作用"，電気四学会昭50関西連大G−7，(1975.11).

139) 湯川敏信，前田哲男，粟井郁雄，池上淳一，"表面磁気弾性波の半導体キャリアによる増幅"，信学会昭51全大588 (1976.3).

140) M. E. Hines, "Reciprocal and Nonreciprocal Modes of Propagation in Ferrite Stripline and Microstrip Devices", IEEE Trans. on MTT, vol. 19 (1971) 442〜451.

141) 荒木純道，小山徹，内藤喜文，"側壁短絡型エッジモード・アイソレータの動作解析"，信学技報EDD75−9，MW74−105 (1975.1).

142) L. K. Brundle, "Experimental Study of Magnetodynamic Edge—Guided Waves on a Microwave Ferrite Substrate", IEEE Trans. on MAG, vol.11(1975)1282〜1284.
143) P. de Santis, "Fringing Field Effects in Edge—Guided Wave Devices", IEEE Trans. on MTT, vol.24(1976)409〜415.
144) 森川博司，栗井郁雄，池上淳一，"エッジガイドモードT分岐の解析"，信学会昭52全大578(1977.3).
145) P. de Santis and F. Pucci, "The Edge—Guided Wave Circulator", IEEE Trans. on MTT, vol.23(1975)516〜519.
146) 荒木純道，小山徹，内藤喜文，"エッジガイドモードを用いた新しいアイソレータ"，信学会マイクロ波研資MW74−20(1974.6).
147) P. De Santis and F. Pucci, "Symmetrical Four—Port Edge=Guided Wave Circulators," IEEE Trans. on MTT, vol.24(1976)10〜18.
148) L. Courtois, N. Bernard, B, Chiron and G. E. Forterre, "A New Edge—Mode Isolator in the Very High Frequency Range", IEEE Trans. on MTT, vol.24(1976)129〜135.
149) T. F. Tao, "Surface Wave Along a Ferrite Rod Magnetized Below Saturation", IEEE Trans. on AP, vol.14(1966)375〜385.
150) T. F. Tao, J. W. Tully and F. W. Schott, "Dynamic Mode Surface Waves on Magnetized YIG and Ferrite Rods", Appl. Phys. Lett., vol.14(1969)106〜108.
151) J. P. Parekh and S. R. Ponamgi, "Dielectrically Induced Surface Wave on a YIG Substrate", J. appl. Phys., vol.44(1973)1384〜1385.
152) T. J. Gerson and J. S. Nadan, "Surface Electromagnetic Modes of a Ferrite Slab", IEEE Trans. on MTT, vol.22(1974)757〜763.
153) J. P. Parekh, "Dielectrically Induced Surface Waves and the Magnetodynamic Modes of a YIG Plate", J. appl. Phys., vol.46(1975)5040〜5042.
154) 例えばB. Lax and K. J. Button, "*Microwave Ferrites and Ferrimagnetics*", (Mc Graw—Hill Book Co.1962) Chap. 4.
155) J. D. Adam, J. H. Collins and N Rubino, "Electromagnetic Matching Considerations for YIG Delay Lines", Proc. IEEE, vol.56(1968)1373〜1375.

156) 例えばJ. Smit and H.P.J.Wijn, "*Ferrites*", (Philips' technical library, Eindhoven, 1959)94.

157) L.Landau and E.Lifshitz, "On the Theory of the Dispersion of Magnetic Permeability in Ferromagnetic Bodies", Phys.Z.Soviet, vol.8(1935)153〜169.

158) A.E.Clark and R.E.Strakna, "Elastic Constants of Single-Crystal YIG", J.appl.Phys., vol.32(1961)1172〜1173.

159) M.E.Lewis and D.G.Scotter, "Magnetoelastic Waves in <110>YIG Rods", J.appl.Phys., vol.46(1969)1187〜1188.

160) D.F.Lacklison and M.F.Lewis, "Numerical Solution of the Delay of a Magnetoelastic Waves", Electron.Lett., vol.2(1966)378〜380.

161) T.Kohane. E.Schloemann and R.I.Joseph, "Microwave Magnetoelastic Resonances in a Nonuniform Magnetic Field", J.appl.Phys., vol.36(1965)1267〜1268.

162) C.T.Tai, "The Effect of a Grounded Slab on the Radiation from a Line Source", J.appl.Phys., vol.22(1951)405〜414.

163) B.Friedman and W.E.Williams, "Excitation of Surface Waves", Proc.IEE(London), vol.105 partC, (1958) 252〜258.

164) J.W.Duncan, "The Efficiency of Excitation of a Surface Waves on a Dielectric Cylinder, "IRE Trans.on MTT, vol.7(1959)257〜268.

165) T.Tamir and A.A.Oliner, "Guided Complex Waves, Part 1. Fields at an Interface, Part 2. Relation to Radiation Patterns", Proc.IEEE, vol.110(1963)310〜334.

166) R.E.Collin, "*Field Theory of Guided Waves*", (McGraw-Hill, New York, 1960)Chap.11.

167) T.Tamir and A.A.Oliner, "The Spectrum of Electromagnetic Waves Guided by a Plasma Layer", Proc.IEEE, vol.51(1963)317〜332.

168) G.N.Watson, "*A Treatise on the Theory of Bessel Fvnctions*", (Cambridge Univ.Press., 1966)P180.

169) 大槻兼市, "表面静磁波の伝搬特性", 京都大学工学研究科修士論文, 昭和49年3月.

170) R.J.Briggs, "*Electron-Stream Interaction with plasmas*", (The MIT Press., 1964) Chap. 2.

171) 張年錫，松尾幸人，“磁性体と半導体の複合系における表面静磁波の伝搬特性”，信学論誌，vol.58－B（1975）315．

172) 武者利光，“運動する媒質と波動の増幅－その2〔完〕－”，信学誌，vol.51（1968）760～65．

173) F.E.Gardiol，“On the Thermodynamic Paradox in Ferrite-Loaded Waveguides”，Proc. IEEE, vol.55(1967)1616～1617.

174) A.D.Bresler，“On the TEno Modes of a Ferrite-Slab Loaded Rectangular Waveguide and the Associated Thermodynamic Paradox”，IRE Trans.on MTT, vol.8(1960)81～95.

175) G.Barzilai and G.Gerosa，“Rectangular Waveguides Loaded with Magnetized Ferrite and the so-called Thermodynamic Paradox”，Proc. IEE(London), vol.113(1966) 285～288.

176) 粟井郁雄，池上淳一，“電磁波の分散性と内部エネルギーの関係”，電気4学会昭51関西連大，G1－18，（1976.11）．

177) 粟井郁雄，池上淳一，“強磁性体中を伝搬する電磁波の磁気的内部エネルギーの起源について”，信学会昭52全大，552，（1977.3）．

178) M.C.Steel and B.Vural，“*Wave Interactions in Solid State Plasmas*”，(McGraw-Hill Book Co.New York, 1969)P43.

179) 川村光男，高山康一，“横磁界中における半導体キャリア波の解析”，信学論誌，vol.55－B（1972）345～352．