岩盤の力学的性質と応力状態の調査に関する研究

昭和48年3月

齋　藤　敏　明

岩盤の力学的性質と応力状態の調査に関する研究

昭和48年3月

齋　藤　敏　明

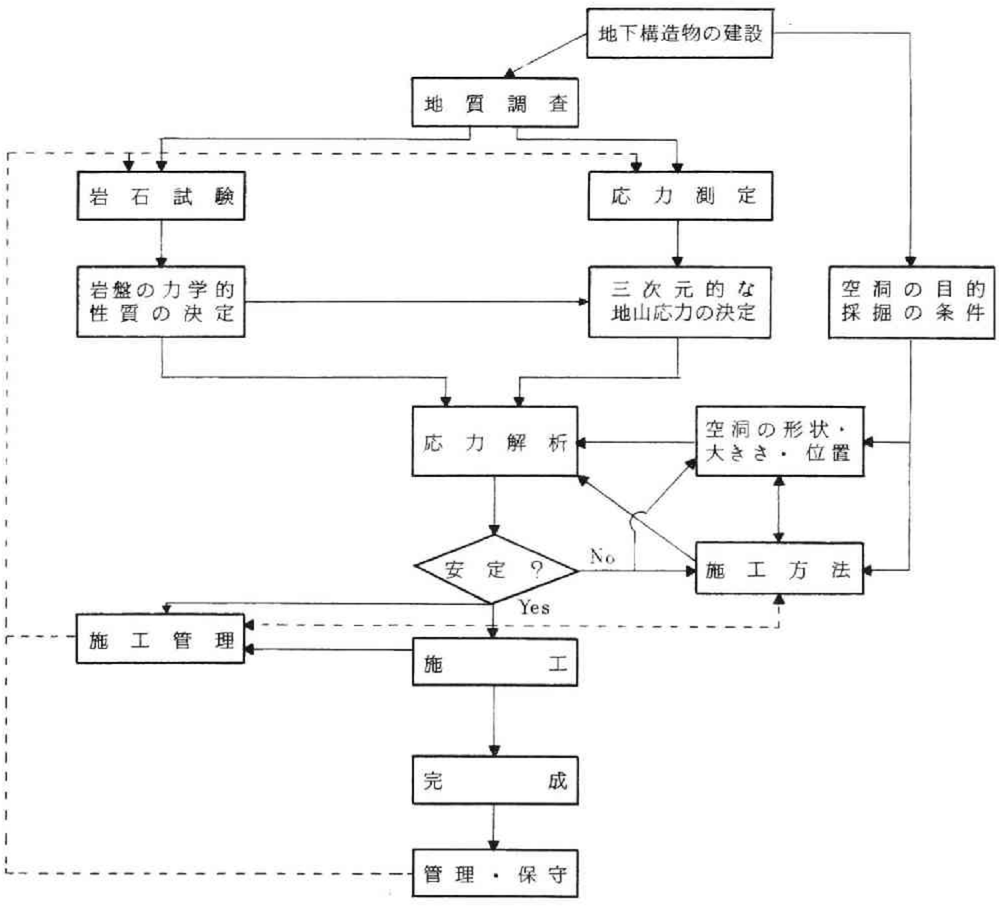
目　　　　　次

緒　　　　　論

最近、大きい塊状鉱体の高能率な採鉱、地下発電所や地下貯蔵庫の建設などのために、地下に大きな空洞が開削されるようになった。また、岩盤条件の悪い所にも地下空洞を開削する必要も多くなっている。この傾向は、今後ますます大きくなることが予想される。

このような地下構造物を合理的に設計し、また、建設工事を安全にかつ高能率で推進するためには、このような地下空洞を作ったときの岩盤の挙動を明らかにする必要がある。この問題は、岩盤力学の分野に属し、今日までにつぎに述べるような各方面で多くの研究が行なわれてきた。すなわち、地質学的な研究、岩盤の力学的な性質に関する研究、岩盤内の応力の測定に関する研究、地下構造物周辺の応力解析や安定性の判定に関する研究、施工法および施工管理に関する研究、岩盤の水に対する影響に関する研究などがある。しかし、岩盤は天然物で、その性質および構造はきわめて複雑であるから、上記の研究題目についてもなお今後に残された研究問題が少なくない。

さて、地下空洞開削工事を合理的に行なうには、つぎの流れ図に従って行なうのが妥当であると考えられる。この流れ図の中心は、応力解析によってその構造物が安定であるかどうかを判定することである。このためには岩盤の力学的性質、地山応力、空洞の位置・大きさ、施工方法などの情報を与えてや



る必要がある。とくに岩盤の材料特性と地山の応力状態はその基本となるものである。しかし、これらを現場で調査して、その結果を情報として与えるには、調査方法がむずかしく、また多く手数を要する。そこで著者は、これらの調査にテーマをしぼって、以下に概説するように従来研究が行なわれていなかった分野について研究することにした。

まず岩盤の力学的性質の試験法に関する研究について述べよう。岩盤の弾性係数や変形係数、各種試験法、破壊特性、異方性、粘弾性、動的性質、ひびわれの影響、水に対する影響などに関してすべてに多くの研究が発表されている。しかし、異方性岩盤の性質については、その試験法とともにまだ充分研究が行なわれていない。そこで、異方性をもつ岩石の諸性質の測定についての研究をまず行なうことにした。その結果を第1章で述べる。

また最近、南アフリカやアメリカにおいて岩石の剛性試験が注目されるようになったが、わが国では、まだ殆んど行なわれていない。しかし、この試験によって明らかとなる性質は、地圧現象の解明に極めて重要であるといわれている。そこで、筆者は一歩進んで、ひずみ制御による岩石の圧縮試験を行なうことを思い立ち、サーボ機構によるひずみ制御を行なう圧縮試験機の試作を行ない、これを用いて試験を実施した。その結果を第2章で述べる。さらに、コンピュータを利用した応力解析に、岩盤の非線形応力・ひずみ関係を導入する際の、その表現方法についての研究も行なった。(第3章)

これらのほか、岩石の強度に関する研究として、第4章において各種の引張強度試験法を破壊の確率論を導入して検討を試みた。また、岩石試験は多くの手数を要するため、現場ではそれを省略したり、僅かな数の試料についてしか調べられないのが現状であり、もっと簡便な試験法の開発が望まれている。そこで、非整形圧裂試験法により、現場で簡便にしかも大量の岩石試験を行なう方法を第5章で提案した。さらに、弾性波を用いて、岩盤の調査を行なうことも検討した。この方法も、現場で簡便に行なえる試験法で、その詳細と適用例とを第6章に述べる。

つぎに、岩盤内の応力状態の調査に関する研究について述べよう。近年応力解放法および応力補償法などで応力の実測が行なわれるようになった。そこで、まず、絶対応力測定法の現状について調査し、その分類、検討を行なった。(第7章)

応力補償法では岩盤の性質はあまり関係しない長所があるが、せん断応力の決定がむずかしく、したがって測定がぎこちない欠点がある。これに反し応力解放法では、すべての応力成分の決定が可能であるが、現在のところ岩盤を弾性体と仮定せざるを得ない点に欠点があり、かつ弾性定数を知る必要があり、間接的に応力を求める関係上信頼性が低いうらみがある。しかしながら応力解放法は比較的実施しやすく、岩盤の力学的挙動の解析に必要な基礎資料を提供できるので今後この方法が発展するように思われる。しかし、この方法には理論的にも実技的にも研究すべき問題が非常に多く残されている。筆者は、工業的に最も広く採用されると考えられるボアーホール底面のひずみを応力解放法で測定する方法にしぼり、基礎的に研究を進めることにした。第8章で測定技術の改良および測定例についてまた、第9章でその理論的な検討を行なった。また、第10章では、孔底に多くのゲージを貼りボアホール一本で完全な3次元応力状態を決定する新しい方法を提案した。

応力レベルの高い岩盤にボーリングを行なうと、コアが平板状に規則正しく割れる現象(いわゆるデ

ィスキング現象）が起こることが知られている。この現象も岩盤の応力状態の調査に役立つのではないかとの見通しのもとに、これに関する理論的ならびに実験的研究も行なった。その結果について第11章で求べる。

第１編　岩石の力学的性質の試験と岩盤の強度および状態の総合的調査

第１章　異方性岩盤の弾性定数の決定

１.１　緒　　　言

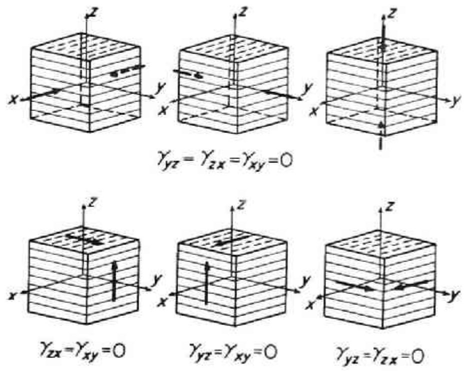
岩盤は、仮に弾性体としても、その弾性定数が方向性を持つものが多い。とくに片岩類や堆積岩など層状の構造を持つものでは顕著である。[1] 応力測定結果の解析や応力解析に、この異方性を考慮する必要があることは言うまでもない。しかし、従来、異方性を考慮した解析は、地下構造物の形状や異方性の方向などの限られた条件のもとに行なわれているに過ぎなかったが、[2)3)] 最近ではかなり複雑な条件のもとでも数値解析[4)5)]が行なえるようになり、特に有限要素法を用いれば異方性の導入はきわめて容易になった。そこで、今後は異方性を持った弾性定数も正確に測定し、これを解析に導入することが望ましい。ここでは、この異方性岩盤の弾性定数を一軸圧縮試験によって決定する方法、および結晶片岩について行なった実験試験について述べる。[7)8)]

１.２　応力とひずみの関係

1.2.1　一般的な直交異方性岩盤の場合

堆積岩や変成岩を念頭において、解析の対象とする岩盤は、均質異方性弾性体で、しかも弾性の性質の対称軸は３つあって、それらは互に直交するものと仮定する。すなわち、直交異方性弾性体と仮定する。

解析に入る前に、応力－ひずみ関係の直交異方性について考察した結果を述べよう。直角座標系（ x , y , z ）に関連する応力とひずみに関し、



第 1. 1 図　弾性の対称軸 x , y , z の説明図

1)　x , y および z 方向の性質は互に異なり、

2)　直応力 σ_x , σ_y および σ_z のおのおのが単独、または同時に存在するとき、せん断ひずみ γ_{yz} , γ_{zx} および γ_{xy} はいずれもゼロであり、（第 1. 1 図（上図）参照）

3)　せん断応力 τ_{yz} が存在するとき、せん断ひずみ γ_{zx} および γ_{xy} はいずれもゼロであり、同様に τ_{zx} が存在するとき、γ_{yz} および γ_{xy} は、また、τ_{xy} が存在するとき、γ_{yz} および γ_{zx} はいずれもゼロである、（第 1. 1 図（下図）参照）

という３つの条件が満足されるとき、この物体は直交異方性で、x , y , z 軸はその対称軸である。

さて、さきに岩盤は直交異方性弾性体と仮定したが、その弾性の性質の対称軸を、あらためて x , y , z とすると、一般化されたフックの法則により、応力とひずみの関係は次のように表わされる。[2)]

$$[\gamma]_{xyz}=\begin{pmatrix}\gamma_{xx}\\\gamma_{yy}\\\gamma_{zz}\\\gamma_{yz}\\\gamma_{zx}\\\gamma_{xy}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}&0&0&0\\a_{12}&a_{22}&a_{23}&0&0&0\\a_{13}&a_{23}&a_{33}&0&0&0\\0&0&0&a_{44}&0&0\\0&0&0&0&a_{55}&0\\0&0&0&0&0&a_{66}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tau_{xx}\\\tau_{yy}\\\tau_{zz}\\\tau_{yz}\\\tau_{zx}\\\tau_{xy}\end{pmatrix}=A[\tau]_{xyz}\quad\cdots\cdots\cdots(1.1)$$

ここで、γ，τはそれぞれひずみと応力を表わす。また、マトリクスAはx，y，z座標に関連する弾性定数で9個の独立な成分a_{ij}から成り立っている。Aをヤング率E、剛性率Gおよびポアソン比νで表わせば次のようになる。

$$A=\begin{pmatrix} 1/E_x & -\nu_{yx}/E_y & -\nu_{zx}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xy}/E_x & 1/E_y & -\nu_{zy}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xz}/E_x & -\nu_{yz}/E_y & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{zx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.2)$$

さて、任意の方向の応力−ひずみ関係を式(1.1)の弾性定数を用いて表わしてみよう。まず任意方向iの縦ひずみγ_{ii}は、変形の幾何学により、異方性とは関係なく、その方向iのx，y，z軸に対する方向余弦(l_i，m_i，n_i)をもって、つぎのように表わされる。

$$\gamma_{ii}=l_i^2\gamma_{xx}+m_i^2\gamma_{yy}+n_i^2\gamma_{zz}+m_in_i\gamma_{yz}+n_il_i\gamma_{zx}+l_im_i\gamma_{xy} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.3)$$

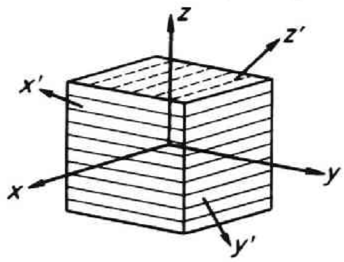
また、直交する2方向(l_i，m_i，n_i)と(l_j，m_j，n_j)のせん断ひずみγ_{ij}は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}\gamma_{ij}&=2l_il_j\gamma_{xx}+2m_im_j\gamma_{yy}+2n_in_j\gamma_{zz}+(m_in_j+n_im_j)\gamma_{yz}\\&\quad+(n_il_j+l_in_j)\gamma_{zx}+(l_im_j+m_il_j)\gamma_{xy}\end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.4)$$

いま、第1.2図に示すように、任意の方向にとった直角座標軸をx'，y'，z'軸とすると、$[\gamma]_{x'y'z'}$は式(1.3)，(1.4)により、x' y'，z'軸の方向余弦を用いてつぎのように書くことができる。

$$[\gamma]_{x'y'z'}=M[\gamma]_{xyz} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.5)$$

さらに、応力も、異方性とは無関係に、応力の平衡条件よりつぎのように表わされる。



第1.2図　2つの座標系(x，y，z)と(x'，y'，z')

$$\begin{aligned}\tau_{ii}&=l_i^2\tau_{xx}+m_i^2\tau_{yy}+n_i^2\tau_{zz}+2m_in_i\tau_{yz}\\&\quad+2n_il_i\tau_{zx}+2l_im_i\tau_{xy}\end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.6)$$

$$\begin{aligned}\tau_{ij}&=l_il_j\tau_{xx}+m_im_j\tau_{yy}+n_in_j\tau_{zz}+(m_in_j+n_im_j)\tau_{yz}\\&\quad+(n_il_j+l_in_j)\tau_{zx}+(l_im_j+m_il_j)\tau_{xy}\end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.7)$$

式(1.6)，(1.7)を用いれば$[\tau]_{x'y'z'}$は式(1.5)と同様につぎのように書ける。

$$[\tau]_{x'y'z'}=L[\tau]_{xyz} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.8)$$

式(1.1)，(1.5)，(1.8)から$[\gamma]_{x'y'z'}$と$[\tau]_{x'y'z'}$の関係はつぎのように求まる。

$$[\gamma]_{x'y'z'}=MAL^{-1}[\tau]_{x'y'z'}=A'[\tau]_{x'y'z'} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.9)$$

ここで、A'は任意方向にとったx'，y'，z'軸に関連した弾性定数である。マトリクスM，A，Lが与えられれば、いいかえれば、Aの9個の弾性定数成分と、任意方向にとったx'，y'，z'軸の方向余弦とが与えられれば、A'は求まる。したがって、任意方向の応力とひずみの関係がわかる。式(1.9)のA'から一般に応力τ_{ij}とひずみγ_{pq}との関係を与える弾性定数成分η_{ijpq}/B_{ij}はつぎの式で与えられる。ただし、i，j，p，qのどれもx'，y'，z'のうちのどれかと同じものである。

$$
\begin{aligned}
\frac{\eta_{ijpq}}{B_{ij}} = \alpha_{ij}\beta_{pq}[\, & l_i l_j (a_{11} l_p l_q + a_{12} m_p m_q + a_{13} n_p n_q) \\
& + m_i m_j (a_{12} l_p l_q + a_{22} m_p m_q + a_{23} n_p n_q) \\
& + n_i n_j (a_{13} l_p l_q + a_{23} m_p m_q + a_{33} n_p n_q) \\
& + \frac{1}{4} a_{44} (m_i n_j + n_i m_j)(m_p n_q + n_p m_q) \\
& + \frac{1}{4} a_{55} (n_i l_j + l_i n_j)(n_p l_q + l_p n_q) \\
& + \frac{1}{4} a_{66} (l_i m_j + m_i l_j)(l_p m_q + m_p l_q)\,] \quad \cdots\cdots (1.10)
\end{aligned}
$$

ここで、i , j の組合せと p , q の組合せが同じであれば、$\eta_{ijpq}=1$ となり、同じでない場合、η_{ijpq} は τ_{ij} だけが存在するときに生ずる γ_{ij} と γ_{pq} の比に等しい。また、B_{ij} は $i=j$ のときヤング率 E_i に等しく、$i \neq j$ のとき i , j 間の剛性率 C_{ij} に等しい。なお, α_{ij} および β_{pq} はつぎのような値をとる。

$i=j$ のとき $\alpha_{ij}=1$

$i \neq j$ のとき $\alpha_{ij}=2$

$p=q$ のとき $\beta_{pq}=1$

$p \neq q$ のとき $\beta_{pq}=2$

たとえば、$i=j=p=q$ のときは、$\alpha_{ij}=\beta_{pq}=1$、$\eta_{ijpq}=1$ となり B_{ij} は i 方向のヤング率 E_i に等しい。また、$i=p$ および $j=q$ のときは、$\eta_{ijpq}=1$ となり、B_{ij} は i , j 方向に関する剛性率 G_{ij} に等しい。さらに、式 (1.10) から

$$\frac{\eta_{ijpq}}{B_{ij}} = \frac{\eta_{pqij}}{B_{pq}}$$

であることがわかる、したがって A' は対称行列であることがわかる。

なお、別に任意にとった座標軸を x'', y'', z'' とすると、式 (1.8) により

$$[\tau]_{x''y''z''} = L'[\tau]_{xyz}$$

上式と式 (1.1) および (1.5) により

$$[\gamma]_{x'y'z'} = MAL'^{-1}[\tau]_{x''y''z''}$$

いま、マトリクスの積 MAL'^{-1} はマトリクス A'' とおくことができるから

$$[\gamma]_{x'y'z'} = A''[\tau]_{x''y''z''} \quad \cdots\cdots (1.11)$$

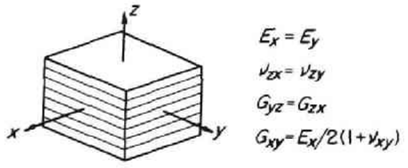
が得られる。すなわち、1つの座標系に関連するひずみと他の座標系に関連する応力との関係は式 (1.11) によって表わされる。ここで、マトリクス A'' の要素は式 (1.10) と同じ形の式で与えられるものと考えることができる。ただし、この場合は、この式における i , j は x'', y'', z'' 系に関するものであると解釈しなければならない。

さて、x , y , z 軸と x', y', z' 軸とがすべて一致しないならば、式 (1.9) の A' の要素は、すべてゼロでないことが、式 (1.10) からわかる。すなわち、x', y', z' 座標の6つの応力成分は、どのひず

み成分にも影響を与える。それゆえ、主応力軸が x' , y' , z'軸に一致する場合でも、この座標軸の方向のせん断ひずみ $\gamma_{y'z'}$, $\gamma_{z'x'}$, $\gamma_{x'y'}$はゼロでない。したがって、x' , y' , z'軸は主ひずみ軸ではない。しかし、対称軸 x , y , z に主応力軸が一致する場合は、$A'=A$であり、主応力軸と主ひずみ軸は一致する。

1. 2. 2　横等方性岩盤の場合

堆積岩や片岩類などでは、ある面内でほぼ等方性を有するものと想像される。このような横等方性の場合には、第 1. 3 図のように、xおよびy軸を等方性面内にとれば、それらの軸は方向に無関係に対称軸となり式（ 1.1 ）のAの要素の間につぎのような関係が成立する。



第 1. 3 図　横等方性の場合の座標軸

$$a_{11}=a_{22}\ ,\ a_{13}=a_{23}\ ,\ a_{44}=a_{55}\ ,$$
$$a_{66}=2\,(\,a_{11}-a_{12}\,) \quad \cdots\cdots (1.12)$$

したがって、独立な要素の数は 5 個となる。いま、

$$a_{11}=a\ ,\ a_{12}=b\ ,\ a_{13}=c\ ,\ a_{33}=d\ ,\ a_{44}=e$$

とおくと、式（ 1.1 ）はつぎのように簡単になる。

$$[\,\gamma\,]_{xyz}=\begin{pmatrix}\gamma_{xx}\\ \gamma_{yy}\\ \gamma_{zz}\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{zx}\\ \gamma_{xy}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0\\ b & a & c & 0 & 0 & 0\\ c & c & d & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & e & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & e & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(a-b)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tau_{xx}\\ \tau_{yy}\\ \tau_{zz}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zx}\\ \tau_{xy}\end{pmatrix}=A[\,\tau\,]_{xyz} \quad \cdots\cdots (1.13)$$

ここで、

$$\left.\begin{aligned} & a=\frac{1}{E_x}=\frac{1}{E_y}\ ,\ b=-\frac{\nu_{xy}}{E_x}=-\frac{\nu_{yx}}{E_y}\\ & c=-\frac{\nu_{xz}}{E_x}=-\frac{\nu_{yz}}{E_y}=-\frac{\nu_{zx}}{E_z}=-\frac{\nu_{zy}}{E_z}\\ & d=\frac{1}{E_z}\ ,\quad e=\frac{1}{G_{yz}}=\frac{1}{G_{zx}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (1.14)$$

の関係がある。

また、任意の方向の応力とひずみの間の弾性定数成分を与える式（ 1.10 ）はつぎのようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\eta_{ijpq}}{B_{ij}}=\alpha_{ij}\beta_{pq}\big[\, & l_i l_j\ (\,a l_p l_q + b m_p m_q + c n_p n_q\,)\\ & + m_i m_j\,(\,b l_p l_q + a m_p m_q + c n_p n_q\,)\\ & + n_i n_j\,(\,c l_p l_q + c m_p m_q + d n_p n_q\,)\\ & + \frac{e}{4}\,\{(\,m_p n_q + n_p m_q\,)\,(\,m_i n_j + n_i m_j\,)\end{aligned}$$

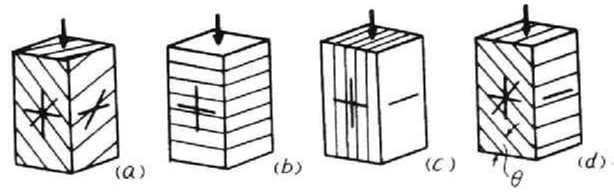
$$+ (n_p l_q + l_p n_q)(n_i l_j + l_i n_j)\}$$

$$+ \frac{a-b}{2}(l_p m_q + m_p l_q)(l_i m_j + m_i l_j)] \quad \cdots\cdots (1.15)$$

1.3　一軸圧縮試験による弾性定数の決定

弾性定数の決定は、等方性の場合は、ヤング率およびポアソン比の2つについて行なえばよいが、異方性の場合は、横等方性としても、先に述べた5つの弾性定数について行なうことが必要となってくる。ここでは、横等方性に限って、この独立な5つの弾性定数を一軸圧縮試験によって決定する方法について述べる。

異方性を有する材料では、ポアソン比が方向によって異なるため、円柱試験片で横ひずみを測定しても、**第1.3図**に示すZ軸から載荷した場合を除いて、対称軸となす方向が一定せず解析が複雑になる。それゆえ円柱試験片より角柱試験片を用いる方が便利である。まず**第1.4図**(*a*)のように試験片の3辺がどの対称軸にも一致しないようなものについて、2つ以上の側面に3方向のひずみを測定できるロゼットゲージをとりつけてひずみ測定を行なう場合について考えてみる。いま、ある任意方向のゲージの測定ひずみをγ_Gと載荷方向Z'の応力を$\tau_{Z'Z'}$とすると、これらの間の関係は式(1.15)より次のように求められる。



第1.4図　弾性定数を求める試験方法

$$\gamma_G = \{ l_{Z'}^2 (a l_G^2 + b m_G^2 + c n_G^2) + m_{Z'}^2 (b l_G^2 + a m_G^2 + c n_G^2)$$
$$+ n_{Z'} (c l_G^2 + c m_G^2 + d n_G^2) + e (m_{Z'} n_{Z'} m_G n_G + n_{Z'} l_{Z'} n_G l_G)$$
$$+ 2(a-b) l_{Z'} m_{Z'} l_G m_G \} \tau_{Z'Z'} \quad \cdots\cdots (1.16)$$

ここで、(l_G, m_G, n_G), $(l_{Z'}, m_{Z'}, n_{Z'})$はそれぞれゲージの方向と載荷方向Z'軸の対称軸に対する方向余弦である。この式(1.16)を用いればゲージの数だけの観測方程式が得られる。それゆえ、**第1.4図**(*a*)に示すような独立な5個を含んでひずみ測定を行なえば、連立方程式の解として弾性定数a, b, c, d, eが求められる。しかし、この(*a*)のような試験片では、Z'軸の方向だけに載荷された場合でも、せん断ひずみ$\gamma_{y'z'}$や$\gamma_{z'x'}$および$\gamma_{x'y'}$が発生するため試験片が剪断変形を起こし、単純圧縮の状態が乱れやすくなることが経験上わかった。また観測方程式自体も複雑になり、精度が落ちる欠点がある。そこで、**第1.4図**(*b*), (*c*)に示すような試験片の3辺を対称軸にとったもの、および(*d*)に示すような1辺が対称軸の方向にとられた試験片の3つについて図に示した方向(それらの方向のひずみは互いに独立である。)を含んでゲージを貼付し圧縮試験を行なう方が望ましい。(*b*), (*c*)の試験片では剪断変形が起こらず、弾性定数a, b, c, dが直接求められる。また、(*d*)の試験片はせん断変形を起こすが、一方向にのみに限られるので、端面の拘束を取除くようにすれば、かなり精度よく求められる。

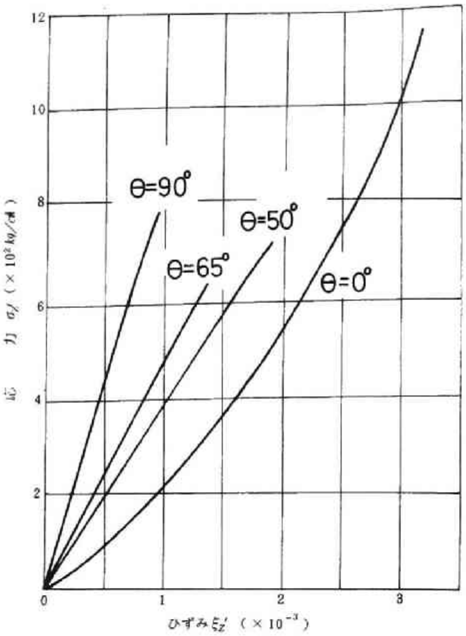
1・4　結晶片岩での実験結果および検討

横等方性とみなせる別子鉱山産の石墨片岩と緑泥片岩を試料として、第 1. 4 図の(b), (c), (d)のような試験片を作製し、式(1.16)から得られる観測方程式に最小自乗法を適用して弾性定数を決定した。一例として石墨片岩の試験片についての応力・ひずみ関係を示せば第 1. 5 図のようである。各弾性定数を決定した結果は、第 1. 1 表に示すようである。しかし、応力・ひずみ関係が直線

第 1. 1 表　弾性定数測定値

単位×10^{-6} cm²/kg

	a	b	c	d	e
石墨片岩	-1. 166	-0. 197	0. 129	4. 671	8. 477
緑泥片岩	-0. 901	-0. 160	0. 280	6. 329	7. 683



第 1. 5 図　石墨片岩の応力・ひずみ曲線

からいくぶんそれているところから判断して、これらの値も応力レベルによっていくぶん異なることがわかる。この表の値は応力 150～200 kg／cm² の時の値である。とくに $\theta=0°$の試験片（すなわち第 1. 4 図(b)のような試料）では弾性定数は応力によってかなり変化することが見受けられる。たとえば、石墨片岩では第 1. 1 表に示す d は a の約 4 倍となっているが、破壊近くでは約 2 倍くらいにまで接近する。なお第 1. 2 表に示したものは、これらの弾性定数を式(1.14)にしたがって、ヤング率やポアソン比で表わしたものである。

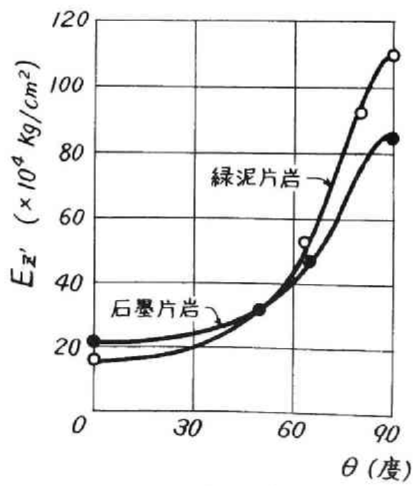
第 1. 2 表　結晶片岩の弾性定数測定値

	$E_x=E_y$	E_z	$\nu_{xy}=\nu_{yx}$	$\nu_{xz}=\nu_{yz}$	$\nu_{zx}=\nu_{zx}$	$G_{yz}=G_{zx}$
	kg／cm²	kg／cm²				kg／cm²
石墨片岩	85. 8×10^4	21. 4×10^4	0. 169	0. 111	0. 028	11. 8×10^4
緑泥片岩	111. 0×10^4	15. 8×10^4	0. 178	0. 311	0. 044	13. 1×10^4

次に(d)のような試料で θ を変化させた場合のヤング率の変化は式(1.16)より次のように求められる。

$$E_Z' = (a\sin^4\theta + 2c\sin^2\theta\cos^2\theta + d\cos^4\theta + e\sin^2\theta\cos^2\theta)^{-1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1.17)$$

第 1. 6 図は石墨片岩および緑泥片岩についてこの結果を図示したものである。これからわかるように約 $\theta=60°$ 付近からヤング率は急に増加することがわかる。なお、図中の丸印は測定値を示す。



第 1. 6 図　E_Z' と θ の関係

また、(d)のような試験片を用いて実験を行なった場合、主ひずみの方向が載荷方向からずれる角を理論的に計算

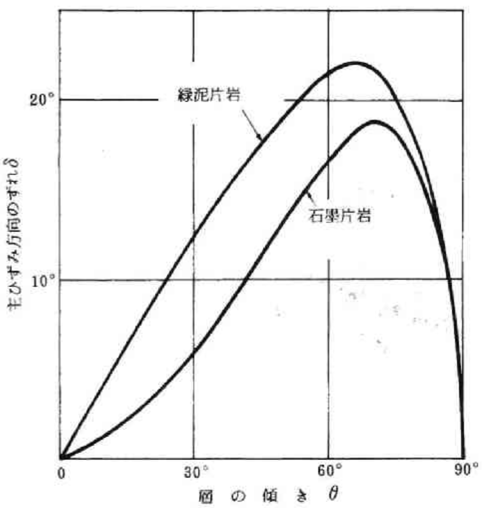
してみると次式が得られる。

$$\delta = \theta - \frac{1}{2}\tan^{-1}\left[\frac{e\tan\theta}{(d-c)-(a-c)\tan^2\theta}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1.18)$$

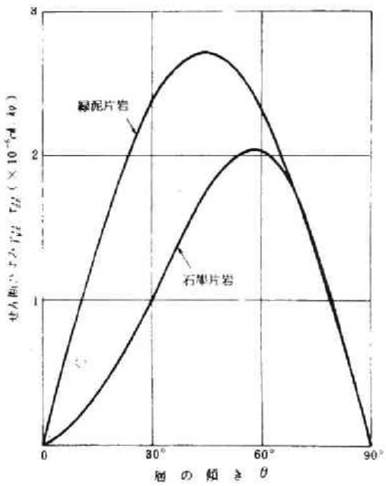
ここに、δはZ'方向から対称軸の方向に測った主ひずみ方向を示す。第1.7図に石墨片岩と緑泥片岩についてδとθの関係を図示した。いずれも65°〜70°附近で、主ひずみの方向のずれは最大となる。一方、せん断ひずみ$\gamma_{y'z'}$は次式で与えられる。

$$\gamma_{y'z'} = \frac{\tau_{z'z'}}{2}\{(d-a)+(a+d-2c-e)\cos 2\theta\}\sin 2\theta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1.19)$$

第1.8図にθと$\gamma_{y'z'}$の関係を示す。これより同じ荷重状態であれば石墨片岩ではθ=57°、緑泥片岩で



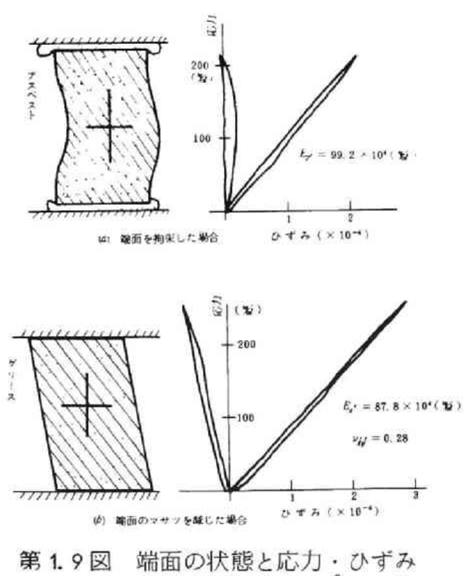
第1.7図　主ひずみ方向のずれとθの関係



第1.8図　せん断ひずみ$\gamma_{y'z'}$とθの関係

はθ=44°付近で$\gamma_{y'z'}$は最大となる。つまり、この付近のθの試料ではせん断変形が最も大きいことを示している。試料はこの付近のθのものは避けるべきであろう。

第1.9図は、端面を拘束して圧縮試験を行なった場合と、端面にグリース等を塗り端面拘束を少なくして測定した場合の応力・ひずみ曲線の一例を示す。この図から、拘束した場合には剪断変形が拘束されるため横ひずみがほとんど測定されず、ヤング率も大きなものとなっている。このように一軸圧縮試験によって弾性定数を決定する場合、この剪断変形の拘束には充分注意を要する。



第1.9図　端面の状態と応力・ひずみ関係（緑泥片岩、θ=80°）

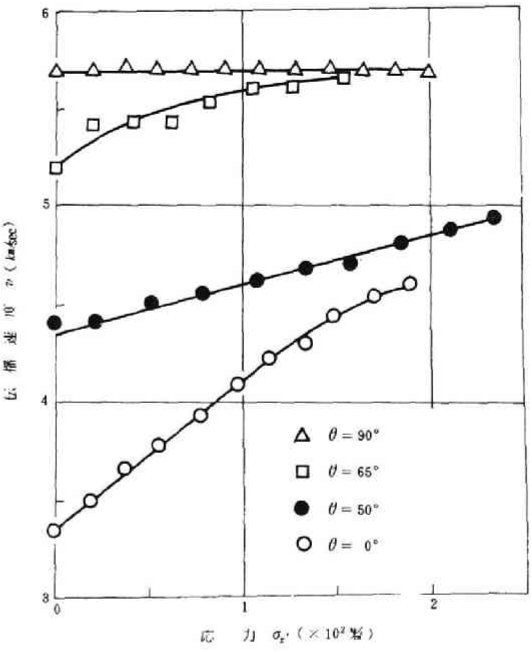
1.5　弾性波伝播特性による異方性の決定

弾性波伝播速度 v は、一般に、その伝播方向の媒体のヤング率を E とすると理論的に次式のように表わされることが知られている。

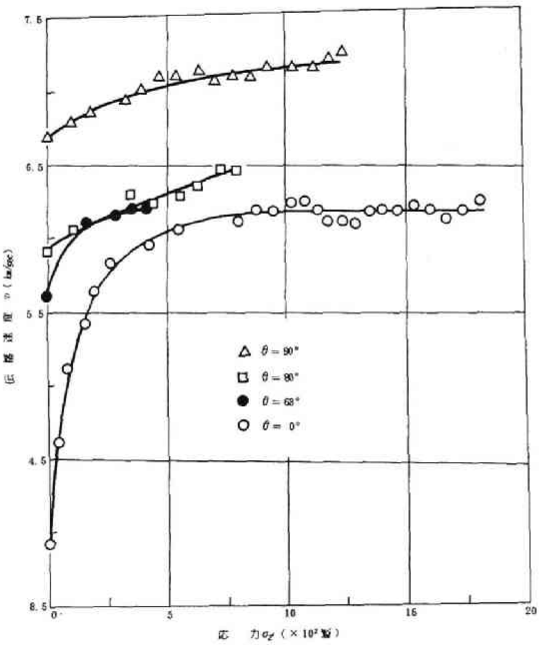
$$v = c\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \cdots\cdots\cdots (1.20)$$

ここで、ρ は密度、C はポアソン比に関係する量であるが、ほぼ1.0に近い値である。式（1.20）より明らかなように、v は $\sqrt{E}$ に比例するから、異方性を示す岩石で、種々な方向の弾性波伝播速度を測定すれば、その異いから、異方性の程度を知ることができると考えられる。

第1.10図、第1.11図は、それぞれ石墨片岩と緑泥片岩の一軸圧縮試験の際に測定された、載荷方向



第1.10図　応力による弾性波伝播速度の変化（石墨片岩）



第1.11図　応力による弾性波伝播速度の変化（緑泥片岩）

の弾性波伝播速度の変化を図示したものである。試料は第1.4図(ｲ)のようにとったものを用い、θ は前に述べたと同様に層の傾きを示す。この結果、θ が小さい試料、すなわち層面に直角に近く載荷される試料では、応力によって弾性波伝播速度が大きく変化することがわかる。とくに $\theta = 0°$ の場合が最も著しく無応力状態のときは $\theta = 90°$ の試料とくらべ両者とも58％程度であったものが破壊強度近くになると81～85％まで回復する。これは第1.5図の応力・ひずみの関係で示した、ヤング率の変化の傾向と一致する。第1.3表は、各試料の無応力状態のときの弾性波伝播速度 v と、2乗したものの比率と実測した

ヤング率Eの比率と$\theta = 0°$の試料の値を1.0として比べたものである。式(1.20)に従がえば、これらの値、v^2とEは、Cを一定とみなせば比例することになる。この表より$\theta = 0°$と$\theta = 90°$の試料についてみると、石墨片岩ではv^2の比率が1：2.8、Eの比率が1:4.0、緑泥片岩では、v^2の比率が1：3.0に対して、Eの比率は1：7.1であった。それゆえ、弾性波伝播速度の結果を用いてただちに異方性の程度を定量的に決定することはできないだろう。しかし、θの変化に対する傾向などは良く一致していることから、異方性の有無やその程度を簡単に知る方法として、弾性波は有力な手段であろう。

第1.3表　v^2の比率とEの比率の関係

岩種	θ	弾性波伝播速度v	v^2の比率	実測したヤング率E	Eの比率
		km/s		kg/cm²	
石墨片岩	0°	3.4	1.0	21.4×10⁴	1.0
	50°	4.4	1.68	31.3	1.46
	65°	5.2	2.34	46.7	2.18
	90°	5.7	2.81	85.8	4.01
緑泥片岩	0°	3.9	1.0	15.8×10⁴	1.0
	63°	5.6	2.06	56.8	3.59
	80°	5.9	2.28	89.8	5.68
	90°	6.7	2.95	111.0	7.07

そこで、この方法を用いて、採取した試験片では異方性を示したが、はたして現場の岩盤も同様の異方性を示すものかどうかを調査することにした。測定は、試料に用いた石墨片岩、緑泥片岩の採取箇所である別子鉱山において行なった。測定箇所は、石墨片岩や緑泥片岩が互層をなしている所を選んだ。測定方法、測定器については、第6章で述べるものと同じである。測定は2本の坑道を利用して行ない、測線の長さは、7～15m程度とした。結果は第1.4表に示すようであるが、測定値はかなりばらついた。これは坑道壁面を利用したため亀裂の影響をうけたためと考えられる。また、測定値も3.0km/sec前後と遅い値となっている。しかしながら、θの変化による弾性波伝播速度の異いは、ほとんど見受けられなかった。

第1.4表　現場における弾性波伝播速度

θ	v
	km/s
25°	2.9 ～ 3.2
30°	2.0 ～ 2.2
50°	3.1 ～ 3.4
60°	3.4 ～ 3.8
65°	2.0 ～ 2.5

この測定では、異方性の影響より、坑道のゆるみや亀裂の影響の方が大きいことも考えられるので、さらに次の様にして確かめた。まず、測点間の距離を充分大きくとり、それらを結ぶ測線が健全な岩盤を通る様にした。次に、その一方の測点で小規模な発破を用いて弾性波を発生させ、測点間の伝播時間を求め、伝播速度を計算した。また、この地域では、層の走向、傾斜は一様であるので、測線の方向を変えることによって、伝播方向と層のなす角を種々変化させて測定した。この結果、θの値にかかわらず、vはほぼ5.5km/secと一定の値となった。これは、現場の岩盤ではほとんど異方性を示していないことを示している。試験片では、大きな異方性を示す岩石も、天然の状態、とくに地下深部でかなりの応力状態をうけている場合には、ほとんど等方性に近い性質となっていることが考えられる。

1.6　結　　言

一般的な直交異方性を有する岩石の応力・ひずみの関形を理論的に検討し、この関係を示す一般式を

導いた。異方性岩石でも、実際には近似的に横等方性を有するとみなされる。しかし、横等方性を有する岩石でも、その弾性を完全に表わすには、5つの独立な弾性定数を示すことが必要なことを指摘し、これらの5つの定数の適当な選び方を示した。さらに、これらの定数を一軸圧縮試験によって決定する方法と、実験にあたって注意すべき事項を明らかにした。

実例として、別子鉱山産の2種類の結晶片岩について上記の方法で試験を行なった。その結果、層に垂直な方向に対し、層に平行な方向のヤング率は4～7倍であり、応力が高くなるにしたがってその差は減少すること、層傾斜が60° 以上になるとヤング率は急に大きくなること、一軸圧縮試験のときのせん断変形は層傾斜が45°～55° 附近で最大となることなどの結果を得た。

さらに、これらの試験片について、弾性波伝播速度を測定し、ヤング率の異方性を考慮した理論値と傾向はよく一致することを認めた。しかし、別子鉱山の深部坑内で、試料と同種の岩盤中に種々の方向に設定した測線に沿って、弾性波伝播速度を測定したが、方向性はあまり認められなかった。

第2章　ひずみ制御によるぜい性材料の圧縮試験

2.1　緒　　　言

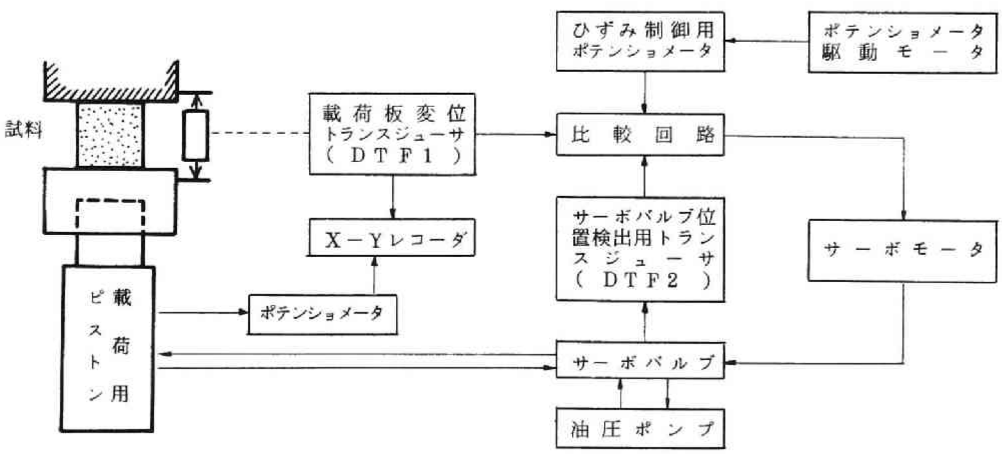
岩石などのぜい性材料を非常に剛性の高い試験機で圧縮試験を行なう、いわゆる剛性試験が最近、非常に注目されるようになった。[1)~6)]これは、この種の試験を行なうことによって、岩石などの破壊後の挙動が明らかとなり、地下空洞周辺に存在するゆるみ域を含めた解析や、破壊域の進展の解析、山はね現象などの、地下空洞周辺の安定問題の解析などの際、この挙動が重要な役割を演ずるためである。[7)~9)] 試験機の剛性を高める方法は、種種考案されているが、[2) 6) 10)]サーボコントロールを用いるのもこの一つである。

さらに、サーボコントロールを行なえば、ひずみ制御が、非常に容易に行なえるため、最高耐圧点を越えた後の挙動の試験のほか、応力緩和の実験や、破壊条件をひずみで与える研究を行なうことができる。破壊条件をひずみで表わせば、よりばらつきの少ない結果が得られることも発表されている。[11)] また、ひずみ制御による圧縮試験のもとでの岩石の性質を明らかにできれば、地下深部における岩盤の挙動を明らかにすることが期待され、さらに、有限要素法による解析の際、材料特性の導入も便利なことが多いと考えられる。

そこで、筆者らは、サーボコントロールによって、ひずみ制御を行なう装置を試作し、これを純粋三軸圧縮試験機に装備し、三軸応力状態でのひずみ制御も可能とした。高荷重域での、この種の三軸圧縮装置は今までに例がなかった。ここでは、この装置の概要を説明するとともに、モルタルを用いた一軸圧縮試験により、その性能の検討を行ない、さらに、一軸試験における破壊の検討も行なう。

2.2　サーボコントロールによる三軸圧縮試験機

サーボコントロールによりひずみ制御を行なうことができる純粋三軸圧縮試験機を試作した。第2.1図に、そのシステムの概略を示す。本試験機は三軸とも独立にひずみ制御ができるようにするため、こ



第2.1図　サーボコントロールシステム

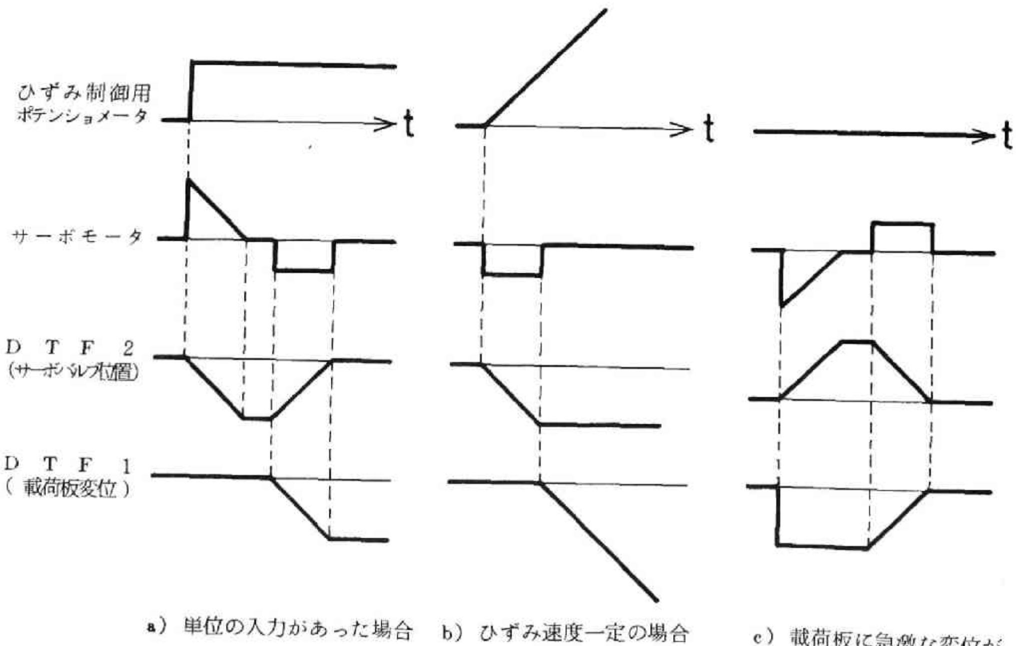
のシステムを各軸に備えている。このシステムによるひずみ制御（正確には載荷板の変位を制御する）の方法は次のようである。

(1) 比較回路は、載荷板に取付けられた差動トランス型変位計の出力とひずみ制御用ポテンショメータの出力およびサーボバルブ位置検出用のトランスジューサの出力の3つの出力を合計し、サーボモータに出力する機能を持つ。

(2) ひずみ制御用ポテンションメータをモータにより駆動すれば、比較回路のバランスが崩れ、サーボモータを駆動する。このサーボモータによりサーボバルブの位置が変わり、油圧は載荷用ピストンに伝えられる。また、同時にサーボバルブ位置検出用トランスジューサによりサーボバルブの位置の変化を比較回路にフィードバックする。これによって、比較回路はバランス状態となり、サーボモータは停止する。つまり、サーボバルブはポテンショメータを駆動した量に比例して動くことになる。

(3) 載荷用ピストンによって、試料が載荷されるが、このときの載荷板の変位がDTF1によって検出され比較回路に入力される。このため、再び比較回路のバランスが崩れるが、DTF1の出力はひずみ制御用ポテンショメータのそれとは符号が逆になっているため、サーボモータは逆に回転し、サーボバルブを閉じる。したがって、ラムへの送油が止まり載荷板変位も停止する。また、DTF2の出力も零となり、比較回路は、ひずみ制御用ポテンショメータの出力とDTF1の出力がバランスするかたちとなり、サーボモータは止る。

以上の過程で、ひずみ制御用ポテンショメータの出力に応じた載荷板変位が得られることになる。この過程を入出力信号の変化で示せば、第2.2図(a)のようである。ポテンショメータの入力に対して、載



第2.2図　サーボコントロールシステムの各要素における入出力信号の変化

荷板の変位、すなわちDTF1 の出力が多少遅れるのは油の粘性などからやむを得ない。ひずみ速度を一定にするには、ポテンショメータの出力を連続的に増加させればよい。この場合には第2.2図(b)に示したようにDTF2 がある一定の値の出力を保つことになる。すなわち、サーボバルブは開いた状態となり、油圧が常にラムに送られ所定のひずみ速度を得ることができる。また、ポテンショメータからの入力がない時、載荷板の変位（DTF1）に変化を生じた場合には、第2.2図(c)に示したように、サーボモータが作動して、DTF1 の変化（載荷板の変位）を元に戻すように働らく。

これらの機能を用いることによって、本試験では次の様な試験や破壊に対する検討を行なうことができる。

i) ひずみを拘束した試験

一つの軸のひずみを固定することにより平面ひずみ状態を生じさせることができる。また、一軸あるいは二軸に初期ひずみを与えた試験も行なえる。

ii) 破壊後の挙動の観察

後述するように、ひずみ速度を遅くすることによって、試験機の剛性を高めることができるため、一軸圧縮試験においても最高耐圧力をすぎた破壊後の応力・ひずみ関係を知ることができる。

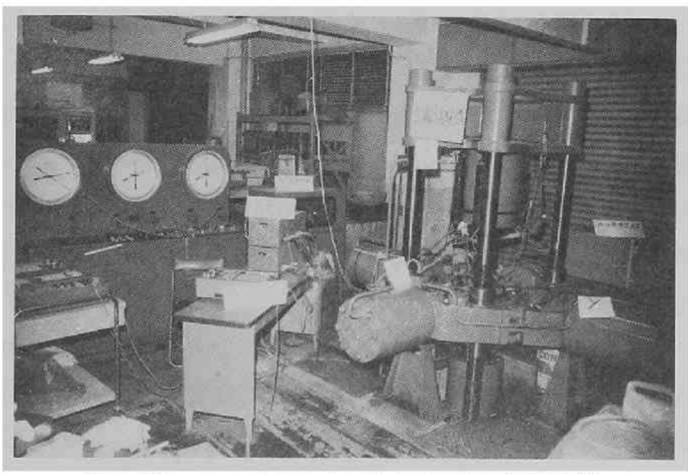
iii) ひずみによる破壊の判定規準の研究

応力制御による三軸試験では、破壊近くになると応力が不安定となり、決められた応力条件を満足させることが難しい。しかし、定められたひずみ条件のもとで、ひずみ制御による実験を行なえば、破壊近くでも、ひずみ条件をはずれることなく試験が行なえる。したがって、ひずみによる破壊の判定基準の研究が行なえる。

iv) 応力緩和試験

ひずみ状態を固定し、応力の時間的な変化から応力緩和の特性を調べることができる。

以上のように、種種の試験が行なえるが、ここでは、ii)とiv)の試験を行なった結果について述べることにする。なお、第2.3図は、この装置の概略を示す写真である。水平軸X，Y方向には100 ton 、垂直軸Z方向には200 ton の載荷能力を有している。[12]

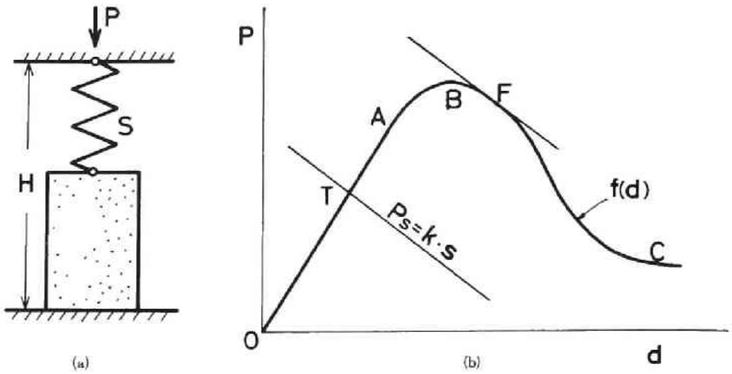


第2.3図　サーボシステムによる三軸圧縮試験機

2.3　試験機の剛性と完全な応力・ひずみ曲線の決定

通常用いられる応力制御用の試験機で一軸圧縮試験を行なえば、試料に固有の最高耐圧力を越えれば、急激に破壊は進行し、破断してしまう。しかし、剛性の大きな試験機を用いれば第 2. 4 図(b)の曲線 OABC に示すような、完全な応力・ひずみ関係を得ることができる。これは次の様に説明される。[2)]

一軸圧縮試験の載荷をモデル化すると第 2. 4 図(a)に示すようであり、試験機は、一般にスプリングSに相当する性質を持っている。このスプリングのバネ定数を k とすれば、この値が試験機の剛性に相当するものである。



第 2. 4 図　圧縮試験機のモデルと試料の荷重変形曲線

スプリングに働らく力を P_s、その縮みを s とすれば、これらの間には次の関係がある。

$$P_s = \mathbf{k} \cdot s \quad \cdots\cdots (2.1)$$

一方、岩石の方も変位 d に対して荷重 P_r は次の様に示される。

$$P_r = f(d) \quad \cdots\cdots (2.2)$$

いま、第 2. 4 図(a)に示すような距離 H が与えられた場合の釣合いの位置は $P_r = P_s$ という条件から求めることができる。すなわち、第 2. 4 図(b)に示すように式（ 2.1 ）と式（ 2.2 ）を示す 2 曲線の交点として求められる。しかしながら、P_s を示す直線の傾斜 k と $f'(d)$ が等しくなるような点 F を越えると解が求められなくなり、H を固定してもスプリングに蓄えられたエネルギーのみによって岩石の破壊が進行していくことになる。この結果、この試験機ではこれ以降の試料の応力・ひずみ関係を得ることはできない。完全な応力・ひずみ曲線OABC を得るためには、曲線BC間の最大の傾斜よりも、スプリング剛性 k が大きくなければならないことになる。

試験機の剛性を高める方法としては、載荷板の間に鋼棒などを入れ、試験片とともに圧縮する方法[8)]や、金属棒の熱膨張を利用する方法[4)]などが考えられている。また、サーボコントロールを利用する方法も最近では盛んに行なわれるようになった。[3) 7)] この方法は先に述べたモデルについて言えば、剛性 k を改良するのではなく点 F を降えて解が求まらなくなった場合、距離 H を調整することによって、釣合い位置を求めるものである。

サーボコントロールによるこのような見掛けの試験機剛性の改良は、次の様に説明される。[3)] 載荷板ピストンへの油の出入がない場合、載荷板が Δx だけ進み、荷重が ΔF_0 だけ低下したとする。このときのピストン内の油圧の減少を ΔP_0 とすると試験機の剛性 K_S は次の様になる。

$$K_S = \frac{\Delta F_0}{\Delta x} = \frac{A \Delta P_0}{\Delta x} \quad \cdots\cdots (2.3)$$

ここで、Aはラムの断面積である。また、この場合のピストン内の油の体積V_0 の変化量ΔV_0は、油の体積弾性率をkとすると次の様に表わされる。

$$\Delta V_0 = \frac{V_0 \cdot \Delta P_0}{k} = \frac{V_0 \cdot K_s \cdot \Delta x}{A \cdot k} \quad \cdots\cdots (2.4)$$

つぎに、載荷板が、同じくΔx だけ進むときに、同時に油をピストンから引き抜いてやれば、荷重はさらに低下することになる。このときの荷重の低下をΔF_1 とすれば、試験機の剛性は見掛け上次のK_rで表わされる。

$$K_r = \frac{\Delta F_1}{\Delta x} \quad \cdots\cdots (2.5)$$

この時、もし油の出入がなければ、ピストン内の油の体積の増加ΔV_1 は次のようにならねばならない。

$$\Delta V_1 = \frac{V_0 \cdot \Delta F_1}{A \cdot k} = \frac{V_0 \cdot K_r \cdot \Delta x}{A \cdot k} \quad \cdots\cdots (2.6)$$

そこで、式(2.4) ,(2.5)より試験機の剛性をK_rにまで高めるには、次に示す、油量ΔV_e をピストン内から取り出さねばならない。

$$\Delta V_e = \Delta V_1 - \Delta V_0 \quad \cdots\cdots (2.7)$$

式(2.4) ,(2.6)を代入して

$$\Delta V_e = \frac{V_0 (K_r - K_s) \cdot \Delta x}{A \cdot k} \quad \cdots\cdots (2.8)$$

この両辺を時間間隔Δt で割れば次の様に書きなおすことができる。

$$\dot{Q} = \frac{V_0 (K_r - K_s) \dot{\delta}}{A \cdot k} = \frac{V_0 (K_r - K_s) \cdot L \cdot \dot{\varepsilon}}{A \cdot k} \quad \cdots\cdots (2.9)$$

ここで$\dot{Q}$はポンプが油を引き抜く速さであり、$\dot{\delta}$は載荷板の変位速度、Lは試料の長さ、$\dot{\varepsilon}$はひずみ速度である。

式(2.9)より、変位速度$\dot{\delta}$ の場合には試験機剛性をK_rにまで高めるにはポンプは$\dot{Q}$で示される能力を有していなくてはならない。また、(2.9)式よりK_rは次の様に表わされる。

$$K_r = K_s + \frac{A \cdot k}{V_0} \frac{\dot{Q}}{L \cdot \dot{\varepsilon}} \quad \cdots\cdots (2.10)$$

式(2.10)より、試験機の改良された剛性はほぼ、ポンプ速度に比例し、ひずみ速度や試料長さに反比例することがわかる。実際の試験機ではポンプ能力$\dot{Q}$は決まっているので、もし、破壊後の$f'(d)$ の最大値(K_r)$_{max}$ を持つ岩石の完全な応力・ひずみ関係を得るためには、次式で表わされるような変位速度で試験しなくてはならないことになる。

$$\dot{\delta} = L \cdot \dot{\varepsilon} \leq \frac{A \cdot k \cdot \dot{Q}}{V_0 \cdot \{(K_r)_{max} - K_s\}} \quad \cdots\cdots (2.11)$$

実際の試験機では、2.2に述べたように、油圧ポンプの応答の遅れ、油の粘性による遅れなどがあるため、(2.10)式で示されるほど剛性は改良されない。

2.4 モルタルの一軸圧縮試験

2.4.1 供 試 体

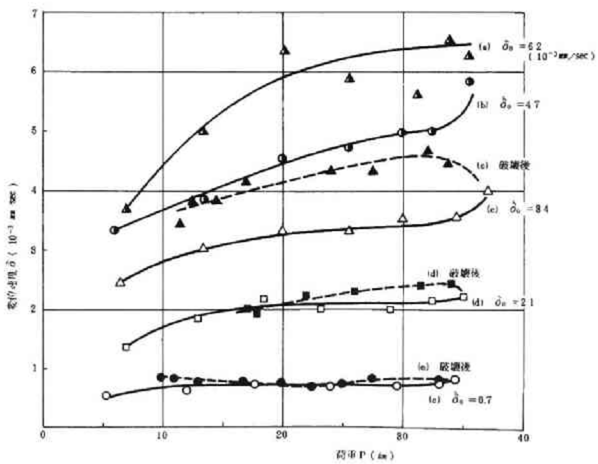
供試体として、モルタルを選んで試験機の性能をまず一軸状態で調べた。モルタルを選んだのは均質な試料製作が容易であり、最高耐圧点を越えた後の剛性が比較的低いと考えられるので、検定を行なうには適していると判断したからである。モルタル供試体の材料は普通ポルトランドセメントと豊浦標準砂で、重量配合比はつぎのようである。

水:セメント:砂= 0.65 : 1 : 2

これを 10.8 cm× 10.8 cm× 10.8 cm の立方体に打設し水中養生後、試験は材令28日で行なった。また、実験にあたっては、載荷板と供試体の間に0.05㎜厚さのテフロンシートにシリコングリースを薄く塗ったものをはさんで、まさつによる供試体端面の拘束を除いた。このテフロンシートの荷重による厚さの変化は低荷重時を除けば、ほとんどないことを確かめたので、載荷板の変位と試料の変位は等しいとした。また、試験に先だち、3～5 t 程度の予備載荷を行ない、載荷板と供試体をよくなじませた。変位測定は 0.5 t 載荷時を零点にとった。

2.4.2 ひずみ速度と試験機の剛性

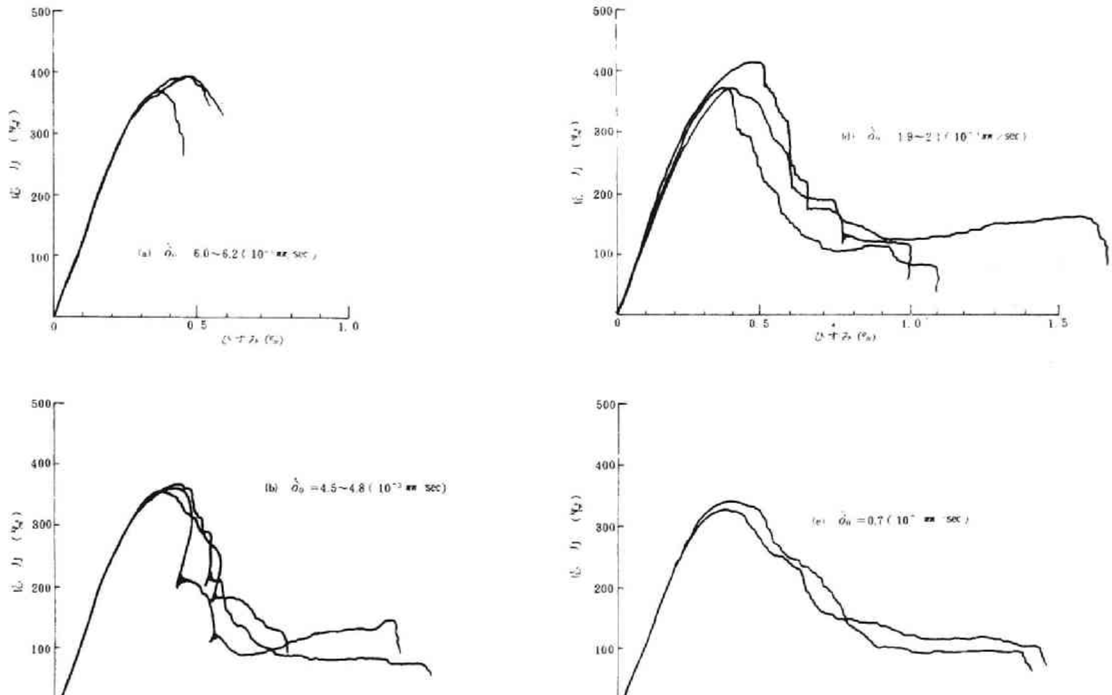
本試験機において、載荷板の変位速度 $\dot{\delta}$ の制御可能な範囲は 10^{-4} ㎜/sec から 10^{-2} ㎜/sec 程度になっている。モルタルの供試体の長さは $L = 108$ ㎜であるから、ひずみ速度になおすと約 10^{-6} /sec～ 10^{-4} /sec となる。変位速度は、ポテンショメータによって正確に一定に与えられることにはなっているが、実際には、ポンプの能力やサーボバルブ位置の誤差によって、荷重や材料特性の変化の影響をうける。第2.5図は、ポテンションメータによって一定の変位速度(ひずみ速度)を与えた場合のモルタルの一軸圧縮試験における変位速度の変化を実測した結果である。パラメータに与えた変位速度 $\dot{\delta}_0$ をとっている。この図より、載荷の初期において変位速度は次第に上昇し、変位速度の高い場合を除けば15 ton 程度でほぼ一定値に対することがわかる。しかし、材料の破壊近く(この場合は35 ton附近)になると、その影響をうけてひずみ速度はいくぶん変化している。また、この傾向は、与えるひずみ速度を高くとると大となり、ばらつきも大きくなる。これらの結果より、本試験機でほぼ正確なひずみ速度の制御が

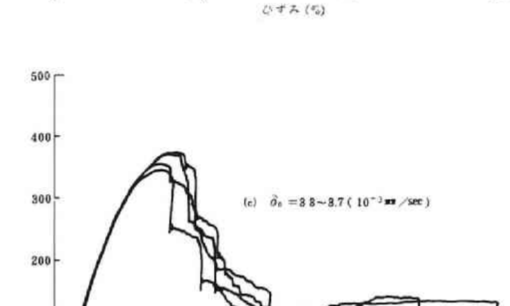


第2.5図 実測された荷重による変位速度の影響

できるのは 2.5×10^{-3} ㎜/sec 以下の載荷板変位速度の場合であることがわかった。ただし、荷重が40 ton 以上の場合は、さらに検討しなくてはならない。なお、以後変位速度は荷重が20～30 ton で変位速度が一定となる値を指すことにする。

第2.6図(a)～(e)は、第2.5図に示した各変位速度に対応した応力・ひずみ曲線を同一変位速度ごとに、2～4個の結果を重ねて示したものである。これらの図から**2.2**で述べたように、最高耐圧力以後の応力・ひずみ曲線は、サーボコントロールによる場合はひずみ速度に大いに影響をうけることがわかる。(a)では $\dot{\delta}$ が 6×10^{-3} ㎜/sec と大きいため、試験機の剛性はほとんど改良されず、応力制御と同様の結果となる。(b)の $\dot{\delta}=4.3\times10^{-3}$ ㎜/sec の場合は、少し剛性は大きくなり、連続した曲線が得られるが、試料の除載剛性 $f'(d)$ が試験機の剛性より大きな所にくると、ひずみ速度が大きいために、破壊が一時に進行





第2.6図　載荷板変位速度の応力・ひずみ曲線への影響

する。このため油圧の減少量が大きくなり載荷板変位は一旦戻るような位置で釣合い、荷重は振動するといった不安定な現象が見られる。(c)の$\dot{\delta}=3.5\times10^{-3}$ mm/sec 程度になると、(b)で見られるような変位の戻りはなくなったが、試料の応力・ひずみ関係からはずれた急激な荷重の減少が多く見られる。(d)の$\dot{\delta}=2.0\times10^{-3}$ mm/sec 程度では、ほぼ試料の剛性程度にまで改良され、急激な荷重の減少も少なくなる。(e)の$\dot{\delta}=0.7\times10^{-3}$ mm/sec では、ほぼ完全な応力・ひずみ曲線を得ることができた。この曲線から、この程度にまで、変位速度を遅くすれば、試験機剛性は約0.7×10^{6} kg/cm まで改良することができることがわかる。第2.5図の(c), (d), (e)には破壊後の変位速度も付記したが、(c)では破壊後の変位速度は、載荷時のそれより大きくなり、ひずみ制御が完全に行なわれず、試験機の剛性が不足していることを物語っている。しかし(e)では載荷時のそれと、破壊後のそれは、ほぼ一致し完全にひずみ制御が行なわれていることがうかがえる。

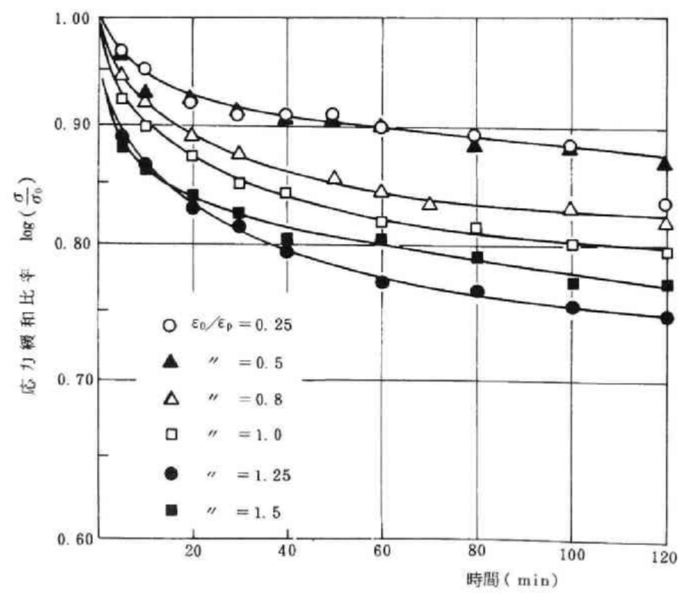
以上のことから、今後の実験はすべて変位速度を1.0×10^{-3} mm/sec 程度とすることにした。この変位速度であれば、荷重により実際の変位速度が影響されず、試験機剛性は0.7×10^{6} kg/cm まで改良できる。しかし、一軸試験でも1つの実験に20分以上かかることになる。

2.4.3 応 力 緩 和

ひずみ制御試験機の特色は、ひずみ速度やひずみ状態の制御の他に、ひずみ(変位)を一定に保つことができることにある。ここでは、モルタルの一軸圧縮試験にこれを適用した例について述べる。方法はまず試料をひずみ制御によってε_0まで圧縮し、次にその状態で変位を長時間一定に保ち、応力の変化を測定するものである。ε_0としては、最高耐圧点に達したときのひずみをε_pとすると、$0.25\,\varepsilon_p$, $0.5\,\varepsilon_p$, $0.8\,\varepsilon_p$, $1.0\,\varepsilon_p$, $1.25\,\varepsilon_p$, $1.5\,\varepsilon_p$ の6種類の値を採用し、ひずみ固定後約2時間にわたり測定を行なうことにした。ε_pとしては、本実験で用いたモルタル試験片についての平均値である0.37×10^{-2}を採用した。第2.7図は、その結果を示したものである。応力緩和については、マックスエルモデルなどの粘弾性的な考えから、次の基本式がしばしば引用される。

$$\sigma=\sigma_0\,exp\,(-t/T) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.12)$$

ここでσ_0は初期の応力で、Tは緩和時間と呼ばれる定数である。そこで第2.7図では、たて軸にσ/σ_0の対数をとって表示したが、予期に反して緩和曲線は直線とはならなかった。したがって、式(2.12)の関係はこ

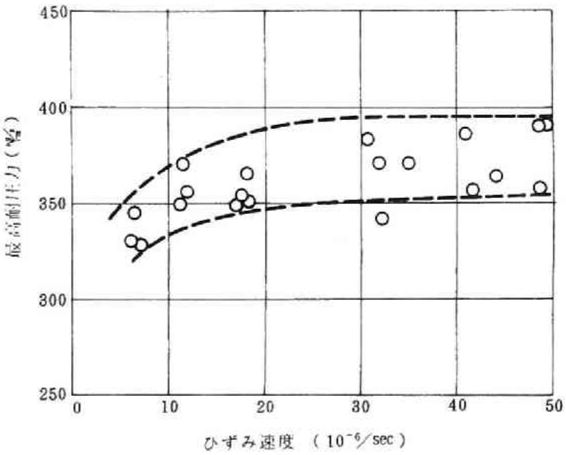


第2.7図　種々な初期ひずみε_0での応力緩和

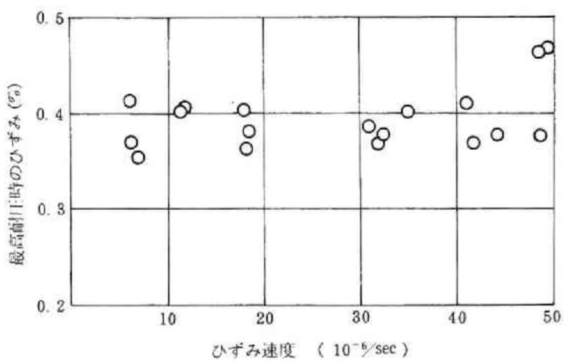
の場合にあまりあてはまらないようである。一般に、応力の低下は実験開始より30分程度の間が著しいが40分程度以後でも徐々に進行した。また、ε_0 による違いについてみると、$\varepsilon_0/\varepsilon_p = 0.25$, $\varepsilon_0/\varepsilon_p = 0.5$ などの、まだ弾性域と考えられる領域でもかなりの応力緩和現象が見られ、$\varepsilon_0/\varepsilon_p$ が 0.8 , 1.0 , 1.25と大きくなるに従って応力緩和がますます大きくなることがわかる。しかし $\varepsilon_0/\varepsilon_p$ がそれ以上になるとあまり変りはないようである。これらの現象は、粘弾性的な性質のほかに供試体内の亀裂の発生や進展に関係があると考える方が自然であろう。すなわち、$\varepsilon_0/\varepsilon_p = 0.8$ の領域では、弾性域でも、すでに亀裂の発生が認められる、いわゆる安定ないたみ進行域であるため、たとえ、ひずみを固定しても、$\varepsilon_0/\varepsilon_p = 0.25 \sim 0.5$ の場合にくらべ、亀裂が進行することは考えられる。$\varepsilon_0/\varepsilon_p = 1.25$ の場合は、最高耐圧点を過ぎて、亀裂は荷重が増加することなく進行する不安定ないたみ領域のため、その影響により応力緩和現象も著しいと考えられる。また、$\varepsilon_0/\varepsilon_p = 1.5$ の場合は、応力・ひずみ曲線が水平に近くなる部分にあたりすでに亀裂の進行は終了した領域であるため、$\varepsilon_0/\varepsilon_p = 1.25$ の場合以上には応力緩和は発生しないと思われる。

2.5　モルタルの一軸圧縮破壊に対する考察

一般に材料の強度はひずみ速度によって影響をうけることが知られているが、岩石やモルタルなどのぜい性材料も例外ではない。[5]
本実験で用いた、ひずみ速度の範囲は 5～50 $\times 10^{-6}$/sec と比較的狭いが、ひずみ速度のモルタル強度への影響について示すと、第 2.8 図，第 2.9 図のようである。第 2.8 図は、最高耐圧力とひずみ速度の関係であり、ひずみ速度が 10×10^{-6}/sec 以下では最高耐圧力がいくぶん小さくなることがわかる。一方、第 2.9 図に示したように、ひずみ速度と最高耐圧力を示す ε_p の関係では、このような傾向は見られなかった。このことから、最高耐圧力より ε_p の方がひずみ速度の影響を受けることは少ないと言えよう。もっとも、ばらつきは両者とも同程度である。破壊の判定規準を応力でもって表わすよりもひずみをもって表わす方が優っているという考えがあるが、本実験の結果においてもあまり明瞭ではないが、この傾向は現れている。



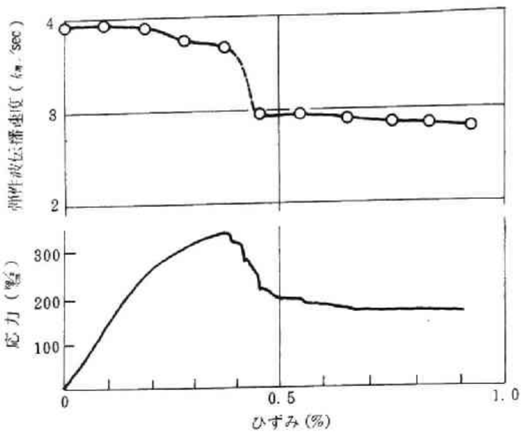
第 2.8 図　ひずみ速度と最高耐圧力の関係



第 2.9 図　ひずみ速度と最高耐圧時のひずみの関係

次に、完全な応力・ひずみ曲線が第 2.6 図

(e)に示すような形をとるのは、2.3.3でも述べたように亀裂の発生と進展の結果としてみることができる。第2.10図は、一軸圧縮試験の際に測定した載荷方向と直角をなす方向の弾性波伝播速度と応力・ひずみ曲線とを対比したものである。弾性波伝播速度は、一般に亀裂によって大きな影響をうけることから考えて、伝播速度が急激に低下した最高耐圧点を過ぎた所で亀裂の大きな進展があったことが認められる。しかし、供試体の変形が大いに進み、応力・ひずみ曲線が平になった状態では、伝播速度の変化はほとんどない。この説明はむずかしいが、おそらく新たな亀裂は発生しないことによるものと思われる。



第2.10図　弾性波伝播速度と応力・ひずみ曲線との関係

2.6 結　　　言

まず、サーボコントロールによるひずみ制御を行なえる試験機を試作し、これを用いてモルタルの一軸圧縮試験を行ない、試験機の性能を調べるとともにモルタルの一軸試験結果について検討し、次のような結論を得た。

(1) サーボコントロールによって、試験機の剛性を改良することができる。このとき試験機の剛性は、供試体の最高耐圧点超過後の剛性と等しい剛性を示すことになる。本試験機では載荷板変位速度を 1.0×10^{-3} mm/sec にすれば、試験機の剛性は供試体の材質によって変るが、最高 0.7×10^{6} kg/cm を示し、変位速度をさらに低くするとこの最高値は高くなる。

(2) 正確なひずみ速度が得られるのは、荷重が40t以下なら 2.5×10^{-3} mm/sec 以下の変位速度にする必要がある。

(3) モルタルの破壊後の剛性は 0.7×10^{6} kg/cm（$L=10.8$ cm）程度である。

(4) モルタル応力緩和は $\varepsilon_0/\varepsilon_p=0.25$ 程度でもかなり起こり、$\varepsilon_0/\varepsilon_p$ の増加とともに著しくなり1.25以上ではあまり増加しない。

(5) 弾性波伝播速度は最高耐圧点直後著しく低下する。これは、このとき亀裂の進展があることによるものと思われる。

(6) ひずみ速度によって、最高耐圧力は、若干変化するのが認められたが、そのときのひずみ ε_p はあまり影響を受けないことがわかった。

第3章　非線形応力・ひずみ関係の数式表示について

3.1　緒　　　言

有限要素法などの発達により、材料非線形問題の解析が比較的容易になってきたが、その場合、材料の応力・ひずみの非線形性をいかに表示して解析に導入するかが重要な問題である。非線形な応力・ひずみ曲線を表示する方法として、通常、ディジタル型式と関数型式が考えられる。前者は、実測によって与えられた応力・ひずみ曲線上の多くの点を、これらの点における応力とひずみを一対とする多くの組の形でインプットしておき、計算に必要な弾性係数やポアソン比をこれらのインプットデーターから適当に内挿や微分を行なうことによって求めるものである。後者では、応力・ひずみ曲線がある数学的な関数によって表わされるが、実測によって得られた材料の応力・ひずみ関数（あるいは荷重・変形関数）に最小自乗法を適用して、適当な項数の多項式で近似したり、フーリェ級数のように直交多項式で近似したり、また、双曲線や放物線型の関数を仮定して曲線近似[1)2)]を行なうのが通常である。この場合、多項式近似では項数の取り方や正規方程式の係数行列の条件などによってかなり精度が落ちる恐れがあり、また、双曲線や放物線近似では解析範囲の全応力レベルにおける応力・ひずみ曲線、とくに strain hardening や strain softening を含むような応力・ひずみ曲線全体を一つの関数で精度よく近似することは実際上困難である。

近年、一つの曲線を多くの区間に分割して考える。いわゆる、スプライン関数（Sqline Function）が利用され、非線形解析に導入されるようになってきた。[(3)]スプライン関数そのものの特性の研究や、この関数を曲線にあてはめる方法に関する研究は今まで多く行なわれて来ているが、[4),5),6)]この関数を有限要素解析に用いたのはDesaiが初めてである。Desaiは、土を対象にして三軸圧縮試験によって得られた応力・ひずみ曲線をスプライン関数で表現して非常形有限要素解析を行ない、Duncanらの提案した放物線近似による解析結果と比較して、スプライン近似の方が良い結果を得ることを示している。

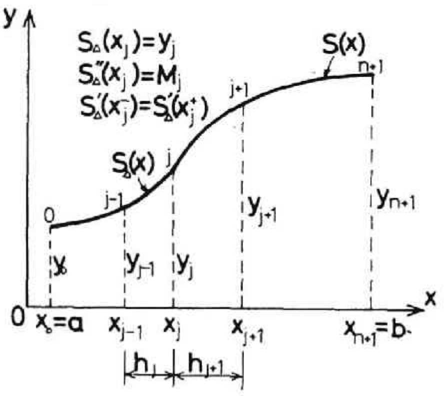
実測によって得られた応力・ひずみ関係の測定点が比較的スムーズな曲線上にのればよいが、一般には、測定に誤差を伴なうから、スムーズな曲線の上にはのらない。その場合、多くの測定点からスムーズな曲線を求めることが問題になる。また、ある独立変数の値（例えば応力値）に対して多くの測定値（ひずみの値）が得られているような場合には、応力・ひずみ関係としてはある幅に分散したような帯状領域のものが与えられ、これから1本の応力・ひずみ曲線を求めることが問題になる。これらの場合には、最小自乗法を適用したスプライン関数を求めることにより、もっとも確からしい応力・ひずみ曲線が数式表示されるようになるのであろう。

ここでは、実測によって得られた応力・ひずみ曲線を対象として、スプライン関数による数式表示について考察する。非線形材料に対する有限要素解析を行なう場合に、前記のディジタル形式で応力・ひずみ関係をインプットしたものを用いたり、また、プロットされた測定点を通るようにスプライン定規や雲形定規でかかれた曲線を用いることはきわめて能率が悪い。したがって、有効に材料の非線形性を解析に導入するためには、実測された関係が数式表示されなければならないことになる。スプライン関

数による曲線のあてはめは、一般に、多くの関係曲線に適用されるのはいうまでもないが、ここでは、応力・ひずみ曲線に対してのみ用いる場合を考える。そして、この方法を実測値に適用する場合に生ずる問題点を検討し、その処理方法について２，３の考察を行なう。なお、ここではスプライン関数によって応力・ひずみ曲線を表示した結果を有限要素解析法に適用することについてはふれない。

3.2 スプライン関数の概念

スプライン（Spline）とは製図で曲線を引くとき用いる自在定規のことである。曲線のあてはめに用いられるスプラインとしては３次のスプライン曲線（Cubic Spline）が一般的であって、これは与えられた測点（節点）を通り、１次および２次の導関数が連続するように、節点間を３次の曲線で近似したものである。Ahlberg [6]らによると、スプライン関数はBernoulli − Eularの法則に従う薄いはりと対比させて次のように説明される。いま、第3.1図に示すように一つの曲線（区間$a \leqq x \leqq b$）を考え、それをいくつかの節点で分割し、節点iの座標（x_i，y_i）は測定値よりプロットされて既知であるとする。図示の曲線を任意に曲げられた薄いはり（Spline）と考えるとき、節点jにおけるモーメントM_jはその点におけるたわみ曲線の２次導関数$S''_\Delta(x_j)$（点のモーメントはこれにEIがかかるが、ここではそれを省略して考える）より求められるが、$x_{j-1} \leqq x \leqq x_j$で２次導関数（曲率）が線型に変化すると仮定して次の関係が得られる。



第3.1図　節点jにおけるスプラインの連続条件

$$S''_\Delta(x) = M_{j-1}\frac{x_j - x}{h_j} + M_j\frac{x - x_{j-1}}{h_j} \quad \cdots\cdots (3.1)$$

ここに、$h_j = x_j - x_{j-1}$であり、$S_\Delta(x)$はその区間におけるスプライン曲線を示す。（3.1）式を２回積分し、積分定数を定めることによって次式を得る。

$$S_\Delta(x) = M_{j-1}\frac{(x_i - x)^3}{6h_j} + M_j\frac{(x - x_{j-1})^3}{6h_j} + \left(y_{j-1} - \frac{M_{j-1}h_j^2}{6}\right)\frac{x_j - x}{h_j} + \left(y_j - \frac{M_j h_j^2}{6}\right)\frac{x - x_{j-1}}{h_j} \quad \cdots\cdots (3.2)$$

また、

$$S'_\Delta(x) = -M_{j-1}\frac{(x_j - x)^2}{2h_j} + M_j\frac{(x - x_{j-1})^2}{2h_j} + \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j} - \frac{M_j - M_{j-1}}{6}h_j \quad \cdots\cdots (3.3)$$

上式をマトリックス表示すると

$$S_\Delta(x) = \{N\}^T\{q\} \quad \cdots\cdots\cdots (3.4)$$

ここに、

$$\{q\}^T = [\, y_{j-1},\ y_j,\ M_{j-1},\ M_j \,] \quad \cdots\cdots\cdots (3.5)$$

$$\{N\}^T = \frac{1}{6h_j}[\,6(x_j - x),\ 6(x - x_{j-1}),\ (x_j - x)^3 - h_j^2(x_j - x),$$
$$(x - x_{j-1})^3 - h_j^2(x - x_{j-1})\,] \quad \cdots\cdots\cdots (3.6)$$

(3.1)式と(3.2)式より明らかなように、関数$S_\Delta(x)$ と $S''_\Delta(x)$は区間[a , b] で連続であるが、スプライン曲線のこう配$S'_\Delta(x)$の節点jにおける連続性より次の条件を生ずる。

$$S'_\Delta(x_j -) = S'_\Delta(x_j +) \quad \cdots\cdots\cdots (3.7)$$

ここで、$S'_\Delta(x)$ は (3.4)式より $S'_\Delta(x) = \{N'\}^T\{q\}$ として計算されるから、(3.5), (3.6) 式の関係を用いると次のようになる。

$$\mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1}$$
$$= 6\,\frac{[(y_{j+1} - y_j)/h_{j+1} - (y_j - y_{j-1})/h_j]}{h_j + h_{j+1}} \quad \cdots\cdots\cdots (3.8)$$

ここで、$\lambda_j = h_{j+1}/(h_j + h_{j+1})$, $\mu_j = 1 - \lambda_j$ ($j = 1$, 2 , …… n) , $x_0 = a$ で$M_0 = 0$, $x_{n+1} = b$ で$M_{n+1} = 0$ の境界条件を仮定すると、次のように未知量M_j ($j = 1$, 2 , …… n) に関する線形連立方程式をうる。

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \mu_2 & 2 & \lambda_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_3 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & \lambda_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mu_{n-1} & 2 & \lambda_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \mu_n & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ \vdots \\ M_{n-2} \\ M_{n-1} \\ M_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_{n-2} \\ d_{n-1} \\ d_n \end{Bmatrix}$$

$$\cdots\cdots\cdots (3.9)$$

あるいは、

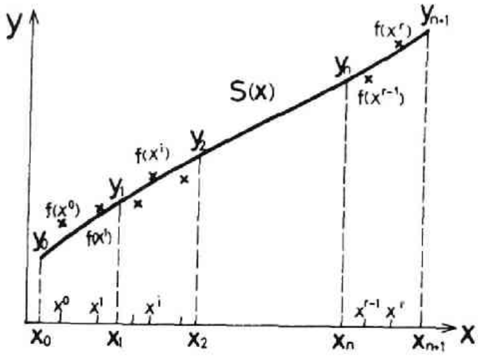
$$[A]\{M\} = \{d\}$$

上式の右辺のd_j ($j = 1$, 2 ……… n)は (3.8)式の右辺で与えられるように、節点jおよびその前後の節点における関数値より計算される。(3.9)式をM_jについて解くことにより、各節点の位置における関数の2次導関数 $S''_\Delta(x_j) = M_j$ が求められるから、それらの値を (3.2)式に用いることにより、区間[a , b]でのスプライン関数が確定される。なお、分割が等間隔の場合には (3.9)式中の$\lambda_j = \mu_j = \frac{1}{2}$ となる。応力・ひずみ曲線に対しては、上記の各式で変数xをひずみεに、関数値yを応力σにとって考えればよい。その場合、変形係数は$S'(\varepsilon)$で与えられる。(3.4)式で表わされ関係は有限要素法における要素の変位を規定する式に似ており、$\{N\}$ は変位関数に相当するものと考えられ、また、(3.9)式は有限要素法の応力解析における弾性方程式と同様の型である。したがって、上記のよ

うなスプラインによる応力・ひずみ曲線の関数表示を用いて非線形有限要素解析を行なう場合には、有限要素法における計算ルーチンをそのまま利用しうる利点がある。

3.3. 分散した測定値に対する処理

ある変数（ひずみ）に対する測定値（応力）は一般に誤差を伴なうから、プロットした測定点のすべてを節点とするようなスプラインを求めると、かえって凹凸のはげしい曲線になる恐れがある。また、同じ条件のもとで何回か測定されてプロットされた点は、一般にある幅をもった帯状の曲線領域に分布する。このような場合にもっとも確からしい曲線を求めるためには、最小自乗法を用いてスプライン関数のあてはめを行なう必要がある。第3.2図に示すように変数$x^{(i)}$に対して測定値$f(x^{(i)})$が与えられており、もっとも確からしいスプライン関数$S(x)$が求まったとする。この場合、測定値の数rは分割の数（$n+1$）よりも大きいことが必要である。いま、$x_{j-1} \leqq x^{(k)} \leqq x_j$の区間を考える。（3.2）式および（3.3）式を次のように書きかえる。



第3.2図　分散した測定値に対するスプライン

$$S_\Delta(x) = \{N_{\mathrm{I}}\}^T \begin{Bmatrix} y_{j-1} \\ y_j \end{Bmatrix} + \{N_{\mathrm{II}}\}^T \begin{Bmatrix} M_{j-1} \\ M_j \end{Bmatrix} \qquad \cdots\cdots(3.11)$$

$$S'_\Delta(x) = \{N'_{\mathrm{I}}\}^T \begin{Bmatrix} y_{j-1} \\ y_j \end{Bmatrix} + \{N'_{\mathrm{II}}\}^T \begin{Bmatrix} M_{j-1} \\ M_j \end{Bmatrix} \qquad \cdots\cdots(3.12)$$

上式で、$\{N_{\mathrm{I}}\}^T$, $\{N_{\mathrm{II}}\}^T$は（3.6）式の$\{N\}^T$を前半と後半とに分けたものであり、$\{N'_{\mathrm{I}}\}^T$, $\{N'_{\mathrm{II}}\}^T$はそれらをそれぞれxに関して微分したものである。

一方、（3.9）式の右辺のd_jは（3.8）式の右辺に相当するが、これを書きなおすと次のようになる。

$$d_j = \frac{6}{h_j + h_{j+1}} \left[\frac{1}{h_j},\ -\frac{1}{h_j} - \frac{1}{h_{j+1}},\ \frac{1}{h_{j+1}} \right] \begin{Bmatrix} y_{j-1} \\ y_j \\ y_{j+1} \end{Bmatrix}$$

$$= \{ a_j \quad b_j \quad c_j \} \begin{Bmatrix} y_{j-1} \\ y_j \\ y_{j+1} \end{Bmatrix}$$

上式の表示を用いると、（3.10）式の右辺は次のように表わされる。

$$\{d\} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & & & & 0 \\ & a_2 & b_2 & c_2 & & & \\ & & a_3 & b_3 & c_3 & & \\ & 0 & & & \ddots & & \\ & & & & a_n & b_n & c_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{n+1} \end{Bmatrix} = [H]\{y\} \qquad \cdots\cdots(3.13)$$

上式の$\{d\}$を用いると、(3.10)式より、曲率$\{M\}$は、

$$\{M\} = [A]^{-1}\{d\} = [B][H]\{y\} \quad \cdots\cdots (3.14)$$

ただし、$[B] = [A]^{-1}$

上式よりM_iだけを取り出すと次のようになる。

$$M_i = \{B_i\}[H]\{y\} \quad \cdots\cdots (3.15)$$

(3.5)式の関係を(3.2)式に用いると、$x_{j-1} \leqq x \leqq x_j$の区間におけるスプライン曲線は、次のように表わされることになる。

$$S_\Delta(x) = \{N_{\mathrm{I}}\}^T \begin{Bmatrix} y_{j-1} \\ y_j \end{Bmatrix} + \{N_{\mathrm{II}}\}^T \begin{Bmatrix} B_{j-1} \\ B_j \end{Bmatrix} [H]\{y\}$$

$$= \{K_j\}\{y\} \quad \cdots\cdots (3.16)$$

ここに、

$$\{K_j\} = \{0, 0, \cdots\cdots, 0, p_{j-1}, p_j, 0, \cdots\cdots, 0\}$$
$$+ \{0, 0, \cdots\cdots, 0, u_{j-1}, u_j, 0, \cdots\cdots, 0\}[\widetilde{B}][H]$$
$$\cdots\cdots (3.17)$$

ただし、
$$p_{j-1} = (x_j - x)/h_j$$
$$p_j = (x - x_{j-1})/h_j$$
$$u_{j-1} = \{(x_j - x)^3 - h_j(x_j - x)\}/6h_j$$
$$u_j = \{(x - x_{j-1})^3 - h_j(x - x_{j-1})\}/6h_j$$

であり、$[\widetilde{B}]$は$[B]$マトリックスの上下の行に0要素を加えたものである。さらに次のように書くことにする。

$$[\widetilde{B}][H] = [C] \quad \cdots\cdots (3.18)$$

(3.9)式および(3.13)式より明らかなように$[A]$, $[H]$マトリックスはいずれも節点間隔h_j($j = 1, 2 \cdots\cdots . n+1$)のみを含むから、節点間隔を適当に定めれば、これらのマトリックスは決定され、さらに、$[B]$, $[C]$マトリックスも計算される。(3.18)式の表示を用いると、(3.16)式は次のように書かれる。

$$S_\Delta(x) = \{[\widetilde{N}_{\mathrm{I}}] + [\widetilde{N}_{\mathrm{II}}][C]\}\{y\} \quad \cdots\cdots (3.19)$$

ここで、$[\widetilde{N}_{\mathrm{I}}]$および$[\widetilde{N}_{\mathrm{II}}]$は、それぞれ、(3.17)式右辺の第1項および第2項の行ベクトルを表わす。

第3.2図に示すようにxの全区間にわたって分散した観測データ$y_k = f(x^{(i)})$に対して、次のような観測方程式が得られる。

$$\{[\widetilde{N}_{\mathrm{I}}]_i + [\widetilde{N}_{\mathrm{II}}]_i[B]\}\{y\} = f(x^{(i)}) \quad \cdots\cdots (3.20)$$
$$(i = 0, 1, 2, \cdots\cdots, r)$$

上式で$[\widetilde{N}_{\mathrm{I}}]_i$および$[\widetilde{N}_{\mathrm{II}}]_i$はいずれも変数$x^{(i)}$が属する節点間隔に対する$[\widetilde{N}_{\mathrm{I}}]$, $[\widetilde{N}_{\mathrm{II}}]$である。(3.20)式の観測方程式に最小自乗法を適用して正規化すると、y_j($j = 0, 1, 2 \cdots\cdots n+1$)を未知数とする正規方程式が次のように得られる。

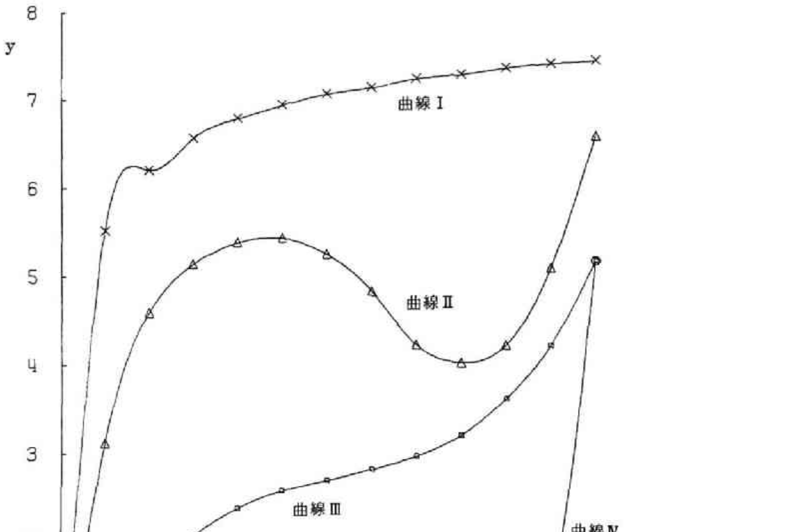
$$
\begin{bmatrix}
t_{0,0} & t_{0,1} & \cdots\cdots & t_{0,n} & t_{0,n+1} \\
t_{1,0} & t_{1,1} & \cdots\cdots & t_{1,n} & t_{1,n+1} \\
\vdots & \vdots & t_{l,m} & \vdots & \vdots \\
t_{n,0} & t_{n,1} & \cdots\cdots & t_{n,n} & t_{n,n+1} \\
t_{n+1,0} & t_{n+1,1} & \cdots\cdots & t_{n+1,n} & t_{n+1,n+1}
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1}
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_l \\ \vdots \\ g_n \\ g_{n+1}
\end{Bmatrix}
\qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.21)
$$

上式の $t_{l,m}$ および g_l は、いずれも測定値（ $x^{(i)}, f(x^{(i)})$ ）および節点 x_j などのデータから求められるが、等間隔な節点で分割したスプライン曲線に対しては文献(6)によって求められている。（3.21）式の係数行列は対角要素がもっとも大きく、それから離れるほど小さくなるので、y_j は精度よく計算される。なお、係数行列および常数項の各要素はスプラインの節点の数と位置の関数であるから、それらの取り方によって解 y_j の値、したがってスプライン関数が変化する。

3.4　数値計算例および考察

上に述べた方法によって与えられた任意の曲線を各節点におけるデータのみによって表現することができ、また、分散したデータについても、これから最も確からしい曲線を得ることができる。しかし、実際にこの方法を適用する場合、種々の注意すべき点がある。ここでは数値計算例を用いながら、これらの問題点について検討した。

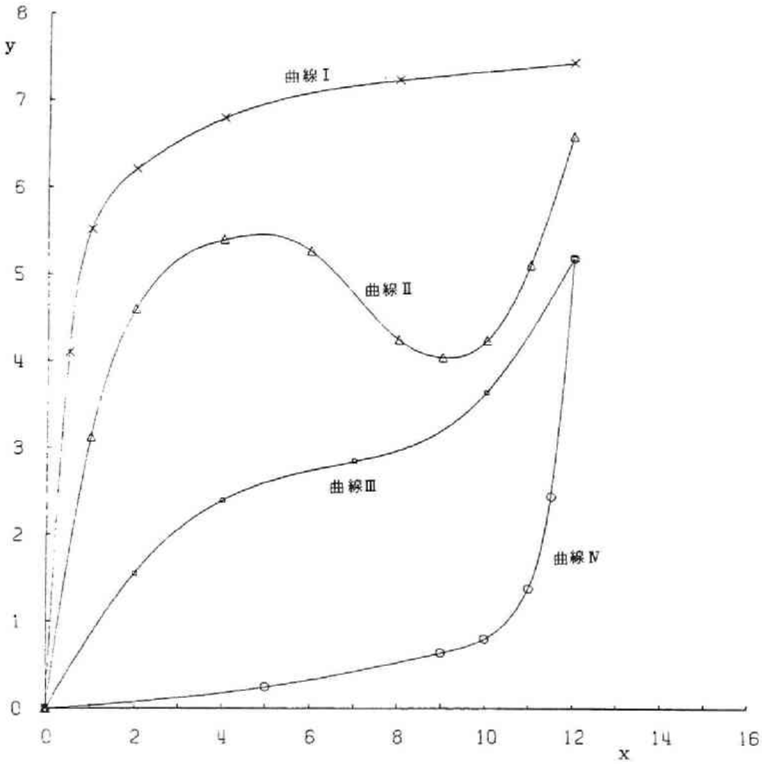
分散したデータに対する計算例としては、豊浦標準砂の三軸圧縮試験によって得られた応力・ひずみ関係を用い、スプライン関数の適用について種々考慮するとともに、その適用の改良法について後述する。しかし、まず単純なデータから



第 3.3 図　等間隔の節点を与えた場合の曲線

得られるスプライン曲線の特性について把握するため、第3.3図に示すような4種類のなめらかな曲線について考えた。図中の曲線は、いずれも x 方向に1.0の間隔で節点を取り、その節点の座標をデータとして与えて求められたスプライン曲線である。図からわかるように、曲線Ⅱ，Ⅲでは、ほぼ所定のなめらかな曲線が書かれるが、曲線ⅠとⅣのように、曲線のこう配が急激に変化し、そのために曲線に沿う節点関隔に著しい不同があるところでは、曲線にゆらぎが生じてくる。そこで、曲線Ⅰの場合には $x=0.5$ 、また、曲線Ⅳの場合には $x=11.5$ と曲線の値が大きく変化するところ（曲線に沿う節点間隔が大きいところ）にもう一点節点（データ点）を加え、さらに、逆に変化の少ないところでは節点を省略してスプライン曲線をあてはめてみると、それぞれ、第3.4図の曲線のようになる。なお、図中の曲線ⅡとⅢは第3.3図に示したそれぞれの曲線でできるだけ少ない節点で表現したものである。曲線ⅠとⅣは第3.4図に示すように節点を選ぶことによって、節点数は少なくても充分なめらかな曲線を近似することができる。曲線Ⅱ，Ⅲについても、曲線の特長を表現できる点を節点にとることによって、かなり少ない節点で曲線を表現するスプライン関数を定めることができる。

以上の結果より、節点の取り方により曲線が正しく近似されない場合があるので、曲線のこう配が急激に変化するような場合には、節点を細かい間隔で設けることが必要になる。言い換えれば、スプライン曲線に沿った長さに対してほゞ等しい間隔で節点を選ぶことや、曲線の特長を良く表現しているような箇所に節点を選ぶことが必要であることがわかる。



第3.4図　図形特性を表示するような不等間隔節点を用いた場合のスプライン曲線

また、データの値をそのまゝ節点の値とするような場合、スプライン曲線は忠実に節点を通る曲線となるため、かえって曲線全体のなめらかさが失なわれることがある。したがって、応力・ひずみ曲線から各応力レベルでの変形係数を求めるときのように、スプライン曲線の接線を用いる場合には、このようなスプライン曲線のゆらぎに対して、とくに注意する必要がある。このような場合の処置については

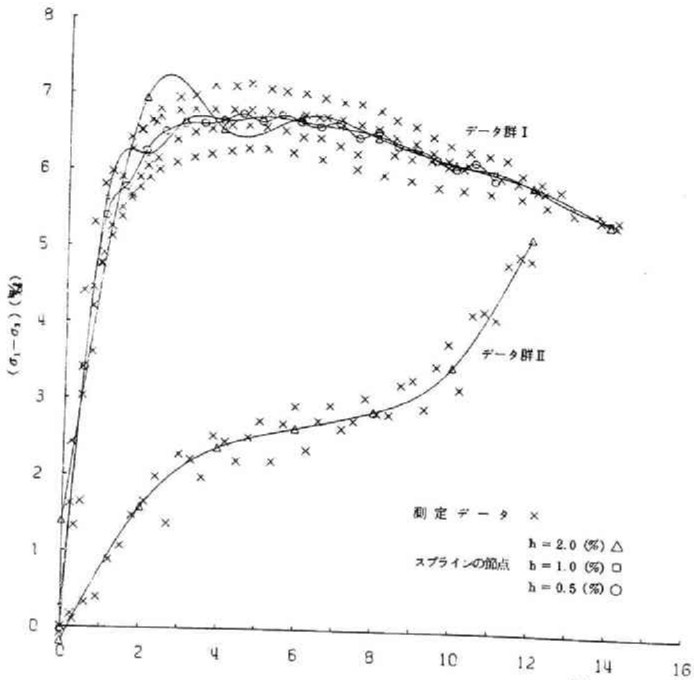
後述する。

つぎに、分散したデータの場合に対するスプライン曲線のあてはめの例を砂の応力・ひずみ曲線を対象にして示す。計算が比較的簡単であるという理由から、等間隔に節点を取る場合について検討した。この場合には、節点間隔を h とすれば、（3.10）式の［A］マトリックス、および、（3.13）式の〔H〕マトリックスは次のようになる。

$$
[A]=\begin{bmatrix}
2 & \frac{1}{2} & & & & & \\
\frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} & & & 0 & \\
 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} & & & \\
 & & & \ddots & & & \\
 & & & & \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} \\
 & 0 & & & & \frac{1}{2} & 2
\end{bmatrix}
\quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.22)
$$

$$
[H]=\frac{3}{h^2}\begin{bmatrix}
1 & -2 & 1 & & & & 0 \\
 & 1 & -2 & 1 & & & \\
 & & & \ddots & & & \\
 & 0 & & 1 & -2 & 1 & \\
 & & & & 1 & -2 & 1
\end{bmatrix}
\quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3.23)
$$

第 3.5 図のデータ群Ⅰの×印は、豊浦標準砂の三軸試験の結果のうち、$\gamma_d = 1.53\ g/cm^3$ で拘束圧の $\sigma_3 = 2.0\ kg/cm^2$ の場合の 4 回の実験値を示す。また、これらの測定値に対する 3 つのスプライン曲線は、節点間隔を横軸のひずみ量で 0.5 %，1.0 %，2.0 % と変化させた場合のものである。このデータ群Ⅰでは、測定回数が少なく、測定点



第 3.5 図　分散したデータに対するスプライン曲線に及ぼす節点間隔の影響

（×印）がある分布（例えば正規分布）に従っていないために、最小自乗法的に処理したスプラインでもかなりの誤差を含むと考えられる。

データ群Ⅰの測定点のばらつきはなんらの分布にも従っていないと思われるので、つぎに、あらかじめ与えられた曲線（第3.3図の曲線Ⅲ）を仮想的な応力・ひずみ曲線とし、この曲線に対して正規乱数を用いてデータを分散させて作成したデータ群Ⅱ（第3.5図のⅡ群の×印）を考えて、同様にスプライン曲線をこれらのデータから最小自乗法的に求めた。それが第3.5図のⅡ群の曲線であり、この場合には、節点間隔として ε_1 で2.0％にとっている。

データ群Ⅱの場合の結果は、ほゞもとの曲線を近似することができ、データが誤差を含んでいても、その分散がある分布に従うものであれば、こゝに用いた方法によって十分に近似できることがわかる。

データ群Ⅰについては、節点間隔 $h = 2.0$ ％の場合には、節点自身の値も大きくゆらぎ、スプラインにも当然大きなゆらぎが生じた。$h = 1.0$ ％，$h = 0.5$ ％とするにしたがって、このゆらぎは減少するが、全体としてなめらかな曲線とはならない。これはデータ自体の分布の不規則性から生じるため、節点間隔を密にするだけでは解決できない問題だと思われる。また、第3.1表に示すように、節点間隔を細かくとれば、計算時間は極端にふえることや、間隔を密にするとその間にデータがなくなるような間隔ができるために精度が落ちることなどから、節点間隔はあまり密にはできない。

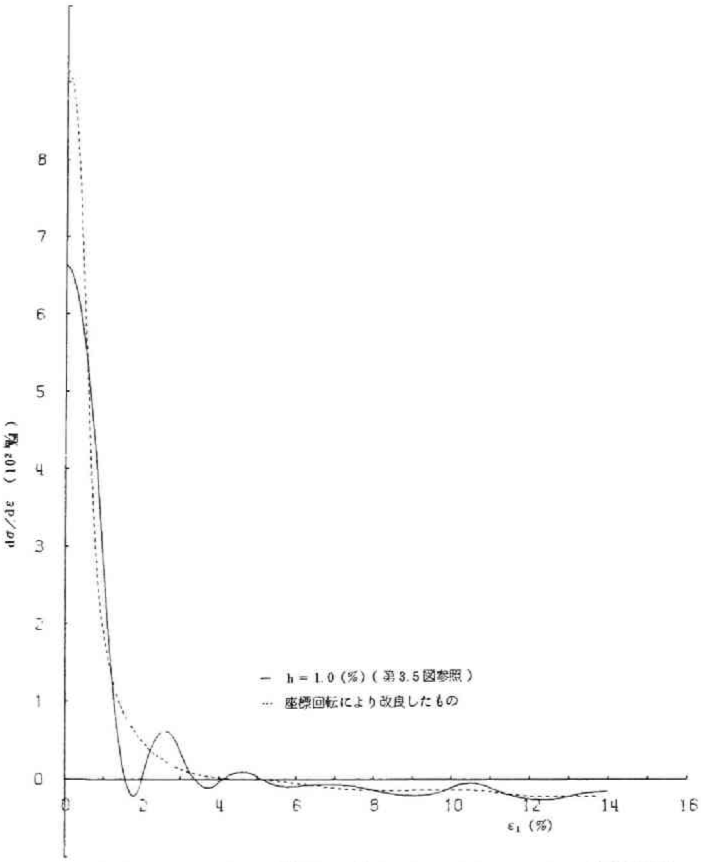
第3.1表　データ群Ⅰのスプライン曲線に対する計算時間

節点間隔	節点数	全節点値の計算時間	任意の一点に対する関数値の計算時間
0.5 (%)	29	174.3 sec	170 ms
1.0	15	23.6 〃	65 〃
2.0	8	4.9 〃	27 〃

以上のことから、節点間隔は、前章で述べた曲線の形による節点間隔の影響のほかに、全節点数に関係する計算時間、データの密度などを考慮して定め、この結果、なお生じるゆらぎについては次章の改良法によって修正することが望ましい。

なお、$l = 0$ の点（この場合には原点）に対する処理として、単に $M_0 = 0$ になる条件を入れると、スプラインはそれに応じた点（第3.5図の縦軸上の□印や△印のように）を通り、必ずしも原点を通らない。応力・ひずみ曲線のように曲線の性質から原点を通ることが明らかな場合には、そのことを考慮するために、測定点として（0，0）に数個のデータがあるとして、原点に重みをつけて解析すればよい。しかし、この場合には、原点近傍の測定値の重みが相対的に軽くなり、直感的に曲線を引いた場合よりかなり測定点をはずれたスプラインを与え、データが生かされない恐れがあるので注意を要する。

スプラインによる曲線近似の大きな特色の一つは、スプライン曲線に沿った微分、積分が簡単に求められることにある。第3.6図の実線は第3.5図におけるデータ群Ⅰの $h = 1.0$ ％のときの1次導関数を示したものである。応力・ひずみ曲線の場合には、その接線は変形係数として解析に用いられることが多いので、この方面でもこの表現法は有用と考えられる。



第3.6図　データ群Ｉに対するスプラインの一次導関数

3.5　スプライン曲線の改良

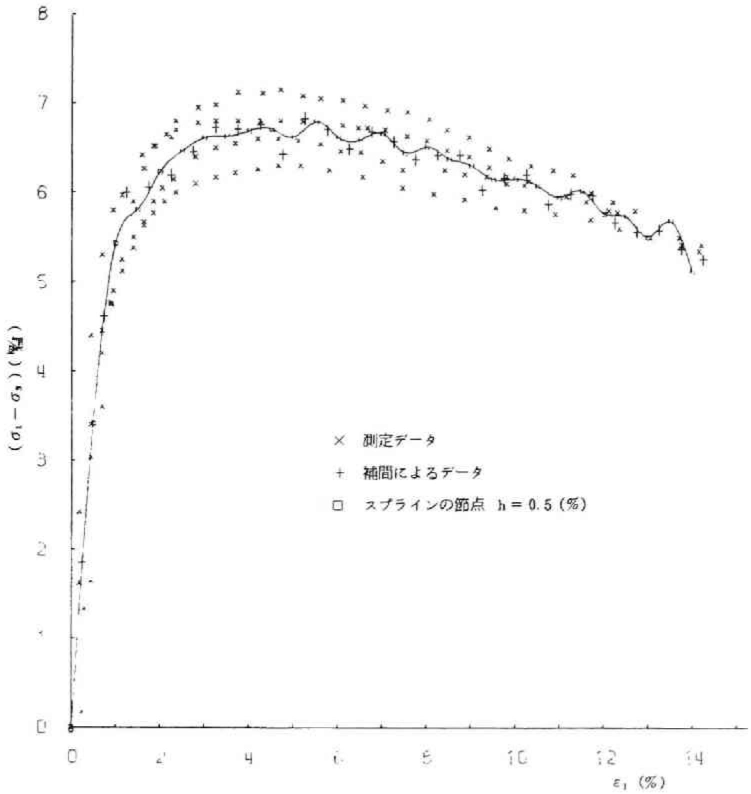
上に述べたように、与えられたデータをそのまま (3.14) 式、 (3.9) 式および (3.2) 式に適用した場合、得られるスプライン関数はこう配の大きく変化する部分において、ゆらぎを生ずることがある。この改良方法として、以下に示すような２つの提案を行なう。

3.5.1 補間データによる方法

一般に、スプライン関数のゆらぎを減少させるためには、分割区間を十分小さくして節点を多く与えることによって解決できる。しかし、第3.3図で示したように、与えられたデータが分散している場合には、分割区間内にデータが存在しなくなる場合が起る。このような場合には、分割区間に適当な方法によって補間データを与えればよい。

補間データは次のようにして与えられる。まず区間内に必ずデータを含むような分割を行ない、 (3.21) 式により節点を計算する。つぎに、この節点を (3.9 式および 3.2 式に適用してデータの疎な部分のスプライン関数値を計算し、この値に適用な乱数 (たとえば正規乱数) を加味することによって補間データが得られる。

第3.7図は第3.5図で示したデータ群Ⅰに対して求めた節点間隔$h = 1.0$%の場合（第3.5図の□印）のスプライン曲線に、上に述べた方法を適用した例である。このデータは比較的分散しており、$h = 0.5$%にとったとき、分割区間内にデータを含まない可能性がある。そこで、$\varepsilon = 0.25$%のところから0.5%の間隔に補間データを与えて計算した。このとき用いた乱数は標準偏差0.1の正規乱数である。



第3.7図　補間データによるスプラインの改良

このほか標準偏差が0.1，0.4，0.6の場合についても計算を行なったが、結果はほとんど変わらなかった。また、$\varepsilon = 2.0$%以上の部分においても少しゆらぎがあるが、これは初期データがある分布した（たとえば正規分布）に従っておらず、これに最小自乗法を適用したときに生じた誤差である。

3.5.2　座標回転による方法

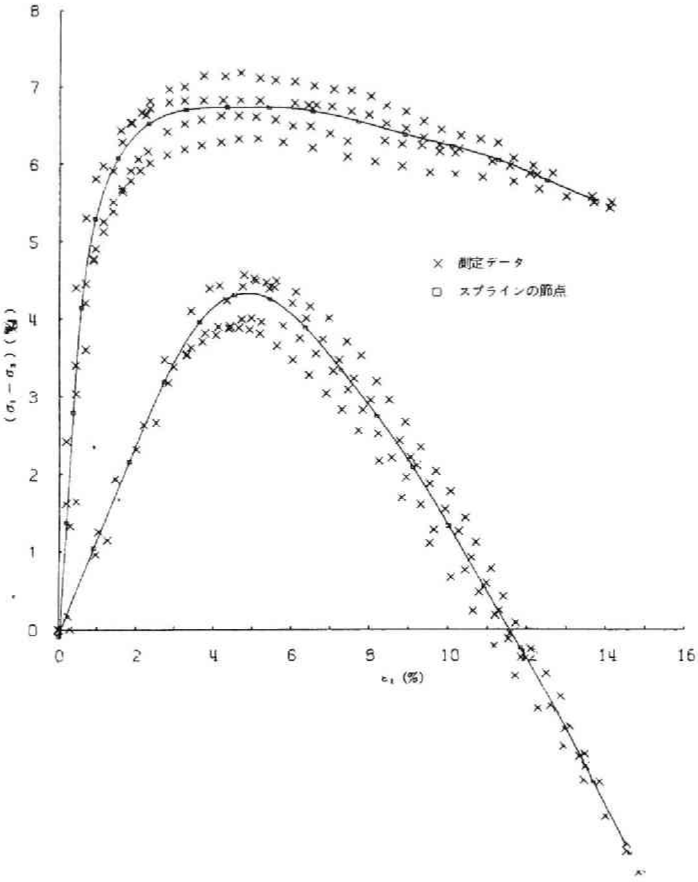
スプライン関数のこう配の大きく変化する部分に起こるゆらぎを減少させるためには、この部分に十分な数の節点をとればよいが、一方第3.4図の曲線Ⅰのようにスプラインのこう配がゆるやかなところでは、データ群がある分布に従っていないために、節点間隔を細かくとると、逆に細かいゆらぎが多く生ずることになり、なめらかな曲線に近似できない恐れがある。このような場合には、大きな区間で節点をとることによってこの細かいゆらぎを減少させることができる。スプラインのこう配の大きいところでの曲線の大きいゆらぎと、こう配が小さいところでの細かいゆらぎを減少させる方法は、互いに逆の関係にあるが、これらを両立させるために座標軸の回転を考える。

いま、スプライン関数に対して等間隔な分割区間の曲線に沿った節点の数を考えると、こう配の大きい部分ではその数が少なく、小さい部分ほどその数は多い。そこで、こう配が平均化されるような座標軸の回転を行ない、その座標系において分割区間を考えれば、曲線に沿った節点数も平均化される。このような節点に対してスプライン曲線を求め、それをもとの座標系に戻せば、ゆらぎのないなめらかな

スプライン曲線を得ることができる。

座標軸の回転角度は、まず、3.3で述べた方法を適用して節点を求め、それらの節点の間での最大微係数と最小微係数の逆正接の平均をとればよい。

第3.8図に示したものは、やはり第3.5図で示したデータ群Iに対して、この方法を適用したものである。この例では、回転したデータに対して最大微係数を示した位置と原点の間を2等分するような節点間隔でスプライン曲線を求め、この曲線上の点を適当に選んで（節点間隔の半分程度の間隔で）元に戻し、これを原データに対する節点として描いたものである。図かも明らかなように、ゆらぎは消滅し、ほゞ満足すべき応力・ひずみ曲線を得ることができる。なお、この場合の1次導関数を第3.6図の点線で示す。図より、1次導関数においても改良された曲線を得られることがわかる。



第3.8図　回転によるスプラインの改良

3.6　結　　　言

本研究では非線形な応力・ひずみ曲線をスプライン関数を用いて数式表示する場合の問題点などについて考察を行なったが、その結果、次のような結論を得た。

(1)　この表示法では、入力データとして測定データをそのまゝ用いることができること、計算は有限要素法の計算ルーチンがそのまゝ使えること、連続した1次導関数が簡単に求められることなどから、有限要素法を用いた材料の非線形解析への導入に適している。

(2)　すでにあるなめらかな曲線を表現する場合の節点は、曲線に沿った長さに対してほゞ等しい間隔で

選ぶことや、曲線の特長を良く表現しているような箇所に選ぶことが必要である。

(3) 分散したデータに対しても最小自乗法を用いて、もっとも確からしい曲線を作ることができる。しかし、この場合、種々な原因で曲線にゆらぎを生じる場合がある。これは、次に述べるような方法で改良することを提案した。

(4) ゆらぎを減少させる方法の一つとして、ゆらぎは節点間隔を小さくとればおさえることができることから、乱数を加味して作られた補間データを用いて、節点間隔を小さくとることによって改良する方法を提案した。しかし、この方法では、計算時間の増加は避けられない。

(5) ゆらぎを減少させるもう一つの方法として、座標回転により、曲線の大きなこう配を持った部分を緩和し、節点間隔を細かくすることなく改良する方法を提案した。この方法では、計算時間の増加は避けることができ、ほゞ満足すべき結果が得られた。しかし、対称に近い性質を持つ曲線に対してはこの方法は適用できない。

なお、本研究における計算およびXYプロッターによる図形処理は名古屋大学大型計算センターFACOM 230－60および中部工業大学計算センターFACOM 270－30を用いて行なった。

第4章　岩石の破壊機構の確率論的取扱いによる引張試験法の検討

4.1　緒　　言

岩石のような脆性材料の強度は、原子間引力等の考察から理論的に求められる理論強度と実測値との間に大きな差がある。また実測強度は応力の静水圧成分によって大いに変化する。この現象を説明するためにGriffithはつぎのように考えた。岩石はその内部に先天的に微小なクラックを含み、岩石がひずんだとき引張応力の集中がクラックの端近くに生ずると仮定して、その応力によって破壊が始まるとした。この破壊理論は、必ずしも岩石の強度試験の結果と一致しているとはいえないが、現在岩石のような脆性材料の破壊機構を説明する最も有力な理論であると見做されている。

そこで、筆者らも、この理論をもとにして、岩石の強度を確率論的に取扱い、新たに、破壊限接近度の概念を導入して、円板および円環圧裂試験を例にとり、不均一な応力分布をする場合の岩石の静的な引張破壊機構の説明を試みた。

4.2　破壊限接近度

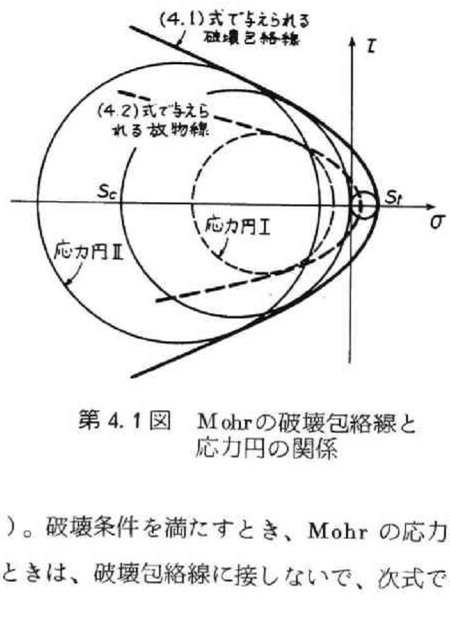
材料の破壊条件は発生する応力とその材料に固有の強度との関係で論ずることができる。岩石の巨視的破壊条件はMohrの破壊説に従うものと仮定すると、Mohrの応力円とMohrの破壊包絡線との間の関係を論じなければならない。したがって単軸引張あるいは圧縮強度と発生応力とを単純に対比させて破壊を検討できない困難がある。このため、破壊限接近度の概念[1)]を導入して、この関係を検討することにする。

破壊限接近度の定義はつぎのようである。

第4.1図に示すように、破壊包絡線は、岩石が単軸引張および単軸圧縮によって破壊するときの応力円を包絡する放物線であるとすると、次式で与えられる。

$$\tau^2 = (\lambda - 1)^2 S_t (S_t - \sigma) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4.1)$$

ここに、σ および τ はそれぞれ破壊面に作用する直応力およびせん断応力であり、S_t および S_c を引張および圧縮強度とすると $\lambda = (S_c/S_t + 1)^{1/2}$ で、ぜい性度 S_c/S_t に関係する定数である。任意の応力状態はMohrの応力円により（4.1）式の包絡線の内部に描かれる（応力円Ⅰ）。破壊条件を満たすとき、Mohrの応力円は包絡線と接するが（応力円Ⅱ）、破壊条件を満たさないときは、破壊包絡線に接しないで、次式で与えられる放物線に接している。



第4.1図　Mohrの破壊包絡線と応力円の関係

$$\tau^2 = (\lambda - 1)^2 S_t' (S_t' - \sigma) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4.2)$$

ここに、S_t' は次式を満足する。

$$S_t' = s \,.\, S_t \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4.3)$$

(4.2)式の放物線は、破壊包絡線の内部に描かれる。今、(4.2)式の放物線に接している任意のMohrの応力円Ⅰは主応力比$\chi=\sigma_1/\sigma_3$を一定に保つて$1/s$倍されると破壊包絡線に接し、応力円Ⅱの状態になる。このsは、任意の応力状態の破壊限への接近度を示し、破壊限接近度と定義される。

4.3 不均一応力状態のもとにおける岩石の破壊の確率論的考察

いま、岩石試料内には、種々の大きさのクラックが多数存在し、しかも、それが一定の密度Cで無秩序に分布していると考える。また試料の強さは内部に存在するクラックのうち、最も大きな引張力集中を生ずるクラックによって決定される。すなわち、試料はその内部に含む一番弱いクラックによって破壊すると考える。ここにクラックの示す強さは一定のものではなく、応力状態によって異なる。その理由は、応力状態が違えば、クラックのまわりに生ずる引張力集中の度合が変化するからである。したがって、主応力比χ一定で、一様に載荷されている試料内でクラックの示す強さξの確率密度関数は$f(\chi,\xi)$で与えられ、このときの試料の強度の分布は、$f(\chi,\xi)$の母集団から、任意に取り出したn個のクラックの示す強さの最小値の分布に一致すると考えられる。ここに試料はn個のクラックを含んでいるとしている。試料の強度の分布$g(n,\chi,\xi)$は

$$g(n,\chi,\xi)=nf(\chi,\xi)\{1-F(\chi,\xi)\}^{n-1} \quad \cdots\cdots (4.4)$$

で与えられる。ここにFはfの累積分布関係であり、gの累積分布関数Gは次式で与えられる。

$$G(n,\chi,\xi)=\int_{-\infty}^{\infty} g\xi d\xi=1-\{1-F(\chi,\xi)\}^{n} \quad \cdots\cdots (4.5)$$

(4.4)式からg分布のモードおよび平均値はそれぞれ(4.6.)式、(4.7)式中の$S(\chi,\xi)$, $\overline{S}(\chi,\xi)$で与えられる。

$$\frac{1-F(\chi,S)}{1-n}\left(\frac{df(\chi,\xi)}{d\xi}\right)_{\xi=S}=f^2(\chi,S) \quad \cdots\cdots (4.6)$$

$$\overline{S}(\chi,n)=\int_{-\infty}^{\infty} g(n,\chi,\xi)\xi d\xi \quad \cdots\cdots (4.7)$$

前節の破壊包絡線は試料の平均の強度$\overline{S}$を用いて描かれているから、前節で定義した破壊限接近度sは次のように書ける。

$$s=\xi/\overline{S}(\chi,n) \quad \cdots\cdots (4.8)$$

関数gおよびGはξの代りにこのsを用いて書くと次のようになる。

$$g(\chi,n,s)=nf(\chi,s)\{1-F(\chi,s)\}^{n-1} \quad \cdots\cdots (4.9)$$

$$G(\chi,n,s)=1-\{1-F(\chi,s)\}^{n} \quad \cdots\cdots (4.10)$$

以上から、一様な応力状態にある試料の平均の強さは(4.7)式をみたす$\overline{S}(\chi,s)$で与えられ、$s=1$の状態で平均的に破壊するといえる。

つぎに、不均一な応力状態にある試料の破壊について考察してみよう。いま試料をN個の微小要素に分割し、各要素内では、応力状態は一定と見做せる程度に細分できたものとする。試料全体が破壊しないでいる確率は、N個の要素がそれぞれ破壊せずにいる確率の積で与えられるから、この確率は、試料の体積Vとsの分布によって決められる。これを$1-H(n,s)$とすると、次式が成立する。

$$1-H(n,s)=\prod_{i=1}^{N}\{1-G(\chi_i,n_i,s_i)\} \quad \cdots\cdots (4.11)$$

ここに、i は i 番目の要素を意味し、$G(x_i, n_i, s_i)$ は、i 番目の要素がn_i個のクラックを含み、主応力比x_iで、破壊限接近度s_iで示される応力状態に達するまでに破壊する確率を示す。

(4.10)式により、(4.11)式を書き換えると、

$$1-H(n,s)=\prod_{i=1}^{N}\{1-F(x_i,s_i)\}^{n_i} \quad \cdots\cdots (4.12)$$

であり、この値を exp(−B)とおくと、Bは次式で与えられる。

$$B=-\sum_{i=1}^{N}n_i\log\{(1-F(x_i,s_i)\}$$
$$=-\sum_{i=1}^{N}[\log\{1-F(x_i,s_i)\}]CdV_i \quad \cdots\cdots (4.13)$$

ここに、dV_i は i 番目の要素の体積である。試料の破壊は確率的に$H(n,s)=0.5$のとき、すなわち、次式で与えられるBの値のときに生ずると期待される。

$$B=-\sum_{i=1}^{N}[\log\{1-F(x_i,s_i)\}]CdV_i=0.693 \quad \cdots\cdots (4.14)$$

4.4 円板圧裂試験における寸法効果

WeibullはF(x, s)の形をつぎのように与えている。[2)]

$$F(x,s)=1-\exp(-\alpha s^m) \quad \cdots\cdots (4.15)$$

ここに、Weibullはα, mを材質固有の定数としているが、厳密には、主応力比xによって変化するものと考えなければならない。またmは均一係数と呼ばれる。

(4.14)式に(4.15)式を代入すると

$$B=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i s_i^{m_i}CdV_i \quad \cdots\cdots (4.16)$$

となる。

円板圧裂試験においては、各要素で主応力比xが異なるので、αおよびmは定数ではない、しかし、xによって、どのように変化するか未だ不明であるので、仮に定数としよう。体積VおよびV'の二つの円板圧裂試験片は、次式をみたすsで示される応力状態で破壊すると期待される。

$$B=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i s_i^{m_i}CdV_i=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i s_i'^{m_i}CdV_i'=0.693 \quad \cdots\cdots (4.17)$$

ここで、対応する要素の主応力比x_iは相等しい。s_iとs_i'との比をγとすると、(4.17)式より

$$\gamma=(V/V')^{1/m} \quad \cdots\cdots (4.18)$$

を得る。ここにγは試料の平均の強度比を与える。また(4.16)式より、試料強度の母変動係数ρは

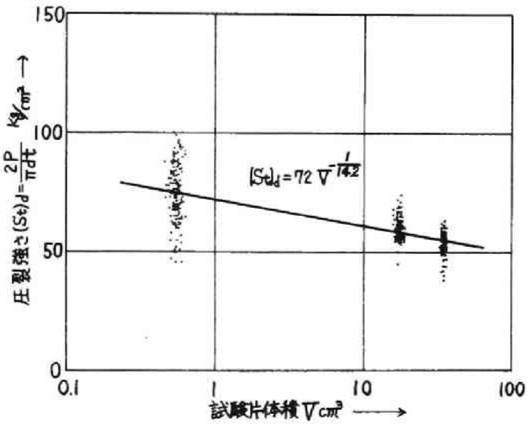
$$\rho=\left\{\frac{\Gamma(1+2/m)}{\Gamma(1+1/m)^2}-1\right\}^{1/2} \quad \cdots\cdots (4.19)$$

となる。ここにΓはガンマ関数をあらわす。

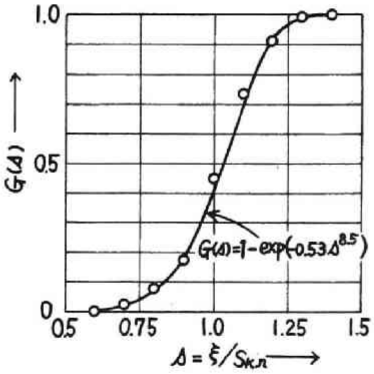
Weibullの式が正しいかどうか荻野凝灰岩を用いて検討した。その結果は第4.2および第4.3図に示

すようである。第4.2図は、体積がそれぞれ0.55、17、35 cm³の場合の強度変化を図示したもので、(4.18)式の関係が成立することがみとめられる。これらの実験には237個の試験片を用いた。また、この結果から$m=14.2$を得る。これらの実験値を用いて、試験片強度の累積分布$G(s)$を描くと、第4.3図の点のようである。これらの点は$m=8.5$のWeibull分布曲線でもっとも良く近似できる。したがって、寸法効果から求めたmを正しいとみなすと、第4.3図に示された実験値は、岩石に内在するクラックの示す強さの分布によるばらつき8.7%、実験誤差によるばらつき11.1%とがあったことになる。[3]

いずれにしても、圧裂試験においては、岩石の示す強さの分布はWeibull分布によって表示でき、また、χの違いによるαおよびmの変化が円板圧裂試験結果にあまり影響しないとみなせる。



第4.2図　円板圧裂試験における寸法効果
試料；荻野凝灰岩、図中の点は実測値である。



第4.3図　円板圧裂試験による引張強度の累積分布
平均の強度$\overline{S}(\chi,n)$、強度測定値ξとし、横軸は破壊限接近度$s=\xi/\overline{S}(\chi,n)$をとっている。
○印は実験値である。
試料；荻野凝灰岩

4.5　単軸引張試験、円板および円板環圧裂試験の強度の比較

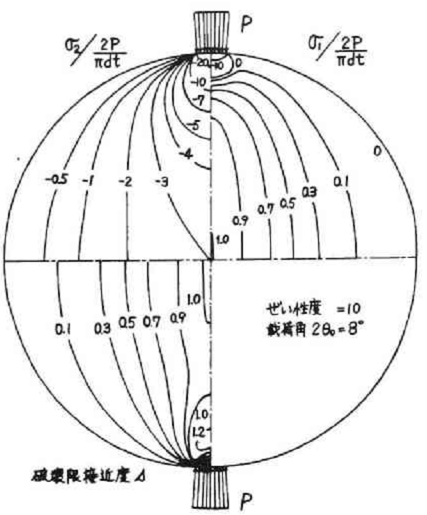
これらの試験においては、すべて引張破壊が生ずるので、Weibullの分布関数が適用できること、およびα，mが主応力比χによって変化しないという前節の仮定が成り立つとすると、(4.16)式の右辺の計算ができる。

両試験における主応力σ_1およびσ_2の分布と、破壊限接近度sの分布の一例は第4.4および第4.5図に示すようである。これらの値は、弾性論により応力解析したものである。ただし、載荷角は8°とした。sの分布は圧裂試験片中央のσ_1が試料の引張強さに達するまで載荷されたときの分布をそれぞれ示している。破壊包絡線は、ぜい性度=10として(4.1)式で与えている。

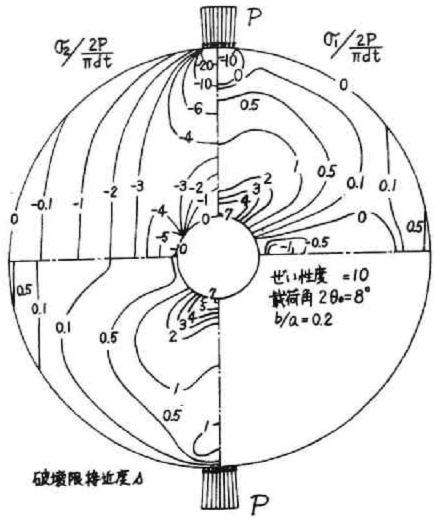
(4.14)式は積分表示を用いると

$$B=\int_V dB=\int_V \alpha C s^m dV \quad \cdots\cdots (4.20)$$

となり、上式を用いて、各試験の破壊時のs分布を求め、単軸引張強さに対する、円板および円環圧裂

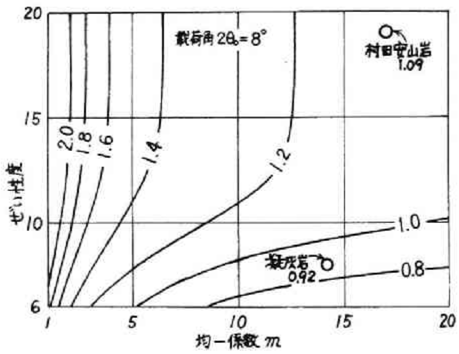


第 4.4 図　円板圧裂試験片内の主応力および破壊限接近度の分布



第 4.5 図　円環圧裂試験片内の主応力および破壊限接近度の分布

試験の強度比を図示すると第 4.6 および第 4.7 図のようである。これらの強度比は、ぜい性度および均一係数の値に関係するので、これらの値を両軸にとり図示した。なお、各圧裂試験の載荷角は 8°とし、試験片体積は、各試験とも等しくした。また、円環圧裂試験の内外径比は 0.2 の場合を示している。第 4.6 図中の点は荻野凝灰岩と村田安山岩についての実験結果を示している。荻野凝灰岩の均一係数は、前節で述べたように 14.2である。また体積1.24 cm³の試料を用いて求めた圧縮強さは 555kg/cm²であり、第 4.2 図により、これと同体積の試料の圧裂強さは71kg/cm²であるから、この二つの値からぜい性度は約 8 であることがわかる。体積33cm³の試料24個によって求めた単軸引張度は60kg/cm²であり、第 4.2 図に示されている同体積の圧裂強さ55kg/cm²との比は0.92 となる。また、村田安山岩についても、凝灰岩と同様に、寸法効果から均一係数 17を得た。体積67cm³の試料を用いて求めた圧縮強さ 2, 540kg/cm²と、体積33cm³の26個の試料を用いて求めた単軸引張強度 134kg/cm²とからぜい性度を求めると、約19である。単軸引張試料と同体積の31個の試料を用いて求めた圧裂強さは 146kg/cm²であり、単軸引張強さと圧裂強さの比は1.09 となっている。なお第 4.7 図の点はプラスターについての実験結果を示している。これらの結果は上記の理論が実験と良く一致することを示している。

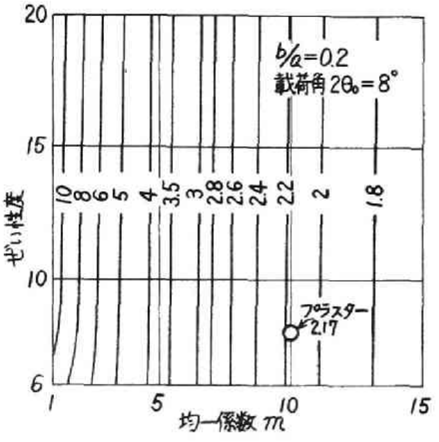


曲線は各強度比の等値線であり、図中の○印は実験値である。村田安山岩で 1.09、荻野凝灰岩で 0.92の強度比を得ている。

第 4.6 図　単軸引張強度に対する円板圧裂試験強度比

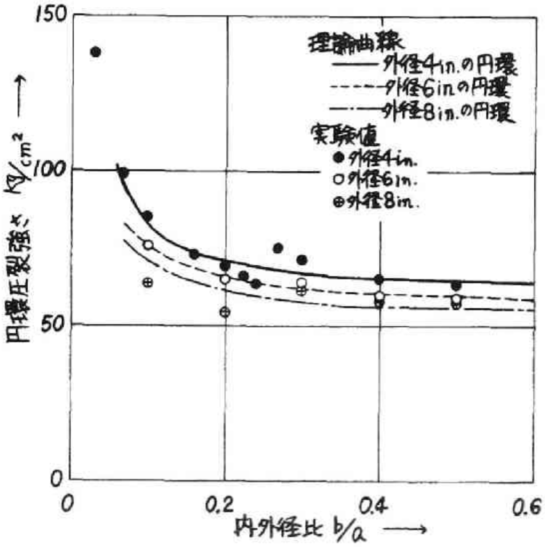
第 4.8 図中に示した点は、Addinal と Hackett がプラスターを用いて行なった実験結果[4]で、内外径比 b/a に対する円環圧裂強さの変化を示したものである。この実験では円環厚さを一定にして、外径

を4 in.、6 in.、8 in. の3種類にとっている。この3種類の体積のことなる試料を用いた実験結果から均一係数を求めると、約10を得る。さらに、載荷角8°、ぜい性度8とみなして上記の理論にもとづいてこの関係を理論的に求めた結果は図中の3つの曲線で示される。これらの結果も、理論と実験とがかなり良い一致を示すことがみとめられる。



曲線は各強度比の等値線であり、図中の○印は実験値である。プラスターについては2.17の強度比を得ている。

第4.7図　単軸引張強度に対する円環圧裂試験強度比



図中の○印は実験値、曲線は理論値を示す。
試料；プラスター

第4.8図　円環圧裂試験における強度と内外径比 b/a との関係

第4.6図から、円板圧裂試験による強度は、ぜい性度、均一係数がかなり変動しても、単軸引張強度と1〜2割程度の誤差をもって一致するといえる。一方、第4.7図から、円環圧裂試験による強度は、単軸引張強度より、2倍以上大きな値をもち、しかも、均一係数の変動によって大きくかわることがわかる。

4.6　結　　言

静的な引張破壊を、グリフィス理論にもとづいて、確率論的に再検討し、新たに、破壊限接近度の概念を導入することによって、不均一な応力場での静的な引張破壊の条件式を作った。また、不均一な応力場での試料の示す強さの分布を理論的に論するとともに、これが、Weibull分布に従うことを、円板および円環圧裂試験を例にとり、これらの強度と単軸引張強度との関係を調べ、上記の理論値と、実験値とが良く合うことを確かめた。さらに、円板圧裂試験は単軸引張試験の代用になるが、円環圧裂試験は代用になりがたいことを理論的に証明した。

第５章　圧裂試験による岩盤強度の総合的な調査

5.1　緒　　言

地下構造物の設計には、その基礎となる材料の諸性質が正しく評価されなくてはならない。そのためには、岩盤の強度についても、岩盤はきわめて不均質であるから、数多くの地点でサンプリングを行なった試料について、圧縮試験や引張試験を行ない、総合的に強度を判定することが望ましいと考えられる。とくに、岩盤が不均質なほど、多数の試料について試験する必要がある。従来は、このような試験を行なおうとすると、多くの手数と費用を要するため、少数代表的な地点でのサンプリングで、材料の諸性質を測定し、これを解析に用いることが多かった。そこで、筆者は、一つの現場でも、そこから多数の試験片を取って、強度試験を行なうことの必要性を実際に検討することにした。岩石強度試験法としては、わずかの手数で短時間に試験できる点載荷圧裂試験を採用することにする。

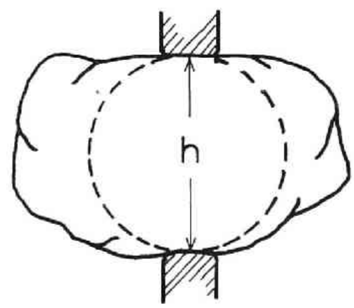
5.2　非整形圧裂試験およびその可搬型試験機

円板型試料の圧裂試験より発展させ、平松、岡ら[1)]によって開発された非整形圧裂試験は、第5.1図に示すようにその中に球を含むような岩塊を二点で圧縮し圧裂破壊を起こし引張強度を算定するもので、次式によって表わされる。

$$St = 1.4 \times \frac{2P}{\pi h^2} \quad \cdots\cdots (5.1)$$

ここでPは破壊荷重でありhは試験片の載荷点間の距離である。

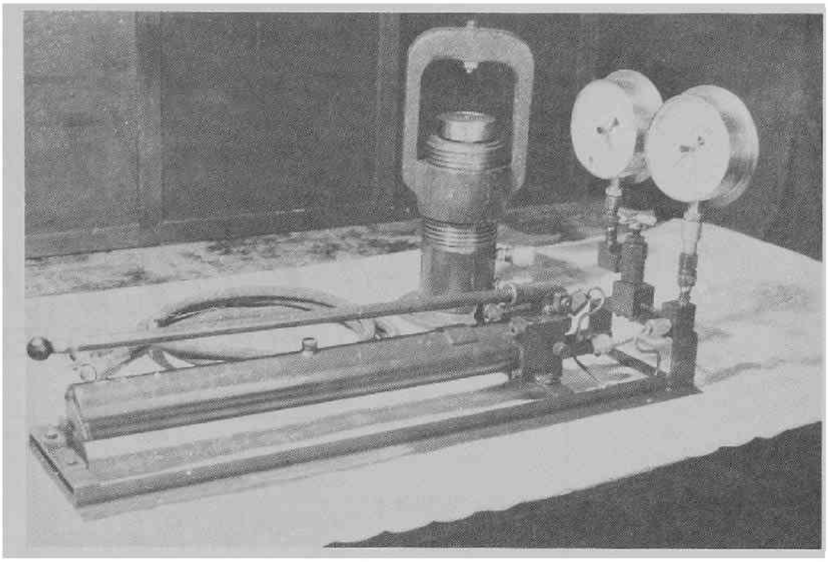
可搬型の試験機としては、手動式の油圧ジャッキを用い５ｔ容量のものと20ｔ容量の２種類を試作して用いた。５ｔ容量のものではｈ＝２～８㎝の試料、20ｔ容量のものではｈ＝３～12㎝のものが試験できるようにした。



第5.1図　非整形圧裂試験

また、引張強度の方から言えば式（5.1）より５ｔ容量のものでｈ＝６～８㎝の試料を用いればSt＝150～70㎏/㎠以下のものを測定することができる。20ｔ容量のものでｈ＝８～10㎝の試料を使えばSt＝280～190㎏/㎠以下のものが試験できるように設計した。試験の実施にあたっては総荷重５ｔ以下と考えられるものは、できるだけ５ｔ容量の試験機を用いて精度を上げるようにした。第5.2図に示したものは、20ｔ容量の試験機の写真である。

手前に見えるのがジャッキ部分であり、後方のものが試験機本体である。

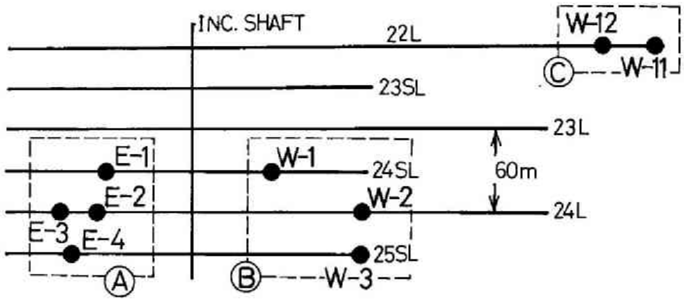


第 5. 2 図　可搬型非整形圧製試験機

5.3　別子鉱山における試験例

別子鉱山深部においては、山鳴りが発生しているが、その発生箇所は限られている。山鳴りの原因調査のためには、山鳴地域とそうでない地域では、強度などの力学的性質に差異があるかどうかを知る必要がある。しかし、別子の坑内は深いため、切羽のまわりの岩盤は局部的に浮いていて、質が非常に不均質である。そこで、大量の試験片による岩盤強度の調査を行なう現場として、別子鉱山の深部を選ぶのが適当であると考え、ここで試験を実施した。

第 5. 3 図に試料採取箇所を示す。まず、大きく地域をA、B、Cの 3 つに分け、それぞれの地域で採取箇所を 2 ～ 3 ケ所とった。A地区に属するE－1～E－4 地点は、山鳴り地域に属し、B地区のW－1～W－3 地点では山鳴りはほとんどなく、C地点ではまったくない。地質的には、どの地点でもほぼ同じで、第 5. 4 図に示すようである。図中央に示された硫化鉱脈の両側を石炭片岩、石墨岩が互層をなすようにして存在している。以後、岩石の種類の呼び名を、同図に示したように用いることにする。たとえば、 FCQといのうは、下盤側のちみつな石英片岩（Compact Quartz Schist)を示す。実験結果は大きくばらついたが、後天的と思われるき裂を含んだものは除いた。また、片岩類は弾性的性質にもかなりの異方性を示すが、強度にも方向性が強く、層面に垂直に載荷した場合

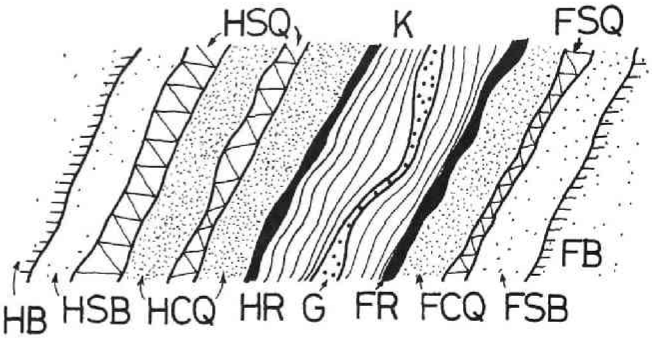


第 5. 3 図　試 料 採 取 箇 所

と、層面に平行に載荷した場合の圧裂強度は著しく異なる。そこで、比較のためには、載荷方向を一定させて検討する必要があるため、以後の検討では、層面に垂直に載荷した場合について述べる。まず、400以上の全測定結果の、岩種および採取箇所別の平均値を示すと第5.1表のようになる。

この表からもわかるように、同じ地域の差を平均値から判断することは困難である。

そこで、分散等も考慮して統計的に処理を試みた。以下に、この場合の代表的な岩種である石英片岩(Quar'z Schist)を選んで検討した結果について述べる。まず、上、下盤およびCQ、SQの差はないものと考え、A、B、C地区別に石英片岩として集計すると第5.2表の度数表のようである。また、第5.3表は、これらのデータから得られる標本平均と不偏分数を示したものである。これをヒストグラムの形に図示すると第5.5図のようになる。この図より、A地区ではほぼつり鐘型をなす度数分布が得られたが、B、C地区ではかなり非対称なものになっている。しかし、累積相対度数を各地区ごとに確率紙にプロットしてみると第5.6図のようであり、



名	称	略号
Quartz Schist	Comqact G.S.	C Q
	Sericite に富むQ. S.	S Q
Black Schist	珪化された B. S.	S B
	普通の B. S.	B
硫化鉱		R
皮鉱		K
Green Schist		G
上盤側		H
下盤側		F

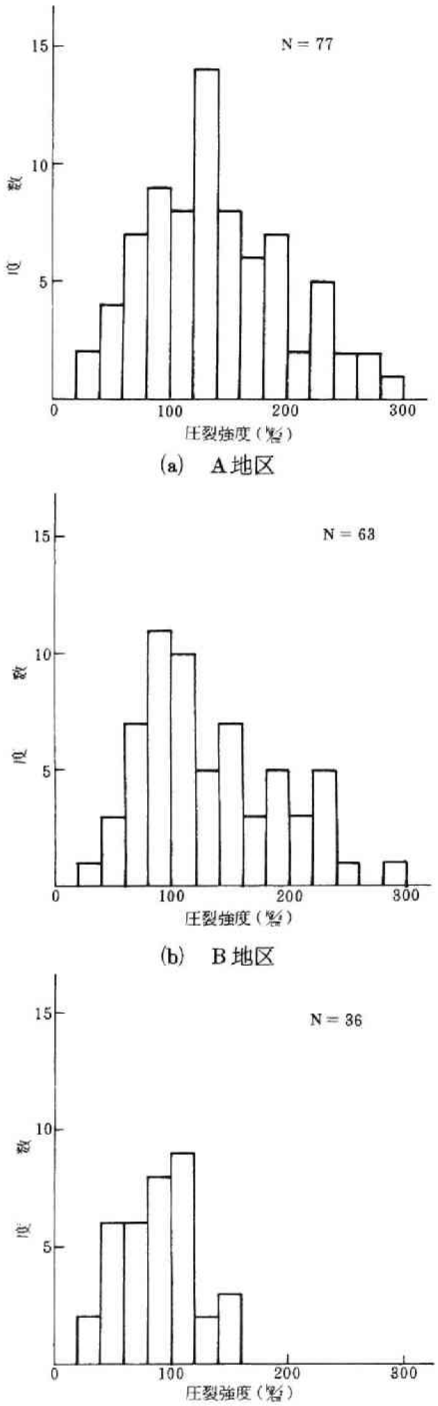
第5.4図　地質の垂直模式断面図

第5.1表　測定値の岩種別平均値(層理に直角方向の引張り強度)(kg/cm²)

地区	岩種＼場所	上盤側 HB	HSB	HSQ	HCQ	鉱体 HR	K	FR	下盤側 FCQ	FSQ	FSB	FB	HPyQ	G
A	E－1	81	110	198	152				130	171	82			
	E－2	108	122	280	106				73		67	75	62	
	E－3	73		156	146	48		75	86	144	219	208	164	
	E－4		120	167	207			67	107	126	83	167	84	
B	W－1		120	140	165	83	101	143	113		106			68
	W－2	189	143	156						98	120	188		
	W－3			124	112	155	126	115	177	109	192			
C	W－11			95	82	112		50	61	100	170	119		61
	W－12	100	157	84	90			61		94	98			

第 5.2 表　各地区別石英片岩の圧裂強度の度数表

圧裂強度 (kg/cm^2)	A 地区		B 地区		C 地区	
	度数	相対度数	度数	相対度数	度数	相対度数
		%		%		%
0 ～ 20						
20 ～ 40	2	2.6	1	1.6	2	5.6
40 ～ 60	4	5.2	3	4.8	6	16.7
60 ～ 80	7	9.1	7	11.1	6	16.7
80 ～ 100	9	11.7	11	17.5	8	22.2
100 ～ 120	8	10.4	10	15.9	9	25.0
120 ～ 140	14	18.2	5	7.6	2	5.6
140 ～ 160	9	11.7	8	12.7	3	8.3
160 ～ 180	5	6.5	3	4.8		
180 ～ 200	7	9.1	5	7.9		
200 ～ 220	2	2.6	3	4.8		
220 ～ 240	5	5.2	5	7.9		
240 ～ 260	2	2.6	1	1.6		
260 ～ 280	2	2.6				
280 ～ 300	1	1.3	1	1.6		
計	77	100.0	63	100.0	36	100.0



(a)　A 地区

(b)　B 地区

(c)　C 地区

第 5.5 図　石英片岩の地区別、圧裂強度ヒストグラム

第 5.3 表　確率分布の統計量

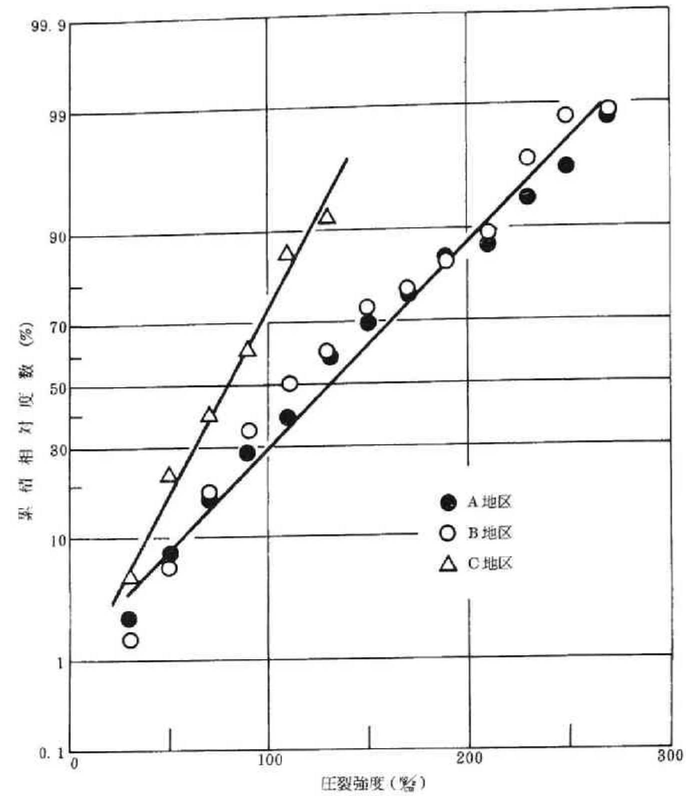
地区	標本数	標本平均	不偏分散	不偏標準偏差
		kg/cm^2		kg/cm^2
A	77	138.4	3697.9	60.8
B	63	130.0	3262.9	57.1
C	36	87.5	1065.2	32.6

各地区ともほぼ直線的に分布するので、これらの統計量は正規分布すると考えることができることがわかる。第 5.6 図より A、B 地区の累積相対度数は、ほぼ同一の直線近くに分布し、これらの母集団にはほとんど差のないことがわかる。また C 地区のものは明らかに A、B とは異なった母数を持つ正規分布であることがわかる。そこで、これらの差を一層明確に行なうため、二つの母集団の母平均の差の検定を用いて、A 地区、B 地区、C 地区の母平均の異いを検討した。

二つの集団の母平均の差を正規分布検定を用いて行なうには、次の様にすればよい。両者の母平均の差がないという仮説をたてると、次式で与えられる。確率量 Z_0 は N (0 、1) の標準正規分布をする。

$$Z_0 = \frac{|X_1 - X_2|}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2{}^2}{n_2}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.2)$$

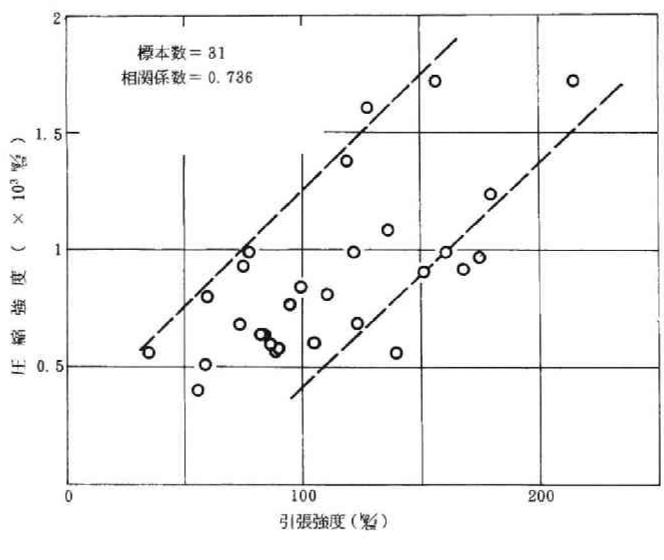
ここでX_1、X_2はそれぞれの母集団に属する標本平均を、σ_1 σ_2は標準偏差、n_1、n_2は標本数を表わす。そこで、正規分布検定によって$P=P(|Z|\geqq Z_0)$なる確率と、あらかじめ定めた有意水準と比較することによって、仮説が棄却か採択かの判定を行なうことができる。標準偏差を用いて、有意水準を0.05として、A、BとA、C地区の母平均の差の検定を行なうと、AとBの母集団では$Z_0=0.842$となり$P=P(|Z|>Z_0)$は0.40となり$P>0.05$であるから仮説は採択される。A、Cの差の検定では$Z_0=5.78$となり$P=0.1\times10^{-7}$となり$P<0.05$であるから仮説は棄却される。この結果AとB地区には差がなく、C地区とA、B地区との間には差があるとなった。



第5.6図　各地区での石英片岩の累積相対度数

5.4　別子鉱山における試験の検討

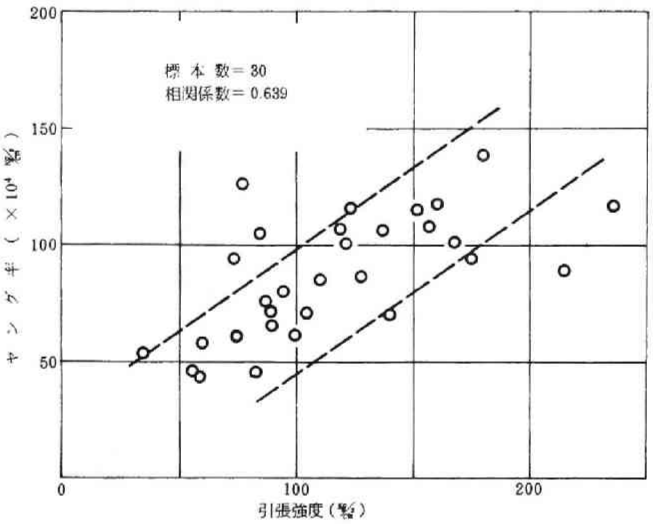
5.2、5.3に述べた例は、Quartz Schistを選んで試験した結果であるが、他の岩種についても、ほぼ同様の傾向、あるいはA、B、C地区とも差なしという結果になった。一方、ここでは、圧裂強度（引張強度）のみについて調べたわけであるが、他の諸性質、たとえば圧縮強度、ヤング率などに関しては、



第5.7図　結晶片岩の圧縮強度と引張強度の相関
（国鉄土讃線防災対策委員会報告より）

互にかなり関連していることが種々報告[2) 3) 4)]されている。

たとえば、第5.7図、第5.8図に示したのは、別子鉱山産のものとほぼ同種と考えられる四国産の結晶片岩について国鉄の調査結果[5)]より作製した層理に直角方向の引張強度と圧縮強度、引張強度とヤング率の間の関係を調べる相関図である。これらの図より、この三つの性質の間にはかなりの相関があると思われる。計算の結果、引張強度と圧縮強度の間の相関係数 r は 0.736、引張強度とヤング率の間のそれは 0.639であった。これを用いて 3 つの母集団についての相関についての正規分布検定を行った結果、信頼度95%で、これらの間には相関があることが確かめられた。



第 5.8 図　結晶片岩のヤング率と引張強度の相関
（国鉄土讃線防災対策委員会報告より）

このような結果より、圧裂強度（引張強度）に差のないものは、他の諸性質においても差がないものと判断できるだろう。

5.5 結　　言

別子鉱山の深部からとった多数の試験片（一箇所一岩種につき60～70個）について、圧裂試験を実施した結果から、平均値に対し標準偏差は38～44％程度であることを認めた。したがって、信頼区間の片側幅の平均値に対する比 ϕ を15％とすれば、約30個の試験片について試験する必要があることになる。[6) 7)] 一方、山口[8) 9)]によれば、均質な岩塊（稲田花崗岩）からとった試験片（ 100 ～ 150 個程度）について圧裂試験によって求めた強度の標準偏差は、平均値の10～11％程度である。したがって、$\phi = 15$% とすれば、約 5 個の試験片について試験すればよいことになる。

以上の結果から、不均質な岩盤で強度を調査するには、できるだけ多数の試験片について試験することが必要であることがわかる。

なお、別子鉱山深部の同じ深さの所で、山鳴りを起こしている箇所と起していない箇所とで、岩盤強度に大差がないことがわかり、したがって、山鳴りの原因を強度以外に求める必要のあることがわかったことは、大きな収穫である。

第6章　弾性波伝ぱ速度測定による鉱柱の検査

6.1　緒　　　言

従来、岩盤表面の応力やひずみを測定して岩盤の検査が行なわれてきたが、これでは岩盤内部の検査が不可能である。また、ボアホールを利用して岩盤内部の応力を測定したとしても、ただその点だけの応力が求まるにすぎない、そこで、任意の直線に沿って弾性波伝ぱ速度を測定すれば、鉱柱の材質の判定または異常の有無の検出が可能ではないかと考えられる[1)]。

均質等方性完全弾性体中の、弾性波のうち縦波の伝ぱ速度vは応力に無関係に一定で、次式で与えられる。

$$v=\sqrt{\frac{E}{\rho}\frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad \cdots\cdots (6.1)$$

ここで、Eはヤング率、νはポアソン比、ρは密度である。以下縦波だけを論ずることにする。いま、鉛直鉱柱中の水平方向の伝ぱ速度について考えると、水平方向の応力はゼロに近いから、たとえこの方向のヤング率E_hが応力によって変化するとしても、この影響は受けないはずである。しかし、鉛直方向に関係するポアソン比ν_2、ν_3は応力によって変わる可能性があるから、次式で与えられる水平方向の弾性波伝ぱ速度は、鉱柱にかかる地圧によっていくぶん変化する可能性はある。

$$v=\sqrt{\frac{E_h}{\rho}\frac{(1-\nu_2\ \nu_3)}{(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2\ \nu_3)}} \quad \cdots\cdots (6.2)$$

ここで、ν_1は水平方向だけに関係するポアソン比である。そこで、2、3の岩石について、実験室においてこの関係を調べたところによれば、1軸性の応力に直角方向の伝ぱ速度は応力にほとんど無関係であることを確かめた。第6.5図は実験結果の一例を示す。

しかし、鉱柱には先天的な不連続面やすき間が存在したり、粘土層をはさんでいたり、種々の割合で水分を含んでいたりする。これらの条件は、つぎの理由により、弾性波伝ぱ速度に影響を与えるものと考えられる。[2) 3)]

1) 伝ぱ経路中に存在するすき間を、弾性波が回折して伝わること。

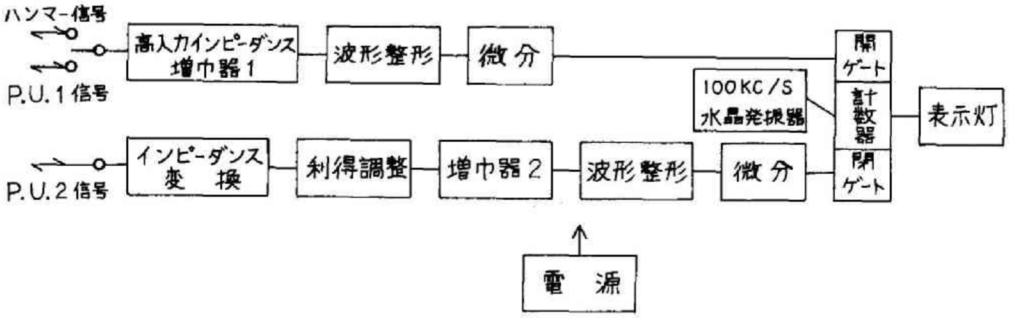
2) 伝ぱ経路中に存在する粘土層などは、伝ぱ速度が低いこと。

3) 弾性波の減衰によって波形が崩れ、弾性波到着時間の測定に誤差を伴うこと。

したがって、弾性波伝ぱ速度の測定によって、鉱柱内の欠陥の存在とその程度を知ることができるのではないかと想像される。そこで、2、3の鉱山で、多くの鉱柱について弾性波速度を実測し、あるいはその時間的変化を求め、鉱柱の管理に本測定が有効であるか否かを検討することにした。[4)]

6.2　測定器および測定方法

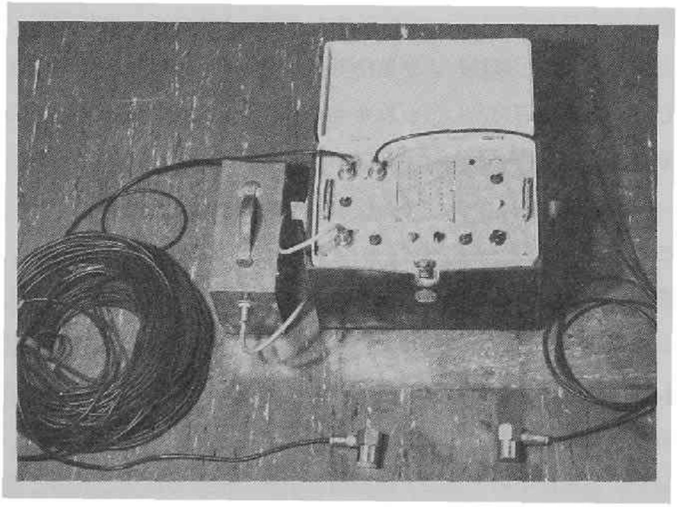
弾性波伝ぱ時間の測定には、坑内は足場が悪いことを考慮し、携帯用サイズモカウンターを採用することとし、測機舎製の土木用の計器を、その感度を1桁高めて用いた。本器の構成は第6.1図に示すよう



第6.1図 サイズモカウンターの構成を示すブロック図

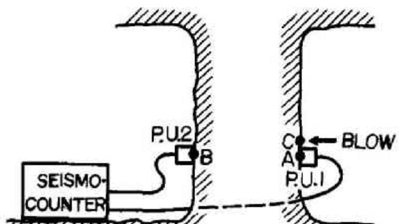
で、第6.2図はその外観を示す。

測定に当っては、第6.3図に示すように、鉱柱表面上の2つの側点A、Bにそれぞれピックアップ1と2をおしつけ、点Aに近いC点をハンマーで打撃すると、ピックアップ1が振動を感じて発信した信号は、増幅器1、波形整形回路、微分回路を経て、信号の最初の立上りの瞬間において開ゲートが作動し、計数器を作動させる。ピックアップ2からの信号が利得調整回路、増幅器2、波形整形回路、微分回路を経て、信号の最初の立上りで閉ゲートを作動させると、その瞬間までの時間が計数器の表示灯によって10μsの桁まで直続できる。この時間は、弾性波のうち最も速いものがCA間とCB間を伝ぱする時間の差である。



第6.2図 サイズモカウンターの外観

測点は、鉱柱の周囲に2～3m間隔に設け、これらのうち2つつずつを結ぶ測線が鉱柱の断面上をなるべく同じ密度で横切るように選び、測定はこれらの測線に沿って行なった。この測定値と、高低差も考慮して平板測量によって求めた測線の長さとから平均弾性波伝ぱ速度を求めた。鉱柱の平均伝ぱ速度としては、すべての測線に沿っての伝ぱ速度の平均値とした。



第6.3図 測定方法

坑内には、いくぶんノイズがあるがそれでも正確な測定を行なうために、開ゲートおよび閉ゲート回

路が作動する電圧レベルを適当に決める必要がある。ピックアップ1はごく近くの打撃を感じるから、波の立上りは鋭い、そのため、開ゲート回路の作動は、その感度を低くしても確実であるから問題はない。しかしピックアップ2はかなり減衰した波を感じなければならないから、閉ゲート回路はその感度を高めなければならないが、あまり高めるとノイズによって作動する恐れがある。そこで、感度をあまり高めないで、打撃の強さを強くし、測線の長さをあまり長くせず、かつこれらをできるだけ揃えることにより正しい伝ぱ時間を測定できるように努めた。経験によれば本測定器を用いる場合、測線の長さは最大30m程度まで可能であった。

伝ぱ時間は、各測線に沿って5～15回繰返し測定し、その平均値とばらつきに注目して以下の検討を行なった。

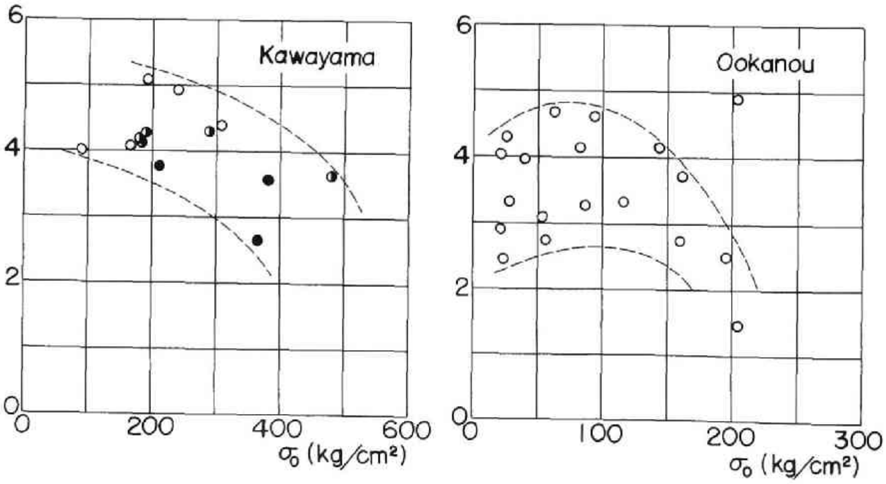
6.3 鉱柱にかかる地圧と伝ぱ速度との関係

鉱柱の応力を測定して、鉱柱にかかる地圧を求めることは現場の都合上できなかった。そこで、被りの岩盤の厚さ、比重量および鉱柱率とからこの地圧を推定することにした。この地圧を鉱柱の断面積で除した値を平均応力とし、これをσ_0で示すと、採掘範囲の周辺部の鉱柱を除けば、σ_0はごく近似的に次式で与えられる。

$$\sigma_0 = \gamma \cdot z \cdot A / A' \qquad (6.3)$$

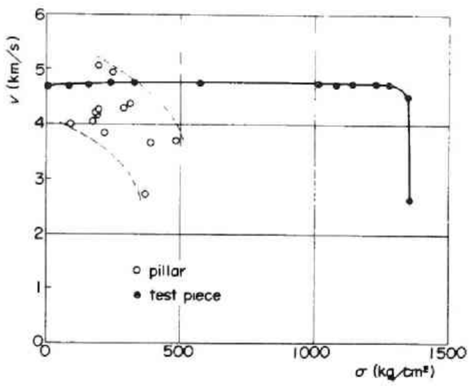
ここで、γは岩石の比重量、zは深さ、Aは鉱柱の受持面積、A'は鉱柱の断面積である。

第6.4図は、河山鉱山の磁硫鉄鉱（ヤング率70～80×10^4 kg/cm²、比重3.5～4.2）の鉱柱および大叶鉱山の苦灰石（ヤング率73×10^4 kg/cm²、比重2.5～2.8）の鉱柱で測定した平均伝ぱ速度vとσ_0の関係を図示したものである。これらの図から、σ_0が増大すれば、伝ぱ速度が低下する傾向は若干認められるが、ばらつきが大きく、伝ぱ速度から応力を決定できるほどではない。これは、鉱柱の真の応力状態とσ_0の違いや、各鉱柱中の天然の不連続面の頻度の差などによるものと考えられる。



第6.4図　σ_0と伝ぱ速度の関係
（左側の図で、白丸、半黒丸、黒丸はそれぞれこの順に各測線でのばらつきが大きくなることを示す。）

第6.5図の広い水平部分を持った曲線は、実験室で河山鉱山の鉱石について、載荷方向と直角をなす方向の弾性波伝ぱ速度と応力との関係を求めた結果を示す。なお、各鉱柱のσ_0と平均伝ぱ速度の関係を参考のために併記してある、試験片の伝ぱ速度は破壊する寸前(1300㎏/㎠)まで低下しないが、鉱柱では約350㎏/㎠で低下する傾向が見られる。大叶鉱山の鉱柱についても、同様の傾向が見られた。



第6.5図　応力と弾性波伝ぱ速度との関係

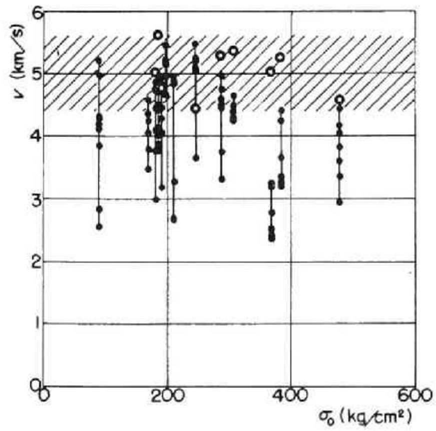
6.4　伝ぱ速度測定結果の利用

弾性波伝ぱ速度から鉱柱にかかる地圧を推定することはあきらめ、試験片の伝ぱ速度と鉱柱の伝ぱ速度とを比較することは、鉱柱の状態の検査などに利用できないかについて検討を試みよう。

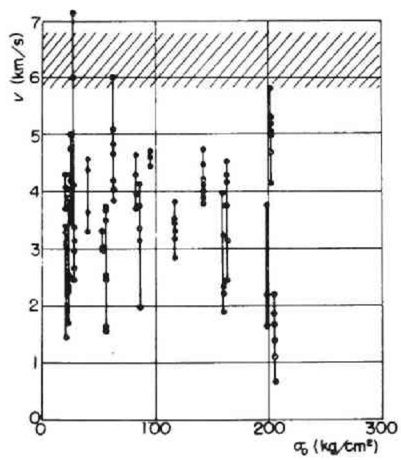
6.4.1　鉱柱の材質の検査

河山鉱山および大叶鉱山の多くの鉱柱について各測線ごとの伝ぱ速度vの測定値のすべてを図示すれば第6.6図、第6.7図のようである。これらの図において、おのおのの縦線で結ばれた各点は、同一鉱柱の各測線に沿う測定値である。また、いくつかの鉱柱より採取した多くの試験片についての伝ぱ速度v_1を測定した結果は、同図の斜線の範囲内にある。すなわち、v_1は応力と無関係に河山鉱山の鉱石では4.4～5.6㎞/s、大叶鉱山の鉱石では5.8～6.8㎞/sである。

さて、河山鉱山と大叶鉱山の測定結果を比較すると、σ_0が小さくて明らかに傷んでいないと見られる鉱柱についても、河山鉱山の方がvはv_1に近い。これは、この鉱山の鉱柱に天然の岩目が少なく、均質であることを物語るものと思われる。これが当っているとすれば、vがv_1に比べ、かなり低い鉱山では鉱柱の設計に当って、安全率を大きくとらなければならないと思われる。



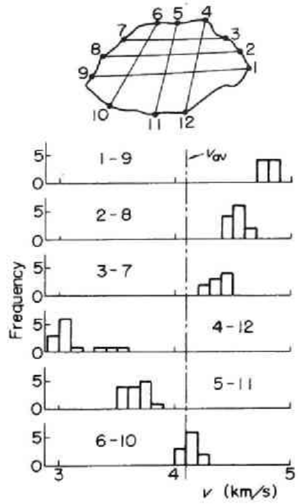
第6.6図　河山鉱山における測定結果（2重丸は試験片の伝ぱ速度を示す。）



第6.7図　大叶鉱山における測定結果

つぎに第6.6、6.7図から、同一鉱柱でも各測線によってvにかなりの差があることがわかる。これは、鉱柱の不均一さや、き裂が部分的に生じていることによるものと思われる。したがって、測線ごとのvのばらつきが大きいものほど安全率を大きくとらなければならないと考えられる。

さらに、個々の測線に沿っての測定値に、ばらつきが大きい場合と小さい場合があった。第6.8図は1つの鉱柱の各測線ごとの測定値の頻度分布を示す。この図にも示されるように、伝ぱ速度が標準値より低い測線では、ばらつきが大きいのが常である。ばらつきの大きいものでは、頻度分布に2つ以上のピークが現われることがある。これは閉ゲート回路が、弾性波の初動で動作したり、第2波で作動したりすることなどによるものと思われる。このようにばらつきの程度も、鉱柱の材質に関係するものと考えられる。

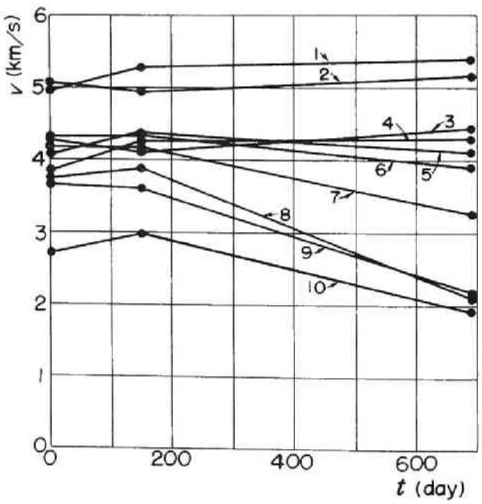


第6.8図　各測線の測定値のばらつきを一例

6.4.2　鉱柱の傷みの程度の検査

種々の時期に、同一測線に沿って伝ぱ速度を測定すれば、その変化から、その鉱柱の傷みの進行を検査できないかと考えられる。この点を実際に検討するために、河山鉱山の10個の鉱柱について、昭和41年10月から約2年間にわたり伝ぱ速度の変化を測定した。その結果は第6.9図に示すようである。

鉱柱8、9および10は、かなり大きい地圧を受けていると思われる鉱柱で、それらのσ_0はそれぞれ、478、384、368kg/cm²である。これらの鉱柱では、測定期間の始めから、すでに伝ぱ速度が低く、しかも、その後の低下が著しい。鉱柱8は、すでに採掘が終了した地区に残っている鉱柱で、付近で多少天盤の崩落が起っており、また近くの二三の鉱柱は傷みはじめている。第2回目までの測定時には、肉眼的に観察できなかった亀裂も、第3回目ではかなりはっきりしていた。また、この鉄柱に埋設されてあった光弾性応力計ゲージも、この期に破壊した。鉱柱9は、現在その上部を残してスライム充填中に埋っていて、傷みは見られないい。しかし、弾性波伝ぱ速度から、この鉱柱もかなり傷んでいるものと想像される。鉱柱10の付近は鉱体が3枚に分かれており、測定した部分の上段で採掘が行われている。そのため、鉱柱に不均一な地圧が作用し、傷んだものと思われる。一方、鉱柱2および5は、付近で採掘は行われていてるが、弾性波伝ぱ速度は変化せず、健全である。鉱柱3は、付近で採掘も行われておらず、伝ぱ速度も変化していない。



第6.9図　鉱柱中の弾性波伝ぱ速度の時間的変化

この測定から、伝ぱ速度の絶対値およびその変化の測定は、鉱柱の傷みの程度を検査するのに役立つことが認められた。

6.5 結　　言

多くの鉱柱について、弾性波伝ぱ速度を測定し、また、その時間的変化を調べ、これらを地圧状態とした。一方、実験室で弾性波伝ぱ速度と応力の関係を試験し、これらの結果から次の結論が得られた。

1) 鉱柱からとった試験片について求めた伝ぱ速度と、実際の鉱柱の多くの測線に沿って測定した伝ぱ速度を比較することにより、また、測定値のばらつきの様子から鉱柱の材質の検査がある程度できる。
2) 鉱柱の伝ぱ速度の変化を測定することにより、鉱柱の損傷や破壊の進行の検査ができるものと思われる。

第２編　岩盤内応力の測定

第7章　岩盤の絶対地圧測定の現状

7.1　緒　　言

岩盤内の応力（地圧）状態は、岩盤の自重の他に地殻変動の影響を受けているため一般には複雑なものとなっているが、これを知ることは、地下空洞の設計および管理のうえで非常に重要であることは言うまでもなかろう。また、近年では鉱山にかぎらず土木工学方面でも地下に大空洞の建設が盛んに行なわれ、その設計に際しては岩盤内の応力の大きさや方向が重視されるようになってきた。さらに最近、地下深部における空洞建設が多くなり、山はねやガス突出などの地圧と関連があると思われる現象が発生しているが、これらの原因究明のためにも岩盤内の応力状態を知ることは欠かすことができない。また、地震予知などの地球物理学的な方面においても、地殻の応力状態の測定には大きな興味が示されている。

このように、岩盤内の応力状態は、岩盤の力学的性質とともに、その挙動を決める大きな要素となっているため、これを測定するための数多くの研究が世界各地で盛んに行なわれるようになった。[1)～8)] 岩盤内地圧の測定には、ある時期における応力そのものを測定する場合と応力の変化を測定する場合とがあり、前者は絶対地圧の測定と呼ばれている。ここでは絶対応力を測定する場合を中心に、従来行なわれてきた研究について概略を述べる。なお、絶対応力測定法のほとんどが、その方法を少し変更するだけで応力変化の測定に応用することができる。

7.2　応力測定の基本的な考え方

地下にまったく空洞が開削されていないときの岩盤内の応力を地山の応力状態と呼びこれを$\{\sigma^*\}$で表わす。この地山応力状態を知るために坑道を一本開削すると、この坑道のために応力状態は乱れ、この乱れを$\{\sigma\}_1$とすると応力状態は$(\{\sigma^*\}+\{\sigma\}_1)$となる。そこでいま、なにかの方法で坑道壁面において応力測定を行なったとしても、それは$(\{\sigma^*\}+\{\sigma\}_1)$を知ることができるだけである。しかし、$\{\sigma^*\}$と$\{\sigma\}_1$の関係がわかれば、測定値と$\{\sigma^*\}$の関係を知ることができ、多くの互いに独立な測定値から連立方程式の解として$\{\sigma^*\}$を求めることができる。このように地山応力$\{\sigma^*\}$を求めようとしても直接求めることはできない。この点が応力測定が困難でむづかしい一因ともなっている。さらに、この坑道からボアホールを開削し、応力測定を行った場合、応力状態は$(\{\sigma^*\}+\{\sigma\}_1+\{\sigma\}_2)$となり、たとえボアホール近傍の応力解析から$\{\sigma\}_2$の影響を取り除けても、$\{\sigma^*\}$を求めることができない。このような場合には、坑道から充分離れた$\{\sigma\}_1=0$となるところのボアホール内で測定するようにしなければならない。また一方、鉱柱内の応力の様に$\{\sigma^*\}+\{\sigma\}_1$の応力状態を知りたい場合も少なくない。このような場合には、この応力は直接測定することができるし、測定の方法やデータの数はずい分簡単となる。

以上のように測定しようとする応力状態によって測定を行なう場所、測定方法、必要な測定データの

数が異なるので、何を測定しようとしているかによって、それに適した測定方法を考えなくてはならない。具体的な方法については以下に述べる。

7.3. 応力測定法の分類 [1)]

現在までに提案されたり、実施されて来た方法を大別すると次の3つに分類することができる。

a） 応力解放による方法

b） 応力補償法によるもの

c） その他の方法によるもの（間接的な方法）

このうち、もっともよく用いられているのが、応力解放法によるものである。この方法の原理は、地山応力により変形したりひずんだりしている岩盤中に測点を設け、つぎに、この周囲をボーリングやカッターなどを用いて透し、測点を含む岩盤を無応力状態にし、その際の回復ひずみや変位によって、透す前に作用していた応力を求めようとするものである。また、応力を解放する時、完全に応力を解放するのではなく、その一部のみを解放する部分的な応力解放法と呼ぶべき方法も考えられる。

応力補償法の原理は、その周囲を乱すことなく、岩盤の一部をジャッキなどで置き換え、その時の圧力から岩盤内応力を求めようとするものである。具体的には、坑道などの岩盤表面に多数の測定を設け、これらの測点の間にカッターなどでスロットを切り、測点近傍の応力を一部解放する。次にこのスロット内にフラットジャッキなどをそう入して、スロット両側を加圧し、測点の読みがスロットを切る前に回復した時のジャッキの圧力から岩盤応力を求めるのである。

このa)、b)の二方法を比較すると、 a)では、ジャッキによる応力状態の回復という過程がないため、測定が簡単になることや深いボアホール内での測定も可能であることなどの利点がある。一方、b)の方法の最大の特長は、岩盤の弾性率を知らなくてもジャッキの圧力から直接応力が求められることにある。しかしながら、この方法は、測定される応力の方向はジャッキをそう入した方向によって決まってしまうことや坑道などの岩盤表面でしか測定ができないなどの欠点もある。

これらの2方法は、直接岩盤応力を測定するものであるが、間接的に応力状態を維持する方法も考えられている。たとえば、弾性波伝播速度が応力によって変化するのを用いる方法、電気比抵抗を利用する方法、アイソトープを用いる方法などがある。しかし、これらの方法は現状では、応力測定法としてはあまり成功していないようである。一方、岩盤の破壊現象から、岩盤内応力を推定する方法も試みられており、Hydraulic Fracture法、Core discing現象から推定する方法、ボアホール孔壁の破壊状況から推定する方法などがある。

つぎに、直接測定を行なうものを分類すると、次のようになる。

i） ひずみを測定するもの

ii） 変位を測定するもの

iii） 応力（圧力）を測定するもの

iv） その他の方法

ⅰ）とⅱ）は本質的には同じものであるが、ⅰ）の場合はほとんど電気抵抗線ひずみ計が用いられるが、これは、電気的に測定ができるため便利であり、ひずみ計自体は非常に小さいため、局部的な応力測定が可能である。しかし、これらの利点は欠点ともなり、電気的な誤差が入りやすかったり、測定値が小さな亀裂や岩質の違いなどの岩盤の局部的な異状に影響されやすいことになる。一方、ⅱ）の変位測定は、ひずみ測定の場合より、大きな長さの変化を測定するため、測定精度の向上が期待できる。しかし、測定は一般にⅰ)にくらべて難かしく、とくにボアホール内での測定は高度の技術を要する。このため、従来より数多くの研究者によって測定器の開発が行なわれている。

測定箇所としては、大きくわけて、イ）坑道壁面などの地下空洞の表面で行なう場合、ロ）ボアホールを利用する場合がある。イ）は測定がすべて人間の手で行なえるので簡単であるが、表面は岩石がいわゆる浮いた状態になっている場合が多く、正確な測定が期待できないという大きな欠点がある。ロ）の場合には、ボーリングによって新たに削孔するため、イ）の欠点はないが測定はかなりめんどうなものとなる。

第7.1表はこれらの分類にもとづいて、おのおのに該当する測定法や測定器の開発者、理論の提案者などを示したものである。以下に応力解放法、応力補償法、その他の方法という分類にしたがってその概略を述べる。

第7.1表　絶対地圧測定法の分類

測定方法	測定箇所	ひずみ測定	変位測定	応力（圧力）測定
応力解放法	空洞表面および浅いボーリング	ストレインゲージ 平松、岡、Olsen ら 光弾性皮膜 部分的応力解放法 川本	機械式変位計 Oberti ら 部分的応力解放法 Talobre	
	ボーリング	孔底ひずみ法 ストレインゲージ 光弾性皮膜 孔壁ひずみ法 Leeman ら 孔底多ゲージ法 筆者ら	直径変化法 ひずみ計ゲージ 差動トランス やわらかい光弾性ゲージ ボアホール変形法 平松、岡ら	Stress Meter Potts、May、Hast Salamon ら かたい光弾性ゲージ 平松、岡ら 埋め込みゲージ
応力補償法	空洞表面および浅いボーリング	ストレインゲージを利用したもの	Flat. Jack 法　Mayer ら Curved Jack 法　Jeagar、Cook Talobre による方法（S.E.P.H.）	
その他の方法		弾性波を利用する方法 Hydraulic Fracturing 法 Core Discing による方法 など		

7.4 岩盤表面で行なう応力解放法

応力解放法の原理は7.3で述べた通りであるが、その一般的な利点は弾性理論に基づいて測定結果の処理を行なうため、測定面における主応力の大きさや方向まで決定することができ、さらに地山応力との関係も求めることができる。それゆえ、これらの結果を用いて地山応力を決定することも可能である。しかし、回復ひずみから、応力を計算するという過程で必らず岩盤の弾性定数を必要とするため、弾性定数を別に測定する必要があること、また、弾性論に基づいているため、亀裂を含んでいたりして岩盤が弾性的挙動を示さないときは正確な測定ができないことなどの欠点がある。

岩盤表面で行なう方法は、もっとも古くから行なわれているもので、その基本的な方法は1936年にObertiによって行なわれた。[1)]彼は、岩盤表面に測定を設け、そのまわりをピックやボーリングなどを利用して応力解放溝を作って応力を解放し、その前後の測点間の距離の変化から岩盤表面のひずみを計算した。この場合、岩盤表面が一様な応力場にあれば、異なった3方向のひずみを測定すれば主ひずみの大きさと方向が計算できる。それゆえ、一辺が10～30cm程度の三角形の頂点になるように測点を設け機械的なひずみ計で測点間のひずみ測定が行なわれている。最近でもアメリカ鉱山局の報告がある。[9)]この方法は測定間距離を大きくとるため、平均的な応力が求められることや測定精度の向上も期待できる。しかし、測点を設けた部分を痛めることなく応力解放溝を作ることは大くの手数と経費を用する。

その後電気抵抗線のひずみ計が発達し、機械的なひずみ計の代りにこれを用いた方法がOlsen[10)]や平松、岡[11)]らによって行なわれている。この場合は、解放する部分が小さくてすむため、応力解放にボーリングを用いることができる。この結果、岩盤表面を研磨する必要があるがかなり容易に測定を実施することができるようになり、坑道の種々な位置での測定から地山応力の算出も行なわれている。また、ひずみ計のかわりに光弾性皮膜を用いた方法も考えられている。[12)]

つぎに部分的な応力解放法としては、次の様なものがある。Talobre[1)]は、岩盤表面に完全な応力解放法と同様に測点を設け、その近傍をボーリングすることによって、その時の変化から岩盤応力の測定を行なっている。川本[13)]らは一本のボアホールの壁面の岩盤表面に近いところに3点にロゼット型の電気抵抗線ひずみ計を貼付し、このボアホールに近接してもう一本のボアホールを削孔し、その時のひずみの変化量から応力を計算している。この方法は、原理的には深いボアホール位置での測定も可能である。このような部分的応力解放の利点は、応力解放作業中測定を継続して行なえることや、解放する応力を調整することができること、完全に応力を解放しないため岩盤がより弾性的に挙動するなどが掲げられる。

しかし、いずれにしても岩盤表面での測定は、亀裂を多く含んでいたり、浮いた状態になった岩盤が多いため、測定結果も不正確になりがちである。筆者らも、電気抵抗線ひずみ計による方法を試みたが、浅いボアホールを利用するなどの改良を行った。これについて詳しくは8章にて述べる。

7.5 ボアホールを利用した応力解放法

最近における岩盤内応力の測定は、ボアホールを利用した応力解放法が最も多く利用されている。この方法の利点は、ボアホールを利用するため、その幾何学的形状が整っていることや、発破などのように周囲岩盤が乱されないため、弾性理論の適用が容易であることである。さらに、ボアホールを適当に深くすることによって、坑道の影響を取り除くことができ、地山応力の測定も、最も精度良く行なえる。しかし、一般に測定技術は複雑なものになる。

この方法は、近年、理論的および測定技術の研究が盛んに行なわれ、その種類も多い。[14)〜22)]それらを大別すると、ボアホール孔底や側壁のひずみやボアホール直径の変化を測定する方法とストレスメータ（Stress meter）を利用する方法がある。前者は“やわらかい”測定器を利用する方法であり、後者は“かたい”測定器を用いる方法と言えるだろう。第7.1表に示すように前者の測定法でもさらに多くの方法が考えられている。

7.5.1 孔底ひずみ法

この方法は、ボアホールの孔底を研磨し、その中央にロゼット型のひずみ計を貼付し、ボアホールをさらに進めることによって応力解放を行なおうとするものである。このためには、孔底面の応力解析が必要であり、多くの研究者によって研究されている。[23)〜26)]筆者も有限要素法を用いて完全な3次元応力場にあるボアホール孔底の解析を行なった。さらに、この解析にもとづいてこの方法の詳しい検討も行なった。（9章参照）

この方法を最初に用いたのはMohr[27)]で、その後Olsen[10)]、Slobodov[28)]、Leeman[29)30)]、Gray[31)]、平松、岡[14)]らによって改良され用いられている。特にLeemanらは、“doorstopper”と呼ばれるゲージ部分と、空気圧を利用した貼付装置を用いて深いボアホール孔底でも測定を可能にした。筆者らもLeemanらと同様の方法で5 *m*程度の深さのボアホール孔底での測定に成功した。この方法の特色は、測定のためのボアホールと応力解放を行なうボアホールが同じであること、孔底には比較的ゲージが貼付しやすいことがあげられる。また、3本以上の方向の異なったボアホールの孔底で測定すれば地山応力を計算することができる。

Hoskins[32)] らは半球形をしたボアホール孔底での応力解放を試みている。また、ストレインゲージの代りに光弾性皮膜を貼る方法[33)′]もHawkes[33)]らによって行なわれている。光弾性皮膜を利用すれば、電気抵抗線ひずみ計のように水や温度に対する影響が少ないから、測定値に入る誤差を少なくできる利点がある。しかし、測定面積がある程度必要なため、孔底のような一様な応力場でないところでは、測定値を正確に地山応力と結びつけることは難しい。

7.5.2 孔底多ゲージ法

これは筆者らが開発した方法で、測定方法は孔底ひずみ法と同じであるが、孔底に6ケ以上のゲージを適当なパターンに従って貼付し、これらの回復ひずみのみから完全な地山応力を決定しようとするものである。すなわち、孔底の完全な応力解析が有限要素法を用いて行なえるようになった結果、孔底中

央以外の位置でも応力集中の様子を知ることができるため、ゲージの位置による観測方程式の違いを利用して地山応力を求めようとするものである。

ボアホールを利用した応力測定でその経費と時間の最もかかるのがボーリング作業である現状では、一本のボアホールで地山応力の決定ができることは大きな進歩である。しかも、測定技術は孔底ひずみ法と同じであり新しい技術を必要としない。しかし、観測方程式は、きわめて弾性的な解析によって得られたものであるから、岩盤が完全には弾性的に挙動しない場合やゲージの位置が所定の所に貼付できなかった場合、誤差が混入しやすいことは否めない。この方法については第10章で述べる。

7.5.3　孔壁ひずみ法

この方法は、Leeman[34]らによって開発されたものでボアホールの壁面の3ケ所に、ロゼット型のひずみ計を貼り、このボアホールを含むように大きな径のボーリングによって応力解放を行ない、その時の回復ひずみから、岩盤内応力を測定しようとするものである。この方法の最大の利点は、一本のボアホールの測定で完全な地山応力を決定することができることにある。[14,35]しかしながら孔壁にゲージを貼付する技術は難しく、実測例としてはLeemanによるものが報告されているにすぎない。測定技術が進歩すれば将来性のある測定法と言われている。

7.5.4　直径変化法

この方法は、ボアホールの孔底や孔口附近を避けて、直径を測定し、オーバーコアリングによる応力解放前後の変化量から、岩盤内応力を測定しようとするものである。この方法も、現在かなり盛んに用いられている方法の一つである。その測定理論や測定方法に関しては多くの研究がなされている。[36～39]この方法の特色は、孔底ひずみ法などより感度がよく、さらにゲージ長さも長いため測定精度を向上させることができる。しかし、一本のボアホールでは3方向の直径変化しか独立でなく、完全な地山応力を決定するためには3本のボアホールが必要である。

Maihak[40]では、弦の振動数の変化から直径変化を測定する方式の測定器を開発した。この種の測定器を用いた南アフリカでの測定が報告されている。[41,42]南アフリカの国立機械工学研究所（CSIR）ではこの種の測定法においても、CSIR・I型、[43～45] CSIR・II型[46,47]と呼ばれる測定器を開発している。CSIR・I型は、ボアホール内にストレインゲージを貼ったリングを取付けて測定する方式であり、CSIR・II型は、一対の差動トランスを用いている。また、これらの測定器は水平と鉛直方向の直径変化を同時に測定できるようになっている。Siebk[48]の測定器は、てことポテンショメータを使った単純なものである。アメリカ鉱山局では、片持のベリウム青銅製のばねを用いたもの[49,50]を考案している。なおこれらの測定器は応力解放法よりむしろ応力変化の測定に適しているものである。応力解放に適したものとしてはGriswold[51]や鈴木[52]のものがある。前者は、ストレインゲージとリングを組合わせた方法で、3方向の測定が行なえるようになっている。後者は、電気マイクロ付シリンダーゲージを用いている。Faihurst[53]は4方向の直径変化を測定できるピンと片持ばりを用いたボアホールゲージを発表している。

また、この測定法に分類されるものとして、その剛性が無視できるようなやわらかい光弾性材料を用

いる方法がある。丹羽[54]らは弾性係数 3.0×10^4 kg/cm² のポリカーボネート樹脂を用いた方法を提起している。

7.5.5　ボアホール変形法

さきの直径変化法は、二次元的なボアホールの変形を測定したものであるが、この方法は、ボアホール軸方向の変形も測定しようとする方法である。平松、岡[14]らは、ボアホール内壁に2つの測点を、これらを結ぶ直線がボアホール軸と斜交するように選んでおき、応力解放前後のその長さの変化を測定する方法を理論的に検討した。これによれば、6方向以上測定すれば、一本のボアホールで完全な地山応力を決定することができる。また、岡[55]らはボアホール方向の変形と直径変化を組合せて一本のボアホールで地山応力を決定する方法を提案している。しかし、この方法は測定法が難しく実用には至っていない。

7.5.6　応力計などの"かたい"測定器を用いる方法

いままでに述べたボアホール内で応力解放前後のひずみや変位の測定を行なう方法では、測定器自体には剛性が全くないか、あっても極く小さいものであった。ここで述べる方法は、それ自体が非常に大きな剛性を持つか、あるいは周囲の岩盤と同じ程度の剛性を持つ測定器を用いる場合の測定法である。この方法には、応力計（Stress meter）を用いるもの、光弾性ゲージを用いるもの、埋め込み型ゲージを用いるものなどがある。一般的な特色としては、ボアホール内に測定器をしっかりと固定でき、ボアホール壁面などをなめらかに仕上げる必要がないこと、応力で直接較正することができることなどがある。しかし、較正のための試験を別におこなわなければならないことや、3次元的な較正試験が困難であるので、3次元的な地山応力の決定には適さない場合が多い。

Strees meter の原理は、ボアホール内に"かたい"測定器の受感体を初期応力が発注するようボアホールに固定し、応力解放前後のそのひずみや変位によって岩盤内応力を決定するものである。計算[56,56']によれば、挿入受感体の見かけのヤング率が岩盤のそれの5倍以上あれば、応力感度は約1.5倍となる。Hast[57,58]は磁わい現象を利用したストレスメータを開発した。Potts[59,60]はくさびと油圧を利用している。May[61]もPottsによく似た、油圧を用いたものを別に開発している。

Wilson[62]、Salamon[64]は黄銅のくさびとその中に貼付したストレインゲージを用いて測定している。Hawkes[63]の方法はガラスの円板を2点で加圧するようにしてボアホールに固定し、応力解放を行ない、その変化を光弾性を利用して測定するものである。その他、応力によって変化するマサツ力をトルクによって測定する方法も考えられている。

光弾性ゲージを利用するものも種々考案されている。平松[65]らは中空円筒形のガラスをボアホールに埋設する方法を考案した。Robert[66〜69]らも同様の方法を提案している。しかし、この方法はボアホールと光弾性ゲージの接着部の影響があるため、応力解放による絶対応力の測定には適しておらず、応力変化の測定に便利である。

埋込み型のゲージを利用するものとしては、差動トランスを内蔵したカプセルをボアホール中に入れ、モルタルなどを周囲に流し込む方法や電気抵抗線ひずみ計を用いた測定器をボアホール直径や軸方向に

設置して埋設して応力解放を行なう方法がある。しかし、この方法も初期の設置圧を作り出すことができないなどの欠点があり、絶対応力測定より応力変化の測定に適している。

7.6 応力補償法

この方法の一般的なものはフラットジャッキ法と呼ばれるものである。まず岩盤表面に多数の測点を設け、その近くにスロットを切り込み、その中にフラットジャッキと呼ばれる平面板状のジャッキを挿入する。つぎに、岩盤の状態がスロットを切る前と同じになるまでジャッキの圧力を増し、この圧力から岩盤内応力を知ろうとするものである。この方法の最大の特色は応力解放法と違い、岩盤内応力を知るのに弾性定数を必要とせず、ジャッキの圧力から直接求めることができるため、測定値の信頼性は高いことにある。しかしながら、ジャッキの面に作用する直応力しか測定できないため、主応力の方向や大きさを求めるためには多数の試験を必要とする。そのため鉱柱などの主応力方向があらかじめわかっている箇所や、ある定まった方向の岩盤内応力を測定したい場合に適している。

この方法は、1950年頃フランスで開発され,[70,71]その後、各国において実施され、測点の取り方、ジャッキの改良、スロットの切り込み深さや巾などにおいて多くの研究がなされている。[72〜76] また、ジャッキの圧力を種々変化させて、岩盤の変形係数を求めることもできる。変形の測定は測点間の長さの測定が普通であるが、ストレインゲージを用いる方法も実施されている。

ボアホール内でこの種の方法を適用する試みもなされている。Talobre [1]は、ボアホールの孔底近くに直径変化の測定装置を設置し、その奥へさらに小径のボーリングを進め部分的な応力解放を行ない、次にその中に円筒形のジャッキを入れ応力補償を行なう方法を提案している。Jaeger と Cook [77]は Curved Jack法と呼ばれる方法を開発している。これは円弧状をした面を持つ一対のジャッキを、ボアホールのコアとボアホール内壁に入れ、ボアホール壁面の破壊状態から主応力方向を知る。さらに、オーバーコアリングして、そのコアと孔壁の間にも同様のカーブしたジャッキを入れ、このジャッキ圧により、小径中のジャッキ圧を補償することによって岩盤内の応力を計算するものである。これらの方法によれば、岩盤表面だけでなくボーリング内での応力補償法による測定も可能であるが、一般に測定は複雑なものとなり、理論的に厳密な取扱いは困難である。

7.7 その他の方法

岩盤の変位やひずみ、圧力など岩盤内応力と直接に結びつく現象を測定するのではなく、間接的な現象を測定したり観察することによって応力状態を推定する方法も種々考えられている。以下にその代表的なものについて述べる。

― 弾性波を利用する方法 ―

弾性波を利用する方法のうち、弾性波の伝播速度を利用するものが最も多く用いられている。このほか、弾性波探査によりゆるみ領域を調べこれから地圧を推定することも試みられている。前者の原理は、岩石の弾性率は一般に応力によって変化すること、そして、弾性率から弾性波伝播速度が決まることを応用するものである。[78]

そこで応力と弾性波との関係を別に求めておき、現場での弾性波伝播速度の測定値から地山応力を推定しようとするものである。筆者らも、この方法を用いて鉱柱の応力状態の調査を行なったが、これについては第6章を参照されたい。

この方法の大きな利点は、岩盤に何ら削孔を要しない点と、比較的簡単に、多くの場所で行なえることにある。しかしながら、鉱柱など、応力状態がある程度定まったものに対してしか適用できないことや、弾性波伝播速度は応力に対する変化よりむしろ亀裂などに対して非常に敏感であり、応力測定法としてはあまり適していないように思われる。

外国では、Tincelin[79]、Obert[80]、Buchheim[81]などがいづれも鉱柱に、この方法を適用している。また、Larocque[82]などにより、ボアホールにピックアップを固定することによって、空洞の影響をうけていない所での測定方法も考慮されている。

― Hydraulic Fracturing による方法 ―

この方法は、パッカーでボーリング孔の一部をしゃ断し、孔壁が破壊するまで流体圧を高めて、この際の流体圧の推移を測定し、それを解析することによって地圧を求めるものである。この方法の利点は、直接応力を求めることができる点、したがって弾性定数を知る必要がないことや岩石強度との関係で応力を知ることができる点にある。解析方法はKehle[83]、Scheidegger[84]やFairhurst[85]によって研究され、破壊状況なども参考にすれば主応力の大きさや、方向を知ることができる。しかし、一般に3次元的な応力状態の算出はむづかしく、また、軟弱な岩盤や亀裂を多く含んだ岩盤には適用できない。

― コア・ディスキング現象を利用する方法 ―

地圧が高いと思われる所でボーリングをするとコアがボアホール軸と直角に、一定の厚さを持った円板状に破壊する現象をコア・ディスキング現象という。この原因は、地圧により、ボアホール最先端の部分に応力集中が起こり、これによって岩石が破壊することにある。それゆえ、コア・ディスキング現象の発生条件を知れば、コア・ディスキング現象の発生している箇所では、少なくともその発生条件を越える地圧が発生していることが確認できる。コア・ディスキング現象の発生条件はJager[86]やObert[87][88]によって検討されているが、筆者らも有限要素法を用いて厳密な3次元応力場での応力解析を行ない、[89]発生条件の検討を行なった。これについては第11章を参照されたい。

この方法の特徴は、岩石の破壊現象というはっきりした事実に基づいていることにある。また、ボ

アホール先端の現象であるので幾何学的な形状も明瞭であり、破壊現象が理論的に取扱いやすいこと応力が破壊強度との関係でわかることなどにも特色がある。応力状態を完全には決定できないが、現状の応力測定技術の段階では、一つの目安となる。しかし、地圧がかなり大きな箇所でしかこの現象は発生しない。

ー その他の方法 ー

ディスキンギ現象と同じように、ボアホールの周囲が破壊した場合には、これを基礎として岩盤内応力が推定できる。その他、電気の比抵抗を用いて測定することも試みられている。[90][91]また、炭坑においてはボーリングの掘進速度や繰粉の量や質、[92]または微視的な亀裂[93]による地圧の判定も行なわれている。なお、アイソトープを用いた測定法も行なわれている。

7.8 応力測定法の選択

岩盤内の応力測定を行なう場合、いかなる測定法を採用すべきかは、費用や測定技術、測定器などを考慮に入れなくてはならないのは当然であるが、測定の目的や測定精度によっても異なってくる。測定の目的には大きく分けて二つの場合がある。一つは鉱柱内の応力のようにある程度主応力の方向が定まっている場合や測定したい応力の方向が決まっている場合である。この時は、先に述べた種々の測定法のほとんどを適用することができ、測定データも適当な1つの測定によって得られたもので、ある程度応力の推定ができる。他の一つは、空洞の影響のない地山の応力測定などの3次元的な応力状態を知りたい場合である。この場合には、数個の異った位置や方向での測定結果が必要であり、また、主応力の方向も求めなくてはならないから理論的に厳密な測定が必要である。現在、このような三次元的に応力状態の決定法として理論的に検討[14]されているのは次のようなものがある。

i) 坑道壁面で3ケ所以上の測定（各測点で完全な応力状態の決定が必要）

ii) 3本のボアホールを利用した孔底ひずみ法や直径変化法（各ボアホールで3方向測定）

iii) 1本のボアホールを利用した孔壁ひずみ法、ボアホール変形測定法、孔底多ゲージ法（6ケ以上の測定値が必要）

現在もっとも広く行なわれている方法は、3本のボアホールを利用した孔底ひずみ法や直径変化法である。

また、岩盤条件によっても測定法は変ってくる。岩盤表面がいわゆる浮いている状態になっている場合には、ボアホールを利用する測定法にしなくてはならない。亀裂を多く含んだ岩盤では、弾性論的に厳密な測定法でも不正確になる場合が多い。著しい異方性や非線形な力学的性質を示すものにおいても最近は研究されてきたが、[95][96]かえって理論的に厳密なものより、応力補償法などが適しているだろう。

各測定法の間の感度や精度についての検討も行なわれている。平松、岡[14]らは、地山応力決定に有利な方法を理論的に検討している。これによれば、もっとも精度よく測定できるのはボアホール直径変化法であり、次いで孔壁ひずみ法、ボアホールの変形を測定する方法、孔底ひずみ法となることを述べて

いる。Heerden[94]は孔底ひずみ法と直径変化法を実際に実施し比較した結果両者ともよい一致をみたと報告している。Cruz[97]は5つの測定法を実施し、ボアホールが比較的浅い場合は直径変化法が優れているという結果を得ている。しかし、測定技術や費用なども考慮に入れると、いづれの方法が良いかの結論を出すのは難しい。

第8章　孔底ひずみ法の技術的な改良と測定例

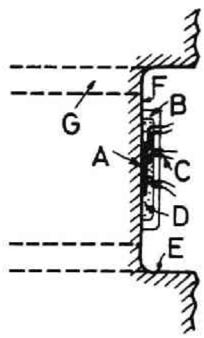
8.1. 緒　　言

第7章でその概略を述べたように、岩盤内の応力の測定法には種々あるが、筆者は、応力解放法のうち電気抵抗線ひずみ計を用いた孔底ひずみを測定する方法の改良を試みた。この方法の長所は、理論的に厳密な取扱いができ、比較的簡単で、とくにボーリングの費用が他の方法と比べてはるかに安いことにある。さらに、この方法であれば坑道壁面での測定にもそのまま応用できる。しかし、測定感度が多少他の方法よりも低く、電気的な測定を必ず必要とすることから、測定値の安定に大きな注意を向けなくてはならない点が欠点である。

ここでは、筆者らが、従来行なってきた岩盤表面での測定および孔底ひずみ法による測定の技術および実施例について述べる。

8.2　岩盤表面における測定

岩盤表面で、電気抵抗線ひずみ計ゲージを用いて、応力解放法を行なう方法として、第8.1図に示すような方法を考えた。まず、直径75mm程度のコアボーリングを、2～5cm掘り進め、コアをタガネではつり、孔底を研磨用ノンコアビットで研磨する。このボーリングは、孔底研磨および透かしボーリングのためのガイドとなるものである。次に、孔底に3方向の成分を持つロゼットゲージ（新興通信社製BR108）を接着剤（東亜合成製アロン－α）を用いて貼付し、防水のため、アクリル製のカバーを取り付け、その中をシリコングリースで充填する。この状態で測定を行ない、ひずみ計の零点を知り、つづいて透かしボーリングを15cm程度行ない、コアの応力を解放した後、再び測定を行ない回復ひずみを測定する。



A：抵抗線ひずみ計ロゼットゲージ
B：透明防水カバー
C：防水したリード線
D：透明な防水充てん物
E：透しボーリングのためのガイド
F：平面研磨面
G：透しボーリング

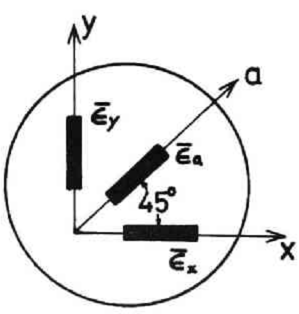
第8.1図　岩盤表面での応力解放法

測定するゲージの方向は、第8.2図に示すようにx、a、yの3方向とした。いま、回復ひずみの測定値を$\bar{\varepsilon}_x$、$\bar{\varepsilon}_a$、$\bar{\varepsilon}_y$とすると、応力解放前のひずみε_x、ε_a、ε_yは次の様になる。

$$\varepsilon_x = -\bar{\varepsilon}_x,\quad \varepsilon_a = -\bar{\varepsilon}_a,\quad \varepsilon_y = -\bar{\varepsilon}_y \quad \cdots\cdots (8.1)$$

これより主ひずみε_1、ε_2およびその方向ϕが求まる。

$$\left.\begin{aligned} \left.\begin{matrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\end{matrix}\right\} &= \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2}\left\{(\varepsilon_x-\varepsilon_y)^2+(\varepsilon_x+\varepsilon_y-2\varepsilon_a)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \\ \tan 2\phi &= -\frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y-2\varepsilon_a}{\varepsilon_x-\varepsilon_y} \end{aligned}\right\} \quad (8.2)$$



第8.2図　ロゼットゲージの方向

また、主応力σ_1、σ_2は、岩盤のヤング率をE、ポアソン比をνとすれば次式で与えられる。

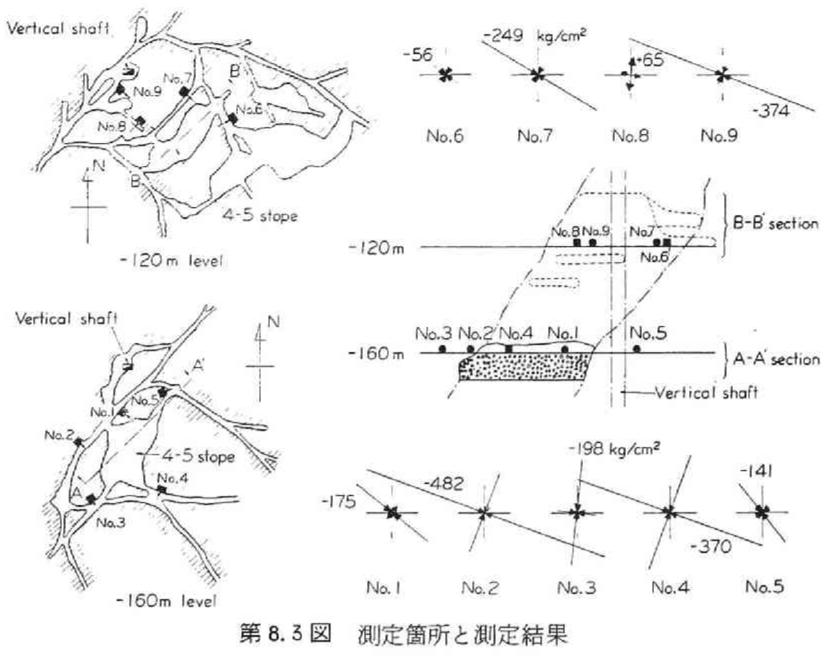
$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_1+\frac{1}{\nu}\varepsilon_2\right)\\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_2+\frac{1}{\nu}\varepsilon_1\right)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8.3)$$

この測定の方法では、測定する岩盤がいわゆる浮いた状態にあって、すでに応力が解放されていることのないように気をつけることや、式（8.3）で計算される応力は岩盤表面の応力状態と考えてよいが、これには常に坑道などの影響が入っていることに注意しなくてはならない。

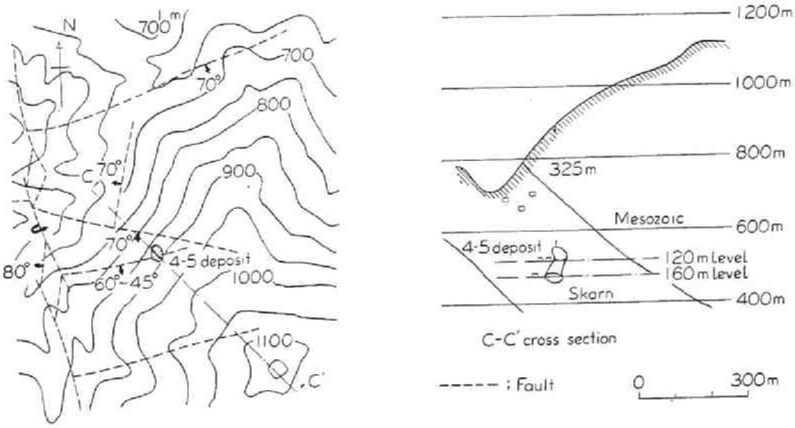
8.2.1　中竜鉱山における測定

多数の塊状鉱床の採掘が、付近に存在する立坑に悪影響を及ぼすか否かの検討を、中竜鉱業所において応力測定によって試みた。測定現場は中山坑4－5切羽付近（第8.3図）で測点1～5は－160 *m*坑の、測点6～9は－120 *m*坑の坑道壁面上にある。

各測点の応力を応力解放法によって測定した結果を図示すれば第8.3図の矢印のようである。この結果から、測点1,2,4,5,7および9の最大主応力方向はだいたい南西から北東に向かって約30°の傾斜をもっていることがわかる。この応力は壁面上の集中を起こした応力であるが、地山内の応力もほぼこれと同じ方向をとるものと想像される。また、測点8に引張応力が生じていることや、その他の測点の測定結果も納得できる。このような地山の応力状態が地形によるものとすれば、南西に高い山があるはずである。しかしこの付近の地形は第8.4図に示すようで、鉱体から南東の方向に山頂がある。したがって、地山の応力の方向は地形よりも、むしろ地殻変動の影響を強く受けていると思われる。また、この地域にはほぼ東西と南北に走る断層が発達している。地山の主応力方向はこれらの2群の断層のほぼ中



第8.3図　測定箇所と測定結果



第 8.4 図　測定箇所附近の地形

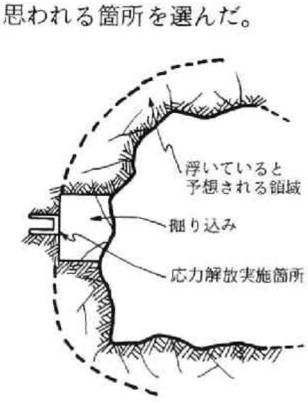
間方向をとっている。測点 2 、4 、9 における応力はその他の測点の応力より大きい。前者の応力から地山内の応力の鉛直方向の直応力成分を推定すると、約 100 kg/cm² となるが、この値は第 8.4 図の断面図から推定される値と同程度である。

この測定結果から想像すると、4 − 5 鉱体を採掘し終わったとき立坑付近の岩盤には最大 600 kg/cm² 程度の圧縮応力が生ずることになる。一方岩盤の強度試験の結果によれば、圧縮強度は 1,000 ～ 2,600 kg/cm² 、平均 1,850 kg/cm² であるから、上記の応力集中に対して充分余裕があり、したがって、完全な採掘をしてもさしつかえないことを認めた。

8. 2. 2　別子鉱山における測定

別子鉱山においては、昭和36年頃から、坑内深部において、山鳴りが発生するようになった。そこで山鳴り地帯の応力状態が異常なものかどうかを検討する目的で応力の測定を行なった。測定箇所としては、山鳴り地帯と同じレベルの下盤坑道に第 1 、第 2 地点の 2 ケ所、山鳴りが発生していないレベルに第 3 、第 4 地点の 2 ケ所、合計 4 ケ所をとった。前者の 2 ケ所は地表下 1,700 m であり、後者の 2 ケ所は 1,270 m である。また、いづれの測定箇所も採掘の影響の少ないと思われる箇所を選んだ。

測定方法は前述のとおりであるが、第 1 、第 2 地点では、坑道周囲のゆるみが激しいためこの領域を避ける目的で、第 8.5 図に示すように、坑道壁面中央附近直径50cm深さ50cm程度の孔を発破によらないで掘削し、その奥で応力解放を実施した。各地点で、位置を少しずらせることにより 3 ～ 7 回測定したが、測定値の安定が良好で成功したと思われるものの結果を示すと第 8. 1 表のようである。測定箇所の岩石は結晶片岩で、著しい異方性を示す（第 1 章参照）ので、応力計算にはこのことも考慮した。



第 8.5 図　別子鉱山において実施した応力解放法

これらの地点で、応力状態の一つの目安となる岩盤の自重による

第8.1表　別子鉱山における応力測定結果

測定地点	測定点	σ_x kg/cm²	σ_y kg/cm²	τ_{xy} kg/cm²	σ_1 kg/cm²	σ_2 kg/cm²	ϕ
1	No. 1	− 60.3	− 310.4	29.7	− 313.8	− 56.9	6°40′
	〃 4	− 10.7	− 48.8	50.9	− 83.1	+ 24.6	34°44′
	〃 5	− 245.6	− 296.5	77.9	− 353.6	− 189.4	35°47′
	〃 6	− 30.8	− 450.6	62.6	− 459.8	− 21.7	8°18′
	〃 7	− 14.9	− 263.0	− 3.3	− 263.0	− 14.8	− 0°45′
2	〃 8	− 56.2	− 74.9	− 47.7	− 114.1	− 16.9	− 39°27′
	〃 10	− 56.4	− 56.6	11.1	− 67.6	− 45.4	44°49′
3	〃 12	− 132.7	− 96.9	− 37.9	− 156.7	− 72.9	− 57°37′
	〃 14	− 179.2	− 32.4	12.9	− 180.3	− 31.3	85°00′
4	〃 15	− 207.7	− 239.1	108.2	− 332.8	− 114.1	40°52′
	〃 17	− 276.0	− 289.4	226.8	− 514.3	− 60.1	43°30′

応力を計算すると、比重$\gamma = 2.7$として、第1、第2地点で460 kg/cm²、第3、第4地点で340 kg/cm²となった。測定地点は坑道により応力集中をうけているから、これよりさらに大きな（約2倍）応力を生じているはずである。ところが測点によれば鉛直方向の応力は第1地点では平均約330 kg/cm²、第4地点では平均270 kg/cm²であった。第2、第3地点の結果は、かなり小さな値が測定され、この2地点では測定岩盤が浮いているか、ゆるみによって応力が低下している箇所であると判断した。

このように、第1、第4地点で測定された応力状態は、たとえ主応力の大きさで考えても、自重より計算される応力の半分以下である。しかも、両地点での値に、それほどの差はない。このことは、地山応力が小さいのではなく、坑道壁面附近全体の応力がなんらかの原因で低下していると考える方が自然だろう。結晶片岩の強度[1]と自重から予想される応力状態を考慮すれば、坑道周囲の破壊が進み、いわゆる破砕域やゆるみ域が形成されていることは充分考えられる。このようなゆるみ域の解析も種々行なわれているが[2]、未だ充分ではない。そのため、このような箇所での応力測定はゆるみ域を避けて、ボアホールを利用して岩盤内部の応力測定を行なう必要があろう。今回の測定は、50cm程度壁面から奥に入って実施したが、まだ不充分であったと考えられる。

8.3　坑道壁面の応力測定結果からの地山応力の算出

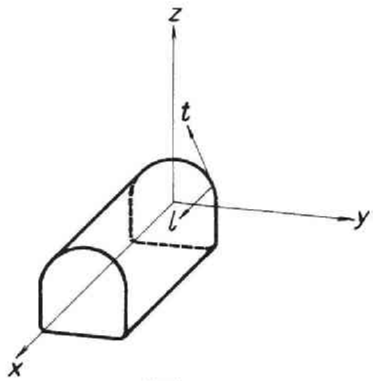
この計算は、8.2で述べた岩盤壁面における応力測定法、あるいはその改良方法を用いて坑道壁面での応力を測定し、それらの結果から、その坑道がないとした場合そこに存在する岩盤内応力を求めるものである。もし、測定を実施する坑道が、他の空洞の影響をうけていないような所、すなわち附近の応力状態を乱すものが、その坑道だけにあるような所に開削されたものを選ぶと、求められた応力は地山の応力にほかならない。この方法の理論的な検討は平松、岡[3][4]らによって行なわれている。

いま、第8.6図に示すように、坑道軸方向にx軸、水平にy軸、垂直にz軸をとる。また、壁面上で測定された応力のうち、坑道軸方向のものをσ_e、これと直角をなす接線方向の応力をσ_t、これらの方向のせん断応力をτ_{te}とする。さらに地山応力の成分をσ_x^*、σ_y^*、σ_z^*、τ_{yz}^*、τ_{zx}^*およびτ_{xy}^*とすれ

ば、これらと測定した応力との間には次の様な関係がある。

$$
\left.
\begin{aligned}
\sigma_t &= A_y\,\sigma_y^* + A_z\,\sigma_z^* + (2A_a - A_y - A_z)\,\tau_{yz}^* \\
\sigma_l &= \sigma_x^* + \nu(A_y - 1)\sigma_y^* + \nu(A_z - 1)\sigma_z^* + \\
&\qquad \nu(2A_a - A_y - A_z)\,\tau_{yz}^* \\
\tau_{tl} &= 2F_b\,\tau_{zx}^* + 2F_c\,\tau_{xy}^*
\end{aligned}
\right\}
\qquad \cdots\cdots (8.4)
$$

ここで、νはポアソン比、A_y、A_z、A_a、F_b および F_cは応力係数と呼ばれるものである。たとえば A_y は坑道がy方からのみ、単位強さで載荷されたときに生じる。坑道壁面上の応力σ_t の大きさである。 同様にz方向、



(a)

第8.6図　壁面と坑道の座標系

a方向（y軸とz軸の両方に45°をなす方向）に単位の強さで載荷したときのσ_t の大きさがそれぞれA_z、A_aである。F_b はx軸とz軸の両方に45°なす方向、F_c はx軸とy軸の両方に45°なす方向に単位の強さで載荷したときのτ_{tl} の大きさである。

応力測定にあたっては、これらの応力係数をあらかじめ求めておく必要がある。この値は、坑道形状、坑道壁面での位置によって大きく変化する。円形坑道や角に丸みのある矩形などの断面をもつものでは解析的に解くことも可能であるが[5]馬蹄形など複雑な断面を持つ場合には光弾性などを用いて実験的に求められている。[4]

さて、測定を行った坑道における応力係数がわかれば、式（8.4）に代入することにより観測方程式をたてることができる。そこで、坑道の断面上のたがいに離れている少なくとも3点（点対称の関係にある2点は1点とする）において、応力測定を行ない、少なくとも9個の観測方程式を得れば、これを解くことによって地山応力σ_x^*、σ_y^*、… を決定することができる。この場合2点では、得られるすべての観測方程式が独立ではないので地山応力を決定することはできない。

以上の点より考え、この測定方法では、次の様な注意が必要である。

(1) 測定箇所は、測定を実施する坑道の他には、その附近に空洞がないような所を選ぶこと。

(2) 坑道は真すぐで、比較的整った断面形を持ち、周囲の岩盤は、破壊やゆるみを起こしておらず、弾性的に挙動しているような坑道を選ぶこと。

(3) 壁面での測定位置としては、隅角部など、応力集中を起こしやすい場所は避けること。

(4) 応力係数は、実際の断面をその巾や高さ形状からすでに応力係数が求められている断面に理想化し、対応する点の値を用いるのが便利である。

8.3.1　氷川鉱山における測定

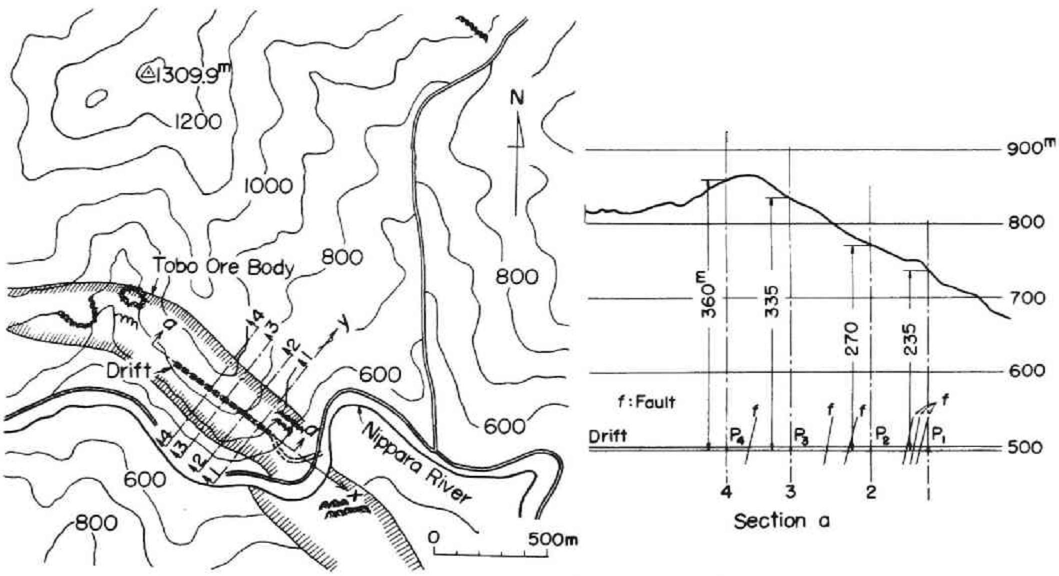
氷川鉱山では戸望鉱体下部をサブレベル採鉱法により採鉱する計画で、標高490 mのところに全採掘区間を貫いて運搬坑道が開削された（第8.7図参照）。この時期において、採鉱計画立案の基礎資料を得る目的でこの坑道に沿って地山応力の測定を試みた。この地域はまったく採掘の影響を受けていない

から、真の地山応力の決定が可能であり、けわしい山岳地帯でしかも坑道を横切って多数の断層がある。したがって本測定は学問上も興味が深い。

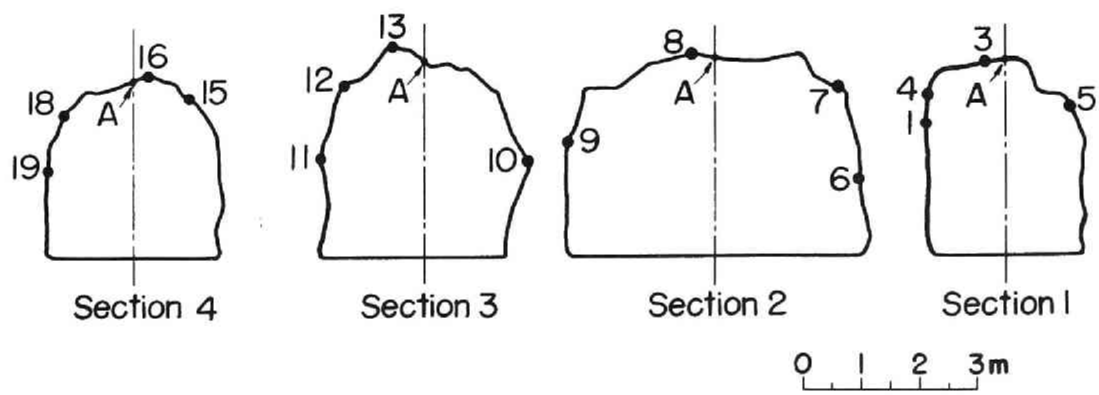
第 8.7 図に示す 4 断面を選び、各断面に第 8.8 図に示した 4 個の測点を設け、応力解放法によりひずみを測定した。その結果と実験室において測定した弾性定数とから、さきに述べた方法により、かつ最小自乗法を適用して地山内の応力を決定した。岩石のヤング率は (0.49 ~ 0.8) × 10^6 kg/cm²、平均 0.64 × 10^6 kg/cm² であり、ポアソン数は 3.2 ~ 4.6 、平均 4.0 であった。また平均圧縮強度は 810 kg/cm²、平均引張強度は 52 kg/cm² であった。

4 断面における地山の主応力の大きさおよび方向を決定した結果を示せば、第 8.9 図のようである。

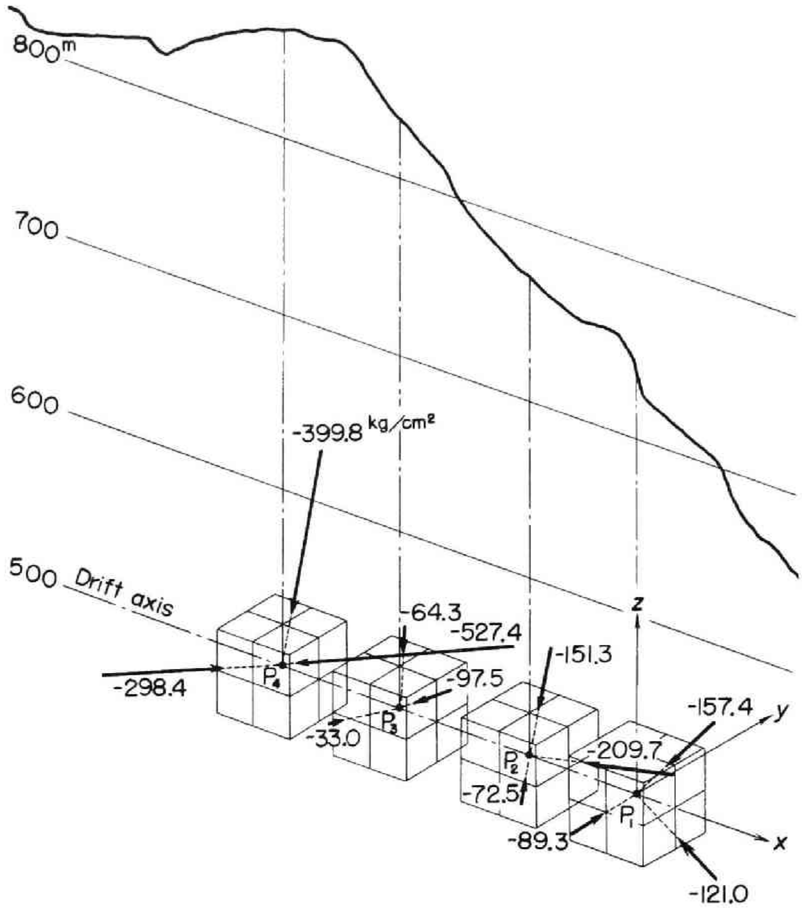
この測定により、地山の主応力のうち絶対値の最大のものが鉛直からかなり傾き、むしろ水平に近いこと、断面 1 から断面 4 までの距離はわずか 250 m にすぎないが、この範囲内でも地山応力状態は場所によりかなり異なることがわかった。また、断層の両側であまり応力状態が異ならない場合とひどく異



第 8.7 図　氷川鉱山の測定箇所附近の地形



第 8.8 図　各測定断面における測点の選び方



第 8.9 図　氷川鉱山における応力測定結果

なる場合とがあること、水平面に作用する直応力 σ_z* は場所によっては岩盤の比重とその地点の直上の地表点からの深さとの積よりはるかに大きいことがあることなどがわかった。

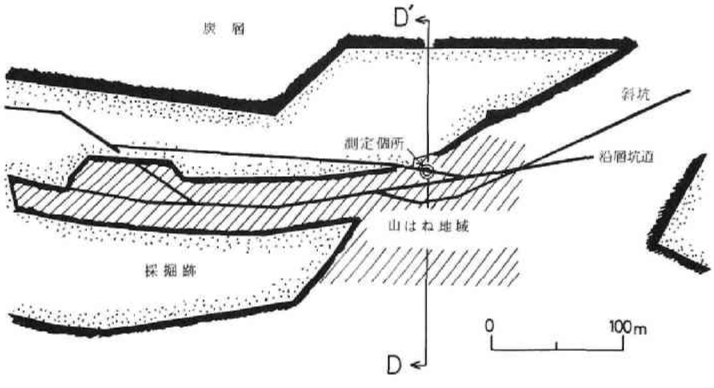
地山応力状態がこのように場所によって異なることがわかったので、採掘切羽に方向性を持たせることはせず、むしろ鉱床のあり方から決めるのが適当で、鉱柱の寸法を測定された最大応力を考慮に入れて決定すべきであるとの結論を得た。

8.3.2　美唄炭礦における測定

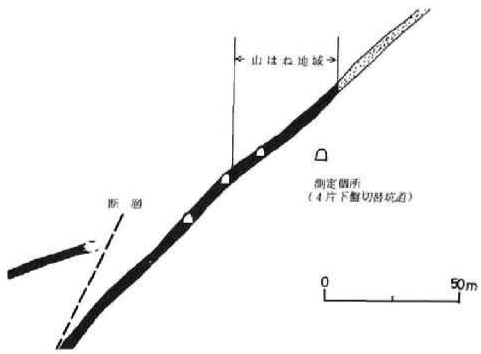
美唄炭礦で発生した山はねの原因究明のため、各種の応力測定を実施した。ここでは、先に述べた方

法によって、地山応力を測定した例について示す。測定箇所は第 8.10図のように山はね地域の下にある坑道で、地表下約 630 *m*の地点である。ここは、採掘や山はねの影響があると考えられる所であり、この測定により、未だに山はねを起させたような大きな応力が残存しているかどうかを調査した。

測定断面における測点は第 8.11図に示すように6ヶ所をとった。また、岩盤表面の地山から絶縁された部分、いわゆる浮いている岩盤での測定を避けるため、各測点で 30～50*cm*ボーリングを沈め、その孔底で行なった。なお、測定は、各測点において、ボアホールを進めることによって2回以上行ない、極端

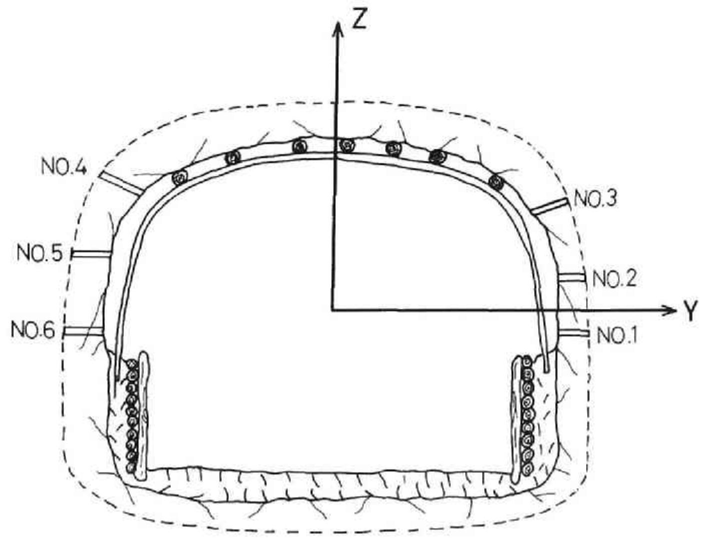


(a) 平面図



(b) DD′断面図

第 8. 10 図　美唄炭礦応力測定箇所附近の採掘状況および山はね地区との関連

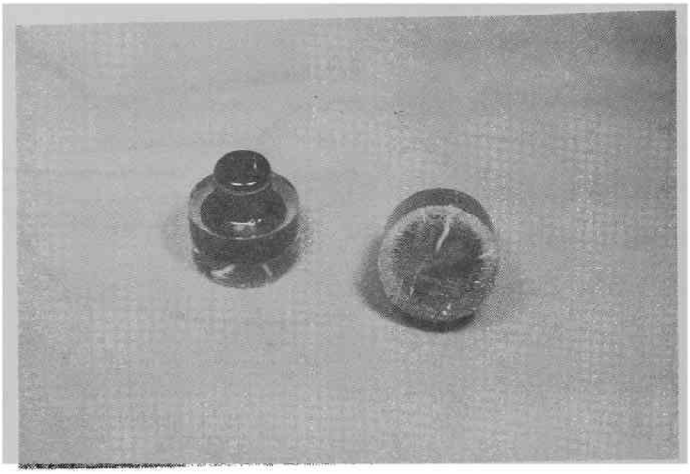


第 8. 11 図　応力測定断面と測定箇所

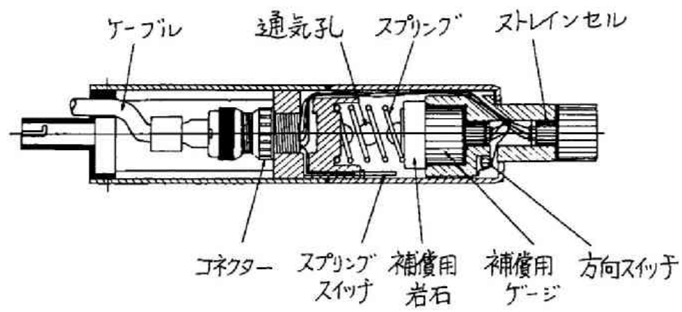
に離れたデータは捨て、類似したデータの平均を取って、その測点におけるデータとした。

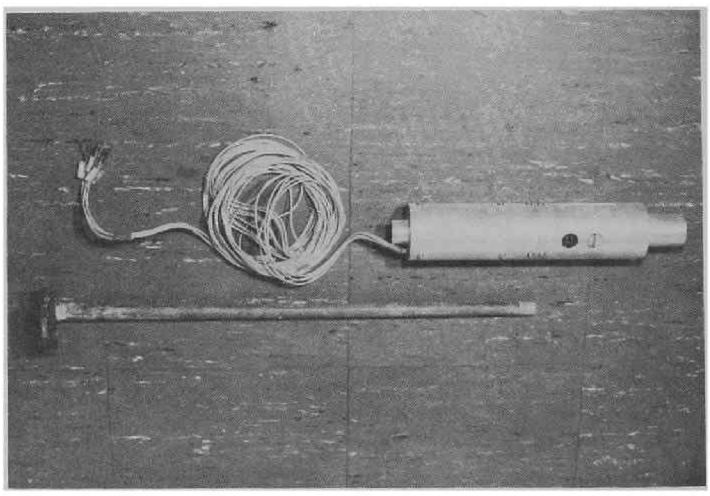
岩盤表面から30～50㎝奥のボーリング孔底での測定を可能にするために、測定装置の改良を行なった。まず、ゲージ部分は第8.12図にその写真を示すように、電気抵抗線ひずみ計ゲージを、比較的やわらかいアラルダイトに、接着部は表面に出るように埋め込み、プラグで接続できるようにした。この方法はLeemanらの方法にならったもので、このゲージ部分はストレインセル(Strain Cell)と呼ばれている。次に、これを孔底に貼る装置として第8.13図にその写真とともに示すような装置を試作した。これは、その頭部に差し込まれたストレインセルをバネの力で孔底に押しつけ接着するもので、その反力は、クサビによってボーリング孔に固定するか、ボーリング機械を利用することによってとった。さらに、この装置は温度補償用のゲージ部分も内蔵している。

測定手順を示すと、第8.14図のようになる。まず、(1)のように直径75㎝のボーリングを30～50㎝進める。(2)の過程で、孔底研磨用のフラットビットで孔底を仕上げ、その後圧気や熱風を



第8.12図　ストレインセル

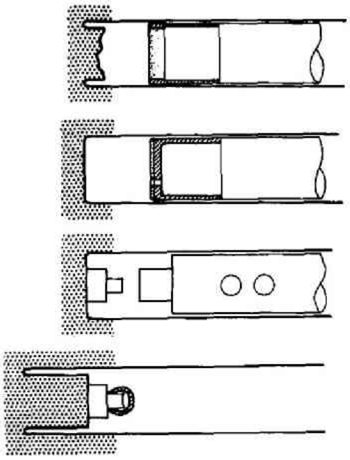




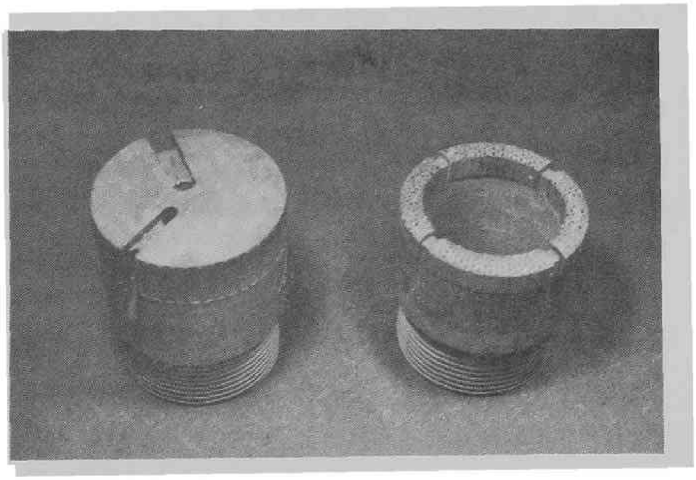
第8.13図　スプリング式貼付装置

用いて乾燥させる。(3)で先に述べた貼付装置を用いて、孔底にストレインセルを貼る。この時点で一回目の測定を行ない、貼付装置を引き抜く。(4)の過程で、ストレインセルのプラグ部分に、防水キャップをかぶせ、(1)の過程と同じビットを用いてボーリングを進める。2回目の測定は、コアを折り取って孔外に出し、ひずみを測定する。なお、第8.15図は、使用したコアビットと孔底研磨用ビットの写真である。

測定結果は、第8.2表に示すようである。σ_1、σ_2、ϕは孔底面での主応力およびその方向を示している。この結果から、1測点について3個、合計18個の観測方程式が式(8.4)に従って得られる。この時、岩盤表面は浮いているため、坑道は力学的には、第8.11図の点線で示したような断面を持つものとし、ボアホールの影響による応力集中はないものとした。用いた応力係数の値は第8.3表に示す。つぎ



第8.14図　孔底ひずみ法による応力解放測定手順



第8.15図　応力解放用ビットおよび孔底研磨用ビット(左)

第8.2表　美唄炭礦における測定結果

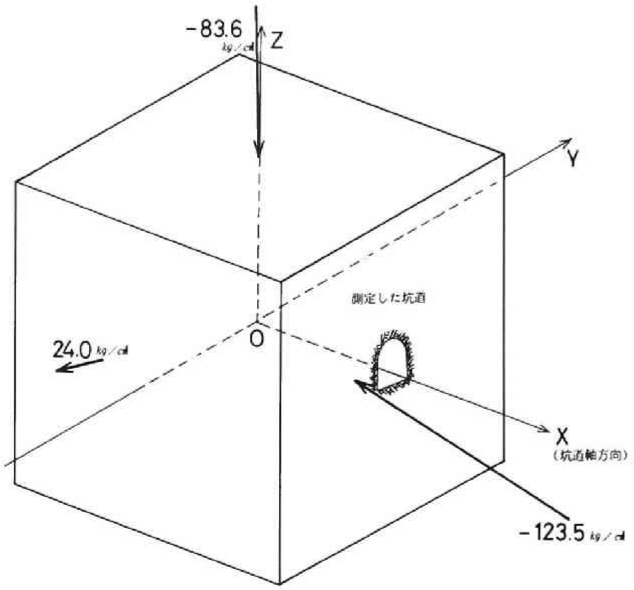
孔番号	ε_z (10^{-6})	ε_a (10^{-6})	ε_y (10^{-6})	ε_1 (10^{-6})	ε_2 (10^{-6})	σ_1 (kg/cm²)	σ_2 (kg/cm²)	ϕ
№1	−998	−914	−560	−523	−1,036	−152.1	−287.6	−16°
№2	−796	−808	−557	−499	−854	−139.5	−198.7	−24°
№3	−543	−250	−271	−199	−615	−67.1	−136.4	+24.5°
№4	−390	−401	−528	−369	−549	−99.8	−129.8	+70°
№5	−590	−465	−515	−457	−648	−122.2	−154.0	+33.5°
№6	−1,060	−733	−352	−351	−1,061	−117.5	−235.7	−2°

但し　$\varepsilon = 20\times10^4$ kg/cm²、$\nu = 0.2$

第8.3表　解析に用いた応力係数

孔№	A_y	A_z	A_a	F_b	F_c
1	−1.00	2.25	0.40	0.40	−0.05
2	−0.90	2.40	−0.25	0.40	0.05
3	0.40	1.50	−1.65	0.70	0.20
4	1.00	1.00	3.75	−0.55	0.20
5	−0.50	2.40	2.50	−0.45	0.10
6	−1.00	2.25	1.00	0.40	−0.05

に、これらの観測方程式から最小自乗法を用いて正規化し、地山の応力を求めた。ただし、岩盤のヤング率は20×10^4 kg/cm² ポアソン比は 0.2 とした。さらに、3次元的な主応力とその方向を計算し、図示したものが第8.16図である。ほぼ鉛直に84 kg/cm²の圧縮応力が測定されたが、これは自重から推定される応力(158 kg/cm²)の約半分であった。むしろ坑道軸に近い方向に120 kg/cm² 程度の応力が測定された。しかし、いづれにしても、異常に高い応力は測定されず、この附近は、山はねの影響か採掘の影響ですでに応力が低下しているものと思われる。



第8.16図　測定値から計算される地山の主応力と方向(単位 kg/cm²)

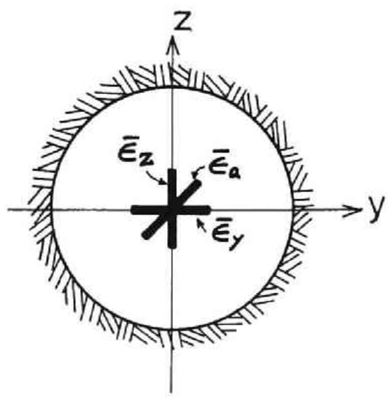
8.4　ボアホールを利用する地山応力の決定

坑道の影響を避けたい場合や坑道から離れた岩盤内部の応力を調査する場合には、ボアホールを利用しなければならない。この方法による地山応力の決定は、ボアホールの幾何学的な形状が単純であるため、より正確な測定が期待できる。

この方法を実施するためには、坑道壁面の場合と同様に、孔底での応力集中の状態を知らねばならない。これに関する研究は数多く行なわれており[6) 7) 8)]、筆者も有限要素法を用いて完全な3次元応力状態のもとでの解析を行なった。これについては第9章に述べる。

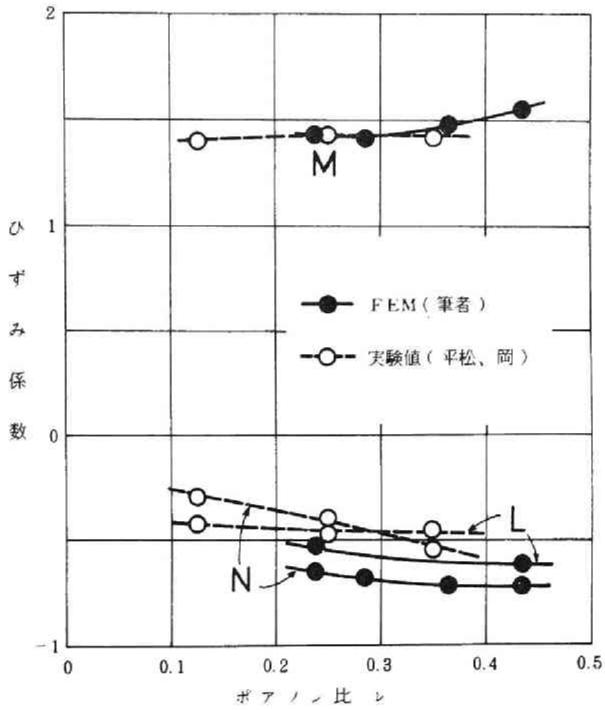
筆者らは、平松、岡らによる方法を用いた。この方法は第8.17図に示すように、孔底に座標軸をとり、孔底中央に y 方向 z 方向およびこれらの方向に45°をなす a 方向にゲージを取付けるものである。この場合のひずみの測定値に対する観測方程式は弾性理論より、地山応力 σ_x^*、σ_y^*、… を用いて次の様に表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_y &= (L\sigma_x^* + M\sigma_y^* + N\sigma_z^*)/E \\ \bar{\varepsilon}_z &= (L\sigma_x^* + N\sigma_y^* + M\sigma_z^*)/E \\ \bar{\varepsilon}_a &= \left\{L\sigma_x^* + \frac{M+N}{2}\sigma_y^* + \frac{M+N}{2}\sigma_z^* \right. \\ &\quad \left. + (M-N)\tau_{yz}^*\right\}/E\end{aligned}\right\} \quad (8.5)$$



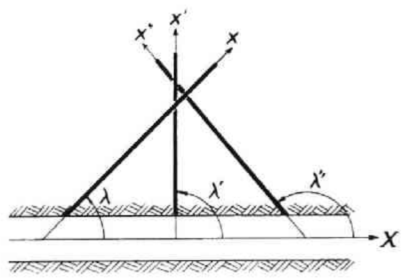
第8.17図　孔底ひずみの測定方向

ここで、L、M、Nはひずみ係数と呼ばれるもので、従来は光弾性実験や模型実験で求められたが、最近では有限要素法を用いて解析されている。第8.18図に、平松、岡によって求められたこれらの係数および筆者が有限要素法を用いて求めた係数の値を示す。これらの値はポアソン比によっていくぶん影響をうける。なお、さらに詳しい検討は第9章において行なう。



第8.18図　ひずみ係数の値

つぎに観測方程式から、地山の応力を求めるには、少なくとも方向の違った3本のボアホールにおける測定を必要とする。いま、各ボアホール軸にとった座標とは別に基準となる座標系XYZをとれば、式（8.5）のボアホール座標で表わされた地山応力は、応力変換のみによってXYZ座標系の地山応力で表わせる。そこで式（8.5）を各ボアホールごとにXYZ座標系の地山応力で表わし、得られた9個以上の観測方程式から、地山応力が決定できる。たとえば、坑道から水平に3本のボアホールを第8.19図のように削孔した場合、XYZ軸をそれぞれ坑道軸、水平方向、垂直方向にとれば、第1のボアホールについての観測方程式は次の様になる。



第8.19図　3本のボアホールの配置例

$$\left.\begin{aligned}
\overline{\varepsilon}_y &= \{(L\cos^2\lambda + M\sin^2\lambda)\sigma_x^* \\
&\quad + (L\sin^2\lambda + M\cos^2\lambda)\sigma_y^* \\
&\quad + N\sigma_z^* + 2(L-M)\sin\lambda\cos\lambda\cdot\tau_{xy}^*\}/E \\
\overline{\varepsilon}_a &= \{(L\cos^2\lambda + \frac{M+N}{2}\sin^2\lambda)\sigma_x^* \\
&\quad + (L\sin^2\lambda + \frac{M+N}{2}\cos^2\lambda)\sigma_x^* + \frac{M+N}{2}\sigma_z^* \\
&\quad + (M-N)\cos\lambda\cdot\tau_{yz}^* - (M-N)\sin\lambda\cdot\tau_{zx}^* \\
&\quad + (2L-M-N)\cos\lambda\sin\lambda\cdot\tau_{xy}^*\}/E \\
\overline{\varepsilon}_z &= \{(L\cos^2\lambda + N\sin^2\lambda)\sigma_x^* + (L\sin^2\lambda + N\cos^2\lambda)\sigma_y^* \\
&\quad + M\sigma_z^* + 2(L-N)\sin\lambda\cos\lambda\cdot\tau_{xy}^*\}/E
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (8.6)$$

第2、第3のボアホールについては、上式のλの代りにλ′、λ″をそれぞれ代入すればよい。

この方法による地山応力測定については、次の様な注意が必要である。

(1) 測定坑道の影響を避けるため、坑道壁面から少なくとも、坑道の直径程度はボアホールを削孔する必要がある。

(2) 地山応力の場所による違いや、岩盤の弾性率などの違いによる誤差を少なくするため、第8.19図のように、各ボアホールでの測定位置をボアホール相互間の影響がない程度に近づけることが望ましい。

(3) 各ボアホールの方向と基準座標の関係を正確に測量する必要がある。

(4) 一本のボアホールにおいても、ボーリングを進めることによって何度も測定し、それらの値から、そのボアホールの測定値を決定する方法が望ましい。

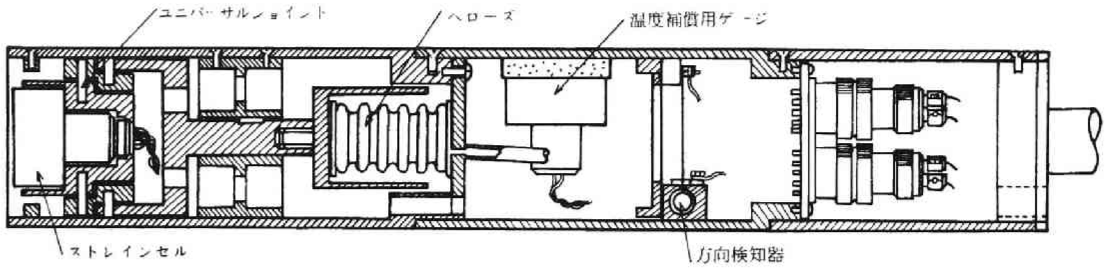
(5) 弾性定数は、採取したコアを圧縮試験することにより求める。

(6) 各ボアホールの間の角度は、なるべく45°以下にならないことが必要である。この角度が小さくなるほど、誤差が大きくなる。

8.4.1 奔別炭礦における測定

奔別鉱においては、地表下1,100 *m*の深部における開発が計画された。しかし、地下深部であるため、高い地圧状態にあることが予想され、山はね等の現象も心配される。そこで、開発に先だって実際の地山応力状態を知る目的で、測定を行なった。

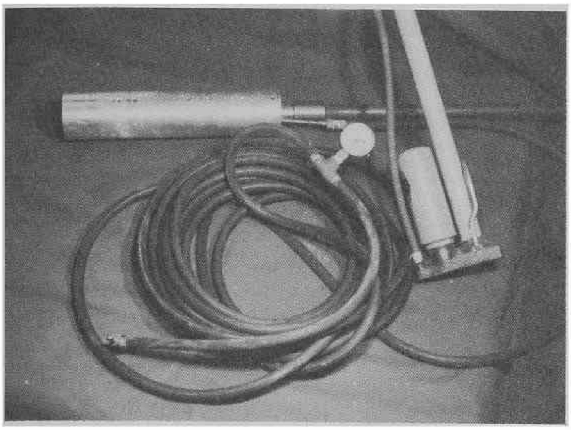
坑道壁面から2～3 *m*奥のボアホール孔底の応力解放を目的とするため、8.3.2で述べたスプリング式の貼付装置では不充分なことがわかったので、新たに第8.20図に示すような貼付装置を試作した。こ



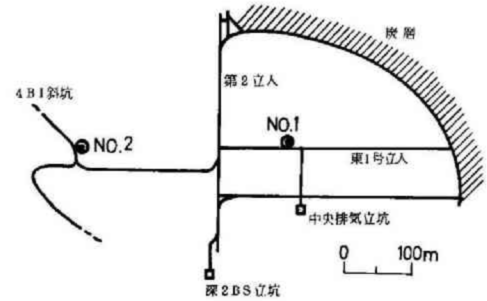
第8.20図 圧気式貼付装置

の装置の改良点は、ストレインセルを圧気によって孔底に押しつけるようにし、しかも一定の押し付け力が得られるようにしたこと、ストレインセルを装着する所にユニバーサルジョイントを作り、ストレインセル接着面と孔底面がよくなじむようにしたことなどである。また。装置全体は、ボーリングのロッドに、ビットやコアチューブと同様にとりつけ、孔底面に固着させた。第8.21図は、この装置一式を示す写真である。その他の応力解放の測定手順は3.8.2で述べたものとほぼ同様であるが、孔が深いため、コアを折り、回収する作業、防水キャップを施こす作業、孔底面の洗浄と乾燥などの作業において浅いボアホールに比べ、かなりの手数を要した。実際の作業では、それぞれ専用の簡単な器具を用いた。

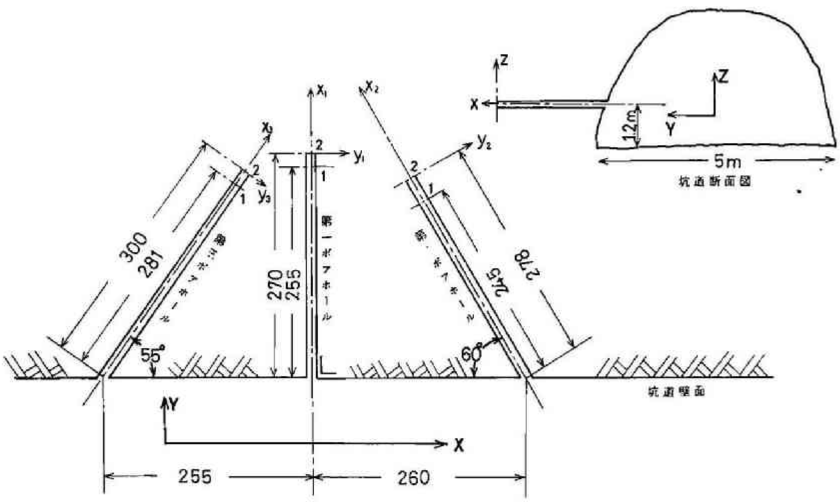
測定個所は、第8.22図に示すように採掘地区をほぼ2分する立入坑道の両側にNo.1、No.2の2ケ所とった。各測点におけるボアホール配置は第8.23図、第8.24図にそれぞれ示すようであり、坑道壁面から



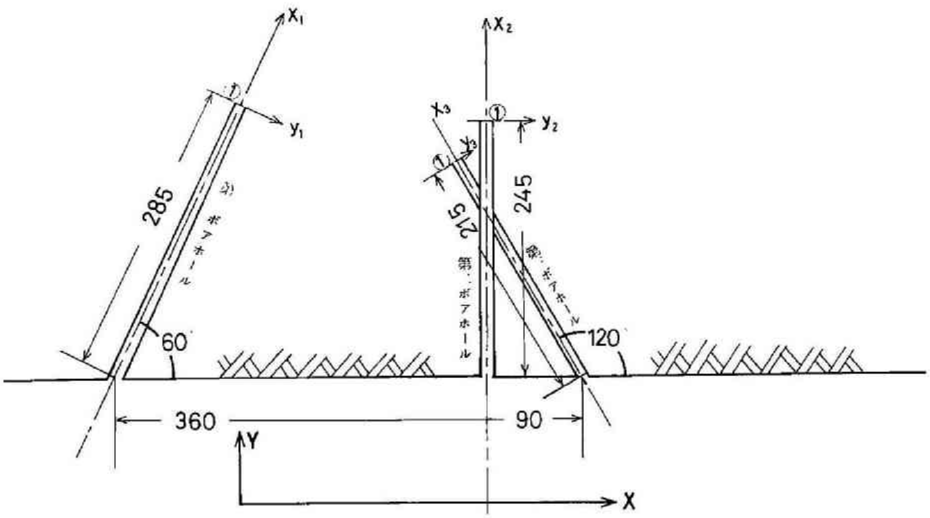
第 8. 21 図　圧気式貼付装置一式



第 8. 22 図　奔別炭礦－1100 L応力測定個所（平面図）



第 8. 23 図　№ 1 測点におけるボアホールの位置（単位 cm）



第 8. 24 図　№ 2 測点におけるボアホールの位置（単位 cm）

2.5～3.0 m奥で測定した。第1あるいは第3ボアホールのいづれかは坑道軸と45°またはそれ以下の角をもつようにすることが望ましいが、そうすれば、ボアホールが長くなることもあり両ボアホールとも図のように約60°の傾斜で行なった。

同一ボアホールで2回以上測定し、確からしい値をとった測定結果を第8.4表に示す。岩盤は砂岩で回復ひずみに対するヤング率 20×10^4 kg/cm^2、ポアソン比0.25が測定されたので、L＝－0.448、M＝－1.410、N＝－0.430を採用した。これらの値とボアホールの方向から観測方程式をたて、最小自乗法を用いて正規化した後、これを解いて得られた結果を第8.5表に示す。この結果、いづれの測点でも応力状態はほぼ静水圧的であるが、大きさは№2の測点の方が№1測点の約2倍という結果になった。自重から推定される応力は約270 kg/cm^2 程度であるから、№1の方は、ほぼ自重によって発生している応力と考えられる。№2測点の近傍は、地殻変動などによって大きな応力集中をうけていると思われ、このことは、この近傍での坑道掘削時に、特異な破壊現象が発生した事実からもうなずける。なお、№2の地山応力測定結果の信頼区間を計算すると σ_x、σ_z で±30～35 kg/cm^2、σ_y で80 kg/cm^2、τ_{yz}、τ_{zx}、τ_{xy} で±10～20 kg/cm^2 となり、測定値に対して、σ_x、σ_y については6～8％、σ_y では17％程度で、測定精度もほぼ満足すべき結果であった。

第8.4表　測定されたひずみ量　($\times10^{-6}$)

測点		第1ボアホール	第2ボアホール	第3ボアホール
№1	$\bar{\varepsilon}_y$	－711	－390	－1,083
	$\bar{\varepsilon}_z$	－1,470	－1,045	－335
	$\bar{\varepsilon}_a$	－1,945	－945	－1,259
№2	$\bar{\varepsilon}_y$	－1,740	－1,630	－1,300
	$\bar{\varepsilon}_z$	－1,000	－1,320	－900
	$\bar{\varepsilon}_a$	－1,240	－1,213	－1,040

第8.5表　計算された地山応力　(kg/cm^2)

	№1測定	№2測定
σ_x	－266	－520
σ_y	－168	－465
σ_z	－269	－459
τ_{yz}	－3.7	－2
τ_{zx}	63	－17
τ_{xy}	42	－27

8.5　結　　言

筆者らは、従来より電気抵抗線ひずみ計を用いて、岩盤表面やボアホール孔底での応力解放を実施してきた。ここでは、岩盤表面へ応用した場合、坑道壁面での測定から地山応力を測定する場合、ボアホールを利用して地山応力を決定する場合について、その理論の概略と測定装置や測定手順および実測例について述べた。また、ここに述べた順序は、筆者らが測定技術の改良とともに進んできた道でもある。工業的には、ボアホール孔底でのひずみ測定による地山応力の決定が望ましいが、岩盤条件を考慮に入れた場合（たとえば、非常に堅固な岩盤では、坑道周囲などの痛みが少なく、また、深いボアホールの削孔を行なうのが困難である。)、坑道表面での測定でも間に合う場合も少なくない。さらに、ボアホールを用いた場合でも、主応力方向があらかじめわかっている場合や、求めたい応力の方向が決まっている場合など、ボアホールの数は必ずしも3本必要としない。このような場合には、観測方程式から、いづれの方向にボアホールを削孔するべきかを知ることができる。要するに測定目的、岩盤条件に応じた測定方法の選択が必要であろう。

第9章　孔底ひずみ法における観測方程式に関する理論的検討

9.1　緒　　　　言

第8章に述べたように筆者らは、孔底ひずみ法による応力測定を長年にわたって実施し、その測定技術の改良をおこなってきた。ここでは、ボアホール孔底の三次元的な応力解析を基礎として、測定される孔底ひずみと地山応力との関係を与える観測方程式を理論的に検討した。[1)]

孔底の応力解析は従来より、模型実験や光弾性実験などを利用して数多くおこなわれてきた。[2)〜8)]最近では、有限要素法を用いた解析もおこなわれている。[9) 10)]しかし、模型実験などでは、その精度に問題があり、有限要素法を利用した解析においても、一般的三次元地山応力状態のもとでの解析は十分におこなわれていない。とくに、ボアホール方向に垂直な面に作用するせん断力の影響については検討されていない。

そこで、筆者は、有限要素法を用いて、地山が一般的三次元応力状態にある場合のボアホール孔底面での応力状態を解析した。

また、この結果から応力解放による地山応力決定のための一般的な観測方程式を導き、従来のものと比較した。さらに、孔底に貼付されるゲージの位置による観測方程式の違いから、ゲージが所定の位置からずれたり、回転して貼られた場合の測定ひずみの誤差について検討した。

9.2　ボアホール孔底およびその近傍の応力解析

純粋な三次元応力場におけるボーリング孔底やその近傍の応力の解析を理論的におこなうことは難しい。無限弾性体中に回転楕円殻を含む場合の理論的な解析[11)]はおこなわれているが、この楕円殻が非常に細長くなった場合の解を用いても、われわれが取扱っている孔底とは幾何学的形状が異るため充分ではない。そこで筆者は、この問題を回転体が非対称荷重を受けた場合の有限要素解析[12)]を適用して解いた。ここでは、この方法の孔底およびその近傍の応力解析への適用と孔底面での応力解析結果について述べる。[13)]

9.2.1　有限要素法による回転体の非軸対称問題の解析[14)]

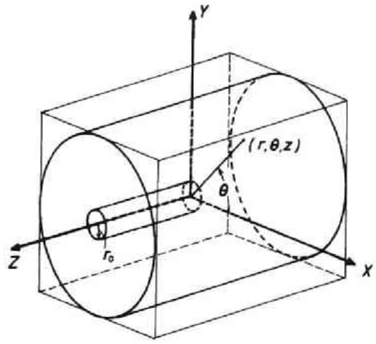
有限要素法を用いて、任意形状の立体の三次元解析をおこなうことは、原理的には特に難しい問題ではない。しかし、実際には計算量や計算機の記憶容量が厖(ぼう)大なものとなり、現在の計算機では、その適用は難しい。しかし、対称を回転体に限ると、非軸対称荷重が作用する場合でも、比較的簡単に解ける。岩盤力学の分野においても、ボアホール孔底のほかに、円形坑道や円柱形の鉱柱など回転体で近似できる地下構造物が多く、その三次元的な解析にこの方法ができ、[15)]有用な方法である。

この手法は、荷重をフーリェ級数を用いて展開すれば、その各項については、軸対称問題と同様に、θ に無関係に解析することができることから、各項の結果を重ね合せることによって、所定の荷重に対する解を得るものである。詳しくは巻末の付録を参照されたい。なお、この手法に関する記号は付録に

用いられているものと同じである。

9.2.2　ボアホール孔底およびその近傍の応力解析への適用

ボーリング孔底およびその近傍の解析をこの手法を用いておこなうため、第9.1図に示すような回転体モデルを考えた。座標軸は図のようにボアホール軸方向にZ軸をとり、xyz 軸と $r\theta z$ 軸をとって表わすものとする。また、ボアホールの半径を r_0 とする。なお、一般的な地山応力を $\{\sigma^*\}^T=\{\sigma_x^*, \sigma_y^*, \sigma_z^*, \tau_{xz}^*, \tau_{yz}^*, \tau_{xy}^*\}$ とし、このもとでの解析をおこなうのであるが、各地山応力成分の単位量が独立に作用した場合の応力分布を求めて、その応力係数を知り、これらを重ね合せて最終的な解を求めるのが便利である。



第9.1図　解析モデルと座標系

さて、先に述べた非対称荷重の有限要素解析にこれらを適用するためには、たとえば σ_x^* は、

$$\sigma_r^*=\frac{\sigma_x^*}{2}(1+\cos 2\theta),\ \sigma_\theta^*=\frac{\sigma_x^*}{2}(1-\cos 2\theta),\qquad (9.1)$$
$$\tau_{r\theta}^*=-\frac{\sigma_x^*}{2}\sin 2\theta$$

のように表わせるから、外荷重として、(r,θ,z) 座標で $(1,0,0)$ 面に

$$F_r=\frac{\sigma_x^*}{2}(1+\cos 2\theta),\ F_\theta=-\frac{\sigma_x^*}{2}\sin 2\theta,\ F_z=0 \qquad (9.2)$$

の荷重条件のもとで解析すればよい。すなわち、$n=0$　$F_{rn}=\sigma_x^*/2$、$F_{\theta n}=F_{zn}=0$ の解析結果と、$n=2$ の条件で $F_{rn}=\sigma_x^*/2$、$f_{\theta n}=-\sigma_x^*/2$、$f_{zn}=0$ の解析結果を重ね合せればよい。

同様に σ_z^* については、$(0,0,1)$ 面において

$$F_r=F_\theta=0,\ F_z=\sigma_z^* \qquad (9.3)$$

となって、この場合は軸対称荷重となる。

τ_{zx}^* の場合は $(1,0,0)$ 面において

$$\left.\begin{array}{l} F_r=F_\theta=0,\ F_z=\tau_{zx}^*\cos\theta \\ (0,0,-1)\text{ 面において} \\ F_r=-\tau_{xz}^*\cos\theta,\ F_\theta=\tau_{zx}^*\sin\theta,\ F_z=0 \end{array}\right\} \qquad (9.4)$$

として解けばよい。

その他の応力、σ_y^*, τ_{xy}^* については σ_x^* を90°回転させたり、これらを組合せることによって、その応力係数を知ることができるし、τ_{yz}^* は τ_{zx}^* の応力係数から求めることができる。その結果、σ_x^*, σ_z^*, τ_{zx}^* の3つについて調べれば、一般的な応力状態の場合の応力状態を知ることができる。いま、$\sigma_x^*=1$ のみが作用した場合の応力状態は式(付13)、(9.2)よりつぎのように表わすことができる。

$$
\{\sigma\}=\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{rz} \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{\theta z} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} A_1+A_2\cos 2\theta \\ A_3+A_4\cos 2\theta \\ A_5+A_6\cos 2\theta \\ A_7+A_8\cos 2\theta \\ A_9\sin 2\theta \\ A_{10}\sin 2\theta \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9.5)
$$

ここで、$A_1 \sim A_{10}$が応力係数で、r, zのみの関係であり、θには無関係に定められる。

同様に、荷重条件によって、σ_z^*, τ_{zx}^*の場合も応力係数を定めれば、応力状態$\{\sigma\}$は一般的な地山応力とつぎのような関係にあることがわかる。

$$
\{\sigma\}=[M]\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9.6)
$$

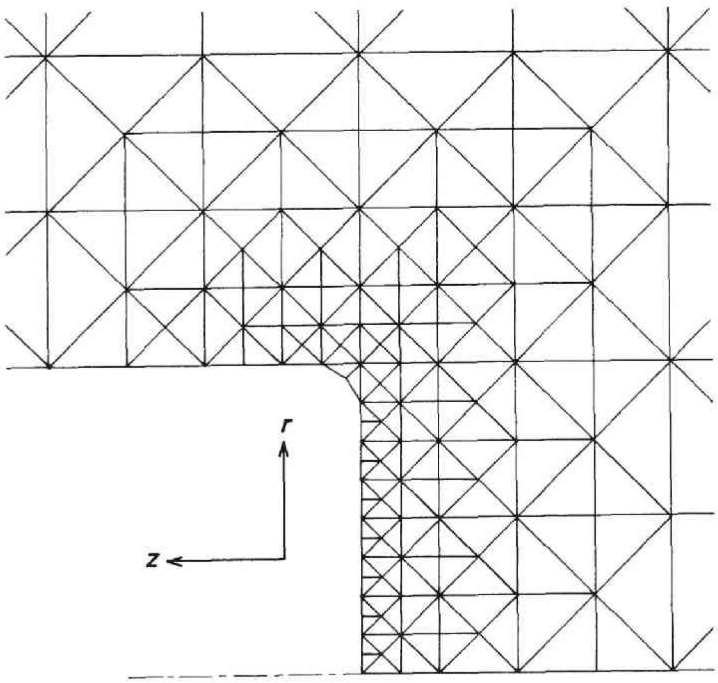
ここで、

$$
[M]=
$$

$$
\begin{bmatrix}
A_1+A_2\cos 2\theta, & A_1-A_2\cos 2\theta, & B_1, & C_1\cos\theta, & C_1\sin\theta, & 2A_2\sin 2\theta \\
A_3+A_4\cos 2\theta, & A_3-A_4\cos 2\theta, & B_2, & C_2\cos\theta, & C_2\sin\theta, & 2A_4\sin 2\theta \\
A_5+A_6\cos 2\theta, & A_5-A_6\cos 2\theta, & B_3, & C_3\cos\theta, & C_3\sin\theta, & 2A_6\sin 2\theta \\
A_7+A_8\cos 2\theta, & A_7-A_8\cos 2\theta, & B_4, & C_4\cos\theta, & C_4\sin\theta, & 2A_8\sin 2\theta \\
A_9\sin 2\theta, & -A_9\sin 2\theta, & 0, & C_5\sin\theta, & -C_5\cos\theta, & -2A_9\cos 2\theta \\
A_{10}\sin 2\theta, & -A_{10}\sin 2\theta, & 0, & C_6\sin\theta, & -C_6\cos\theta, & -2A_{10}\cos 2\theta
\end{bmatrix}
$$

ここで、$B_1 \sim B_4$がσ_z^*の荷重条件によって求められる応力係数であり、$C_1 \sim C_6$がτ_{zx}^*の荷重条件によって求められる応力係数であり、いづれもθには無関係である。

実際に解析にあたっては、まず、広い領域のモデルを節点数179、要素数311の分割で解き、切羽周辺部をさらに134節点、227要素に細分して、前に求めた解を境界条件とし解く方法を用いた。第9.2図に孔底近傍の要素分割を示す。なお、連立一次方程式の解法は共役傾斜法を用い、解は10^{-3}以上の収れんを



第9.2図　解析モデルの孔底近傍の要素分割

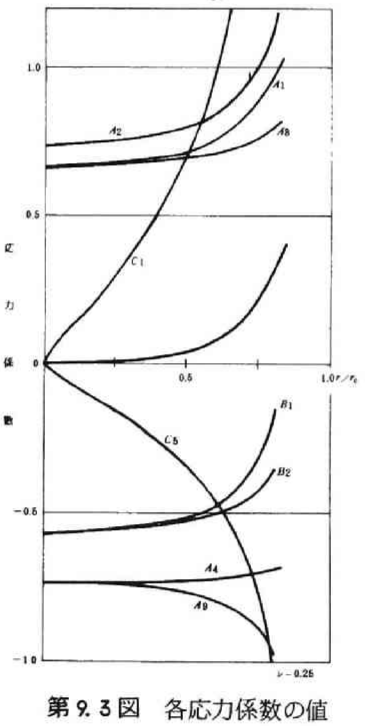
得るようにした。なお、計算は京都大学および名古屋大学大型計算機センターFACOM230－60を用いた。計算時間はある荷重条件の一つのnの値について179節点のモデルで5～6分、134節点のモデルで4分程度要した。

9.2.3　孔底面の応力状態

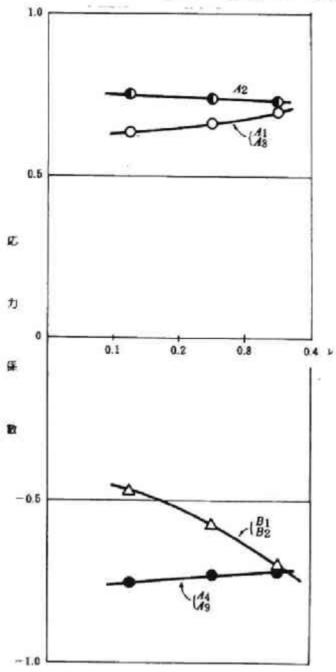
解析結果から孔底面の応力状態についてのみ以下に述べる。孔底では、$\sigma_z=\tau_{\theta z}=\tau_{zr}=0$は明らかからであるから、式(9.6)より孔底の応力と地山応力との関係はつぎのように書ける。

$$\begin{Bmatrix}\sigma_r\\ \sigma_\theta\\ \tau_{r\theta}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}A_1+A_2\cos2\theta, & A_1-A_2\cos2\theta, & B_1, & C_1\cos, & C_1\sin\theta, & 2A_2\sin2\theta\\ A_3+A_4\cos2\theta, & A_3-A_4\cos2\theta, & B_2, & C_2\cos, & C_2\sin\theta, & 2A_4\sin2\theta\\ A_9\sin2\theta, & -A_9\sin2\theta, & 0, & C_5\sin, & -C_5\cos\theta, & -2A_9\cos2\theta\end{bmatrix}\cdot\{\sigma^*\}\quad\cdots\cdots(9.7)$$

上式より10個の応力係数の値を知れば、孔底の応力状態を決定できることになる。第9.3図に、$\nu=0.25$として計算をおこなった場合の各応力係数の値を示す。横軸には、ボアホール底面中央からの距離を取っており、この距離rのみによって、各応力係数の値は決定されることになる。AやB系統の応力係数、すなわち、σ_x^*, σ_y^*, σ_z^*, τ_{xy}^*に関係する応力係数は、中央からボアホール半径の半分程度までは、ほぼ一定であることがわかる。しかし、τ_{xz}^*やτ_{yz}^*に関係するC_1, C_5は中心から離れるにしたがって急激に変化し、0.5～0.6r以上離れた所では、AやB系統の応力係数と同じかそれ以上に影響を持つようになる。また、一般に各応力係数は孔底隅角部に近づくにつれて変化するが、B_1, B_2の値は0に近づき応力集中が緩和される方向となり、その他のものは、ほとんど同じか、絶対値が大きくなる。なお、これらの応力係数は、岩盤のヤング率には関係しないがポアソン比νによって変化する。第9.4図



第9.3図　各応力係数の値



第9.4図　孔底中心での応力係数とポアソン比の関係

は孔底中央での値がνによってどのように変化するかを示したものである。ただし、C_1, C_2, C_5はνの値によらず孔底中央では零である。

この図より明らかなように、もっとも大きく影響をうけるのは$\sigma_z{}^*$に関係するB_1, B_2であり、他はそれほど変らないことがわかる。

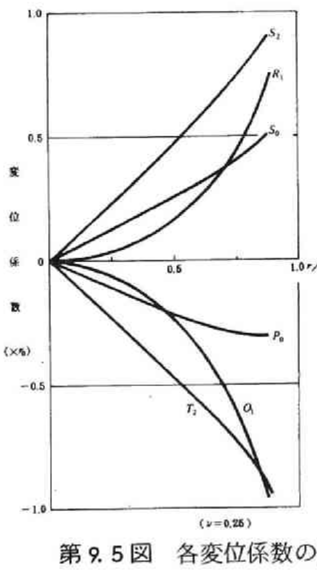
9.3 孔底ひずみ法における一般的な観測方程式

先に述べた解析結果より、孔底ひずみ法の際、測定されるひずみと地山応力の関係を与える観測方程式をゲージの位置や長さをパラメータとして一般的に書くことができる。

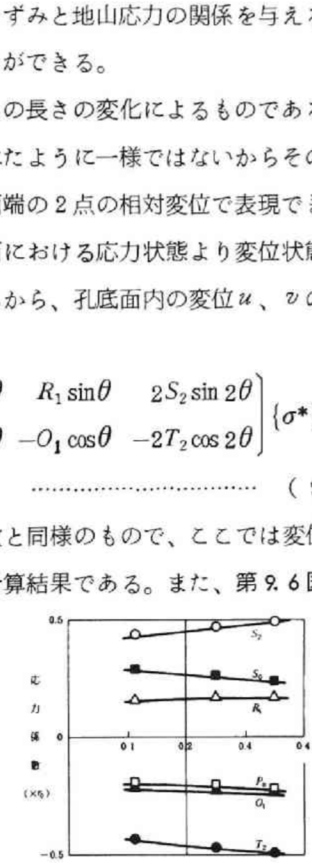
一般に、ひずみ計ゲージにより測定されるひずみは、ゲージの長さの変化によるものである。したがって、孔底において測定されるひずみは、応力状態が先に述べたように一様ではないからその間の平均的なひずみとなる。さらに、ゲージの長さの変化は、ゲージ両端の2点の相対変位で表現できるものとする。このような場合、測定ひずみを表現するのには、孔底面における応力状態より変位状態の方が便利である。そこで、測定ひずみに対し、面外変位は無視できるから、孔底面内の変位u、vのみについて解析結果を示せばつぎのようになる。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{1}{E}\begin{bmatrix} S_0+S_2\cos 2\theta & S_0-S_2\cos 2\theta & P_0 & R_1\cos\theta & R_1\sin\theta & 2S_2\sin 2\theta \\ T_2\sin 2\theta & -T_2\sin 2\theta & 0 & O_1\sin\theta & -O_1\cos\theta & -2T_2\cos 2\theta \end{bmatrix}\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (9.8)$$

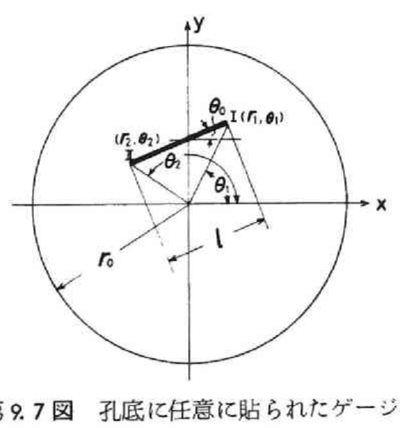
ここで、Eは岩石のヤング率、S_0. S_2----は、先の応力係数と同様のもので、ここでは変位係数と呼ぶ。第9.5図に示したものが、$\nu=0.25$の場合の変位係数の計算結果である。また、第9.6図は、これらの値の$r=r_0/2$の点でのポアソン比による変化である。変位係数は応力係数にくらべあまりポアソン比によって変化しないことがわかる。さて、第9.7図のように、孔



第9.5図　各変位係数の値



第9.6図　変位係数のνによる変化($r=\frac{r_0}{2}$)



第9.7図　孔底に任意に貼られたゲージ

底にゲージが貼付されているものとする。ゲージの両端の点をⅠ、Ⅱそれらの座標をそれぞれ(r_1, θ_1), $(r_2 \cdot \theta_2)$とし、ゲージ長ℓ、x軸とゲージの方向となす角をθ_0と、すると、式(9.8)より点Ⅰ、Ⅱの変位は次の様に書ける。

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} A_{\mathrm{I}} \\ \\ A_{\mathrm{II}} \end{pmatrix} \{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (9.9)$$

ただし、A_{I}, A_{II}は、式(9.8)の右辺のマトリックスにそれぞれ$r=r_1$, $r=r_2$を代入して得られるものである。つぎに点Ⅰ、Ⅱの長さの変化のx、y方向の成分を$\triangle x$、$\triangle y$とすれば、これらは次のように表わせる。

$$\begin{Bmatrix} \triangle x \\ \triangle y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & -\cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_2 & -\cos\theta_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots (9.10)$$

これらをゲージの長さの変化$\triangle \ell$になおせば、

$$\triangle \ell = (\cos\theta_0 \quad \sin\theta_0) \begin{Bmatrix} \triangle x \\ \triangle y \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots (9.11)$$

ただし、θ_0は次の様に表わすこともできる。

$$\left.\begin{aligned} \cos\theta_0 &= \frac{x_1 - x_2}{\ell} = \frac{r_1\cos\theta_1 - r_2\cos\theta_2}{\ell} \\ \sin\theta_0 &= \frac{y_1 - y_2}{\ell} = \frac{r_1\sin\theta_1 - r_2\sin\theta_2}{\ell} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (9.12)$$

さて、測定ひずみを$\overline{\varepsilon}$とすれば、これは次の様に書ける。

$$\overline{\varepsilon} = \triangle \ell / \ell \quad \cdots\cdots (9.13)$$

そこで式(9.9)、(9.10)、(9.11)を上式に代入していけば、測定ひずみ$\overline{\varepsilon}$と地山応力の関係が得られる。これを次の様に書くことにする。

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{E\ell}(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \zeta, \eta)\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (9.14)$$

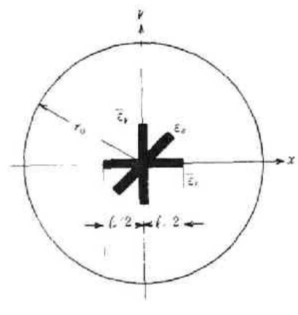
ここで、

$$\begin{aligned} \alpha = &\{S_0(r_1) + S_2(r_1)\cos 2\theta_1\}\cos(\theta_0 - \theta_1) + T_2(r_1)\sin 2\theta_1 \sin(\theta_0 - \theta_1) \\ &-\{S_0(r_2) + S_2(r_2)\cos 2\theta_2\}\cos(\theta_0 - \theta_2) - T_2(r_2)\sin 2\theta_2 \sin(\theta_0 - \theta_2) \\ \beta = &\{S_0(r_1) - S_2(r_1)\cos 2\theta_1\}\cos(\theta_0 - \theta_1) - T_2(r_1)\sin 2\theta_1 \sin(\theta_0 - \theta_1) \\ &-\{S_0(r_2) - S_2(r_2)\cos 2\theta_2\}\cos(\theta_0 - \theta_2) + T_2(r_2)\sin 2\theta_2 \sin(\theta_0 - \theta_2) \\ \gamma = &P_0(r_1)\cos(\theta_0 - \theta_1) - P_0(r_2)\cos(\theta_0 - \theta_2) \end{aligned}$$

$$\delta = R_1(r_1)\cos\theta_1\cos(\theta_0-\theta_1)+O_1(r_1)\sin\theta_1\sin(\theta_0-\theta_1)-R_1(r_2)\cos\theta_2\cos(\theta_0-\theta_2)$$
$$-O_1(r_2)\sin\theta_2\sin(\theta_0-\theta_2)$$
$$\zeta = R_1(r_1)\sin\theta_1\cos(\theta_0-\theta_1)-O_1(r_1)\cos\theta_1\sin(\theta_0-\theta_1)-R_1(r_2)\sin\theta_2\cos(\theta_0-\theta_2)$$
$$+O_1(r_2)\cos\theta_2\sin(\theta_0-\theta_2)$$
$$\eta = 2S_2(r_1)\sin 2\theta_1\cos(\theta_0-\theta_1)-2T_2(r_1)\cos 2\theta_1\sin(\theta_0-\theta_1)$$
$$-2S_2(r_2)\sin 2\theta_2\cos(\theta_0-\theta_2)+2T_2(r_2)\cos 2\theta_2\sin(\theta_0-\theta_2)$$

ただし、$S_0(r_1)$は$r=r_1$ のときのひずみ係数S_0の値を示す。式（ 9.14 ）が、測定ひずみと地山応力の関係を与える一般的な観測方程式である。そこで、α、β、γ、 ・ を一般的なひずみ係数と呼ぶことにする。

9.4 孔底ひずみ法におけるひずみ係数の検討



第9.8図 孔底面でのひずみ測定方向

孔底ひずみ法では、第9.8図に示したような$\overline{\varepsilon}_x$,$\overline{\varepsilon}_a$,$\overline{\varepsilon}_y$ の3方向のひずみが測定される。そこで、式（ 9.14）から、これらのひずみに対する観測方程式を導くと次の様になる。ゲージの長さをℓとし、各ゲージともその中心と孔底の中心は一致して貼付されている。したがって、たとえばx方向のゲージの両端の点は（ $\ell/2$, 0 ）、（ $\ell/2$, π ）、また$\theta_0=0$となる。これを式（ 9.14 ）に代入すれば、$\overline{\varepsilon}_x$は次の様に表わされる。

$$\overline{\varepsilon}_x=\frac{1}{E\ell}\Bigl(2\{S_0(\ell/2)+S_2(\ell/2)\},2\{S_0(\ell/2)-S_2(\ell/2)\},2P_0(\ell/2),$$
$$0,0,0\Bigr)\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9.15)$$

同様に、

$$\overline{\varepsilon}_a=\frac{1}{E\ell}\Bigl(2S_0(\ell/2),2S_0(\ell/2),2P_0(\ell/2)$$
$$0,0,4S_2(\ell/2)\Bigr)\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9.16)$$

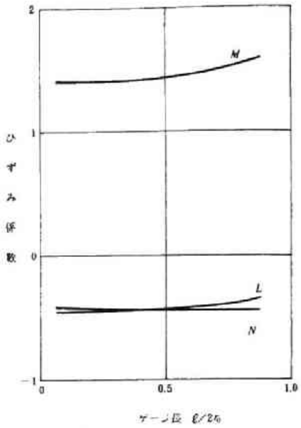
$$\overline{\varepsilon}_y=\frac{1}{E\ell}\Bigl(2\{S_0(\ell/2)-S_2(\ell/2)\},\ 2\{S_0(\ell/2)+S_2(\ell/2)\},$$
$$2P_0(\ell/2),0,0,0\Bigr)\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9.17)$$

そこで、

$$M=2\{S_0(\ell/2)+S_2(\ell/2)\}/\ell$$
$$N=2\{S_0(\ell/2)-S_2(\ell/2)\}/\ell \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9.18)$$
$$L=2P_0(\ell/2)/\ell$$

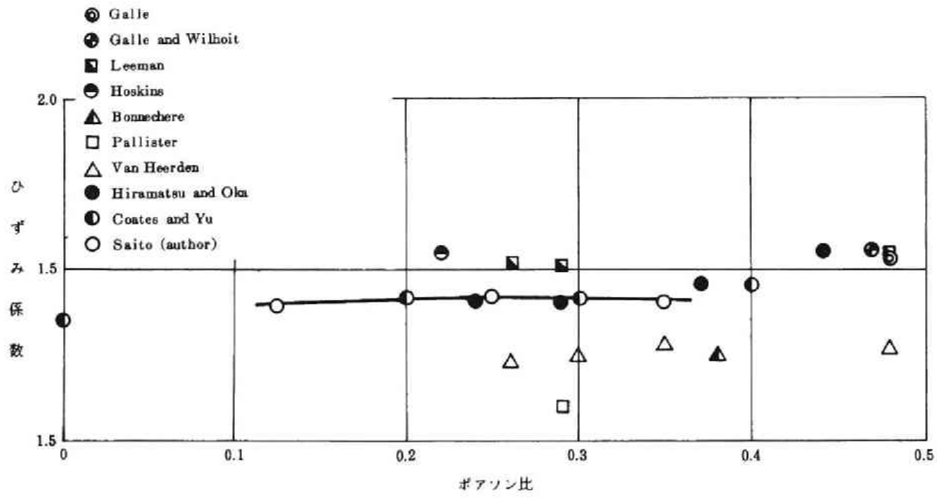
とおけば、式(9.15)、(9.16)、(9.17)は、先に述べた式（ 8.5 ）の観測方程式と一致することがわかる。また、式（ 9.18）を用いれば、ゲージ長ℓが与えられると、第9.5図の変位係数を用いて、ひず

み係数L、M、Nを決定することができる。第9.9図に$\nu=0.25$の場合のゲージ長ℓによるL、M、Nの値の変化を示す。図よりも明らかなように$\ell/2r_0\leq0.5$の範囲では、各係数ともほとんど変化せず、この範囲ならゲージ長の影響は考えなくもよいことがわかる。また、実際に用いているのは$\ell/2r_0=0.08\sim0.13$程度である。しかし、一般的な傾向としてM、Nはその絶対値が大きくなり、Lでは逆に小さくなる。

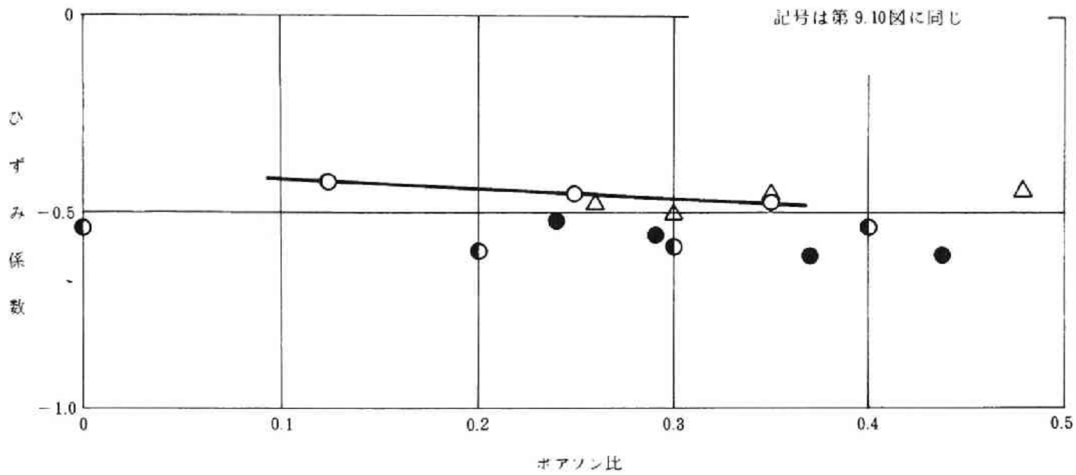


第9.9図　ゲージ長によるひずみ係数の変化（$\nu=0.25$）

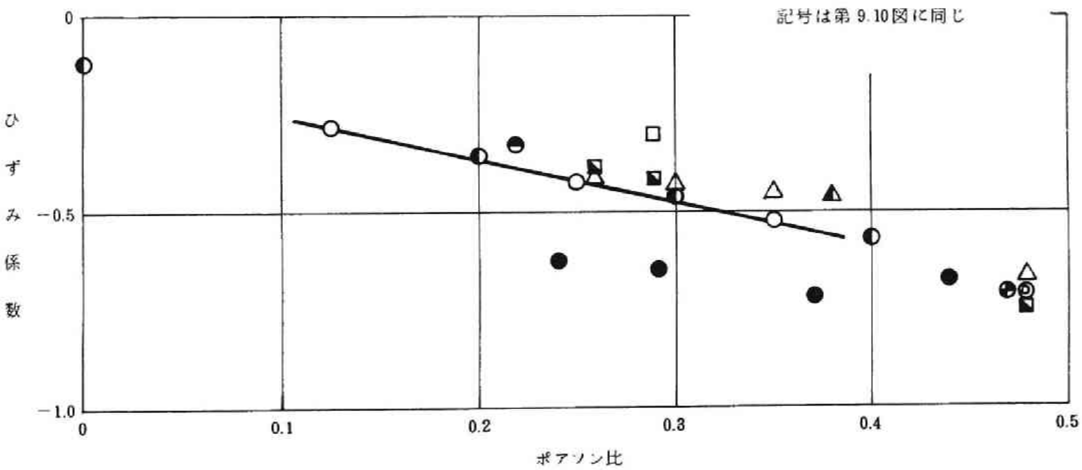
次に、第9.6図に示したように変位係数は、ポアソン比によって影響をうけるから、ひずみ係数も当然ポアソン比によって変化する。第9.10～9.12図に、それぞれM、L、Nのポアソンによる変化を示した。なお、これらの図には、これまでに報告されている実験値や計算値も併記した。なお、これらの多くは、応力係数の形で報告されたものであるが、すべてひずみ係数に換算して示した。Mの値はLeemanらの値を除けば、ほぼ、1.4～1.5の値が測定されており、ポアソン比が大きくなるに従っていくぶん上昇する程度である。Lの値もポアソン比が大きくなるに従いいくぶん絶対値が大きくなる程度で、ほぼ$-0.45\sim-0.55$程度である。しかし、Nの値は、かなりポアソン比の影響をうけ、ポアソン比が大きくなるに従って絶対値は大きくなる。筆者の計算によっても$\nu=0.1$で$N=-0.25$から$\nu=0.4$で$N=-0.6$程度にまで変化した。



第9.10図　ひずみ係数Mとポアソン比の関係



第 9.11図　ひずみ係数Lとポアソン比の関係



第 9.12図　ひずみ係数Nとポアソン比の関係

9.5 ゲージのずれや回転による測定ひずみの誤差

実際に、孔底ひずみ法による応力測定を実施してみると、ゲージが孔底中央よりずれたり、回転して貼付され、第9.8図に示したような定められた位置に正しく接着されていないことを多く経験した。とくに回転して接着される場合が多く、回転角が大きい場合には、座標軸そのものを回転して補正を行なっている。また、最近では、ストレインセルの接着装置に電気的な信号で検知できるような水準器を取付け、正確な接着が行なわれるよう考慮している。しかし、それでも多少のゲージのずれや回転は避けられない。そこで、以下に、ゲージが孔底中心からずれたり回転して貼られた場合の測定ひずみの誤差を、その観測方程式の違いから検討した。

第9.8図のように、ゲージが正しい位置に貼付されているときの観測方程式は式（9.15）～（9.17）に示した通りであるが、これらを式（9.18）を用いて、L、M、Nで表わせば次式の様になる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_x \\ \bar{\varepsilon}_a \\ \bar{\varepsilon}_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} M & N & L & 0 & 0 & 0 \\ (M+N)/2 & (M+N)/2 & L & 0 & 0 & M-N \\ N & M & L & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\sigma^*\}$$

$$= \frac{1}{E}[H]\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots \quad (9.19)$$

また、ゲージがずれて貼られた場合の測測方程式は式（9.14）より、一般的に次の様に書くことができる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}'_x \\ \bar{\varepsilon}'_a \\ \bar{\varepsilon}'_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \alpha_x & \beta_x & \gamma_x & \delta_x & \zeta_x & \eta_x \\ \alpha_a & \beta_a & \gamma_a & \delta_a & \zeta_a & \eta_a \\ \alpha_y & \beta_y & \gamma_y & \delta_y & \zeta_y & \eta_y \end{bmatrix} \{\sigma^*\}$$

$$= \frac{1}{E}[H']\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots \quad (9.20)$$

いま、ゲージがずれて貼られているにかかわらず、正規な位置にあるものとして観測方程式を立てると、次の様になる。

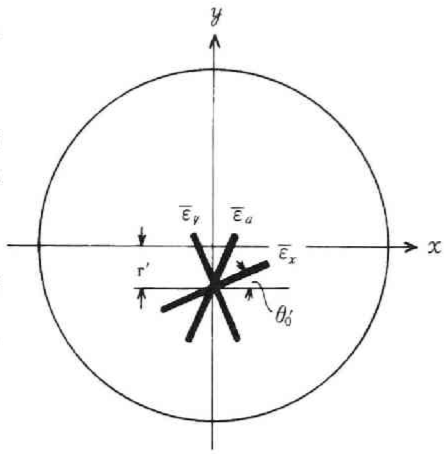
$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}'_x \\ \bar{\varepsilon}'_a \\ \bar{\varepsilon}'_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{E}[H]\{\sigma^{*\prime}\} \quad \cdots\cdots \quad (9.21)$$

この場合、当然地山応力状態を正しく求めることはできなくなる。ここでは、この地山応力の誤差を測定ひずみの誤差として検討することにする。測定ひずみの誤差を$\triangle\varepsilon_x$、$\triangle\varepsilon_a$、$\triangle\varepsilon_y$とすると、式（9.19）式（9.20）より次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \triangle\bar{\varepsilon}_x \\ \triangle\bar{\varepsilon}_a \\ \triangle\bar{\varepsilon}_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}'_x \\ \bar{\varepsilon}'_a \\ \bar{\varepsilon}'_y \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_x \\ \bar{\varepsilon}_a \\ \bar{\varepsilon}_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{E}([H']-[H])\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots \quad (9.22)$$

上式より、測定ひずみの誤差は〔H'〕を検討することによって知ることができるが、その大きさについては地山応力の値に依ることがわかる。

さて、測定の際、もっとも生じやすいゲージのずれは、ゲージの中心が孔底の中心から下方にずれるものとゲージの回転によるずれである。ここでは、この2つの場合について検討する。第9.13図は、ゲージの下方へずれr'と回転によるずれθ_0'が同時に起っている場合を示す。



第9.13図　ゲージの下方へのずれと回転ずれ

まず、回転のみによるゲージずれの場合は、式(9.14)においてθ_1、θ_2、θ_0の代りに$\theta_1+\theta_0'$、$\theta_2+\theta_0'$、$\theta_0+\theta_0'$を代入することによって、観測方程式は次の様になる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_x' \\ \bar{\varepsilon}_a' \\ \bar{\varepsilon}_y' \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} M' & N' & L & 0 & 0 & 2s \\ (M'+N')/2-s & (M'+N')/2+s & L & 0 & 0 & M'-N' \\ N' & M' & L & 0 & 0 & -2s \end{bmatrix} \{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9.23)$$

ここで、
$$M' = 2\{S_0(\ell/2)+S_2(\ell/2)\cos\theta_0'\}/\ell$$
$$N' = 2\{S_0(\ell/2)-S_2(\ell/2)\cos\theta_0'\}/\ell$$
$$s = 2S_2(\ell/2)\sin 2\theta_0'$$

上式と式(9.19)を比較すればわかるように、この場合には、M、Nがいくぶん変化するだけでなく、sに示すような係数の影響が現われ、$\bar{\varepsilon}_x$、$\bar{\varepsilon}_y$が新たにせん断力τ_{xy}^*による影響をうけるほか、$\bar{\varepsilon}_a$もσ_x^*、σ_y^*のひずみ係数が異なってくる。第9.14図は$\nu=0.25$の場合のθ_0とこれらの係数の関係を示したものである。L'、M'、N'の変化はそれほどではないがsの変化が大きいことがわかる。

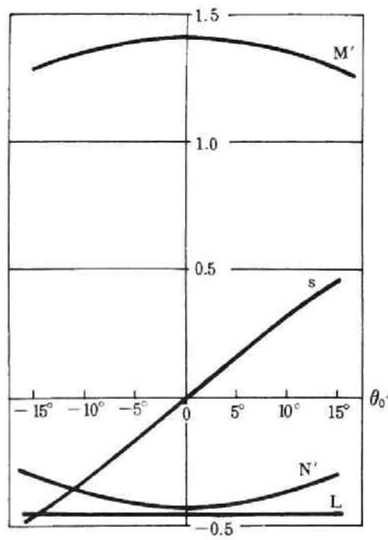
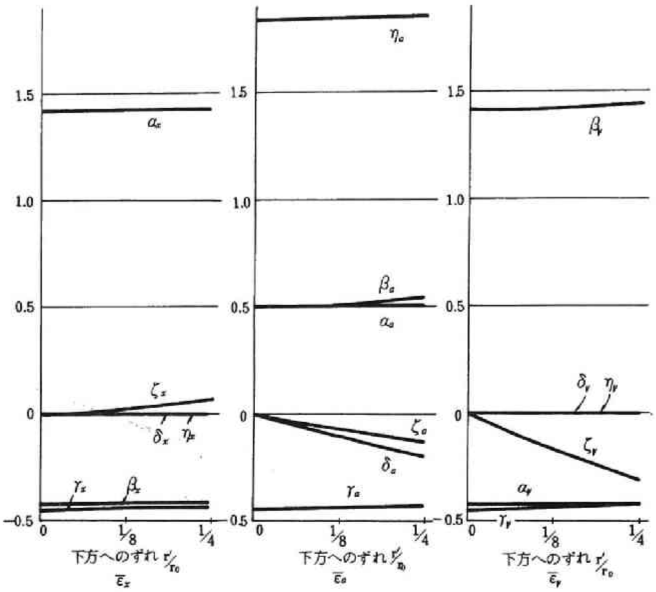


図9.14図　回転によるずれとひずみ係数の変化($\nu=0.25$, $\ell/2r_0=1/8$)

次に、下方へのずれr'のみの場合について述べる。観測方程式は式(9.14)に各ゲージの両端の座標を代入することによって得ることができる。第9.15図に示したものは、ゲージ長$\ell=0.25r_0$の場合の下方ずれによるひずみ係数の変化を式(9.20)の表示に従って示したものである。この図で$r'/r_0=0$における各係数の値が、正規の位置にゲージがある場合のものである。一般にあまり大きな変化を示さないが、δ係数、すなわちτ_{xz}^*による影響が各測定ひずみに現れる。

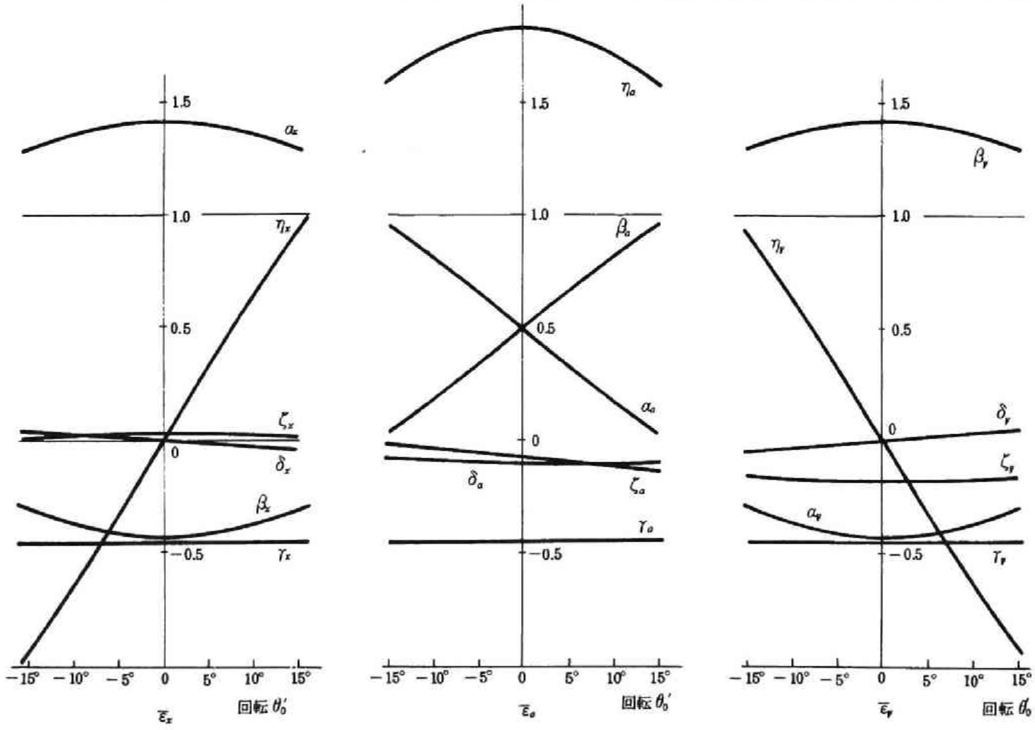
さらに、下方へのずれと回転が同時に起こる場合の例として、



第9.15図　下方へのずれと各係数の関係（$\nu=0.25$, $\ell/2r_0=1/8$）

$r'/r_0=1/8$で θ_0' が変化する場合のひずみ係数の変化を第9.16図に示す。その傾向は下方へのずれがない場合とほぼ変わりないが、δ、ζ 係数、すなわち τxz^*、τxz^* による影響もいくぶん現われる。また、α、β 係数の変化も $r'=0$ の場合にくらべ大きくなっている。

以上の結果より、ゲージのずれによる測定ひずみの誤差は、せん断力の影響によるものが大きいことが



第9.16図　$r'/r_0=1/8$ の場合の回転ずれと各係数の関係（$\nu=0.25$, $\ell/2r_0=1/8$）

わかる。このことは、第9.3図に応力係数で示したように、孔底面の $r \leqq 0.5r_0$ の範囲では、せん断力 τ_{xz}^*、τ_{yz}^* の影響以外は、ほぼ一様な応力状態が得られることからもうなづける。

9.6 ゲージずれなどによる地山応力測定値の誤差

ゲージのずれなどによる地山応力の測定誤差については、一本のボアホールの結果からは検討することができない。いま、3本のボアホールによる測定結果から、6個の正規方程式が得られたとする。このうち、正しい位置にゲージがある場合の結果から得られるものを次の様に書く。

$$\{\bar{\varepsilon}\} = \frac{1}{E}[S]\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (9.24)$$

また、ゲージずれなどの結果を含むから求められたものを、次の様に書く。

$$\{\bar{\varepsilon}'\} = \frac{1}{E}[S']\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (9.25)$$

測定値 $\{\bar{\varepsilon}'\}$ から計算される地山応力 $\{\sigma^{*\prime}\}$ は次式の様になる。

$$\{\sigma^{*\prime}\} = E[S]^{-1}\{\bar{\varepsilon}'\} \quad \cdots\cdots (9.26)$$

上式に式(9.25)を代入すれば

$$\{\sigma^{*\prime}\} = [S]^{-1}[S']\{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (9.27)$$

また、測定ひずみの誤差から計算される $\{\triangle\bar{\varepsilon}\}$ を次の様に定義する。

$$\{\triangle\bar{\varepsilon}\} = \{\bar{\varepsilon}'\} - \{\bar{\varepsilon}\} \quad \cdots\cdots (9.28)$$

上式を式(9.26)に代入すれば

$$\{\sigma^{*\prime}\} = E[S]^{-1}(\{\bar{\varepsilon}\} + \{\triangle\bar{\varepsilon}\})$$

それゆれ　$\{\triangle\sigma^*\} = E[S]^{-1}\{\triangle\bar{\varepsilon}\} \quad \cdots\cdots (9.29)$

以上より、地山応力へのゲージずれなどの誤差を検討する場合には、式(9.27)を用いて、その傾向を知ることができる。また、ひずみの測定誤差から、地山応力の誤差を評価する場合は式(9.29)を用いればよい。しかし、この場合も、その誤差の大小については測定するべき地山応力に依ることになる。なお、[S]や[S']は、先に求めた式(9.19)、式(9.20)の観測方程式のほかに、各ボアホールの方向を考慮して求めることになる。

9.7 結　　　言

有限要素法を用いて、孔底付近の三次元的な応力解析を行ない、孔底ひずみ法における一般的な観測方程式を示した。

従来、孔底の中央にロゼットゲージを貼りつける方法が主として行なわれて来たが、地山応力状態を決定する際に用いるひずみ係数については、最近、各国で研究の対象となり、研究者により種々の値が提案されている。著者は、上記の解析結果から、これらのひずみ係数を正確に決定することに成功し、ポアソン比との関係を明らかにした。

次に、各ひずみの測定誤差が各地山応力成分 $\{\sigma^*\}$ 計算値に及ぼす影響を明らかにした上で、ひずみゲージの定位置からずれることによる $\{\sigma^*\}$ 計算値の誤差を示すのに、定位置に貼られた各ひずみゲージの測定誤差として表わすことを試み、その誤差を数式で示した。この解析結果によって検討し、この種の誤差はゲージのずれ量ばかりでなく地山応力状態にも依存することを明らかにした。実際の測定に際して、著者は、ロゼットゲージの方向の誤差は、x、y座標を適当に回転することによって誤差を補正し、ジージ中心のずれによる $\{\sigma^*\}$ の計算値の誤差は、予想されるゲージずれの程度と、第一近似的に求められた地山応力から知ることにした。

しかし、実際には、このほか、測定誤差、岩盤のヤング率の評価の誤差、ボアホール方向の測定誤差などから $\{\sigma^*\}$ の計算値に誤差を生じるのはやむをえない。[17]

第10章　多ゲージ素子による孔底ひずみ法の開発

10.1　緒　　言

従来の孔底ひずみ法による応力解放法においては、一本のボアホールにおいて3つの観測方程式しか得られないため、完全な地山応力を決定するためには、方向の異なった少なくとも3本のボアホールにおける測定を必要とする。また、直径変化法による場合でも同様に3本のボアボールを必要とする。

一方、実際の現場における測定の際、最も時間と経費を要するのは削孔作業であり、これによって測定作業の能率が決定されるといっても過言ではない。たとえば、坑道から3本のボアホールを削孔する場合そのうち2本は坑道方向と斜交する方向に削孔する必要があるから、坑道からℓ (m) 離れた地点での測定には、ボーリングの総削孔長はℓの3.3～3.8倍にもなる。また、ボーリング機械の移設の手数も大きく、く、そのために削孔速度の速い大型ボーリング機械を用いることもできない。

そこで、測定を能率的に行なうために、1本のボアホールの測定のみによって三次元的な地山応力を決定する方法の開発が強く望まれている。現在までに考えられている方法は、ボアホールの壁面の解放ひずみを測定する方法[1)]や応力解放時のボアホールの変形を測定する方法[2),3)]がある。前者は、南アフリカ連邦で実用化されているが、一般に測定装置は複雑なものとなり、後者は未だ実用に到っていない。

そこで筆者らは孔底に少なくとも6個以上のゲージをその位置を変えて貼り、第9章で述べた一般的な測定ひずみの観測方程式を用いて地山応力が計算できないものかと考え検討を行った。[4)] この方法であれば、一本のボアホールのみによって地山応力が決定できるほか測定技術は、従来の孔底ひずみ法のものをそのまま用いることができる。

10.2　多ゲージ法による地山応力の決定

孔底の任意の位置に貼付されたひずみゲージにより測定された量と地山応力の関係は、式 (9.14) より一般的なひずみ係数を用いて次式のように書ける。

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{E\ell}\,(\ \alpha、\beta、\gamma、\delta、\zeta、\eta\ )\ \{\ \sigma^*\} \quad \cdots\cdots (10.1)$$

ここで、α、β、……… ηはゲージの位置によって決まるひずみ係数であり、ℓはゲージ長、Eは岩石のヤング率である。

いま、孔底に、その位置を変えて、6個のゲージを貼り、応力解放により各ゲージのひずみ$\{\ \bar{\varepsilon}\ \}^T$= $\{\ \bar{\varepsilon}_1、\bar{\varepsilon}_2\ \cdots\cdots\cdots、\bar{\varepsilon}_6\}$を測定できたとすると、式 (10.1) より次の様な観測方程式を導くことができる。

$$\{\ \bar{\varepsilon}\ \} = \frac{1}{E}\,[\ M\ ]\ \{\ \sigma^*\} \quad \cdots\cdots (10.2)$$

ただし、

$$[\ M\ ] = \begin{bmatrix} \alpha_1、\beta_1 \cdots\cdots & \eta_1 \\ \vdots\quad\ \vdots & \vdots \\ \alpha_6、\beta_6 \cdots\cdots & \eta_6 \end{bmatrix}$$

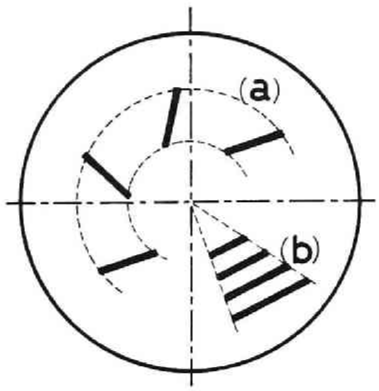
そこで、Mの行列式の値が零でなければ、式（10.2）より地山応力を次式によって求めることができる。

$$\{\sigma^*\} = E〔M〕^{-1}\{\bar{\varepsilon}\} \qquad (10.3)$$

以上が、筆者らの提案する多ゲージ法の基本的な考え方である。しかし、実際にこの方法を適用するためには、〔M〕$^{-1}$が求められなくてはならない。また、たとえ求まってもその性質が悪ければ、精度よく地山応力を決定することはできない。そこで、〔M〕$^{-1}$を高い精度で求めるためには、各観測方程式の独立性が良くなるようにゲージの位置を選ぶ必要がある。なお、測定ゲージの数を6個以上とし、多くの観測方程式から正規方程式を求め、解の精度を上げることはもちろん可能である。

10.3 観測方程式の独立性とゲージ位置の決定

いま、孔底のゲージ群が、第10.1図に示すゲージ(a)のように、ある1つのゲージを回転させた位置にすべてのゲージがある場合を考える。この場合、ひずみ係数を与える式（9.14）の中で、変位係数S_0、S_2 ………、および（$\theta_0-\theta_1$）、（$\theta_0-\theta_2$）はすべてのゲージで一定となる。そこで各ゲージの観測方程式は、次の様に書くことができる。



第10.1図　ゲージ配置の基本パターン

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{E\ell}\{a + b\cos 2\theta + c\sin 2\theta,\ a - b\cos 2\theta - c\sin 2\theta,\ d,\ e\sin\theta + f\cos\theta,\ e\cos\theta - f\sin\theta,\ 2b\sin 2\theta - 2c\cos 2\theta\}\{\sigma^*\} \qquad (10.4)$$

ここで、a、b、………、fは一定値である。

このゲージ群に対する〔M〕は式（10.4）のθを種々変化させれば求めることができる。しかし、式（10.4）の形からもわかるように、ゲージの数をいくら増しても〔M〕の階数は5以上にならないことがわかる。すなわち、このような回転のみによって作られたゲージ群はそのうちの5個しか独立できないことがわかる。

また、第10.1図のゲージ(b)のように、θを変化させずにrだけを変化させて作ったゲージ群について同様に検討すれば、その独立性はS_0、S_2、T_2、P_0、R_1、O_1 の6つの変位係数の各rに対する値の組（$S_0(r)$、$S_2(r)$、$T_2(r)$、$P_0(r)$、$R_1(r)$、$O_1(r)$）の独立性に依ることがわかる。すなわち第9.5図に示した、変位係数のすべてが、rに対して比例的に変化するような個所を選ばなければ、このようなゲージ群から得られる〔M〕は最高階数6となり、〔M〕$^{-1}$を求めることができる。しかし、そのためには、$r \geqq \frac{r_0}{2}$なる所に集中して配置しなくてはならない。

実際には、以上の2つのゲージ配置を合わせて用いることが、〔M〕$^{-1}$の計算精度、およびゲージ製作上も望ましい。以下に、ゲージの数の総数を6個、8個とした場合の具体的なゲージ配置について述べる。なお、ゲージ素子の型として、第10.2図に示したように、ゲージ両端のθ座標の等しいrゲージ、rが

等しいθゲージ、θゲージの弦にあたるcゲージの3つを選んだ。

θゲージに関する観測方程式は式（9.14）を用いることができなない。しかし、簡単に次の様に求めることができる。

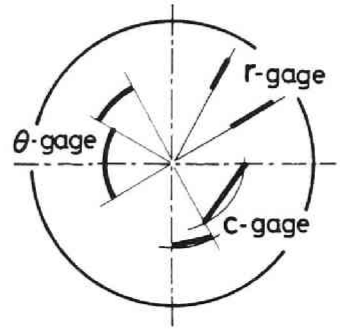
ε_θ は変位 u、v で次の様に表わせる。

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r}\left(u + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \quad \cdots\cdots (10.5)$$

いま、ゲージの両端のθ座標を θ_1、θ_2 とすれば、測定ひずみ $\bar{\varepsilon}_\theta$ は次の様に式（10.5）を用いて次の様に計算できる。

$$\bar{\varepsilon}_\theta = \left(\int_{\theta_2}^{\theta_1} \varepsilon_\theta \, r \, d\theta \right) \Big/ \int r \, d\theta$$

$$= \frac{1}{r(\theta_2 - \theta_1)} \left[\int_{\theta_2}^{\theta_1} u \, d\theta + (v_{\theta_2} - v_{\theta_1}) \right] \quad \cdots\cdots (10.6)$$



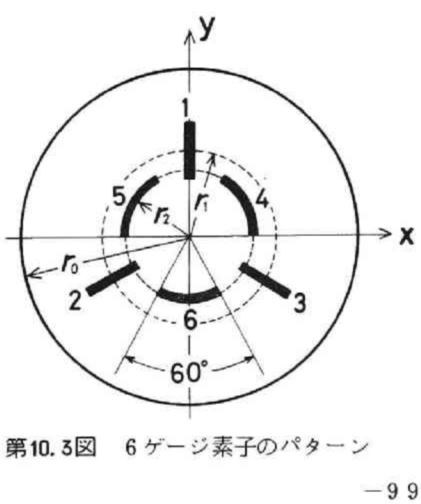
第10.2図　孔底におけるゲージの型素子

上式に式（9.8）で求められた、u、v を代入すれば観測方程式が得られる。

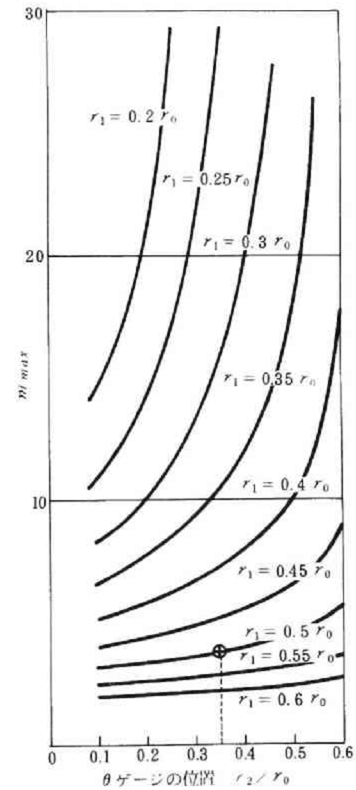
10.3.1　6ゲージ素子による方法

ゲージ配置として第10.3図に示したように、3個のrゲージと3個のθゲージからなるものを考えた。rゲージの中心の r 座標を r_1、θゲージの r 座標を r_2 とした場合、この両者を種々変化させた場合の〔M〕について検討を行なった。ただし、rゲージ長さを0.4 r_0、θゲージの広がりを60°としている。

また、〔M〕の良否を判断するために、〔M〕$^{-1}$ を作り、その要素の最大値 m_{max} を調べ、この大きさによって判定した。この値が大きいことは、Mの行列式の値が小さいことを、すなわち〔M〕が特異に近くなることを一般に意味している。第10.4図にそれを示した。この図は横軸に r_2 をとり、パラメータに r_1 の値をとっている。この図からわかるように、m_{max} が小さくなり〔M〕$^{-1}$ が精度良く求まるのは r_1 が大きく、r_2 が小さい場合であることがわかる。すなわち、rゲージはできるだけ外側に、θゲージは内側にくるようにゲージを配置すべきことがわかる。



第10.3図　6ゲージ素子のパターン



第10.4図〔M〕$^{-1}$ の最大要素のゲージ位置による変化（6ゲージ素子）

しかし、実際上はrゲージをあまり外側に配置すると、応力解放ボーリングの径を大きくしなくてはならないことや、孔底隅角部の応力集中個所に近づくため測定が不安定となるなどの不都合が生じる。また、θゲージをあまり中心に近づけるとゲージ長さが短かくなってしまう。そこでこの例では、$r_1=0.5r_0$、$r_2=0.35r_0$程度が適当と判断した。この時の観測方程式〔M〕と逆マトリックス$〔M〕^{-1}$を第10.1表に示示す。ゲージ番号は第10.3図のとおりである。

第10.1表　6ゲージ素子の観測方程式と逆マトリックス

（$\nu=0.125$、$r_1=0.5r_0$、$r_2=0.35r_0$）

(1)　観測方程式の〔M〕

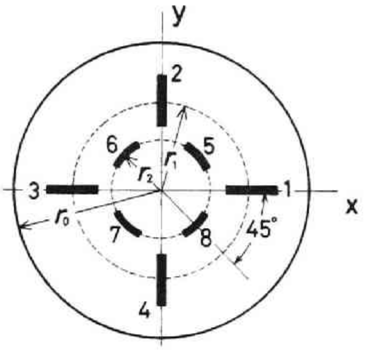
測定ひずみ	σ_x^*	σ_y^*	σ_z^*	τ_{zx}^*	τ_{yz}^*	τ_{xy}^*
$\bar{\varepsilon}_1$	−0.330	1.542	−0.338	0	0.711	0
$\bar{\varepsilon}_2$	1.074	0.138	−0.338	−0.615	−0.355	1.621
$\bar{\varepsilon}_3$	1.074	0.138	−0.338	0.615	−0.355	−1.621
$\bar{\varepsilon}_4$	0.209	0.915	−0.407	−0.075	−0.043	−1.222
$\bar{\varepsilon}_5$	0.209	0.915	−0.407	0.075	−0.043	1.222
$\bar{\varepsilon}_6$	1.267	−0.143	−0.407	0	0.087	0

(2)　逆マトリックス$〔M〕^{-1}$

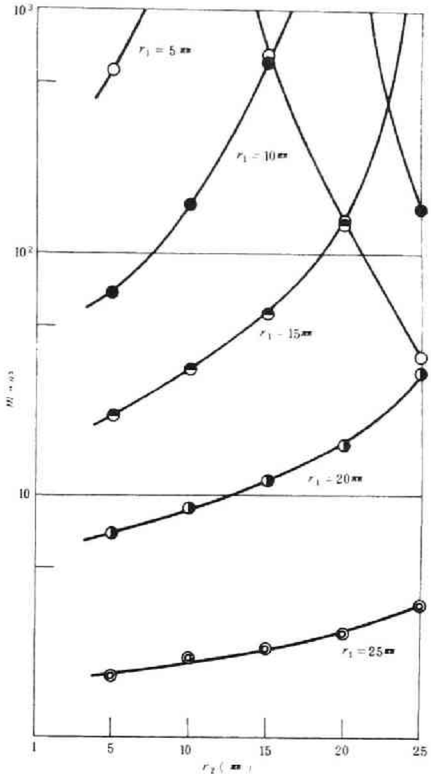
	$\bar{\varepsilon}_1$	$\bar{\varepsilon}_2$	$\bar{\varepsilon}_3$	$\bar{\varepsilon}_4$	$\bar{\varepsilon}_5$	$\bar{\varepsilon}_6$
σ_x^*	1.147	1.221	1.221	−1.197	−1.197	−0.587
σ_y^*	1.246	1.172	1.172	−0.790	−0.790	−1.400
σ_z^*	3.307	3.307	3.307	−3.565	−3.565	−3.565
τ_{zx}^*	0	−0.699	0.699	−0.927	0.927	0
τ_{yz}^*	0.807	−0.404	−0.404	−0.535	−0.535	1.071
τ_{xy}^*	0	0.043	−0.043	−0.352	0.352	0

10.3.2　8ゲージ素子による方法

8ゲージ素子を利用する方法として、第10.5図に示したように、4つのrゲージと4つのθゲージを用いたものを考えた。この場合ボアホール半径を$r_0=37.5$㎜（NX-TYPE）として、rゲージ長を10㎜、θゲージ長を6㎜とした場合について、r_1、r_2によるm_{max}を同様に計算した。これを第10.6図に示す。この場合観測方程式は8個できるので、これらを最小自乗法を用いて正規化したものについて逆マトリックスを計算した。傾向は6ゲージの場合と同じでrゲージは外側へ、θゲージは孔底中心へ近く配置するの



第10.5図　8ゲージ素子のパターン



第10.6図　〔M〕$^{-1}$の最大要素のゲージ位置による変化（$\nu = 0.125$、$2r_0 = 75$ ㎜）

が望ましい。そこで、$r_1 = 25$ ㎜、$r_2 = 15$ ㎜を採用することにした。この時の観測方程式と、それを正規化の後、求めた逆マトリックスを第10.2表に示す。なお、測定ひずみの番号は第10.5図のゲージ番号と一致し、$\bar{\varepsilon}_1'$、$\bar{\varepsilon}_2'$、…………は正規方程式における測定項を示す。

また、このような8ゲージの場合の観測方程式は一般に次の様に書くことができる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_1 \\ \bar{\varepsilon}_2 \\ \bar{\varepsilon}_3 \\ \bar{\varepsilon}_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} a+b & a-b & c & d & 0 & 0 \\ a-b & a+b & c & 0 & d & 0 \\ a+b & a-b & c & -d & 0 & 0 \\ a-b & a+b & c & 0 & -d & 0 \end{bmatrix} \{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots\cdots (10.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_5 \\ \bar{\varepsilon}_6 \\ \bar{\varepsilon}_7 \\ \bar{\varepsilon}_8 \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} a' & a' & c' & d' & d' & b' \\ a' & a' & c' & -d' & d' & -b' \\ a' & a' & c' & -d' & -d' & b' \\ a' & a' & c' & d' & -d' & -b' \end{bmatrix} \{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots\cdots (10.8)$$

上式を用いれば、適当な観測方程式を選んで、地山応力を簡単に算出することも可能であり、また、測定値が精度よく測定されているかどうかを簡単に調べることもできる。たとえば、測定が正しく行なわれているならば、次式が必ず成り立つから、これを指針にすることができる。

$$\left(\frac{\bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_3}{2}\right) : \left(\frac{\bar{\varepsilon}_5 - \bar{\varepsilon}_6 - \bar{\varepsilon}_7 + \bar{\varepsilon}_8}{4}\right) = d : d' \quad \cdots\cdots\cdots (10.9)$$

第10.2表　8ゲージ素子の観測方程式と正規方程式の逆マトリックス

（$\nu=0.125$、$r_1=0.67r_0$ 、$r_2=0.4r_0$ ）

(1)　観測方程式の〔M〕

測定ひずみ	σ_x^*	σ_y^*	σ_z^*	τ_{zx}^*	τ_{yz}^*	τ_{xy}^*
$\bar{\varepsilon}_1$	3.688	−0.815	−0.517	2.512	0	0
$\bar{\varepsilon}_2$	−0.815	3.688	−0.517	0	2.512	0
$\bar{\varepsilon}_3$	3.688	−0.815	−0.517	−2.512	0	0
$\bar{\varepsilon}_4$	−0.815	3.688	−0.517	0	−2.512	0
$\bar{\varepsilon}_5$	1.203	1.203	−0.860	−0.155	−0.155	−3.55
$\bar{\varepsilon}_6$	1.203	1.203	−0.860	0.155	−0.155	3.55
$\bar{\varepsilon}_7$	1.203	1.203	−0.860	0.155	0.155	−3.55
$\bar{\varepsilon}_8$	1.203	1.203	−0.860	−0.155	0.155	3.55

(2)　正規方程式の逆マトリックス〔M′〕$^{-1}$

	$\bar{\varepsilon}'_1$	$\bar{\varepsilon}'_2$	$\bar{\varepsilon}'_3$	$\bar{\varepsilon}'_4$	$\bar{\varepsilon}'_5$	$\bar{\varepsilon}'_6$
σ_x^*	0.179	0.155	0.589	0	0	0
σ_y^*	0.155	0.179	0.589	0	0	0
σ_z^*	0.589	0.589	2.328	0	0	0
τ_{zx}^*	0	0	0	0.079	0	0
τ_{yz}^*	0	0	0	0	0.079	0
τ_{xy}^*	0	0	0	0	0	0.020

10.4　多ゲージ法におけるポアソン比の補正

10.3に述べた観測方程式に含まれるひずみ係数は、ポアソン比に関係する。ポアソン比が既知の場合はその値に対応する各ひずみ係数を用いればよい。しかも、そうすれば精度は高い。しかし、岩盤のポアソン比が未知の場合でも、次の様にして｛σ^*｝を決定することができる。すなわち、観測方程式の中のひずみ係数は、適当に仮定したポアソン比に対する値を採用し、それらの観測方程式を用いて算出された地山応力を、再び観測方程式に代入して、測定ひずみを逆に求める。この逆算値と実測値との誤差は、ポアソン比の評価の誤りとしてこの補正を行うことができる。

第9.6図に示したように変位係数は、ポアソン比とほぼ直線関係があるとみなすことができるので、ポアソン比の影響を含めて書けば次の様になる。

$$
\left.\begin{array}{l}
S_0\ (r、\nu) = S_0'(r) + \nu \cdot S_0''(r) \\
S_2\ (r、\nu) = S_2'(r) + \nu \cdot S_2''(r) \\
\quad\vdots
\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (10.10)
$$

これらを式（ 9.8 ）に代入すれば、u、v はポアソン比の影響を含めて次の様に書きなおすことができる。

$$
\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \left[A' + \nu A'' \right] \{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (10.11)
$$

上式を用いて、一般的な観測方程式（ 9.14 ）を導けば

$$
\bar{\varepsilon} = \frac{1}{E\ell} \left(\{a'\}^T + \nu \{a''\}^T \right) \{\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (10.12)
$$

ただし、$\{a'\}$ はポアン比に無関係な変位係数の成分から求められた一般的なひずみ係数であり、$\{a''\}$ はポアソン比に関係する部分のそれである。

さて、$\nu = \nu'$ として、求められた地山応力を $\{\sigma^{*\prime}\}$ とする。このときそれぞれの真の値を ν、$\{\sigma^*\}$ とすれば

$$
\nu = \nu' - \triangle\nu、\quad \{\sigma^*\} = \{\sigma^{*\prime}\} - \{\triangle\sigma^*\} \quad \cdots\cdots (10.13)
$$

真の値を観測方程式（ 10.12 ）に代入しても当然成り立つはずである。

$$
\bar{\varepsilon} = \frac{1}{E\ell} \left(\{a'\}^T + (\nu' - \triangle\nu) \{a''\}^T \right) \left(\{\sigma^{*\prime}\} - \{\triangle\sigma^*\} \right) \quad \cdots\cdots (10.14)
$$

ここで、

$$
\frac{1}{E\ell} \left(\{a'\}^T + \nu' \{a''\}^T \right) \{\sigma^{*\prime}\} = \bar{\varepsilon}'
$$

とし、式（ 10.14 ）をテーラー展開すれば

$$
\frac{\partial f}{\partial \{\sigma^*\}^T} \{\triangle\sigma^*\} + \frac{\partial f}{\partial \nu} \triangle\nu = \bar{\varepsilon}' - \bar{\varepsilon} \quad \cdots\cdots (10.15)
$$

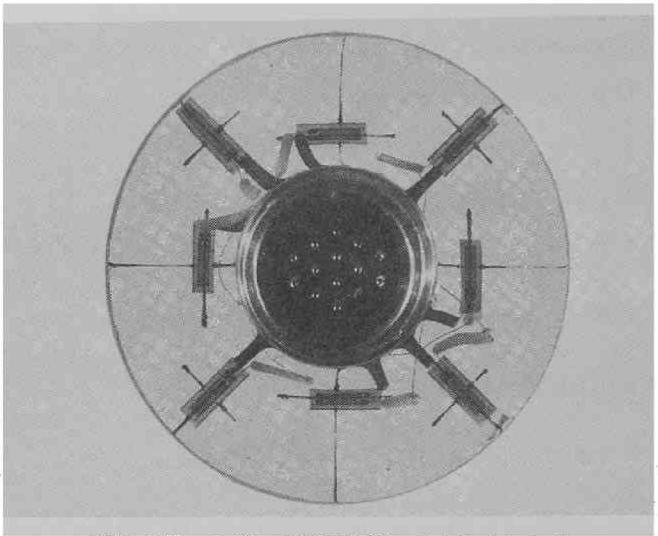
ただし、f は観測方程式で　$\bar{\varepsilon} = f(\{\sigma^*\}^T、\nu)$　である。

上式を各観測方程式について計算し、$\{\triangle\sigma^*\}$ と $\triangle\nu$ を未知数として解けば、地山応力およびポアソン比の補正量を求めることができる。

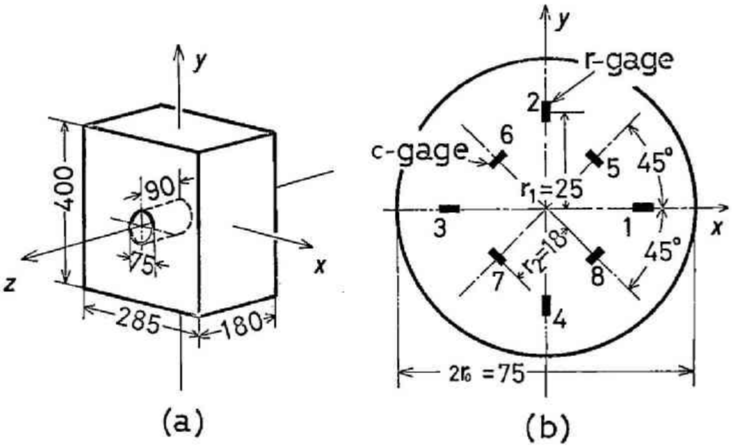
10.5　8ゲージ素子による実験的検討

8ゲージ素子による方法を採用することとし、このためのゲージを製作した。第10.7図にその写真を示す。基本的な製作法は、従来の孔底ひずみ法で用いたストレインセル（第8.12図）と同じであるが、孔底の端に r ゲージを配置するため、外径は大きくなっている。また、θ ゲージは特別に製作しなくてはならないので、この代りに c ゲージを写真のように用いた。なお、ゲージ長は r、c とも 5 mm、$r_1 = 25$ mm、$r_2 = 18$ mm、ボアホールの直径 $2r_0$ は75mmとして設計した。

つぎに、第10.8図(a)に示すような、その中央にボアホール孔底を持つ試験片を伊豆砂岩で製作し、その孔底に、8ゲージ素子ストレインセルを貼付けた。これを y 方向に一様に載荷し、計算された感度が得られ



第10.7図　8ゲージ素子を持つストレインセル



第10.8図　実験に用いた試験片と8ゲージ素子（寸法単位mm）

るかどうかを検定した。なお、ゲージ番号は第10.8図(b)の様につけることにする。

荷重P_y ＝－20、－30、－40 kg/cm² において各ゲージのひずみを測定した。第10.3表に各荷重における測定ひずみ量と、あらかじめ計算されている観測方程式を示す。第10.4表は、これらの観測方程式を正規化したもの、第10.5表はその逆マトリックスを示す。この逆マトリックスを用いて測定ひずみから応力を計算すると第10.6表のようである。この結果は、σ^*_z の計算値にいくぶん誤差があったが、ほぼ満足すべき結果であった。σ^*_z の誤差の推定値が大きくなるのは観測方程式の形から考え、ある程度はやむをえない。

第10.3表　実験に用いた8ゲージ素子の観測方程式とひずみ測定値

ゲージ番号	観測方程式の〔M〕 (ν = 0.25)						測定ひずみ (10^{-6}) P_y (kg/cm²)		
	σ_x^*	σ_y^*	σ_z^*	τ_{zx}^*	τ_{yz}^*	τ_{xy}^*	− 20	− 30	− 40
1	3.652	− 1.019	− 0.650	2.609	0	0	96	144	196
2	− 1.019	3.652	− 0.650	0	2.609	0	− 324	− 486	− 648
3	3.652	− 1.019	− 0.650	− 2.609	0	0	72	116	152
4	− 1.019	3.652	− 0.650	0	− 2.609	0	− 312	− 478	− 628
5	1.090	1.090	− 0.906	− 0.203	− 0.203	− 3.963	− 105	− 170	− 236
6	1.090	1.090	− 0.906	0.203	− 0.203	3.963	− 72	− 108	− 144
7	1.090	1.090	− 0.906	0.203	0.203	− 3.963	− 108	− 180	− 242
8	1.090	1.090	− 0.906	− 0.203	0.203	3.963	− 92	− 131	− 170

第10.4表　実験に用いた8ゲージ素子の正規方程式の〔M′〕

	σ_x^*	σ_y^*	σ_z^*	τ_{zx}^*	τ_{yz}^*	τ_{xy}^*
$\bar{\varepsilon}_1'$	33.50	− 10.14	− 7.37	0	0	0
$\bar{\varepsilon}_2'$	− 10.14	33.50	− 7.37	0	0	0
$\bar{\varepsilon}_3'$	− 7.37	− 7.37	4.98	0	0	0
$\bar{\varepsilon}_4'$	0	0	0	13.78	0	0
$\bar{\varepsilon}_5'$	0	0	0	0	13.78	0
$\bar{\varepsilon}_6'$	0	0	0	0	0	62.81

第10.5表　実験に用いた8ゲージ素子の正規方程式の逆マトリックス〔M′〕$^{-1}$

	$\bar{\varepsilon}_1'$	$\bar{\varepsilon}_2'$	$\bar{\varepsilon}_3'$	$\bar{\varepsilon}_4'$	$\bar{\varepsilon}_5'$	$\bar{\varepsilon}_6'$
σ_x^*	0.343	0.320	0.982	0	0	0
σ_y^*	0.320	0.343	0.982	0	0	0
σ_z^*	0.982	0.982	3.109	0	0	0
τ_{zx}^*	0	0	0	0.073	0	0
τ_{yz}^*	0	0	0	0	0.073	0
τ_{xy}^*	0	0	0	0	0	0.016

第10.6表　計算された応力状態（応力単位 kg/cm²、E＝23×10⁴ kg/cm²）

	$P_y = -20$		$P_y = -30$		$P_y = -40$	
	最確値	誤差の推定値	最確値	誤差の推定値	最確値	誤差の推定値
$\sigma_x{}^*$	− 0. 75	0. 83	0. 10	1. 26	0. 61	1. 12
$\sigma_y{}^*$	− 20. 61	0. 83	− 30. 34	1. 26	− 39. 51	1. 12
$\sigma_z{}^*$	− 2. 13	2. 51	0. 22	3. 78	2. 74	3. 37
$\tau_{zx}{}^*$	− 1. 10	0. 38	− 1. 26	0. 58	− 1. 98	0. 51
$\tau_{yz}{}^*$	0. 61	0. 38	0. 46	0. 58	0. 98	0. 51
$\tau_{xy}{}^*$	0. 71	0. 18	1. 61	0. 27	2. 38	0. 24

10.6　結　　言

従来、孔底ひずみ法で地山応力状態を決定するには、3本のボアホールで測定を行なっていたが、孔底に6個以上のゲージを適当なパターンで配置することによって、一本のボアホール孔底における測定によって完全な地山応力の決定が可能であることを示した。この方法は最適の配置を持った3本のボアホールによる孔底ひずみ法にくらべ、精度がいくぶん低いが、ボアホール削孔を節減できる点に利点がある。また、同一ボアホールでの測定回数を増すことによってその精度を向上させることができる。また、現状でのこの種の測定方法の中では測定装置などが最も簡単であり、従来の孔底ひずみ法の技術で充分行なえる。

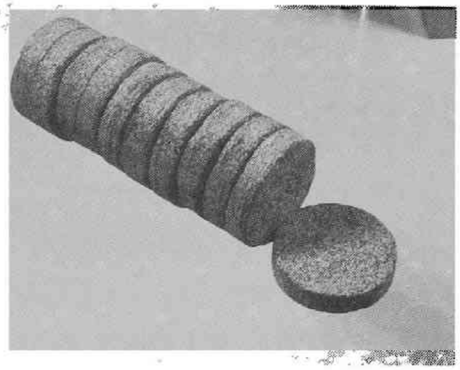
ゲージ素子のゲージ配置パターンとしては、種々検討の上、2種類を提案した。

今後さらに、せん断応力 $\tau_{yz}{}^*$ や $\tau_{xz}{}^*$ に対する観測方程式の実験的検討を行ない、精度の確認をする必要はあるが、この方法は現状では非常に有望な方法であると言える。

第11章　ディスキング現象の解明と応力測定への応用

11.1　緒　　言

地下深部などの、とくに地圧が高いと予想される岩盤中にボーリングを行なうと、連続したコアが得られず、第11.1図に示したようにコアが一定厚さの円板状に割れる、いわゆるデイスキング現象が起こる。この現象は、これまでにも報告されているが、[1)~3)] 筆者らも、8.4.1において述べた奔別炭鉱の応力測定の際経験した。この現象が発生すると、ボーリング孔先端において破壊現象が生じることになり、孔底ひずみ法による応力測定は正確に実施できなくなる。しかし、この現象は、地圧による応力集中により発生条件を知れば逆に地山応力の推定に役立たせることができる。

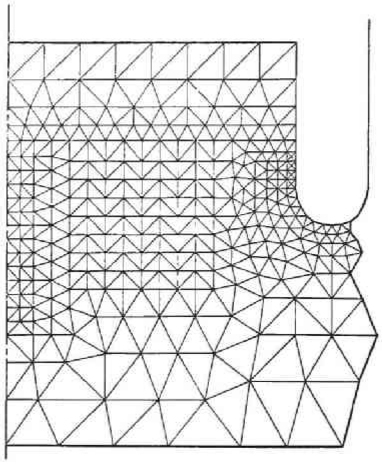


第11.1図　コアーディスキング現象

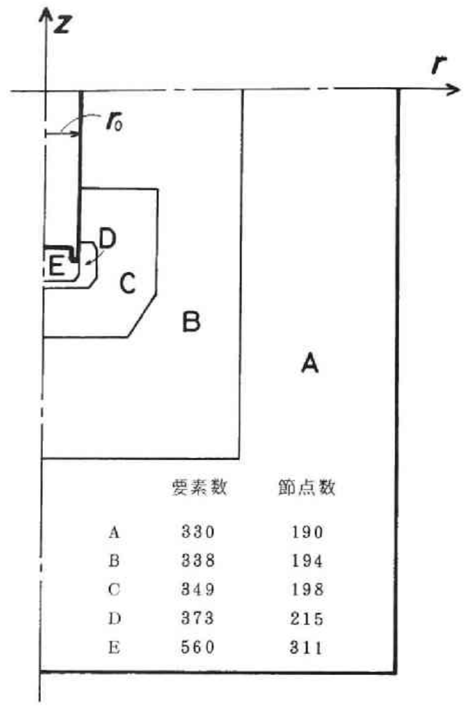
ボーリング先端部の応力解析とコアディスキングの発生条件に関する研究は*Obert*[4),5)] らによって、光弾性や模型を用いて実験的に研究されている。しかし、解析を行なった地山応力状態が限られているため完全ではない。そこで、ここでは有限要素法を用いて、さらに詳しいボーリング先端部の応力解析を試み、これらの結果から、第4章に述べたような破壊の確率的な取扱いを考慮して、ディスキング現象の発生条件を検討した。[6)7)] さらに、2軸圧縮状態のもとでの模型実験によりこれを確かめた。また、現場における発生状況を、実測された地山応力状態から検討を行なった。

11.2　ボーリング先端部の応力解析

ディスキング現象における破壊の発生個所はボーリング先端近傍であることは、回収されるディスキングコアからも明らかである。そこで、まずボーリングの先端部分の詳しい応力解析を有限要素法を用いて行なった。解析モデルは第11.2図にその断面を示すような回転体を考えた。ボアホール半径をr_0とすれば、コアの半径は0.8r_0とした。これは、実際に筆者から用いているボーリングのビット径とコア径の比から決めたものである。要素分割に当っては次の工夫をした。孔底近傍のこまかな形状の部分を精密に解析するためには、多く細かな要素に分割しなければならないが、現状の計算機では、有効に計算が行なえるのは要素数が600程度までである。そこで、まず、モデル全範囲の粗い解析を行ない、つぎに解析モデルの範囲をいくぶん狭くし、さきの解析で得た応力を新しいモデルの境界条件として利用し、このような操作を4回繰返して最後の結果を得るようにした。第11.2図に示したA、B、C、D、Eはそれぞれに



第11.3図　領域Eにおける要素分割



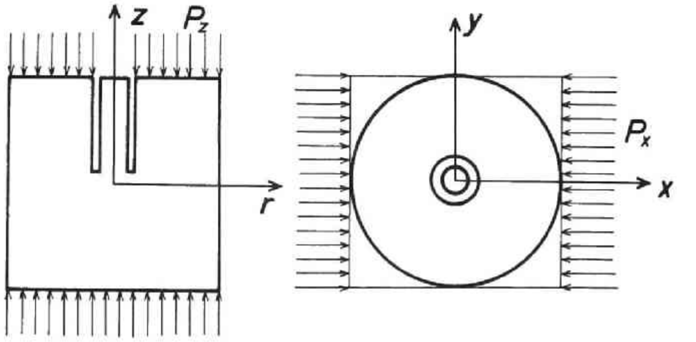
	要素数	節点数
A	330	190
B	338	194
C	349	198
D	373	215
E	560	311

第11.2図　解析モデル

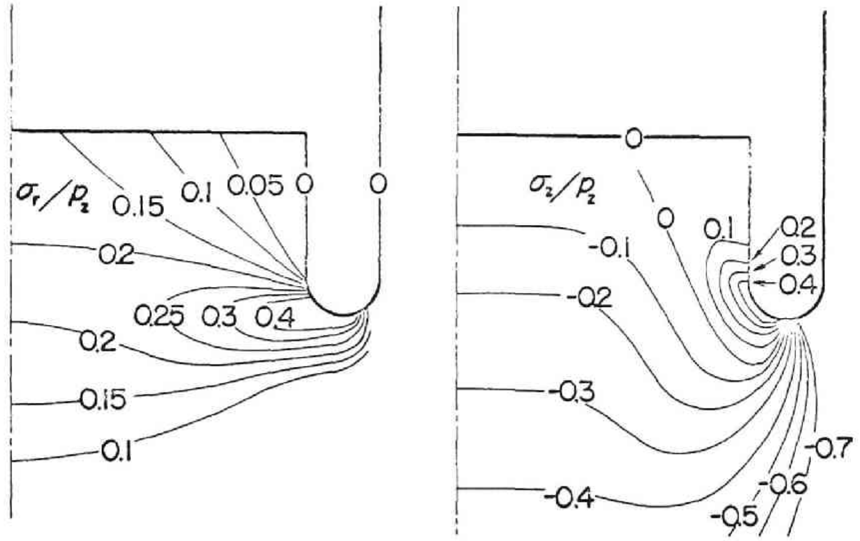
段階での解析領域であり、第11.3図に示したものは最終的に応力状態を計算したE領域の要素分割の様子である。

載荷条件は、第11.4図に示すように$x\ y\ z$座標を用いて表わせばz軸方向に一様な大きさP_zの圧縮荷重を作用させるものと、x軸方向に一様な大きさP_xの圧縮荷重を作用させる場合とを基本的に採用した。P_xを作用させる場合は、非対称荷重となり9.2や付録で述べた手法を用いて解析を行なった。また、P_xの載荷による結果を用いればP_yが同時に作用する場合や$P_x = P_y = P_r$の一様な周圧が作用する場合の結果も知ることができる。なお、岩石のヤング率およびポアソン比はそれぞれ50×10^4 kg/cm²、0.25　した。

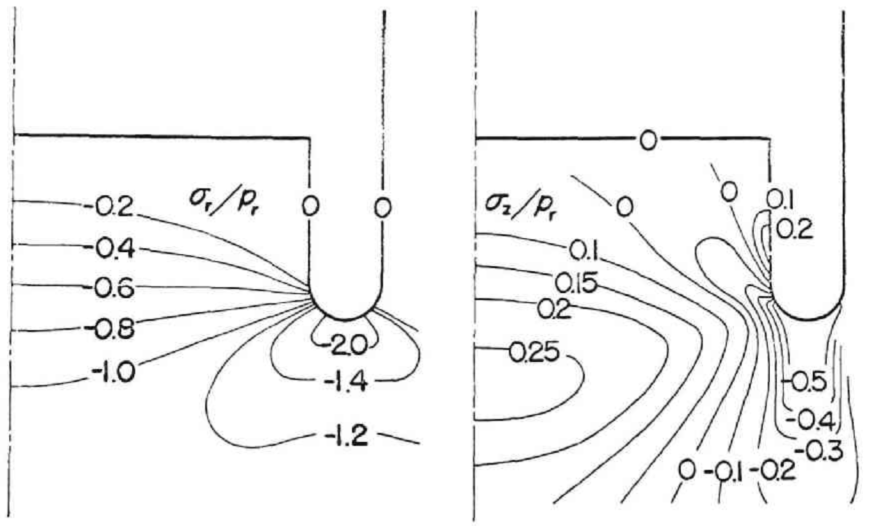
第11.5図に示したものはP_z載荷の場合のσ_r、σ_zの分布を示したものであり、第11.6図はP_r載荷の場合のσ_r、σ_zの分布を示したものである。これらはいずれもθには無関係に決まるもので、注目される



第11.4図　基本的な載荷条件



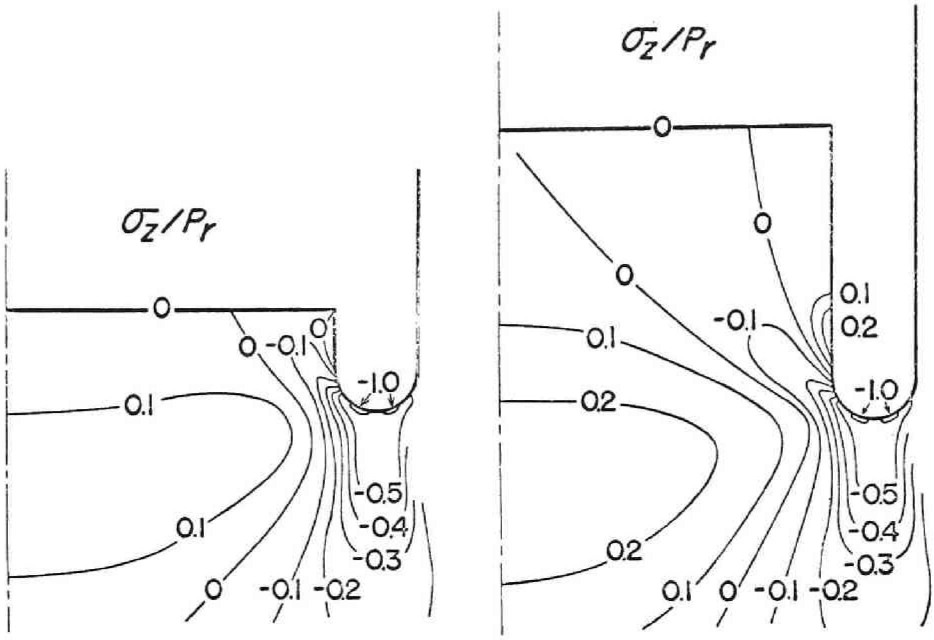
第11.5図　P_z 載荷によって生じた応力成分σ_r、σ_zの分布



第11.6図　P_r 載荷によって生じたσ_r、σ_zの分布

ことは、コア根元では、P_z 載荷によればσ_z が圧縮応力となり、σ_r、σ_θは引張応力となるが、P_r 載荷によれば、σ_z が引張、σ_r、σ_θが圧縮応力となることである。また、ビットのあたる部分には著しい応力集中が生じている。

これらの結果はコアーの部分の長さℓは、コアー直径Dとすれば$\ell = 0.3\,D$としている。このコア長さℓによって応力状態が変化することは十分考えられるので、これについても検討を行なった。第11.7図は$\ell = 0.15\,D$と$\ell = 0.4\,D$の場合のP_r 載荷の場合のσ_z の分布を示したものである。これらの結果と第11.6

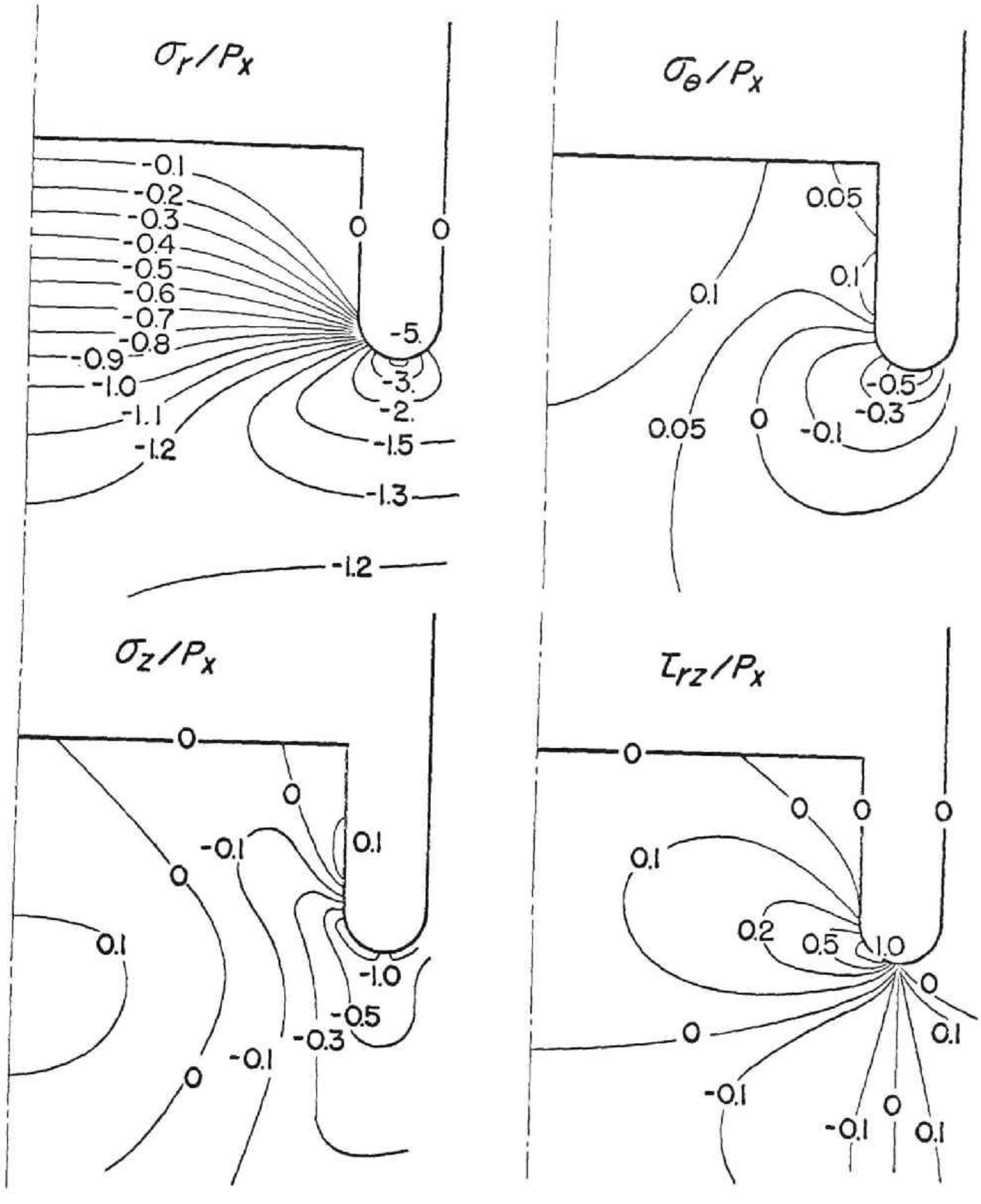


(a)　$\ell = 0.15\,D$　　　　(b)　$\ell = 0.4\,D$

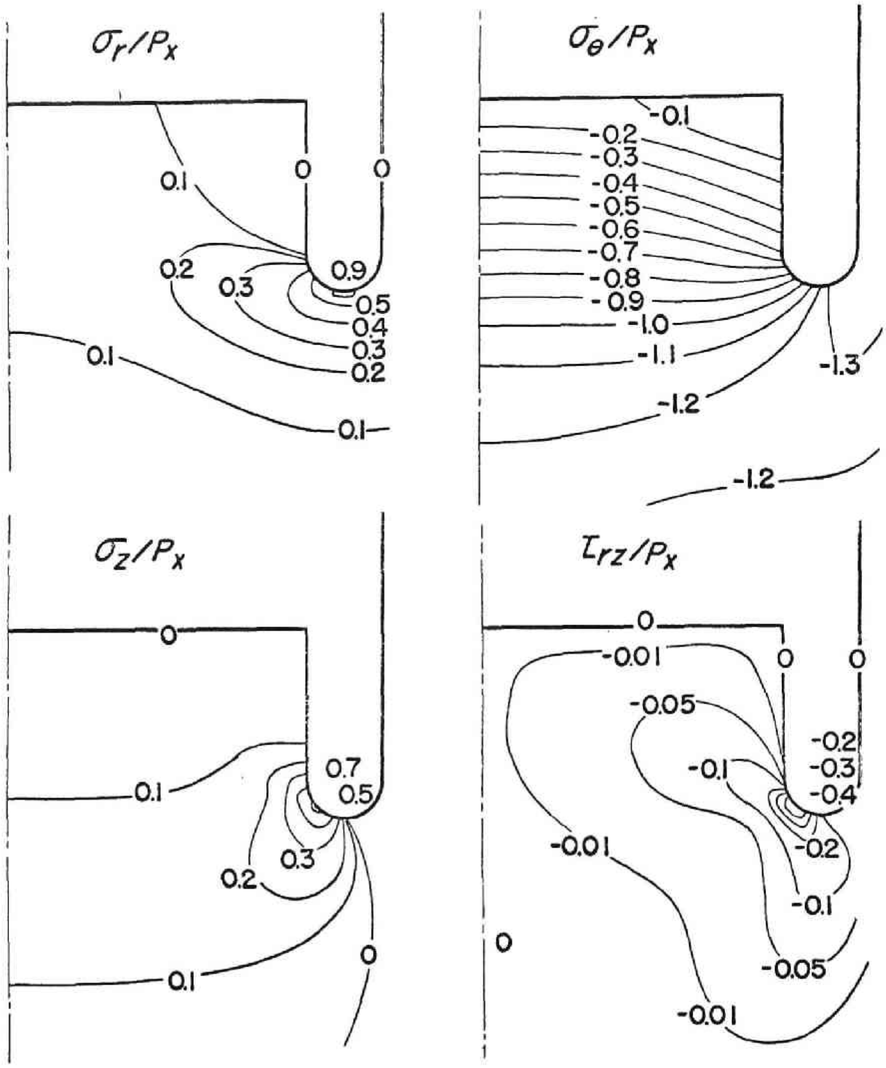
第11.7図　コアの長さの違いによる応力分布の違い

図の$\ell = 0.3\,D$の結果から、$\ell = 0.3\,D$と$\ell = 0.4\,D$の場合ではほとんど違いのないこと、$\ell = 0.15D$の場合ではコアーの根元の応力状態が$\ell \geq 0.3\,D$の場合とはいくぶん違ってくることなどがわかる。また、さらにℓを長くしても$\ell = 0.4\,D$の場合と変わらなかった。このことは、他の載荷条件や応力成分についても同様であった。一方、地山応力状態が高い所ではデスクの厚さが薄くなる傾向があることから考えて、ディスキングの破壊現象を検討する場合、コア長さは長くする方が安全側である。以上のことから、コアー長さ$\ell = 0.3\,D$の場合における解析を行うことにした。

つぎに、P_x 載荷の場合は、θ方向によりその応力状態は変化する。第11.8図は、載荷方向と平行な$x-z$面における各応力成分の分布を、第11.9図は載荷方向と直角をなす$y-z$面におけるそれを示している。これらの図で注目できるのは、コア根元に生じるσ_z の引張り応力が、$x-z$面ではビットとのあたる部分に近づくに従って減少するが、$y-z$面では逆に増加し、ビットとの接触部分では大きな応力集中となることがある。また、$y-z$面では、σ_r は引張り応力となり、ビット接触部で大きな応力集中となっていることも注目される。



第11.8図　P_x 載荷における $x-y$ 面内の各応力成分の分布



第11.9図　P_x 載荷における $y-z$ 面内の各応力成分の分布

11.3　コアディスキング現象の発生条件の検討

ディスキング現象の発生状件に関して、Obert[5]らは、光弾性による応力解析とともに円柱形の岩石に軸圧 P_z と周圧 P_r を同時に作用させた状態で、軸方向にコアボーリングを行ない、実験的に研究を行なっている。それによれば、ディスキングを起こす原因は、コア根元に生じるせん断応力の集中にあるとして、発生条件を次のような実験式で与えた。

$$P_r = R_1 + R_2 \ P_z \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11.1)$$

ただし、R_1 は岩石のせん断強さを S_0（kg/cm²）とすると、次式で与えられるような値である。

$$R_1 = -240 - 2 S_0$$

また、R_2 の値は0.6～0.9であり、岩石の種類によって決まる値である。

そこで、前節の決果を用いて、まず、P_z と P_r 載荷による発生状件を検討した。解析方法として、モールの破壊説にもとずく耐圧限接近度（S値）を用いることにし、応力解析結果よりその分布を求めた。このS値はその大小により破壊のしやすさを示すことができる。（第4章参照）

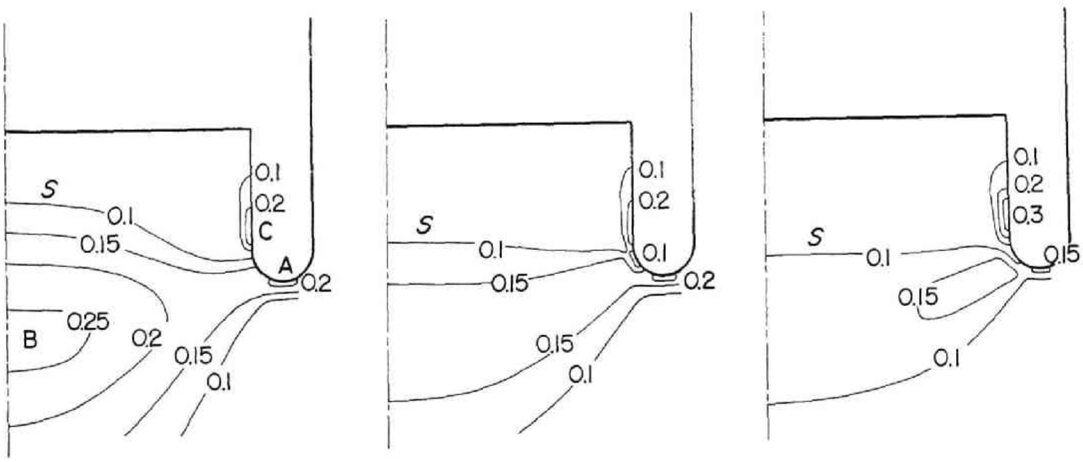
P_r のみが作用するときのS値の分布を第11.10図(a)に示した。これは、P_r が引張強さに等しい場合のS値であり、$S=1$ は単軸引張破壊する状態を示す。なおS値にはぜい性度が関係するが、本計算では10と仮定した。

このS値の分布より、A点を含む圧縮応力集中の生じる領域（A領域）、B点を含む引張応力の生じている領域（B領域）およびC点を含む自由面近傍（C領域）が破壊源となりうる危険箇所であることがわかる。

第11.10図(b)および(c)には、P_r の値は引張強さに等しくし、これと同時に P_z をそれぞれ $P_z=0.3P_r$、$P_z=0.5P_r$ としたときのS値の分布を示した。

これらの分布から、AおよびB領域は P_z が増すとしだいに破壊しにくくなり、C領域はしだいに破壊しやすくなることがわかる。C領域のこの傾向は Obert らの実験結果と一致しない。この理由としては、C領域の応力集中は局部的であり、ここが引張破壊したとしても、直ちにコアを横ぎって亀裂が進行しないためでないかと考えられる。またA領域についても同じことが言えるので、コアデスキングを生じさせる主原因として、B領域に広く分布する引張応力をあげるのが最も常識的であると考えられる。しかしながらB領域の引張応力の分布は不均一な分布であり、この領域の最大引張応力が引張強さに等しくなっても破壊するとは限らない。そこでこの領域に生じる引張破壊を定量的に示すため、引張破壊に対して確率論的な考察を行なうことにした。

すなわちB領域に均一に引張応力を作用させて、破壊させたときの引張応力の強さを S_t と仮定し、P_r と P_z とが同時に作用してB領域に生ずる引張応力 σ_z によって、引張破壊が生じるときの P_r/S_t お



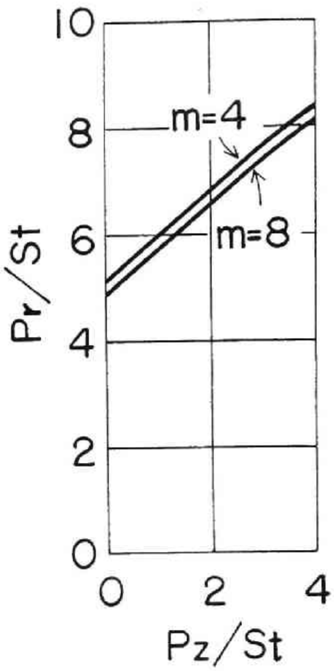
(a)　$P_z=0$　　(b)　$P_z=0.3P_r$　　(c)　$P_z=0.5P_r$

第11.10図　P_r、P_z 載荷によるS値の分布（$P_r=S_t$）

よび P_z/S_t の組合わせを確率論的考察によって定義された破壊危険率Bを利用して決定した。（第4章参照）この結果は第11.11図に示したようである。この際 P_r/S_t 、 P_z/S_t は岩石の均一性係数が関係する。本計算では均一性係数 m が4と8の場合を示している。

以上の検討によれば、$K_1 = 5S_t$ 、$K_2 = 0.8$ となり、これらの結果はほゞ実験結果と一致している。

これらの考察からコアディスキング現象は O_{bert} らが提案したせん断破壊によって生ずるのではなく、B領域に生じる引張破壊が原因となって起こるものと考えられる。またAおよびC領域に局部的であるが破壊が生じることも十分考えられる。とくにC領域のそれは、P_z が増すと起こりやすくなることがわかる。

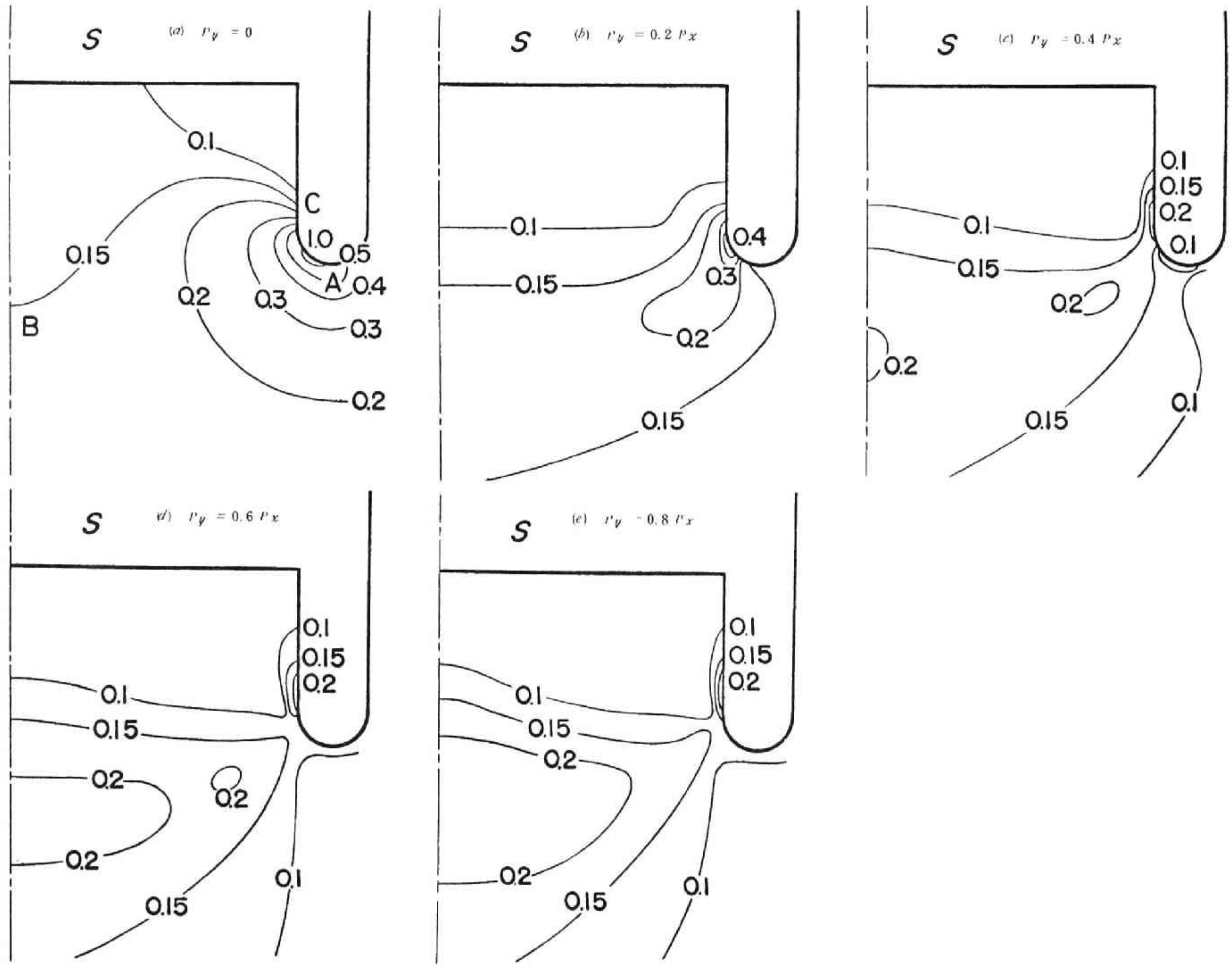


第11.11図　P_z 、P_r 載荷によるディスキング発生条件

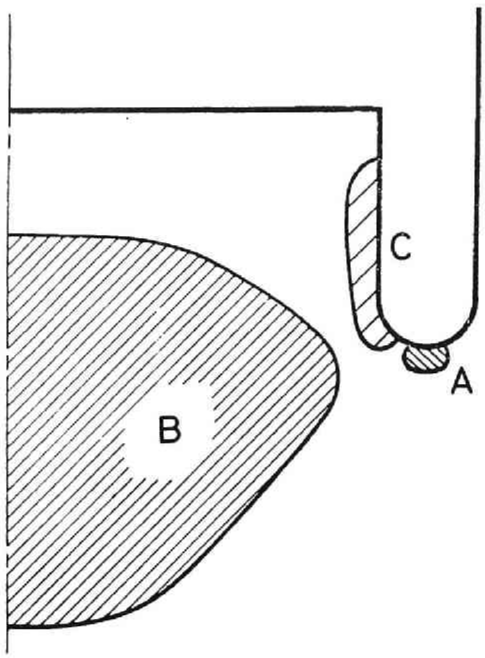
つぎに、P_z および P_y が同時に載荷された場合のディスキングの発生条件について同様の方法で検討しよう。第11.12図(a)は P_x のみが載荷された場合の $y-z$ 内面の S 値の分布である。先の場合と同様に P_x の大きさは引張り強さに等しく、$S=1$ は単軸引張破壊の状態を示す。この分布より、引張応力 σ_r の生じるA点を含む領域（A領域）、引張応力 σ_z の生じるC点を含む領域（C領域）が破壊の源となりうる危険箇所であり、B点を含む領域（B領域）は危険度が低いことがわかる。第11.12図(b)～(c)は、(a)の載荷状態に P_y 載荷が同時に行なわれた場合の S 値の分布で、P_y の大きさが順に $0.2P_x$、$0.4P_x$、$0.6P_x$、$0.8P_x$ の場合のものである。これらの結果より、領域AおよびCは P_y が増加するに従って破壊しにくくなるのに対して、領域Bはしだいに破壊しやすくなることがわかる。ディスキング現象は、その亀裂方向から考えても、引張応力 σ_z に原因すると思われるので、領域BとCに着目して、先と同様にこれらの領域に生じる引張破壊を確率論的に考察を行なった。

まず第11.13図のように領域A、BおよびCの範囲を決めた。つぎに領域BとCについて、各領域に均一に引張応力を作用させて破壊させたときの引張応力の強さを S_t と仮定し、P_x と P_y が同時に載荷され、各領域において生じる引張応力 σ_z によって引張破壊が起こるときの P_x/S_t および P_y/S_t の組合せを破壊危険率Bを利用して決定した。この結果は第11.14図に示すようで、均一係数 m は4と8の場合について示した。この図よりわかるように、ある程度以上 P_y が作用している場合は領域Cより領域Bの方が危険であることがわかる。しかし、P_y が小さく一軸的になると領域Cの危険度が増し、領域Bより危険となる。したがって破壊源も領域Cに移ると考えられる。なお、P_x および P_y 載荷による場合について、実験的に検討を行なったので、これを次節に述べる。

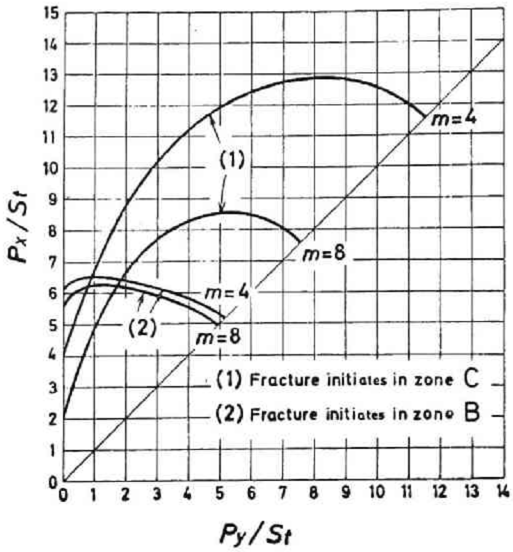
さて、P_z、P_x、P_y が同時に作用した場合のディスキングの発生条件について考えてみる。第11.5図や



第11.12図　Px、Py 載荷による S 値の分布（ $Px = St$ ）



第11.13図　領域A、B、Cの範囲



第11.14図　P_x、P_y 載荷によるディスキング発生条件

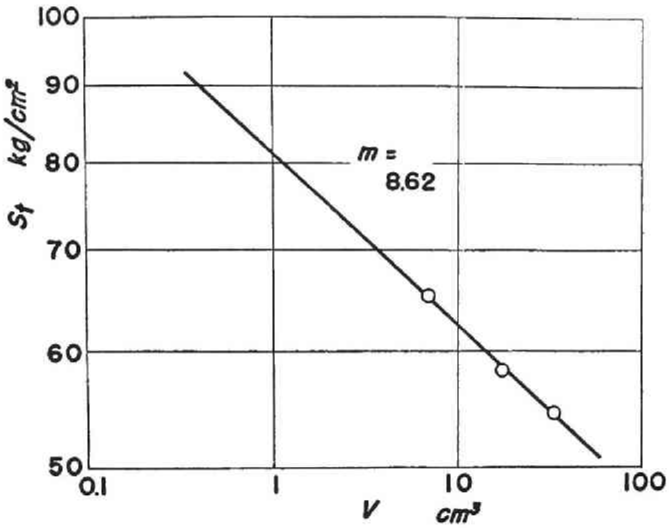
第11.10図などから P_z が増加するとB領域の危険度は減少し、C領域の危険度は逆に増加することがわかる。この傾向を示すことは、P_x、P_y が同時に載荷され、また、その比率がどのような場合でも明らかである。そのため、第11.14図に示した条件は、P_z が存在すると、その大きさによって、領域Cにおける発生条件を示す曲線(1)は、危険度が増加する方向に、領域Bにおける発生条件を示す曲線(2)は危険度が減少する方向に移動することになる。この結果、P_y がある程度以上の大きさである場合には、P_z によってディスキング現象は起こりにくくなることになる。逆に P_y が小さい場合は、P_z によって発生しやすくなり、また、このような領域Cでの破壊の発生が予想される、P_y の範囲も増加すると考えられる。

11.4　P_x、P_y 載荷によるコアディスキングの実験的検討

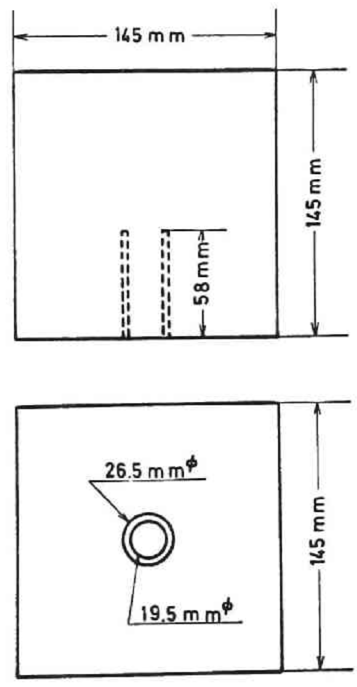
P_r と P_z が同時に作用する場合のコアディスキングは、すでに Obert らによって詳細に実験されているので、ここでは P_x と P_y が同時に、種々の割合で作用する場合のコアディスキングについて実験的に検討を行なった。

11.4.1　供試体およびその機械的性質

試料として荻野凝灰岩を用いた。この岩石の機械的な諸性質は、測定の結果次の様であった。一軸圧縮試験の結果、圧縮域でのヤング率、ポアソン比はそれぞれ、14×10^4 kg/cm²、0.12を、圧縮強度は 568kg/cm² を得た。また、一軸引張試験の結果、引張域でのヤング率、ポアソン比はそれぞれ、10.6×10^4 kg/cm²、0.11を得た。引張強度については、ディスキング現象の発生条件と密接な関係にあるため、詳しく検討した。第11.15図に示したものは、大きさの異なる150ケの試験片を用いて、円板圧裂試験を行なった場合の



第11.15図　円板圧裂試験における寸法効果（荻野凝灰岩）



第11.16図　試験片の寸法

試験片体積と引張強さの関係がある。この結果均一係数 m は8.62と見積もられる。円板圧裂試験は、第４章でも述べたように、ほぼ一軸引張強度と一致すると考えられるから、引張強度はその領域の大きさに従って、第11.15図より求めることとした。

試験片は、第11.16図に示すように、一辺が14.5㎝の立方体に、ボーリングを、その中心まで行ない、コアをそのまま残したものとした。

11.4.2　試験装置および実験方法

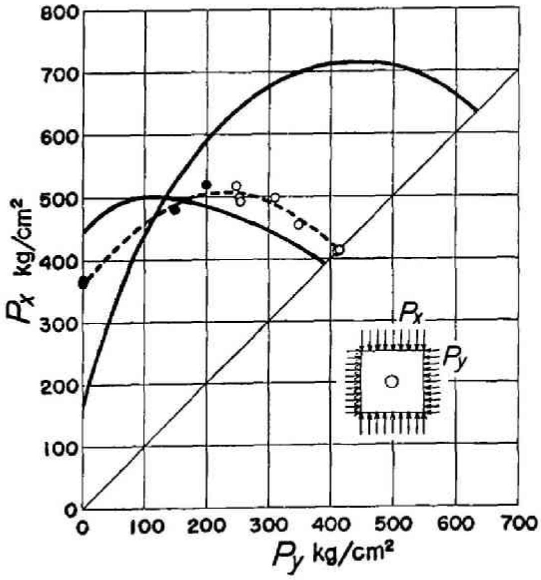
試験機は、容量が200 t および 100 t の純粋三軸圧縮試験機の２軸を用いて行なった。試験片と載荷板の間には、石綿を介し一様に載荷されるようにした。載荷方法としては、P_x、P_y の荷重比を一定になるように載荷した。また、ディスキング現象の発生は、コアにわずかな力をかけておき、コアが試験片から分離したかどうかで確認した。

11.4.3　試験結果および考察

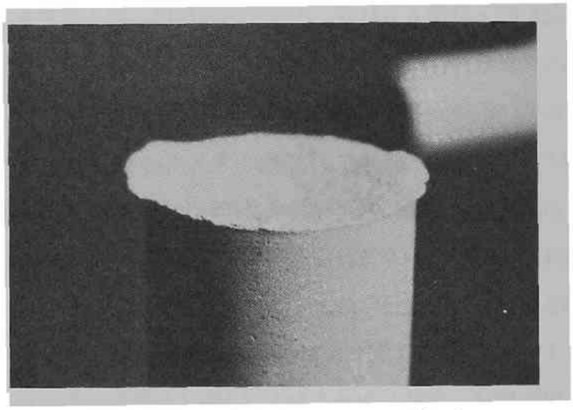
実験結果は第11.17図に示すようである。この図の実線は前節で述べた領域BおよびCでの引張破壊発生の理論曲線である。なお、この計算には、$m = 8.62$とし、領域BおよびCの引張強さは、本試験片における各領域の体積1.34㎤、0.33㎤に対応して第11.15図からそれぞれ95 kg/㎠ 、80 kg/㎠ とした。図の白丸お

よび黒丸は実験結果であるが、黒丸はボーリング孔壁の圧縮破壊も同時に認められたものである。しかしその圧縮破壊は孔底までは達していなかった。

実験結果と理論値を比較すると、$P_y/P_x \geqq 0.4$ の場合は、良く一致することが認められ、ディスキングは領域Bに生じる引張応力 σ_z が主原因となって起こるものと考えられる。いくぶん理論値より大きくなっているのは端面拘束により P_z が生じていることもあろう。第11.18図に示した写真は、分離したコアーの破壊面を示すが、その様子からも領域Bによる引張破壊であることがうかがえる。$P_y/P_x < 0.4$ の場合は、理論曲線とは良い一致は見られない。とくに、$P_y = 0$ の一軸載荷の場合領域Cにおけるディスキングの発生は認められなかった。これは、亀裂は生じるが、コアを横切るほどに発達しないことも考えられる。また、ボーリングの孔壁の破壊も当然影響すると考えられ、これらの原因で図のような実験値となったと考えられる。この場合は破壊面も単純な引張破壊面とはならなかった。



第11.17図　P_x、P_y 載荷による実験値と理論値（$m = 8.62$）



第11.18図　分離したコアーの破壊面

11.5　ディスキング現象による地圧の推定

以上の検討によって、おおよそ次の様なことが明らかとなった。

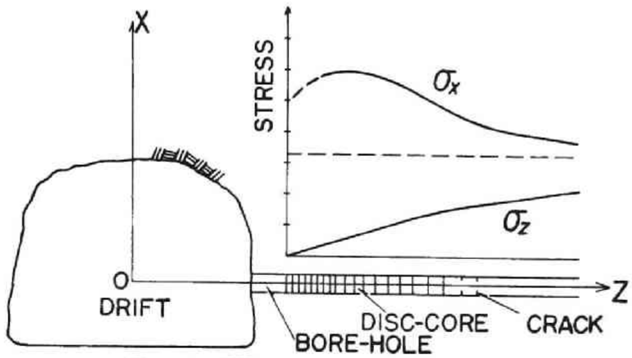
(1)　コアディスキングはコアの根元に生じるボアホール軸方向の引張りが主なる原因となって起こる。

(2)　第11.10図(a)より、$P_z = 0$ の場合は周圧 P_r が引張強さの5倍以上になると発生する。

(3)　$P_z = 0$ で P_x と P_y が異った大きさで作用する場合も、第11.17図よりおおよそ、$(P_x + P_y)/2$ が引張強さの5倍以上になると起こる。

(4)　$P_y/P_x \leqq 0.4$ の場合では孔壁の圧縮破壊も同時に観測される。

このような事から、ディスキング現象によって地圧を推定することはある程度可能であろう。ここでは実際に経験したコアディスキングの状況を述べ、地圧推定の可能性について論じる。



第11.19図　奔別鉱におけるコアディスキング

奔別鉱において、コアボーリングの際、第11.19図に示すような典型的なコアディスキング現象が生じた。第11. 1図はその写真である。この箇所の岩盤は、引張強度60～70 ㎏/㎠ の硬砂岩で、地圧測定により、300～400 ㎏/㎠ の静水圧的地圧が作用していることがわかっている（第８章4.1参照）。またコアは壁面近くで薄く、遠ざかると次第に厚くなっている。さらに奥になると、通常の連続したコアが得られたが、ひゞ割れが周囲に生じていて、衝撃を与えると数片の円柱に破壊することがあった。

坑道付近の地圧の推定と、前節の解析結果とから、上記のコアディスキングはつぎのように説明できる。坑道から遠い所でコアディスキングが起こらないのは、この地域が３軸応力状態にあるためで、坑道近くで薄いディスキングコアとなるのは、ここに、σ_x およびσ_y が集中して作用し、しかも、σ_z が零に近くなっているためである。連続したコアに見られるひゞ割れは、領域Ｃにおける破壊であると思われる。

坑道壁面近くでは、σ_z （$= P_z$ ）が零に近いから（$\sigma_x + \sigma_y$ ）／２は引張強さの５倍以上になっていると考えられるが、さらに、ディスクの厚さが薄いことと第11. 7図(a)に示した解析結果から、10倍程度になっていることも予想される。これらの推定は地圧の測定結果から考えて十分納得できよう。第11.19図に示した、応力分布はこれらの推定から描いたものである。

以上のように、ディスキングが発生した場合、岩盤の強さを測るとともに、ディスコアの厚さ、発生するボーリングの深さ、発生する地域などを調べることによってある程度の地圧の測定は可能であろう。また、地圧測定結果と合わせて検討すれば、より精度の高い測定が期待できる。

11.6　結　　言

有限要素法による応力解析結果をもとにして、破壊の確率論的考察により、コアディスキングの原因は、地圧によって生じるコア根元の引張応力であることがわかった。また、コアディスキングの現象の発生条件を定量的に表わすことができた。

さらに、P_x、P_y 載荷の場合について実験により検討し、これらの条件式は、一軸的な場合を除き良く一致することを確かめた。また、この現象を用いて地圧の測定を試みる際の指針について検討し、奔別鉱における実際例にあてはめた。

この方法による地圧の推定は、岩石の破壊現象という明らかな事実に基づいている点が大きな特長であり、その推定値は十分信頼できよう。今後さらに、この方法による精度の高い地圧の推定を進めるためには、ボーリングの方向を選択することや、たとえばリング状のボーリングなどによってディスキングの発生を制御できるような方法を研究する必要があろう

結　　　　論

地下深部の鉱物資源の開発や半永久的地下構造物の構築を安全にしかも経済的に行なうには、岩盤の力学的性質や応力状態について、深い知識を有することが必要である。しかし、これらは千差万別で、測定によらなければ知ることはできない。

岩盤の力学的性質については古くから多くの研究が行なわれて来たが、異方性や低ひずみ速度のもとの挙動など、まだあまり調査されていないものも少なくない。また、地下の岩盤内の応力状態の調査は従来はとんど行なわれていなかった。そこで、著者は、これらの岩盤の力学的性質の特殊なものの調査法と応力解放法による地下の岩盤内の応力状態の測定法に関する研究を行なった。

第1章においては、異方性岩石の弾性定数の測定法および測定結果の一例について述べた。成層岩類は横等方性と推定されるが、これらの弾性定数は、弾性軸方向、これと直角をなす方向、およびそれと45°前後をなす方向にとった3種類の試験片について、一軸圧縮試験を行なうことによって決定しうることを示した。この方法により、別子鉱山産石墨片岩および緑泥片岩を試料として、5種類の弾性定数を決定し、その異方性の著しいことを指摘し、しかも、この異方性は応力レベルの高いほど弱くなることをみいだした。一方、地下岩盤内の種々の方向の弾性波伝播速度を測定し、それらの間に著しい差異がないことを確かめ上記の実験結果は納得できることを示した。

山はねなどの異状地圧現象の機構を解明するには、試験片のひずみが最高耐圧力を示すひずみを超過した後の挙動を明らかにする必要があるとされている。また、岩石は一定ひずみのもとに長くおくと応力緩和現象を起こすことは知られている。そこで、第2章では、これらの現象を調べるため、サーボコントロールシステムによるひずみ制御可能な試験機を試作した。また、ひずみ速度を調節することにより、試験機の見掛け剛性を自由に制御できることを理論的に明らかにし、前記の試験機を用い実験的に証明した。また、この試験機を用い種々のひずみのもとで応力緩和の実験を行ない最高耐圧点ひずみをわずかに超過したひずみ状態のとき応力緩和は最大であることをみいだした。

第3章では、岩石の応力－ひずみ関係を考慮に入れて有限要素法により応力解析を行なうのに便利なように、応力およびひずみの測定値の取扱い方を工夫した結果を述べている。この方法は、スプライン関数による方法から出発し、データにばらつきがある場合でも最小自乗法を用いてこの方法が適用できるようにし、さらに、節点間隔を最適にとることによって全領域にわたって滑めらかな関数とするものである。

岩石の引張強度を求めるのに圧裂試験が広く行なわれているが第4章ではその妥当性を破壊機構の確率論的考察から検討した。その結果、円板圧裂試験は、一軸引張試験の代りとして採用しうるが、円環圧裂試験は不適当であることを指摘した。

従来、鉱山や地下開発工事現場では岩石の強度試験は面倒であるから省略されがちであった。そこで岩石試験を容易に行ない得るように、岩石の引張強度を求める非整形試験片の点圧裂試験が提案されたが、この試験の適用性を別子鉱山深部坑内における山鳴り現象の解明に適用して検討した。第5章では、この試験結果を述べた。地表下1,700 *m*の水準で山鳴りのはげしい東地区、およびさほどはげしくない西地区、

ならびに山鳴りのまったく起っていない地表下1,600 mレベルにおいて、採掘の進行にともない一現場一岩種あたり、平均60個の試験片について引張強度を試験した。その結果、地表下1,600 mの地点における強度は他の2地区に比べ弱いが、地表下1,700 mの東地区と西地区ではほとんど差がないことをみい出し、山鳴りの原因は強度以外にあることを示唆することができた。また、この試験法により、1，2名で、1片に200個程度の試験が可能であることを確かめた。

以上に論じたのは、岩石試験片の力学的挙動、および強度である。しかし、最小寸法が数m以上の岩塊の強度は、それを構成する岩石の強度のほか、その岩塊内に存在する先天的、および後天的欠陥にも関係する。この岩塊の耐圧強度を評価することは極めて難かしく、鉱山における鉱柱管理上重要な問題である。著者は、鉱柱の耐圧強度は、地圧による亀裂が鉱柱に生じたのちは、亀裂の密度に関係し、この亀裂密度の増加は、それらを横切る弾性波伝播速度の低下として把握できるものと考えた。第6章では、この考えを確かめるために河山鉱山の多くの鉱柱について、鉱柱にかかる地圧の推定値と、鉱柱を横切る弾性波伝播速度を調査した結果を述べた。その結果、ある地圧までは弾性波伝播速度は一定であるが、それより地圧が増加すれば、激減することをみいだし、この種の測定は、鉱柱の地圧状態の調査に極めて有効であることを明らかにした。

岩盤内の応力状態を測定によって明らかにすることは、最近、スェーデン、南アフリカ、アメリカ、カナダなどで、さまざまな方法によって試みられて来たが、それらにはそれぞれ研究すべき問題点が残されている。著者は、第7章において、これらの方法について検討を試みた。応力補償法は、概念的に理解しやすいが、力学的には極めて不完全である。応力解放法は、厳密な方法と計器をもってすれば満足な結果を得る可能性があるが、間接測定であるから誤差が生じやすい。なお、厳密に応力状態を決定し得るといっても、その理論は複雑で、未だ解明されていない。

そこで著者は、応力解放法について研究を進めることにし、その中では、比較的、現場で実施しやすい孔底ひずみ法を取上げ、実技上の改良を重ねつつ多くの鉱山で実施した。第8章では中竜鉱山、別子鉱山、氷川鉱山、美唄炭礦、および奔別炭礦において測定を実施した際の、実技上の工夫、および測定結果について述べた。

第9章においては、孔底ひずみ法に関する理論的検討結果を述べた。従来、孔底の各応力成分は決定できても、これらから地山応力状態を決定する理論は確立されていなかった。そこで、まず、有限要素法を用いて孔底付近の三次元的な応力解析を行ない、孔底ひずみ法における一般的な観測方程式を示した。従来、孔底の中央にロゼットゲージを貼りつける方法が、主として行なわれて来たが、地山応力状態を決定する際に用いるひずみ係数については、最近、各国で研究の対象となり、研究者により種々の値が提案されている。著者は、上記の解析結果から、これらのひずみ係数を正確に決定することに成功し、ポアソン比との関係を明らかにした。つぎに、孔底中央に貼られるゲージ位置のくるいによる誤差について、詳細に検討した。

第10章では、孔底に6個以上のゲージを適当なパターンで配置することによって、一本のボアホール孔底における測定によって、完全な地山応力の決定が可能であるという新しい方法を提案した。かつ、もっ

とも適当と思われるゲージ配置の二種類を提案した。このゲージを用いる方法は、まだ実用試験の段階であるが、3本のボアホールによる孔底ひずみ法に比べ、精度がいくぶん低いが、ボアホール削孔を節減できる点に利点があると思われる。

第11章では、ボーリングコアのディスキング現象による岩盤内の応力状態の推定の可能性について論じた。

まず、コアディスキングの原因は、地圧によって生じるコア根元の引張応力であることを理論的に明らかにし、また、コアディスキング現象の発生条件を定量的に表わした。

つぎに、この条件式を実験的に検討し、ボアホール軸に垂直な面内の応力状態が周圧的な場合、条件式は実際と良く合い、一軸応力状態に近い場合は、多少、実際とくい違うことを認めた。

以上の結果から、ディスキング現象を起こすか、否かによって、そこの地圧状態が条件式で与えられる応力状態に達しているか、いないかを、確実に判定し得ることを確かめた。なお、さらに高い感度で、応力状態を判定し得るようなボーリングの方法が望まれる。

謝　　　辞

終りに、本研究を行なうにあたり、終始かわらぬ御懇篤な御指導と多くの御示唆を賜った京都大学工学部教授　平松良雄博士、同助教授　岡　行俊博士ならびに名古屋大学工学部助教授川本眺万博士に深く感謝するとともに、身に余る御激励を頂いた名古屋大学工学部教授　成岡昌夫博士に厚く御礼を申し上げます。また、実験や数値計算などに御協力いただいた菅原勝彦氏をはじめとする京都大学工学部資源工学科平松研究室の方々、ならびに名古屋大学工学部土木工学科第一研究室の方々、さらに、現場実験に御協力いただいた各鉱業所の方々に心から感謝の意を捧げる次第です。

第1章 参 考 文 献

1) 三沢清扶；「四国吉野川横谷部に分布する結晶片岩類の物理的諸性質」日鉱誌　Vol. 80, №918 (64'－11)

2) Lekhnitskii; Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body, Holden-Day, San-Francisco (1963)

3) Sawin G.N.; Spannungserhöhung am Rande von Löchen VEB Verlag Technik, Berlin (1956)

4) 川本眺万；異方性弾地山における素堀円形トンネルの変形について，土木学会論文集　71号, PP.20 ～27（昭35.11）

5) 丹羽，平島；異方性弾地山に開削した水平坑道周辺の重力による応力状態，土木学会論文報告集 №182, PP.31～39 (1970－10)

6) Zienkiewicz and Cheung; The finite element method in Structural and Continunm Mechanics, McGraw-Hill, Berkshire (1967)

7) 斎藤，岡，平松；異方性岩盤における応力とひずみの関係，水曜会誌，16巻8号, PP.597～600（昭43－12）

8) 斎藤，岡，平松；異方性岩盤内の応力の測定について，昭和44年日本鉱業会春季大会講演会

第2章 参 考 文 献

1) Rummel F. and C. Fairhurst; Determination of the post-failure behavior of brittle rock using a servo-controlled testing machine, Rock Mechanics, 2, PP189–204, (1970)

2) Wawersik W.R. and C. Fairhust; A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 7, PP561-575 (1970)

3) Bieniawski Z.T.; Time-dependent behaviour of fractured rock, Rock Mechanics, 2, PP123–137. (1970)

4) Wawersik W.R. and W.F. Brace; Post-failure behavior of a granite and diabase, Rock Mechanics, 3, PP61–85 (1971)

5) Peng S. and E.R. Podnieks; Relaxation and the behavior of failed rock, Int. J. Rock Mech. Sci., Vol. 9, PP699–712, (1972)

6) Bieniawski Z.T., H.G. Denkhaus and U.W. Vogler; Failure of fractured rock, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 6, PP323-341 (1969)

7) Salamon M.D.G.; Stability, instability and design of pillar working, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 7, PP613–631 (1970)

8) Deist F.H.; A nonlinear continuum approach to the problem of fractured zones and rockbursts, J.S. Afr. Inst. Min. Metall., 65, PP502–522, (1965)

9) Cook N.G.W.; A note on rockbursts considered as a problem of stability, J.S. Afr. Inst. Min. Metall. 65, PP437–446, (1965)

10) Cook N.G.W. and Hojem J.P.M.; A rigid 50 ton compression and tension testing machine, J.S. Afr. Instn. Mech. Engrs., 16, PP89–92 (1966)

11) 畑野 正；組合せ圧縮荷重によるコンクリートの変形と破壊，土木学会論文集，143号，PP22～27，（昭和42年7月）

12) 富田和政，秋本昌胤，川本眺万；三軸圧縮応力下におけるモルタルの変形特性，土木学会論文報告集，175，PP75～83，(1970)

第3章 参 考 文 献

1) R.L. Kondner; Hyperbolic Stress-Strain Response, Cohesive Soils, Proc. ASCE, 89, SMI, 1963, PP115−143

2) J.M. Duncan and C.Y. Chang; Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. ASCE, 96, SM5, 1970, PP1629−1651

3) C.S. Desai; Nonlinear Analysis Using Spline Functions, proc. ASCE, 97, SM10, 1971, PP.1461−1479

4) I.J. Schoenburg; On Interpolation by Splive Functions and its Minimal Properties, International Series of Numerical Analysis, Vol. 5, Academic Press, 1964

5) De Boor C. and Lynch R.E.; On Splines and Their Minimum Properties, J. of Math. and Mech., 15, PP953−969, 1966

6) J.H. Ahlberg, E.N. Nilson and J.L. Walsh; The Theory of Splines and Their Applications, Academic Press, 1967

7) 原田富士市，市田浩三，清野武；スプライン関数を利用する曲線のあてはめ，情報処理学会12回大会前刷，PP161～162，1971

8) 川本眺万，水島章次，斎藤敏明；非線形応力―ひずみ関係の一表示法，土木学会昭和47年全国大会講演概要集，PP.249～252

9) 川本眺万，斎藤敏明；変形測定およびその結果の応力解析への適用，昭和47年度日本鉱業会秋季大会研究会資料B－11

第4章　参 考 文 献

1) Fairhurst, C.; Int. Jour. Rock Mech. and Mining Sci., Vol. 1, No. 4, 1964, P. 536–546

2) Weibul I.W.; Ing. Vetenskaps Akad. Hardl. No. 151 (1939); Ibid. No. 153 (1939).

3) 西松裕一・山口梅太郎・本杉啓介・森田道明；岩石の強度の寸法効果と測定精度, 材料, 第18巻, 第194号, 昭和44年11月。

4) Addinal E. and P. Hackett; Colliery Guardian, April 3, 1964; Jan. 8, 1965; Feb. 19, 1965.

第5章 参 考 文 献

1) 平松，岡，木山；「非整形試験片による岩石の引張強さの迅速試験日鉱誌81巻 932号 昭和40年12月 PP1024 ～ 1030

2) D.F. Coates; Classification of Rocks for Rock Mechanics' Int. J. Rock Mech. Mining Sci., 1, 421–429 (1964)

3) D.F. Coates and R.D. Parson; 'Experimental Criteria for Classification of rock substances' Int. J. Rock Mech. Mining Sci., 3, 181–189 (1966)

4) Stagg, Zienkiewicz; Rock Mechanics in Engineering John Wiley & Sons, London, (1968) PP4–12

5) 日本国有鉄道土讃線防災対策委員会 地質専門部会報告 (1964)

6) 佐々宏一，西松裕一，山崎豊彦；岩石の強さ試験結果の処理方法および供試体数の決定方法について，日本鉱業会誌，Vol. 84, No. 965, PP1475 ～ 1478, (1968)

7) 日本鉱業会岩石強度測定法特別委員会；岩石強度測定法実施基準案 日本鉱業会誌，Vol. 84, No. 965, PP. 1479 ～ 1487 (1968)

8) 山口梅太郎；花崗岩の強度試験における試験片の数について，材料，16巻，160号，PP. 52 – 58, (1967)

9) Yamaguchi U. ; The number of test-pieces required to determine the strength of rock, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 7, PP209–227, (1970)

第6章 参 考 文 献

1) 伊藤一郎, 寺田孚, 佐々宏一, 田口和明 ; 弾性波の伝播特性を利用した鉱柱診断法に関する基礎的研究, 水曜会誌, 15巻, 10号, PP.483 ～486

2) Turuta N.U. and others; Velocity of propergation of elastic waves in a fissured medium, Soviet Mining Science, No. 1, P27–30, (1967)

3) 堀部富男, 小林良二, 牛田稔 ; 浮石の探知に関する電気音響学的研究, 日鉱誌, 81,928, PP.1 ～ 6,(1965)

4) 斉藤敏明, 平松良雄 ; 弾性波伝播速度測定による鉱柱の検査, 水曜会誌, 16巻, 10号, PP.739 ～ PP.739 ～742, (昭和44年)

第7章　参　考　文　献

1) Talobre J ; La Mécanique des Roches, Dunod, Paris, (1957)
日本語版，進藤一夫訳，森北出版，(1957)

2) Obert L. and W.I. Duvall; Rock Mechanics and the Design of Structures in rock, John Wiley & Sons, PP409－459

3) Stagg K.G. and O.C. Zienkiewicz; Rock Mechanics in Engineering Practice, PP157－202, John Wiley & Sons, London, (1968)

4) Jaeger J.C. and N.G.W. Cook; Fundamentals of rock mechanics, Methuen, London, (1969)

5) 日本材料学会編；岩石力学とその応用，PP.283～294，丸善(昭和41年)

6) Leeman E.R.; The measurement of stress in rock, J.S. Afr. Inst. Mining Met., Vol. 65, PP45－114, PP254－284, (1964)

7) Denkhaus H.G. ; Proc. 1st Congr. ISRM, General Report Theme 4, Lisbon, 1966.

8) Dreyer W.; The science of rock mechanics, part 1 The strength properties of rocks, Trans Tech Publications, Germany, (1972)

9) U.S. Bur. of Mines, Bull. 587

10) Olsen, O.J.; Measurement of residual stress by the Strain-relief method, 2nd An. Symp. on Rock Mech., Quarterly, Colo. Sch. of Min., 52, No. 3 (1957)

11) 平松良雄，岡行俊；応力解放法による岩盤内の応力測定に関する研究，日鉱誌，79巻，906号，PP.1016～1022，(昭和38年)

12) Emery, C.L. 'The strain in rocks in relation to mine openings.' The Mining Engineer, Paper No. 3834, October, 1960, PP.54-59. Also Midland Inst. Min. Engrs., April, 1960.

13) 川本眺万, 高橋由行；岩盤の初期応力の一測定法, 土木学会論文集, 146, PP.22～27,(1967)

14) Hiramatsu Y. and Y. Oka; Determination of the stress in rock unaffected by boreholes or drifts, from measured strains or deformation, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 5, PP. 337–353 (1968)

15) 岡行俊, 平松良雄；ひずみまたは変形測定値からの岩盤内応力の決定, 日鉱誌84巻, 957号, PP.7～14, 昭和43年1月

16) 平松良雄, 岡行俊；ボアホールを利用する応力測定法に関する理論的検討, 水曜会誌, 15巻, 9号, PP.449～452, (昭和40年)

17) 鈴木光, 石島洋二；応力解放法による地圧測定に関すと1・2の基礎的考察, 日鉱誌, 86巻, 983号, (1970)

18) Agarwal R.K. ; Theory of the 'Soft inclusion' as a reformation gage in boreholes, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 3, PP319–323, (1966)

19) Fairhurst C.; Borehole method of stress determination, Int. Sympo. on Rock Mech., 10, Madrid, (1968)

20) Leeman, E.R.; Rock Stress Measurements Using the Trepanning Stress-Relieving Technique, South African Council for Scientific and Industrial Research, R MEG 159 National Mechanical Engineering Research Institute, 1964.

21) Leeman, E.R.; A Trepanning Stress-Relieving Technique for Rock Stress Measurement, South African Council for Scientific and Industrial Research, R MEG 171 National Mechnical Engineering Research Institute, 1964.

22) Merrill, Robert, H.; In Situ Determination of Stress by Relief Techniques, Intern. Conf. on State of Stress in Earth's Crnst. (Rand Corporation), Santa Monica, Calif., May 1963.

23) 平松良雄, 岡行俊；応力解放法による岩盤応力測定法に関する一考察, 水曜会誌, 15巻, 7号, PP.331～334 （昭和40年）

24) Heerden W.L. Van; Stress concentration factors for the flat borehole end for use in rockstress measurements, Eng. Geo. Vol. 3, PP307–323 (1969)

25) Coates D.F. and Y.S. Yu; A note on the stress concentrations at the end of a cylindrical hole, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 7, PP583–588

26) 平松良雄, 岡行俊, 斉藤敏明, 菅原勝彦；ボーリング孔底のひずみ測定による地山応力決定法の2・3の問題について、日本鉱業会昭和47年度春季大会講演前刷

27) Mohr, H.F., 'Measurement of rock pressure.' Mine and Quarry Engng., May, 1956, PP.178–189.

28) Slobodov, M.A. 'Test application of the load-relief method for investigation stresses in deep rock.' Ugal, Vol. 7, 1958, PP.30-35. (D.S.I.R. Russian Translation RTS 1068).

29) CSIR Instruction Manual; CSIR strain gage strain cell (Doorstopper) equipment using the manually operated installing tool, S. Afr. CSIR, R MEG 417, 1966

30) Leeman, E.R.; The "Doorstopper" and Triaxial Rock Stress Measuring Instruments Developed by the C.S.I.R., J.S. Afr. Inst. Mining Met., Vol. 69, PP305–339, 1969

31) Gray W.M. and K. Barron; Stress determination from strain relief measurements on the ends of boreholes, Int. Sympo. on the determination of stress in rock masses, 5, Lisbon, 1969

32) Hoskins E.R. ; Strain rosetter relief measurements in hemi-spherically ended boreholes, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 5, PP551–559, 1968.

33) Hawkes I. and S. Moxon, 'The measurement of in-situ rock stress using the photoelastic biaxial gauge with the core-relief technique', Intern. J. Rock Mech. Mining Sci., 2, 405–419 (1965).

34) Leeman, E.R. 'The determination of the complete state of stress in rock in a single borehole–laboratory and underground measurements, C.S.I.R., Rept. 538, Pretoria, South Africa, 1966.

35) Leeman E.R. amd D.J. Hayes; A technique for determining the complete state of stress in rock using a single borehole, Proc. 1st Int. Conf. on Rock Mech. Vol 2, PP17–24, Lisbon, 1966.

36) 鈴木光, 石島洋二；孔径測定法による盤圧測定の理論と実際, 材料, 17巻, 181号, PP.856～862 （昭和43年）

37) Suzuki K.; Fundamental study on rock stress measurement by the borehole deformation method, Proc. Intern. Congr. Rock Mech., 1st, Lisbon, 1966, II, PP35–39.

38) Panek, L.A.; Calculation of the average ground-stress components from measurements of the diametral deformation of a drill hole, Testing Techniques for Rock Mech., ASTM STP402, ASTM, 1966, PP106–132.

39) Leeman E.R.; The borehole deformation type of rock stress measuring instrument, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 4, PP23–44, (1967)

40) Jacobi, D. 'Instrumentation for rock pressure research.' Colliery Engineering, Vol. 25, February, 1958, PP.81-85.

41) Leeman, E.R. 'The measurements of stress in the ground surrounding mining excavations. Ass. Min. Mngrs. S. Afr. Pap. and Disc., Vol. 1958/59, September, 1958, PP. 331-356.

42) Leeman, E.R. 'Measurement of stress in abutments at depth.' Intern. Strata Control Conference, Paris. Paper D.5, May, 1960. PP.295-311.

43) National Mechanical Engineering Research Institute. Rock Mechanics Special Report No. 29. Measurements of stress and ground movement in 55E 12E Stope, Cinderella Section, E.R.P.M., Pretoria. March, 1959.

44) National Mechanical Engineering Research Institute. Rock Mechanics Special Report No. 32. Stress measurements in 64E Stope, Driefontein Section, E.R.P.M., Pretoria, CSIR Report CN 301, November, 1959.

45) Leeman, E.R. 'The measurement of changes in rock stress due to mining.' Mine and Quarry Engn., Vol. 25, No. 7, July, 1959, PP.300-304.

46) Leeman, E.R. 'Measurement of stress in abutments at depth.' Inter. Strata Control Conference, Paris. Paper D. 5, May, 1960, PP.295-311.

47) National Mechanical Engineering Research Institute. Rock Mechanics Special Report No. 49. Stress measurements in coal pillars using stress-relief techniques. Pretoria, CSIR Report CN 488, July, 1962.

48) Sibek, V. Contribution to Paper D. 5, International Strata Control Conference, Paris, May, 1960, PP.311-312.

49) Obert, L. 'In situ determination of stress in rock.' Mining Engineering, August, 1962, PP.51-58.

50) Obert, L., Merrill, R.H., Morgan, T.A. 'Borehole deformation gauge for determing the stress in mine rock.' U.S. Bureau of Mines R.I. 5978, 1962.

51) Griswold, G.B. 'How to measure rock pressures: new tools.' Engineering and Mining Journal, Vol. 164, No. 10, October, 1963, PP. 90-95.

52) Suzuki K. ; Theory and practice of rockstress measurement by borehole deformation method, Int. Sympo. on the determination of stress in rock mass, 4, Lisbon, 1969.

53) Crouch S.L. and C. Fairhurst; A four-component borehole deformation gage for the determination of In Situ Stresses in rock meases, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 4, PP.209-217, 1967.

54) Niwa Y., S. Kobayashi and K. Hirashima; Some considerations for measurements of stresses in rock masses by the use of photo elastic gages, Memo. Fac. of Eng., Kyoto Univ. Vol. 31 PP.217-230; (1969)

55) Oka Y. and I. Bain; A means of determing the complete state of stress in a single borehole, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 7, PP503-515, (1970)

56) N.J. Muskhelishvili, Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff, Holland, 1953, PP210-217.

57) Hast, N. 'The measurement of rock pressure in mines.' Sveriges Geologiska Undersokning, Ser. C. Arsbok 52, No. 3, 1958.

58) Hast, N. and T. Nilsson; Recent rock pressure measurements and their implications for dam building, Trans. Gongr. Large Dams, 8th, Edinburgh, PP601-610, 1964.

59) E.L.J. Potts, 'Underground instrumentation', Quart. Colo. School Mines, 52, 135-182 (1957).

60) Potts, E.L.J. and Tomlin, N. 'Investigations into the measurement of rock pressures in the mine and in the laboratory.' Intern. Strata Control Conference, Paris, Paper D4, May, 1960, PP281-294.

61) A.H. May, 'Instruments to measure the stress conditions existing in the rocks surrounding underground openings'. Intern. Conf. Strata Control, Paris, 1960, Paper D3, 263-274.

62) A.H. Wilson, 'A laboratory investigation of a high modulus borehole plug gauge for the measurement of rock stress', Proc. Symp. Rock Mech., 4th, Bull. Mineral Ind. Expt. Sta., Penn. State Univ., No. 76, 185-195 (1961).

63) Anon., 'Measurement of in-situ rock stress', Mining J., Dec. (1963).

64) Salamon, M.G. 'Some theoretical aspects of stressmeter design.' Univ. of Durham, King's College Mining Bull. Vol. 9, Bull. No. 2, Series: Strata Control/Res. No. 13.

65) Hiramatsu Y, Y. Niwa and Y. Oka; Measurement of stress in the field by an application of photoelasticity, Tech. Rept. Eng. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 37, PP49-63, (1957)

66) A. Roberts, I. Hawkes, F.T. Williams and R.K. Dhir, 'A laboratory study of the photoelastic stressmeter', Intern. J. Rock Mech. Mining Sci., 1,441-457 (1964)

67) A. Roberts, I. Hawkes and F.T. Williams, 'Field applications of the photoelastic stressmeter', Intern. J. Rock Mech. Mining Sci., 2, 93-103 (1965).

68) A. Roberts, 'The photoelastic glass-insertion stressmeter', Engineer, July (1965).

69) A. Roberts, 'Photoelastic instrumentation for strata control and rock mechanics', Proc. Intern. Congr. Rock Mech., 1st, Lisbon, 1966, II, 441-446.

70) A. Mayer, P. Habib and R. Marchand, 'Underground rock pressure testing, Intern. Conf. Rock Pressure Support at the Working Face, Liege, 1951, 217-221.

71) M.E. Tincelin, 'Measurement of earth pressures in the iron mines of Lorrain', Intern. Conf. Rock Pressure Support at the Working Face, Liege, 1951, 158-175.

72) L.G. Alexander, 'Field and laboratory tests in rock mechanics', Proc. Conf. Soil Mech. Found. Eng., 3rd, Australia, New Zealand, 1960, 161-168.

73) Panek, L.A. 'Measurement of rock pressure with a hydraulic cell.' Mining Engineering, March, 1961, PP.282-285.

74) D.P. Thayer, E.W. Stroppini and G. Kruse, 'Properties of rock at underground power house, Oroville Dam', Intern. Congr. Large Dams, 8th, Edinburgh, 1964, I, 49-72.

75) E.R. Hoskins, 'An investigation of the flatjack method of measuring rock stress', Intern. J. Rock Mech. Mining Sci., 3, 249-264 (1966).

76) Rocha M., J.B. Lopes and J.N. Silva; A New Technique for Applying the Method of the Flat Jack in the Determination of Stresses Inside Rock Masses, Proc. 1st Int. Conf. on Rock Mech. Vol. 2, PP57-65, (1966).

77) Jaeger, J.C. and Cook, N.G.W. 'Theory and application of curved jacks for measurement of stresses.' Intern. Conference on the State of Stress in the Earth's Crust. Santa Monica, California, 1963.

78) 伊藤一郎，寺田孚，佐々宏一，田口和明；弾性波の伝播特性を利用した鉱柱診断法に関する基礎的研究，水曜会誌，15巻，10号，PP.483～486（昭和41年）

79) Tincelin, E. 'Pressions et Deformations de Terrain dans les Mines de Fer de Lorraine.' Thèses, L'Université de Nancy, 1958, PP99-140.

80) Obert, L. 'Measurement of pressures on rock pillars in underground mines.' U.S. Bureau of Mines, R.I. 3444/1939 and R.I. 3521/1940.

81) Buchheim, W. 'The problem of determining rock pressure by acoustic means.' Bergakademie, 1,1953.

82) Larocque, G.E.; A sonic system for the determination of 'In Situ' dynamic properties and for the outlining of tracture zones, Sixth Symposium on Rock Mech., Univ. of Missouri, (1964).

83) Kehle O.K.; The determination of tectonic stresses through analysis of hydraulic well fracturing, J. Geophys. Res., 69(2), PP259, (1964)

84) Scheideger A.E.; Stresses in the earth's crust as determined from hydraulic fracturing data, Geologie und Bauwessen, 27, H.2, (1962).

85) Fairhurst C.; Measurement of In Situ Stresses with particular reference to hydraulic fracturing, Felsmechanik, II (3-4), (1964).

86) Jaeger, J.C. and Cook, N.G.W. Pinching-off and discing of rocks.' J. Geophys. Res., Vol. 68, No. 6, March, 1963, PP.1759-1765.

87) Obert L. and D.E. Stephenson; Stress conditions under which core discing occurs, Trans. SME, AIME, Vol. 232, PP227-235, (1965)

88) Durelli A.J., L. Obert and V.J. Parks; Stress required to initiate core discing, Trans. SME, AIME, Vol. 241, PP269-276, (1968)

89) 菅原, 斉藤, 西村, 平松, 岡；コア・ディスキングにおけるディスキング現象に関する基礎的研究業積発表会講演集, PP.25～26

90) Buchanan, J.C. 'Electrical resistivity field unit.' Dept. Mines & Techn. Surveys, Ottawa, Canada, Information Memo 331, October, 1952.

91) Sen, G.C. 'Application of the electrical resistance method as a means of investigating stresses and strains in rock salt.' Univ. of Durham, King's College Mining Bull., Vol. 9, Bull. No. 3, Series: Strata Control/Res. No. 17.

92) Jahns H.; Betriebsverfahren zum Erkennen und Beseitigen der Gebirgsschlaggefahr im Ruhrgebiet, Grückauf, H.6, S. PP245-253.

93) 矢野貞三；ガス突出による噴出石炭を主とした“きれつ”の顕微鏡的研究, 日鉱誌, Vol. 86, 982号, PP.81～86, (1970)

94) Herrden W.L.V. and F. Grant; A comparison of two methods for measuring stress in rock, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 4-4, PP367-382, (1967)

95) Leeman E.R. and H.G. Denkhaus; Determination of stress in rock with linear or non-linear elastic characteristics, Rock Mech. 1, PP198-206 (1969)

96) Barla G. and M. T. Wane; Stress-relief method in anisotropic rocks by means of gages applied to the end of a borehole, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 7, PP171-182, (1970)

97) Cruz R.V. and C.B. Raleigh; Absolute stress measurements at the Rangely Anticline, Northwestern Colorado, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 9, PP625-634, (1972)

第8章 参考文献

1) 赤井浩一, 山本和夫, 有岡正樹；結晶片岩の構造異方性に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 170, PP. 23 ～ 36, 1969

2) 斉藤敏明, 松居篤, 岡行俊, 平松良雄；坑道まわりに緩みを生ずる場合の応力解析の一つの試み, 水 水曜会誌 17, 1, PP. 29 ～ 32, (昭和45年)

3) 前 出 7 章 11)

4) 平松良雄, 岡行俊, 荻野正二；3次元応力状態にある岩盤中に作られた立坑, 斜坑, 坑道まわりの応力, 日鉱誌, 78巻, 885号, P. 182, (昭37)

5) Savin G.N.; Spannungserhöhung am Rande von Löchern, VEB Verlag Technik, Berlin, (1956)

6) 前 出 7 章 23)

7) Heerden W.L. Van; Stress concentration factors for the flat borehole end for use in rock stress measurements, Eng. Geology, Vol. 3, PP307-323, (1969).

8) Coates C.F. and Y.S. Yu, A note on the stress concentrations at the end of a cylindrical hole, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Vol. 7, PP583-588, (1970).

第9章 参考文献

1) 前出第7章 26)

2) 平松良雄, 岡行俊, 木山英郎；ボアホール底面の応力およびひずみ, 水曜会誌, 16,5, PP.251～256 PP.251～256, (昭和41年)

3) 前出第7章 24)

4) Galle E.M.; Photo-elastic analysis of the stresses near the bottom of cylindrical cavity due to non symetrical loading, M. Sc. Thesis, The Rice Inst., Houston, Texas, April, (1959).

5) 前出第7章 6)

6) 前出第7章 32)

7) Bonnechere F. and Fairhurst C.; Determination of the regional stress field from doorstopper measurements, J.S. Afr. Inst. Min. Metall. 68, PP520-544, (1968).

8) Pallister C.F.; The effect of a triaxial stress field at the flat end of a borehole drilled parallel to one of the principal stresses, Transvaal and Orange Free State Chamber of Mines Research Report. No. 73, (1967)

9) Crouch S.L.; A note on the stress concentrations at the bottom of a flat-ended borehole, J.S. Afr. Inst. Min. Met., 69, PP100-102, (1969)

10) 前出第7章 25)

11) Edwards R.H.; Stress concentrations around spheroidal inclusions and cavities, J. of Applied Mech., Vol. 18, 1, P19-30. (1951)

12) Wilson E.L.; Structural analysis of axisymmetric solid, J. AIAA, 3, PP2269-74, (1965)

13)　斎藤敏明，川本眺万；トンネル切羽周辺の応力解析，昭和45年度土木学会全国大会講演集，Ⅲ－93

14)　川股重也；Finite element method による回転体の非軸対称問題の解析，コンピュータ使用による構造解析講習会テキスト，日本鋼構造協会，pp 246～256，(昭和43年)

15)　斎藤敏明，川本眺万；ピラー周辺岩盤の応力変形状態，昭和46年度日本鉱業会秋季大会研究資料，A 1 － 5

16)　平松良雄，岡　行俊；円形立坑．斜坑・坑道まわりの応力の一般解，78，884，pp 93～98，(1962)

17)　Heuzé F.E.; Sources of errors in rock mechanics field measurements and related solutions, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 8, PP297-310 (1971)

第10章 参 考 文 献

1) 前 出 7 章 35)

2) 前 出 7 章 14)

3) 前 出 7 章 55)

4) 平松良雄，岡 行俊，斎藤敏明，菅原勝彦；8ゲージ素子による孔底ひずみ法の開発，日本鉱業会 昭和48年春季大会講演前刷

第11章 参 考 文 献

1) 前 出 7 章 6)

2) Obert L.; In situ determination of stress in rock, Mining Eng. Vol. 14, 8, PP51-58, (1962)

3) 前 出 7 章 86)

4) 前 出 7 章 87)

5) 前 出 7 章 88)

6) 前 出 7 章 89)

7) 岡 行俊，菅原勝彦，平松良雄；ボーリング孔周囲の応力解析，昭和47年度日本鉱業会秋季大会研究会資料，A 1 − 2

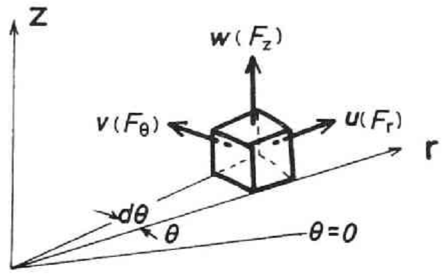
付　録

付録　有限要素法による回転体の非軸対称問題の解析

1　荷重および変位の仮定

回転体における、変位と荷重の成分を付１図に示すように、円筒座標系に関連して、それぞれu、v、w、およびF_r、F_θ、F_z とする。また、荷重成分は、その位置の関数として、一般に次の様にかけるものとする。

$$\mathrm{F} = \begin{Bmatrix} F_r \\ F_\theta \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_n f_{rn}\,(r,\ z)\cdot\cos n\theta \\ \sum_n f_{\theta n}\,(r,\ z)\cdot\sin n\theta \\ \sum_n f_{zn}\,(r,\ z)\cdot\cos n\theta \end{Bmatrix} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(付１)$$



付１図　回転体における変位と荷重成分

ここで、n は正整数である。

すなわち、荷重はフーリェ級数によって展開され、変数分離された形で求まり、しかも、F_r、F_z は偶関数で、F_θ は奇関数で表わされるものとする。このような条件は、一般の荷重系では満足されるものである。

さて、式（付１）の各項に対する解が求まったとすれば、F に対する解はこれらを重ね合せることによって得られる。そこで、式（ 9.1 ）の一般項n について検討すればよい。この一般項n に対する変位も同様に次式のように表わすことができる。

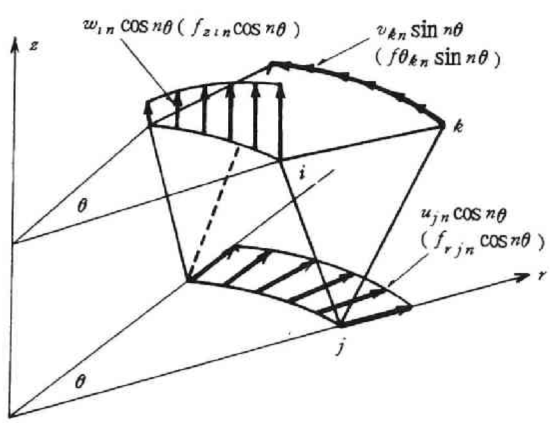
$$\mathrm{u}_n = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} u_n\,(r,\ z)\,\cos n\theta \\ v_n\,(r,\ z)\,\sin n\theta \\ w_n\,(r,\ z)\,\cos n\theta \end{Bmatrix} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(付２)$$

そこで、有限要素として、回転体の軸を含む断面内に、たとえば、任意の三角形をとり、これを回転軸まわりに回転させて生じたリングエレメントを考える。付２図のように３角形断面の頂点をi、j、kとすると、（付２）式に従い頂点変位は次のように書ける。

$$\mathrm{d}_e = \{u_i,\ u_j,\ u_k;\ v_i\ v_j,\ v_k;\ w_i,\ w_j,\ w_k\}$$

$$= \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n\cos n\theta \\ v_n\sin n\theta \\ w_n\cos n\theta \end{bmatrix} = I_o\,\mathrm{d}_{en} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(付３)$$

同様にして頂点力も次式の様になる。



付２図　リングエレメントの節点変位および節点力

$$\mathrm{f_e} = \{ f_{ri}, f_{rj}, f_{rk} ; f_{\theta i}, f_{\theta j}, f_{\theta k} ; f_{zi}, f_{zj}, f_{zk} \}$$

$$= \begin{bmatrix} f_r \\ f_\theta \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{rn} \cos n\theta \\ f_{\theta n} \sin n\theta \\ f_{zn} \cos n\theta \end{bmatrix} = I_o \mathrm{f}_{en} \quad \cdots\cdots (付4)$$

ここで、$I_o = diag\{\cos n\theta, \cos n\theta, \cos n\theta, \sin n\theta, \sin n\theta, \sin n\theta, \cos n\theta, \cos n\theta, \cos n\theta\}$

2 変位関数

エレメント内で、直線変化する変位分布を仮定する。また、任意のθの値を持つ断面で変位分布を決定すれば、式(付1)、(付2)の仮定から、他の断面での分布はおのずから定まる。いま、各頂点変化$u_i = \cos n\theta$、$u_j = \cos n\theta$、$u_k = \cos n\theta$のみが作用した場合の変位場は次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned} &\overline{\mathrm{u}}(r, \theta, z) = \{\overline{u}_i, \overline{u}_j, \overline{u}_k\} = \Phi \cdot \mathrm{A} \cos n\theta \\ &\overline{\mathrm{V}} = 0, \ \overline{\mathrm{W}} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (付5)$$

ここで

$$\Phi = \{1, r, z\} \quad \cdots\cdots (付6)$$

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} \alpha_i, \alpha_j, \alpha_k \\ \beta_i, \beta_j, \beta_k \\ \gamma_i, \gamma_j, \gamma_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (付7)$$

であり、α_i、β_i、γ_k は未知定数である。

各頂点にv方向、w方向の単位荷重が作用したときの変位場も同様に表わされ、結局(r, θ, z)における変位は次の様にかける。

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \mathrm{A} \cos n\theta & 0 & 0 \\ 0 & \Phi \mathrm{A} \sin n\theta & 0 \\ 0 & 0 & \Phi \mathrm{A} \cos n\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \Phi \mathrm{A} u \\ \Phi \mathrm{A} v \\ \Phi \mathrm{A} w \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (付8)$$

(8)式に各頂点の座標を入れたとき、その頂点の変位を表わすという境界条件より、

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_i & z_i \\ 1 & r_j & z_j \\ 1 & r_k & z_k \end{bmatrix}^{-1} \quad \cdots\cdots (付9)$$

となる。ここで(r_i, z_i)などは頂点の座標である。

3 ひずみおよび応力マトリックス

円筒座標で表わした変位とひずみの関係は、次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\
\varepsilon_\theta &= \frac{1}{r}\left(u + \frac{\partial v}{\partial_\theta} \right) \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\
\gamma_{zr} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \\
\gamma_{r\theta} &= \frac{\partial u}{r\partial_\theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \\
\gamma_{z\theta} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial_\theta}
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(付10)$$

上式に式(付8)を代入して、頂点変位によって、リングエレメント内に生じるひずみは、次のようにひずみマトリックス圧を用いて表わすことができる。

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{zr} \\ \gamma_{r\theta} \\ \gamma_{\theta z} \end{Bmatrix} = \mathrm{E} \begin{Bmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{Bmatrix} = \mathrm{E} \cdot \mathrm{d}_{en} \cdots\cdots\cdots(付11)$$

ここで、

$$\mathrm{E} = \begin{bmatrix}
\beta\cos n\theta & 0 & 0 \\
\frac{1}{r}\,\mathrm{a}\cos n\theta & \frac{n}{r}\,\mathrm{a}\cos n\theta & 0 \\
0 & 0 & \gamma\cos n\theta \\
\gamma\cos n\theta & 0 & \beta\cos n\theta \\
-\frac{n}{r}\,\mathrm{a}\sin n\theta & \left(\beta - \frac{\mathrm{a}}{r}\right)\sin n\theta & 0 \\
0 & \gamma\sin n\theta & -\frac{n}{r}\,\mathrm{a}\sin n\theta
\end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots(付12)$$

$$\mathrm{a} = \Phi\mathrm{A} = [\,\alpha + \beta r + \gamma z\,]$$

また、要素内の応力は、次の様に書くことができる。

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{zr} \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{\theta z} \end{Bmatrix} = \mathrm{D}\varepsilon = \mathrm{D}\cdot\mathrm{E}\cdot\mathrm{d}_{en} = \begin{Bmatrix} A_r \cos n\theta \\ A_\theta \cos n\theta \\ A_z \cos n\theta \\ A_{zr} \cos n\theta \\ A_{r\theta} \sin n\theta \\ A_{\theta z} \sin n\theta \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots (付13)$$

ここで、Dは応力－ひずみ関係を与える、弾性定数からなるマトリックスである。また、A_r、A_θ…… などは、r、zのみの関数である。

4　要素の剛性マトリックス

仮想仕事の原理を用いて、要素の剛性マトリックスを誘導しょう。いま、仮想変位として次の様なものを考える。

$$\widetilde{\mathrm{d}}_e = \begin{Bmatrix} \widetilde{u}_n \cos n\theta \\ \widetilde{v}_n \sin n\theta \\ \widetilde{w}_n \cos n\theta \end{Bmatrix} = I_o\, \widetilde{\mathrm{d}}_{en} \quad \cdots\cdots\cdots (付14)$$

この仮想変位によって生じる仮想ひずみは、次の様になる。

$$\widetilde{\varepsilon} = \mathrm{E} \begin{Bmatrix} \widetilde{u}_n \\ \widetilde{v}_n \\ \widetilde{w}_n \end{Bmatrix} = \mathrm{E}\cdot\widetilde{\mathrm{d}}_{en} \quad \cdots\cdots\cdots (付15)$$

また、この時エレメントの頂点に働いている節点力をf_e、内部応力をσとすると、次のような釣合い関係が得られる。

$$\widetilde{\mathrm{d}}_e^T\ \mathrm{f}_e\, ds = \int_\triangle \widetilde{\varepsilon}^T \sigma\, ds\, dA \quad \cdots\cdots\cdots (付16)$$

ここで、Sはリングに沿った円周を表わし$ds = rdo$である。△はrz面での三角形の面積を示し、dAの積分範囲を示している。上式を式（付3）、（付4）、（付11）、（付13）を用いて書き変え、さらに$\widetilde{u}_n$などを単位の変位とすれば、結局式（付16）は次の様になる。

$$r I_o^T I_o\, \mathrm{f}_{en} = \int_\triangle \mathrm{E}^T \mathrm{DE}\, r\, dA \cdot d_{en} \quad \cdots\cdots\cdots (付17)$$

これに、（付12）などを代入して必要な計算を行なうと上式は次の様に書ける。

$$r\,\mathrm{f}_e = \iint_\triangle \begin{bmatrix} \mathrm{b}_{11} + \mathrm{c}_{11}\tan^2 n\theta, & \mathrm{b}_{12}\cot n\theta + \mathrm{c}_{12}\tan n\theta, & \mathrm{b}_{13} \\ \mathrm{b}_{21}\cot n\theta + \mathrm{c}_{21}\tan n\theta, & \mathrm{b}_{22}\cot^2 n\theta + \mathrm{c}_{22}, & \mathrm{b}_{23}\cot n\theta + \mathrm{c}_{23}\tan n\theta \\ \mathrm{b}_{31}, & \mathrm{b}_{32}\cot n\theta + \mathrm{c}_{32}\tan n\theta, & \mathrm{b}_{33} + \mathrm{c}_{33}\tan^2 n\theta \end{bmatrix} r\,dr\,dz$$

$$\times\ \mathrm{d}_e = \mathrm{k}_e \cdot \mathrm{d}_e \quad \cdots\cdots\cdots (付18)$$

この式のK_eが任意のθ断面での頂点変位と頂点力との関係を表わす剛性マトリ ックスである。しかし、このK$_e$は式(付18)からも明らかなように の関数となっているので、各断面ごとに剛性マトリックスが異なることになる。しかし、$\theta=\dfrac{\pi}{4n}$の断面を選んでやればtan$n\theta$ =cot$n\theta$ = 1となり式(付18)は

$$^{r}\mathrm{f}_{en}=\mathrm{K}_{en}\,\mathrm{d}_{en} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (\text{付}19)$$

となる。この式によれば、θに無関係に変位および節点力のピークの値の間の関係を直接に定めることができる。実際の計算にあたっては、節点力のピークの値を用いて、式(付19)に示された剛性マトリックスを用いて計算してやれば変位のピークの値を求めることができる。さらに応力状態は、式(付13)を用いて、任意の断面での値の決定することができる。