

氏名	西川 樟一 にし かわ よし かず
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 4 4 号
学位授与の日付	昭 和 37 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 電 気 工 学 専 攻
学位論文題目	<b>Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations</b> (非線型振動理論)
論文調査委員	(主 査) 教 授 林 千 博 教 授 林 重 憲 教 授 榎 木 義 一

### 論 文 内 容 の 要 旨

この論文は非線型物理系に発生する振動のうち主として強制振動の理論的研究に関するものであって、本編5章および付録4章よりなっている。

第1章は非線型常微分方程式の基本調波振動周期解を求めるための解析的方法に関する研究を述べている。第1節序言では解析的方法が他の方法に比して有利な点を説明し、諸方法を概観している。第2節摂動法では従来用いられてきたやや迂遠な方法の代わりに、系および外力が与えられた場合に解の振幅および位相を直接求める方法を説明している。第3節繰返法では Duffing の方法に合理的根拠を与えている。第4節 harmonic balance 法では従来基本調波振動成分を含む第1近似解のみを求めていたのに対し、高調波振動成分を考慮して、順次補正項を付加し、近似度を高めていく方法について述べている。第5節では以上の諸方法により得られた解を比較し、相互の関係を明らかにしている。第6節では以上の方法を大きな非線型項を含む微分方程式に適用してもかなり良好な近似解が得られることを数値例により示している。第7節は結言で第1章の結果を要約している。

第2章は非線型常微分方程式を解くための図式的方法に関する研究を述べている。第1節序言においては図式的解法が解析的方法に比し、より広範囲の方程式の解に、比較的容易に適用し得る利点のあることを説明している。第2節スロープライン法では従来の方法を拡張して nonautonomous な系にも適用可能な作図法を提案し、この方法をも含めてスロープライン法が適用できる微分方程式の型を分類し整理している。また作図により得られる解の誤差をテラ級数展開法により求めている。さらに幾つかの解の実例を示している。第3節デルタ法では従来の方法よりも精度の高い改良法およびより一般的なダブルデルタ法を提案している。第2節におけると同様に解の誤差を求め、また数値例をも示している。第4節結言では以上の解法の特徴を要約し、またスロープライン法とデルタ法との比較について言及している。

第3章は Duffing の方程式によって支配される非線型の系に発生する1/2調波振動に関する研究を述べている。第1節序言では、1/2調波振動は Mathieu あるいは Hill の方程式の解としても現われ、Duffing

型の非線型の系に現われる  $1/2$  調波振動の発生機構はそれと類似の点もあるが、はるかに複雑であることを説明している。第 2 節では基礎方程式として絶体値 2 乗特性復原項をもつ Duffing 方程式を用いる理由について説明し、harmonic balance 法および定数変化法を用いて nonautonomous な系を autonomous な系に変換している。第 3 節は定常状態とその安定性について論じている。すなわち定常状態よりの変分方程式に対して Routh-Hurwitz の定理を適用することによって安定条件を求め、系のパラメータの値により種々の型の定常状態が存在することを明らかにしている。第 4 節は位相面解析法により振動の過渡状態について論じている。初期条件と定常状態との関連を考究することに重点をおき、その結果位相面において同一の定常状態に落付く初期条件の領域の模様が五つの型に大別されることを明らかにし、それぞれの型について代表的な数値例を挙げて、詳細な解析結果を示している。第 5 節は基礎方程式をアナログ計算機を用いて解析した結果を述べ、理論的考察の結果とよく一致することを示している。第 6 節結言では第 2 章の結果をまとめている。

第 4 章では一つの系に異なった種類の周期振動が発生する場合の初期条件と周期振動との関係を mapping 法を用いて研究している。第 1 節序言においては、第 3 章で用いた nonautonomous な系を autonomous な系に変換したのち、位相面解析法を適用する方法にはその適用に限界があることを指摘し、この欠点を避けるため、nonautonomous な系について初期条件の domain of attraction の境界を mapping 法を用いて求める手順につき概説している。第 2 節ではまず対称特性をもつ Duffing の方程式の基本調波振動および分数調波振動周期解が存在する系のパラメータの値を harmonic balance 法を用いて検討し、つぎに基本調波振動および  $1/3$  調波振動のいずれもが発生するパラメータの値を選んで微分方程式のいかなる初期値がそれらの周期振動を発生するかを詳細に解析している。第 3 節では非対称特性をもつ Duffing の方程式の周期振動と初期値との関係を解析している。第 4 節結言では本章の結果をまとめ mapping 法の利点について論じている。

第 5 章は概周期振動に関する研究を述べている。第 1 節序言で概周期振動を、定常状態においても振動の振幅および位相が周期的に緩慢に変化し、その変化の周期と外力の周期との比が一般に無理数となるため、結局非周期的となるような振動であると定義している。第 2 節では直流を重ね合わせた鉄共振回路に発生する概周期振動を第 3 章におけると同様の位相面解析法により考究している。位相面上では特異点は周期振動に対応し、リミット・サイクルは概周期振動を表わす。リミット・サイクルの存在および安定性を論じることは一般に困難であるが、著者は簡単な場合について、リミット・サイクルが発生する理由を定性的に説明している。また数値例を挙げ、理論的解析結果とアナログ計算機による解析結果とがよく一致することを明らかにしている。第 3 節ではパラメータ励振回路に発生する概周期振動を解析している。第 4 節は結言で本章の結果をまとめている。

付録の各章は本編の補遺である。

## 論文審査の結果の要旨

第 1 章非線型常微分方程式の解析的解法に関する研究において取り扱っている摂動法、繰返法および harmonic balance 法はいずれも従来からよく知られた方法であるが、著者はそれらに対し改良法を示し、あるいは方法の合理的な根拠づけを与えている。またこれらの方法によって得られる解を比較検討して、

相互の関連を明らかにしている。さらに数値例として、これらの方法を大きな非線型項をもつ微分方程式に適用し、実用的に満足な結果が得られることを示して、新しい資料を提供している。

第2章非線型常微分方程式の図式解法に関する研究においては、スロープライン法およびデルタ法を取り扱い、従来用いられた方法の改良あるいは拡張を提案している。それらはいずれも充分実用的な価値があるものと認められる。また各方法に対し誤差の検討を行なっているのも使用者に便宜を与えるものと思われる。

第3章1/2調波振動の研究では、特に解の直流分の時間変化を考慮して、過渡状態の詳細な考察を行なった点に従来見られない特徴がある。その結果初期条件と周期解との関係に種々の型があることを明らかにしている。

第4章では nonautonomous な系の初期値問題を取り扱うのに、autonomous な系に変換せず、mapping 法により直接 nonautonomous な系を解いている点に特徴がある。その結果 domain of attraction の詳細な模様を知ることができた。mapping 法に関する論文は従来にも一、二あるが、同法をこの種の初期値問題に適用して詳細な結果を得たのはおそらく著者が最初である。

第5章概周期振動の研究では、2階の微分方程式と1階の微分方程式とによって表わされる系の内部的相互干渉により、この種の振動が発生する機構を説明している。これは、従来鉄共振回路に概周期振動が発生することが実験的に知られながら、それを理論的に説明することができなかつた問題に解決を与えたものである。

以上を要するにこの論文は非線型振動のうち特に強制振動の理論的研究を行ない、非線型微分方程式の解法および非線型現象の解明に幾多の寄与をなしたもので、学術上、實際上貢献するところが大きく、工学博士の学位論文として価値があるものと認める。