

農
241 四
1-0

木材接着の破壊力学的研究

1 9 7 7

小 松 幸 平

木材接着の破壊力学的研究

1 9 7 7

目次

緒言	1 ~ 3
第1章 破壊力学における基本的事項の概説	4 ~ 14
1.1 応力拡大係数	4
1.2 クラックの変形様式と応力分布	5
1.3 ひずみエネルギー解放率	7
1.4 均質弾性体における応力拡大係数 K と ひずみエネルギー解放率 G の互換性	10
1.5 J -積分によるひずみエネルギー解放率の計算	12
第2章 木材-エポキシ樹脂接着系のモードI破壊靱性の算定	15 ~ 26
2.1 破壊靱性算定式の誘導	15
2.1.1 接着層が有限長であるDCB試験片のコンプライアンス	16
2.1.2 実用的なひずみエネルギー解放率の誘導	18
2.1.3 接着層の厚さが無視される場合の実用式の妥当性	20
2.2 実験	22
2.2.1 試験片の作成 および 破壊靱性試験	22

2.3 結果 および 考察	24
2.4 要約	26
第3章 接着層の粘弾性を考慮したDCB試験片のモードI破壊靱性	27 ~ 41
3.1 破壊靱性算定式の誘導	27
3.1.1 荷重 - 変位関係の数値解析	27
3.1.2 破壊靱性算定式の誘導	31
3.2 実験	33
3.2.1 供試材料とその力学的性質	33
3.2.2 DCB試験片 および 破壊靱性試験	37
3.3 結果 および 考察	37
3.3.1 荷重 - 変位曲線	37
3.3.2 モードI破壊靱性	40
3.4 要約	40
第4章 木材 - エポキシ樹脂接着系のモードII破壊靱性の算定	42 ~ 52
4.1 実験による試験片のコンプライアンスの決定	42
4.1.1 試験片の作成 と 試験装置	42
4.1.2 荷重端変位の決定	44

4.2	有限要素法による試験片の変形と応力の解析	46
4.3	結果 および 考察	46
4.3.1	ひずみエネルギー解放率の決定	46
4.3.2	モードII破壊靱性	49
4.3.3	試験片の応力分布と破壊のモード	50
4.4	要約	52
第5章	二重添板接着継手の引張耐力の解析における破壊力学の応用	53 ~ 64
5.1	母材の木口面接着を考慮した二重添板接着継手の 臨界引張応力の誘導	53
5.2	実験	57
5.2.1	材料 および 試験片の作成	57
5.2.2	実験定数 入 の決定と継手の耐力試験	58
5.3	結果 および 考察	58
5.3.1	母材の木口面が接着されていない試験片における 添板寸法と軸引張耐力の関係	59
5.3.2	継手の耐力に及ぼす木口面接着の効果	61
5.3.3	二重添板接着継手の軸引張耐力設計式の提案	62
5.4	要約	64

摘要	65 ~ 67
追補 二次元直交異方体におけるクラック周辺の 応力、変位分布の平面応力解析	68 ~ 75
文献	76 ~ 83

緒言

建造物の安全を図るためには、部材や接合部の耐力が、適切な破壊法則あるいは、破壊条件に基づいて定量的に算出されることが望ましい。耐力計算に必要な構造物の変形や応力の解析は、有限要素法^{1), 2), 3)}が身近なものとなった今日では、相当複雑な問題まで実行できるようになった。しかし、すべての材料の破壊現象を一律に表現し得る破壊法則は、今日でもなお存在しない。このことは、耐力計算において最後の詰め段階がいまだに完全でないことを意味している。したがって、現状では、個々の材料の破壊特性(延性的、脆性的)、力学的性質(弾性、粘弾性、異方性、等方性)、作用応力(応力集中を伴う、比較的均一な応力状態)その他を考慮してそれぞれの部材もしくは接合部に最適と思われる破壊法則を実験や経験に基づいて選択する必要がある。これまでに提唱された材料の破損や降伏に関する幾つかの有名な法則は、比較的均一な応力状態にある部材の延性的な破損に対してその適応性が認められている。^{4), 5), 6)}しかし、きわめて高い応力集中を伴う部材や接合部の破壊に対しては、その適応性に限界があるといわれている。^{4), 5), 6)}これに対し、ここ10年余りの間に急速に発展してきた破壊力学⁷⁾は、きわめて高い応力集中の存在する材料の破壊を専門に扱うことができる。しかし、その適用には応力集中源としてクラックあるいは、それに相当するノッチや傷の存在が必要であり、その適応性もやはり限られている。

最近我が国においても、木質構造物の接合効率を改善する目的で、部材接合に接着剤を使用する試みが見られるようになってきた。^{8), 9), 10), 11), 12), 13), 14), 15)}接着結合された接合部の破壊は多分に脆性的であり、接合部の安全を図るためには、計算によってその耐力をある程度推定できることが望ましい。しかるに、耐力計算に必要な接着強度のデータが手近にあるものとりえ、規格試験もしくは、それらに準じた試験で得られる、いわゆる、「接着力」だけである。この「接着力」は、すでに指摘されたように、^{16), 17)}木質材料の品質の評価、新しく開発された接着剤の性能の評価といった、相対的な評価には合理的なものがあるが、その絶対値を用いて接着系の耐力を計算したり、必要とする接着面積を算出したりするには不適当なものである。なぜならば、接着強さ測定用試験片の多くは、きわめて高い応力集中を伴う形状のものであるにもかかわらず、いわゆる「接着力」として算定される値は、破壊荷重を単に接着面積で割った平均破壊応力によって表現されているからである。いま、接着試験片を一つの構造物と考へれば、「接着力」と称される値は、構造物の耐力に相当するものであって、これは試験片の形状の因子を内に含んだ見かけの強さに過ぎない。一般に接着強さを測定する試験片には、破壊が

接着面に沿って起るように切欠きが設けられていたり、外力を伝達するための突き出し部分が存在したりする。このような幾何学的に不規則な形状をもつ構造物の耐力は、最初に述べたように、その応力分布、破壊特性、力学的性質を考慮して適切な破壊法則を仮定した上で計算されるべきである。もしこのような計算が可能であれば、実験で得られる耐力、すなわち見かけの接着強さから、仮定した破壊法則に使われる臨界条件パラメータ、すなわち真の接着力に相当する値が算出されよう。木材接着の破壊特性は多分に脆性的であり、また強さ試験において応力集中が避けられないものである以上、これらの特質をうやむやのうちに無視するよりも、逆に積極的に利用して、別の角度から木材接着の強さを評価することも無駄ではないと考えられる。

本研究は、このような観点に立って「破壊力学」を応用して、まわめて集中度の高い応力集中を伴う木材接着の強さを評価することを試みたものである。本論文の第1章では、破壊力学で用いられる重要なパラメータの性格やその誘導過程を概説した。第2章では、木材接着の破壊において、最も支配的であると考られている開口形の破壊を取扱い、第3章では、開口形の破壊において接着層の粘弾性的性質が演ずる役割の定量的な解析を試みた。第4章では、せん断外力下における木材接着の強さを取扱い、第5章では、二重添板接着継手が軸引張力を受ける場合の耐力を破壊力学を応用して一種の実験式として整理した。実験にはすべてエポキシ樹脂接着剤を用いた。その理由は、この接着剤が圧縮圧力を必要とせず任意の厚さの接着層を形成できること、フレキシビライザの添加量を調整することによって様々な力学的性質また破壊特性を発揮しうること、接着操作が簡単でしかも木材に対する接着性が良好であり、基礎的な実験に最適であると考えられたことなどである。

破壊力学は、主に金属材料を対象として発展してきた工学的手法であり、木材を対象とした研究例はあまり多くはない。これまで知られている素材を対象とした破壊力学的研究^{(18), (19), (20), (21), (22), (23), (24), (25), (26), (27), (28), (29)} および木材接着を対象とした研究^{(30), (31), (32), (33), (34), (35), (36)} においては、破壊靱性の算定を目的としたものが大半を占めている。破壊靱性は後述するようクランクを有する材料の強度特性値であり、その値が数多くの材料について測定され、データとして集積されることは望ましいことである。しかし現時点においては、破壊靱性を具体的にどのような方面に、またどのような手法によって活用するかという点については、十分な研究はされておらず、今後の重要な課題であると考えられる。

最後に、本論文は、著者が京都大学大学院農学研究科 修士 および 博士課程在学中に、同大学木材研究所木材材料学研究室において行った研究をまとめたもの

ので、本研究を行うにあたり、終始御懇篤なる御指導を賜った京都大学木材研究所
教授 満久崇啓博士に対し、また、本論文のとりまとめに御教示と御助言をいただ
いた京都大学農学部教授 中ノ莞二博士、同学部教授 横田徳郎博士に対し深く謝
意を表する次第である。さらに、本研究遂行にあたり、終始御指導をいただ
いた京都大学木材研究所助教授 佐々木 光 博士に対し厚く御礼を申し上げるととも
に、実験の実施にあたって種々の御助力をいただいた同研究所木質材料学研究室の
各位に感謝の意を表する次第である。

第1章 破壊力学における基本的事項の概説

破壊力学 (Fracture Mechanics) はクラックで代表されるノッチや傷を含む材料の強さや変形を連続体力学を駆使して取扱う工学的手法であり、弾性論を中心に問題を取扱うものもとくに線形破壊力学という^{?)}。線形破壊力学の分野では、材料の大部分の領域がまだ十分弾性的に挙動しているにもかかわらず、クラック先端のごく限られた領域のみが局所的な降伏を起し、比較的低レベルの外力下で材料全体が突然破壊してしまうような現象を取扱う。この分野で用いられる重要なパラメータは応力拡大係数 (Stress Intensity Factor) K とひずみエネルギー解放率 (Strain Energy Release Rate) G であり、本章ではこれらのパラメータに関連した基本的事項について概説する。

1.1 応力拡大係数

均質弾性体に存在するクラックの周辺における応力分布は、長円に関する複素解析関数^{37), 38)} あるいは、ノッチやくさびに関する Airy の応力関数^{39), 40), 41)} によって求められる。その結果、クラック先端にごく近い領域の応力分布は次式のようにクラック先端からの距離 r の $-1/2$ 乗に比例する特性があることが分かる。

$$\sigma(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) \quad (1-1)$$

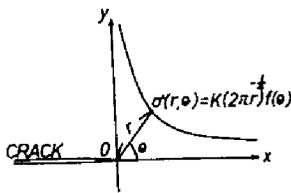


図 1.1 均質弾性体におけるクラック先端付近の応力分布パターン。

ここで、 θ は図 1.1 に示す角度、 $f(\theta)$ は材料定数と極座標の角度関数からなる関数である。式 (1-1) より、 $r=0$ すなわち、クラック先端において、応力は K や $f(\theta)$ が有限のときつねに無限大となり理論と現実の間に大きな矛盾が生じる。そこで、線形破壊力学においては応力の絶対値に注目せず応力分布を支配する係数 K に注目する。この係数 K はクラックの寸法、外力、材料の外部寸法、その他の情報を含んだ係数で一般に応力拡大係数と呼ばれる。そして、線形破壊力学の重要な一つの仮説は次のように表現できる。

「外力の増加とともに増加する応力拡大係数 K が材料に特有のある臨界値 K_c に達すると材料は破壊する。」

$$\sigma_x = \frac{K_I}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi r}} \left\{ \frac{\sin(\theta_2/2)}{\alpha_2\sqrt{\rho_2}} - \frac{\sin(\theta_1/2)}{\alpha_1\sqrt{\rho_1}} \right\} + \frac{K_{II}\alpha_1\alpha_2}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi r}} \left\{ \frac{\cos(\theta_2/2)}{\alpha_2^2\sqrt{\rho_2}} - \frac{\cos(\theta_1/2)}{\alpha_1^2\sqrt{\rho_1}} \right\} \quad (1-3)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi r}} \left\{ \frac{\alpha_1\sin(\theta_1/2)}{\sqrt{\rho_1}} - \frac{\alpha_2\sin(\theta_2/2)}{\sqrt{\rho_2}} \right\} + \frac{K_{II}\alpha_1\alpha_2}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi r}} \left\{ \frac{\cos(\theta_1/2)}{\sqrt{\rho_1}} - \frac{\cos(\theta_2/2)}{\sqrt{\rho_2}} \right\} \quad (1-4)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi r}} \left\{ \frac{\cos(\theta_1/2)}{\sqrt{\rho_1}} - \frac{\cos(\theta_2/2)}{\sqrt{\rho_2}} \right\} + \frac{K_{II}\alpha_1\alpha_2}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi r}} \left\{ \frac{\sin(\theta_2/2)}{\alpha_2\sqrt{\rho_2}} - \frac{\sin(\theta_1/2)}{\alpha_1\sqrt{\rho_1}} \right\} \quad (1-5)$$

$$u = \frac{2K_I\sqrt{r}}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi}} \left\{ \sqrt{\rho_2}\alpha_2 p_2 \sin(\theta_2/2) - \sqrt{\rho_1}\alpha_1 p_1 \sin(\theta_1/2) \right\} + \frac{2K_{II}\alpha_1\alpha_2\sqrt{r}}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi}} \left\{ \sqrt{\rho_1} p_1 \cos(\theta_1/2) - \sqrt{\rho_2} p_2 \cos(\theta_2/2) \right\} \quad (1-6)$$

$$v = \frac{2K_I\sqrt{r}}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi}} \left\{ \sqrt{\rho_2}\alpha_2 q_2 \cos(\theta_2/2) - \sqrt{\rho_1}\alpha_1 q_1 \cos(\theta_1/2) \right\} + \frac{2K_{II}\alpha_1\alpha_2\sqrt{r}}{(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi}} \left\{ \sqrt{\rho_2} q_2 \sin(\theta_2/2) - \sqrt{\rho_1} q_1 \sin(\theta_1/2) \right\} \quad (1-7)$$

ここで、 $\alpha_1^2 = \kappa + \sqrt{\kappa^2 - \epsilon}$, $\alpha_2^2 = \kappa - \sqrt{\kappa^2 - \epsilon}$, $\kappa = E_y \{ 1/(2G_{xy}) - \mu_{xy}/E_x \}$,
 $\epsilon = E_y/E_x$, $\rho_1^2 = \cos^2\theta + (\sin\theta/\alpha_1)^2$, $\rho_2^2 = \cos^2\theta + (\sin\theta/\alpha_2)^2$,
 $p_1 = -\{ \mu_{xy}/E_x + 1/(\alpha_1^2 E_x) \}$, $p_2 = -\{ \mu_{xy}/E_x + 1/(\alpha_2^2 E_x) \}$,
 $q_1 = -\{ \mu_{xy}/(\alpha_1 E_x) + \alpha_1/E_y \}$, $q_2 = -\{ \mu_{xy}/(\alpha_2 E_x) + \alpha_2/E_y \}$,
 $\theta_1 = \tan^{-1}(\tan\theta/\alpha_1)$, $\theta_2 = \tan^{-1}(\tan\theta/\alpha_2)$. (1-8)

式中の E_x, E_y は木材のヤング率、 G_{xy} は木材の剛性率、 μ_{xy} は木材のポアソン比である。なお、上に示した応力、変位の分布式における極座標のとり方は図1-3に示したように一般の破壊力学の場合と 180° 異なっている。これは追補に示すように、境界条件の処理をしやすいためである。上式(1-3)から(1-7)における K_I, K_{II} がそれぞれモードI、モードIIの応力拡大

係数である。ここで、 $\theta = \pi$ なるクラック先端の延長線上の応力と、 $\theta = 0$ なるクラックの自由表面の変位を求めると以下のようになる。

$$\sigma_x(\pi, r) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \right) \quad (1-9)$$

$$\sigma_y(\pi, r) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (1-10)$$

$$\tau_{xy}(\pi, r) = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (1-11)$$

$$u(0, r) = \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{\alpha_1 \alpha_2 E_x} K_{II} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (1-12)$$

$$v(0, r) = \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{E_y} K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (1-13)$$

したがって、モード I ($K_I \neq 0, K_{II} = 0$) の応力、変位場とは、クラックの自由表面が横 (x) 方向に変位せず ($u = 0, v \neq 0$)、クラック線上にせん断応力が存在しない [$\tau_{xy}(\pi, r) = 0$] 状態であり、逆にモード II ($K_I = 0, K_{II} \neq 0$) の応力、変位場とは、クラックの自由表面は縦 (y) 方向に開かず ($v = 0, u \neq 0$)、クラック線上に垂直応力が存在しない [$\sigma_x(\pi, r) = \sigma_y(\pi, r) = 0$] 状態をさす。また、式(1-9)より直交異方体においては σ_x が材料定数の影響を受ける点が等方体の場合⁷⁾と異なる。なお、モード III については省略した。

1.3 ひずみエネルギー解放率

「外力下にある物体が安定したつり合い状態にあるとき、系の全ポテンシャルエネルギーは最小である。」というのが、最小ポテンシャルエネルギーの原理の主張するところである。Griffith の脆性破壊に関する理論⁴⁶⁾は、この原理に物体の表面エネルギーの増減を加味したもので、まず、次式で示す汎関数が定義される。⁴⁷⁾

$$\Pi(A) = \{U(A) - W(A)\} + S(A) \quad (1-14)$$

ここで、 $U(A)$ は物体のひずみエネルギー、 $-W(A)$ は外力のポテンシャル、 $S(A)$ は表面エネルギー、 A はクラックの表面積である。{ } 内で示される部分が、いわゆる、物体の全ポテンシャルエネルギーである。式(1-14)に示す汎関数

はクラック表面積 A の関数であり、 $\partial\pi(A)/\partial A = 0$ なる停留条件は、物体の安定状態と、クラックの拡大開始による物体の不安定状態の臨界を与えらる。材料が完全弾性体であれば、外力のポテンシャルの絶対値はつねに内部ひずみエネルギーの2倍であるから、式(1-14)は次式となる。

$$R(A) = S(A) - U(A) \quad (1-15)$$

したがって、クラックの拡大開始をもたらす臨界条件式は次式となる。

$$\frac{\partial R}{\partial A} = \frac{\partial S}{\partial A} - \frac{\partial U}{\partial A} = 0, \quad \text{i.e.} \quad \frac{\partial U}{\partial A} = \frac{\partial S}{\partial A} \quad (1-16)$$

物体の単位面積あたりの表面エネルギーを γ 、物体の厚さを b 、クラックの長さを a 、クラック以外の部分の表面積を A_0 とすると、次式が成立する。

$$S = \gamma(A + A_0), \quad A = 2ab \quad (1-17)$$

ここで、 $A=2a \cdot b$ の2はクラックの自由表面が上下両面存在することを意味する。式(1-16)、(1-17)より次の関係が得られる。

$$\frac{\partial U(A)}{\partial A} = \frac{\partial(\gamma(A + A_0))}{\partial A} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial U}{\partial a} = 2\gamma \quad (1-18)$$

式(1-18)における $\partial U/\partial a$ はひずみエネルギー解放率であり、Irwin^{48), 49)} によって 2γ は一つの記号 G で表現され、今日では G をもってひずみエネルギー解放率と呼んでいる。ここで、物体が真の脆性体であれば、クラック先端に微小な有限曲率を想定したとき、その最大応力は原子結合力を切るのに十分なレベルに達していると推定される^{4), 50)}。したがって、式(1-18)はクラックを有する真の脆性体の脆性破壊(クラック伝播)に関する必要十分条件となりうる^{4), 50)}。

しかし、一般の材料では、クラック先端に局部的な降伏を生じるため、最大応力が原子結合力を切断するのに十分なレベルに達したとは推定されない。したがって式(1-18)は一般の材料のクラック伝播のための必要条件ではあるが、十分条件ではない^{4), 50)}。この十分条件は、いわゆる、物質の破壊条件といわれるもので、今日でもなお理論的に解明されていない問題である。線形破壊力学では、以下に示す仮説を設けて、この十分条件を補おうとしている。すなわち、「外力の増加に伴って増加するひずみエネルギー解放率 G が材料に特有のある臨

界値 G_c に達したとき材料は破壊する。」 この材料に特有の臨界値 G_c も K_c 同様、破壊靱性* と呼ばれる。

破壊靱性 G_c はひずみエネルギー解放率 G が外力 σ 、クラック寸法 a 、材料の外部寸法 W などの関数として求まっている試験片の破壊試験によって算定される。ただし、均質弾性体の場合、後述するようにひずみエネルギー解放率 G と応力拡大係数 K の間の互換性が保証されるので、 K もしくは G のどちらか一方の関数形が分かれば他の一方は均質弾性体の弾性定数を介して換算できる。

ところで、接着系のように、非均質な力学系においては、接着層の一部に存在するクラックの先端近傍の応力分布を厳密に解析することは容易ではない。また、たとえ解析されても、応力拡大係数の決定が困難である場合が多い。⁵¹⁾ このような非均質な系では、ひずみエネルギー解放率が実用性の点で優れていると考えられる。なぜならば、式(1-18)に示したひずみエネルギー解放率 $\partial U/\partial a$ は試験片の荷重 (P) - 変位 (δ) という外部的な応答関係がなんらかの手段によってクラック長さ a の関数として求まりさえすれば、クラック先端の応力分布を知ることにしに決定されるからである。多くの場合、直接ひずみエネルギーを微分するかわりに、 P - δ 関係の傾きの逆数をコンプライアンス $C = \delta/P$ と定義して、その微分を用いて次式でひずみエネルギー解放率、もしくは、その臨界値である破壊靱性を算定することができる。^{48), 49)}

$$G = \pm \frac{P^2}{2b} \cdot \frac{\partial C}{\partial a} \quad \text{or} \quad G_c = \pm \frac{P_c^2}{2b} \cdot \frac{\partial C}{\partial a} \quad (1-19)$$

式(1-19)における正負の符号はエネルギーの計算法によって異なり、強制変位を仮定すれば負に、死荷重を仮定すれば正となる。しかし、 G_c の計算では絶対値に注目すればよい。コンプライアンス C の決定には、対象となる系、要求される精度に応じて、材料力学における経験式を用いたり、有限要素法を用いるなど種々の方法がとられる。また、クラックの長さを少しずつ変化した試験片の P - δ 関係を測定して G を実験的に決定することもできる。そして、系が均質系であれば式(1-19)で算定される G_c は単位面積あたりの物体の凝集エネルギーという性格を、また接着系であれば単位接着面積あたりの接着系の破壊エネルギーという性格を持つ^{51), 52)}。このように、ひずみエネルギー解放率を用いれば接着系、均質系という枠を設けることなく共通の式(1-19) もしくは 式(1-18) によってまったく同じレベルで G_c を算定することができる。この点から、応力拡大係数

* 単に「靱性」(Toughness) と呼ばれることも多い。本論文では、 G_c を一貫して破壊靱性と呼ぶ。

を用いた場合よりも包括的であると考えられ、本論文においては、木材-接着系の破壊靱性 G_c をひずみエネルギー解放率を用いて算定した。

1.4 均質弾性体における応力拡大係数 K と ひずみエネルギー解放率 G の互換性

木材を対象とした直交異方体の平面応力場を想定する。図1.4において、(i)をある時点におけるクラックの状態、(ii)をクラックが微小距離 Δa だけ進展した状態と考える。

クラックが Δa だけ進展する際に解放されるエネルギーは、単位面積あたりの表面エネルギー γ とクラック進展による新生される表面積 $2\Delta a \cdot b$ の積であり、 $\gamma 2\Delta a = G \times \Delta a \cdot b$ となる。一方、このエネルギーは、状態(ii)のクラックの自由表面に、進展前に作用していた応力を準静的に作用させて状態(i)に復元するのに必要な仕事量と考えることができる^{7), 53)}。

すなわち、

$$\Delta abG = b \int_0^{\Delta a} \{ \sigma_y^{(i)} v^{(ii)} + \tau_{xy}^{(i)} u^{(ii)} \} dr \quad (1-20)$$

ここで、 $\sigma_y^{(i)}$ 、 $\tau_{xy}^{(i)}$ は状態(i)におけるクラック延長線上の応力成分で、式(1-10)、(1-11)より

$$\sigma_y^{(i)} = \sigma_y(\pi, r) = \frac{K_I(a)}{\sqrt{2\pi r}}, \quad (1-21) \quad \tau_{xy}^{(i)} = \tau_{xy}(\pi, r) = \frac{K_{II}(a)}{\sqrt{2\pi r}}, \quad (1-22)$$

である。一方、 $u^{(ii)}$ 、 $v^{(ii)}$ は状態(ii)におけるクラックの自由表面の変位で、クラックが Δa だけ進展していること考慮すると、式(1-12)、(1-13)より次式が導かれる。

$$v^{(ii)} = v(0, \Delta a - r) = \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{E_y} \sqrt{\frac{\Delta a - r}{2\pi}} \cdot K_I(a + \Delta a) \quad (1-23)$$

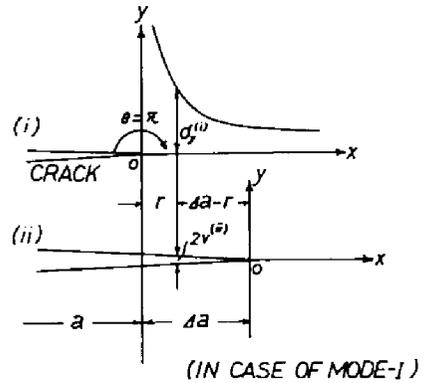


図1.4 ひずみエネルギー解放率の計算に関する説明図。クラックの微小な成長に伴って変化するクラックの形態と局所座標系の関係。

$$u^{(ii)} = u(0, \Delta a - r) = \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{\alpha_1 \alpha_2 E_x} \sqrt{\frac{\Delta a - r}{2\pi}} \cdot K_{II}(a + \Delta a) \quad (1-24)$$

式(1-21), (1-22), (1-23), (1-24) を式(1-20)に代入すると次式を得る。

$$\Delta a \cdot bG = \int_0^{\Delta a} \frac{b}{\pi} \left\{ \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{E_y} \cdot K_I(a) K_I(a + \Delta a) + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2 E_x} \cdot K_{II}(a) K_{II}(a + \Delta a) \right\} \sqrt{\frac{\Delta a - r}{r}} dr \quad (1-25)$$

ここで、 $K_I(a + \Delta a)$, または、 $K_{II}(a + \Delta a)$ は次のように展開される。

$$K(a + \Delta a) = K(a) + K'(a) \cdot \Delta a + \frac{K''(a) (\Delta a)^2}{2} + \dots$$

したがって、式(1-25)は次式のように表現できる。

$$\Delta a \cdot bG = \frac{b}{\pi} \left\{ \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{E_y} K_I^2(a) + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2 E_x} K_{II}^2(a) + \sum_{n=1}^{\infty} f(K_I^{(n)}(a), K_{II}^{(n)}(a), \Delta a^n) \right\} \int_0^{\Delta a} \frac{\Delta a - r}{\sqrt{r}} dr \quad (1-26)$$

式(1-26)において、 $f(K_I^{(n)}(a), K_{II}^{(n)}(a), \Delta a^n)$ は応力拡大係数の a に関する n 回微分を含む高次展開項であり、式中の積分は $\Delta a \cdot \pi/2$ となる。したがって、 $\Delta a \rightarrow 0$ なる極限において、高次展開項は微小項として無視でき、ひずみエネルギー解放率 G は次式によって応力拡大係数と結びられる。

$$G = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 K_I^2}{2E_y} + \frac{\alpha_1 + \alpha_2 K_{II}^2}{2\alpha_1 \alpha_2 E_x} \quad (1-27)$$

あるいは、 $E_x/E_y = 1/(\alpha_1 \alpha_2)^2$ なる関係を用いれば、式(1-27)は次式に変換される。

$$G = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 K_I^2}{2\alpha_1^2 \alpha_2^2 E_x} + \frac{\alpha_1 + \alpha_2 K_{II}^2}{2\alpha_1 \alpha_2 E_x} \quad (1-28)$$

したがって、モードIの応力・変位場では $K_{II} = 0$ とおいて次式を得る。

$$G = G_I = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2E_x \alpha_1^2 \alpha_2^2} K_I^2 \quad (1-29)$$

モードIIの応力・変位場では $K_I = 0$ とおいて次式を得る。

$$G = G_{II} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 K^2}{2E_x \alpha_1 \alpha_2} I I \quad (1-30)$$

式(1-29), (1-30)は Leicester の論文⁴⁰⁾に記載されている結果と一致する。以上が直交異方体の平面応力場において、一つの弾性主軸 X に沿ってクラックが存在する場合の K と G の変換式の誘導過程である。平面応力状態にある等方体の場合には、 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ 、 $E_x = E$ とおけばよい。平面ひずみ状態の場合は、次式の特性格方程式から α_1 、 α_2 があらたに決定される。

$$\alpha^4 - 2\{S_{11}/S_{22} + S_{33}/(2S_{22})\}\alpha^2 + S_{11}/S_{22} = 0 \quad (1-31)$$

ここで、 $S_{11} \sim S_{33}$ は平面ひずみ状態における、直交異方体の弾性コンプライアンスである。なお、モード III においても、また、一般的異方体においても、同様の互換性が導かれる^{43), 44)}が、ここでは省略する。

1.5 J-積分によるひずみエネルギー解放率の計算

この方法は以下の (i), (ii) に示す前提条件⁷⁾を下地として誘導される。(図1.5参照)

(i) クラック進展によるエネルギーの解放はクラック先端部で起る。すなわち、クラックの先端を含む任意の領域 R_1 とその領域を囲む経路 Γ_1 上で定義される局所的なポテンシャルエネルギー P_1 の解放が系全体のポテンシャルエネルギー P_E の解放に等しい。このことは、クラック先端を含まない残りの領域 R_0 とその領域を囲む経路 Γ_0 上で定義される大部分のポテンシャルエネルギー P_0 は、クラックの進展に関係なく一定であることを意味する。

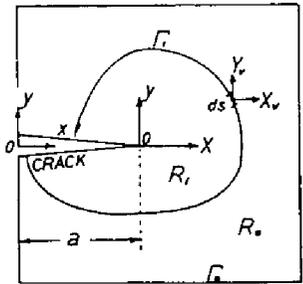


図1.5 クラック先端を囲む積分経路と局所座標系の関係。

(ii) クラックの進展が微小である限り、クラック進展後の領域 R_1 内の応力・変位場は、クラック進展前のそれらの分布形が平行移動したものと考えられる。

図1.5に示す厚さ b なる二次元弾性体において、クラック先端を含む任意の領域 R_1 とそれ以外の領域 R_0 を定義する。系全体 ($R_1 + R_0$) のポテンシヤ

ルエネルギー P_E は領域 R_1 のそれ P_1 と領域 R_0 のそれ P_0 の和として次式で示される。

$$P_E = P_1 + P_0 \quad (1-32)$$

クラック面積 A の変化によるポテンシャルエネルギーの変化は前提条件 (i) より

$$\frac{\partial P_E}{\partial A} = \frac{\partial P_1}{\partial A} + \frac{\partial P_0}{\partial A} = \frac{\partial P_1}{\partial A} \quad (1-33)$$

領域 R_1 内のひずみエネルギー密度関数を $W_1(x, y)$ 、領域 R_1 を囲む経路 Γ_1 上の張力ベクトルを \mathbf{T}_1 、変位ベクトルを \mathbf{U}_1 とすると、全ポテンシャルエネルギー P_1 は次式で定義される。

$$P_1 = \iint_{R_1} W_1(x, y) b \cdot dx \cdot dy - \int_{\Gamma_1} \mathbf{T}_1 \mathbf{U}_1 b \cdot ds \quad (1-34)$$

ただし、式(1-34)は図1-5に示すある固定点を原点とする (x, y) 座標系で定義され、経路 Γ_1 はクラックの自由表面を囲む。 $A = 2a \cdot b$ とすると、式(1-33)に式(1-34)を代入して次式を得る。

$$\frac{\partial P_E}{\partial A} = \frac{\partial P_1}{\partial A} = \frac{1}{2} \left\{ \iint_{R_1} \frac{\partial W_1}{\partial a} dx dy - \int_{\Gamma_1} \mathbf{T}_1 \frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial a} ds \right\} \quad (1-35)$$

ここで、あらたに、クラックの先端をつねに原点とする移動座標系 (X, y) を定義する。(図1-5参照) 固定座標系 (x, y) との関係は $X = x - a$ であるから次の微分関係を得る。

$$\frac{\partial}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial a} = -\frac{\partial}{\partial X} \quad (1-36)$$

式(1-36)を式(1-35)に用いると次式を得る。

$$\frac{\partial P_E}{\partial A} = \frac{\partial P_1}{\partial A} = -\frac{1}{2} \left\{ \iint_{R_1} \frac{\partial W_1}{\partial X} dx dy - \int_{\Gamma_1} \mathbf{T}_1 \frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial X} ds \right\} \quad (1-37)$$

一方、前提条件 (ii) で示したように、クラック進展後の応力・変位場は、クラック進展が微小であるとの条件のもとでは、進展前のそれらが平行移動したものと考えられるから、 $W_1(x, y)$ や \mathbf{U}_1 の x 方向傾き、すなわち、 x に関する微分は固定座標系で計算しても移動座標系 (X, y) で計算しても同じである。したがって、式(1-37)は次式と等価である。

$$\frac{\partial P_E}{\partial A} = \frac{\partial P_1}{\partial A} = -\frac{1}{2} \left(\iint_{R_1} \frac{\partial W}{\partial x} dx dy - \int_{\Gamma_1} T_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} ds \right) \quad (1-38)$$

さらに、Green の定理⁵⁷⁾ $\left(\iint_R \frac{\partial f}{\partial x} dx dy = \oint_{\Gamma} f dy \right)$ を使うと、式(1-38)は次式となる。

$$\frac{\partial P_E}{\partial A} = \frac{\partial P_1}{\partial A} = -\frac{1}{2} \int_{\Gamma_1} \{ W_1 dy - T_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} ds \} \quad (1-39)$$

本章の第1.3節で示したように、系全体のポテンシャルエネルギー P_E^* の A に対する変化率は、表面エネルギーの増加率と釣り合うから次式を得る。

$$\frac{\partial P_E}{\partial A} = -\frac{\partial S(A)}{\partial A} = -\gamma = -\frac{G}{2} \quad (1-40)$$

したがって、式(1-39)、(1-40)より次式を得る。

$$2\gamma = G = \int_{\Gamma_1} \{ W_1 dy - T_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} ds \} = J \quad (1-41)$$

すなわち、ひずみエネルギー解放率 G は、クラック先端を含む任意の領域 R_1 を囲む任意の経路 Γ_1 に関する線積分によって計算できる。この積分は Rice^{56), 57)} によって誘導されたもので、一般に、 J -積分と呼ばれている。ここで、 W_1 、 T_1 、 U_1 などは次式で示される。

$$W_1 = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \quad (1-42)$$

$$T = [X_v, Y_v] = [\sigma_x n + \tau_{xy} m, \tau_{xy} n + \sigma_y m] \quad (1-43)$$

$n = dy/ds, \quad m = -dx/ds.$

$$U = [u, v]^T \quad (1-44)$$

J -積分は、外力 σ 、クラック長さ a 、枝料の外部寸法 W などの関数であるから、その臨界値 J_0 も枝料の強度特性値として利用できる。しかも、前提条件(i),(ii)が成立すれば、非線形問題、クラック以外のノッチの問題にも原理的には適用可能であり、 J は G よりもさらに包括的なパラメータであるといえる。したがって、現在、非線形破壊力学と呼ばれる分野で J -積分の応用研究がますます盛んになってきている⁵⁸⁾。

* 式(1-14)の $\{U(A) - W(A)\}$ の部分が P_E である。

第2章 木材-エポキシ樹脂接着系のモードI破壊靱性の算定³¹⁾

モードIの破壊形態は、接着系においても、一般の均質な系においても、最も支配的で、人為的に再現しやすいものであるため、破壊力学の研究の大半はこのモードに関するもので占められている。

接着系におけるモードI破壊靱性 G_{Ic} の最初の測定は Ripling, Mostovoy, Patrick^{59), 60)} によって行われた。彼らはエポキシ樹脂接着剤とアルミ合金の接着系の G_{Ic} を図2.1に類似の二重片持ちはり試験片 (Double Cantilever Beam Specimen: DCB 試験片) を用いて求めた。つづいて、Malyshev と Salganik⁶¹⁾ は、フレキシガラスと鋼鉄をエポキシ樹脂接着剤で接着した系において、3種類の異なる試験を行い、接着系の開口形破壊における接着破壊エネルギー γ_a ($\gamma_a = G_{Ic}/2$) を測定した。しかし、3種類の試験における γ_a の一致はあまり良くなかった。Trantina⁶²⁾ はアルミ合金とエポキシ樹脂接着系における実験を行い、バットジョイントの一部にクラックを入れた試験片 (片側切欠き引張試験片) による G_{Ic} と、Mostovoy^{63), 64)} の開発したテーパ付きDCB試験片による G_{Ic} が同じ値であったと報告している。一方、木材を被着体とした研究は佐々木とWalsh³¹⁾ によって始められた。彼らは、マウンテンアッシュ-エポキシ樹脂接着系の G_{Ic} を図2.1に類似のDCB試験片によって測定し、接着層の厚さ、試験速度、フレキシビライザ添加量などが G_{Ic} に及ぼす影響を調べた。また、Harrischandra と大河平³⁴⁾ は、両端固定はり形式の G_{Ic} 測定用試験片を開発し、ヒノキ-ポリ酢酸ビニル樹脂接着系の G_{Ic} を測定した。

本章における研究は、図2.1に示すDCB試験片の力学的挙動を、接着層の厚さ、および、その弾性的性質を考慮して数式化することを目的とした。今日までに、DCB試験片の力学的挙動は多くの人々によって数式化されている。それらは、弾性論にもとづいて応力拡大係数 K_I を求める方法^{23), 42), 65), 66), 67)} と、はりの初等理論を応用する方法^{29), 36), 60), 68), 69), 70), 71)} に大別される。前者の方法は接着層の存在が無視できる場合に限られる。後者は接着層が有限厚さをもつ場合も取扱うことができ、得られた結果は、一般には、近似解である場合が多い。本章の場合は後者に属するが、接着層厚さが無視される場合にも適用できるように工夫をこらした。

2.1 破壊靱性算定式の誘導

2-1-1 接着層が有限長である DCB 試験片のコンプライアンス

図2-1に示す DCB 試験片を、図2-2のようにモデル化する。図2-2において、クラック領域(長さ a)を領域1、接着されている領域(長さ l)を領域2と定める。

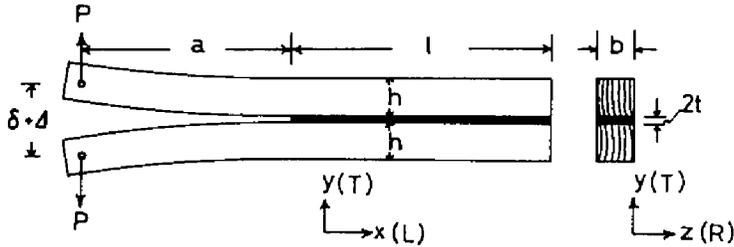


図2-1 二重片持ちばり (Double Cantilever Beam : DCB) 試験片。

$\Delta = 2t + h$ 、 L : 繊維方向、 R : 半径方向、 T : 接線方向、 a : クラック長さ、
 l : 接着層の長さ、 $2t$: 接着層の厚さ、 h : はりせい、 b : 試験片の厚さ、
 P : 荷重、 δ : 変位 (荷重端開口変位)。

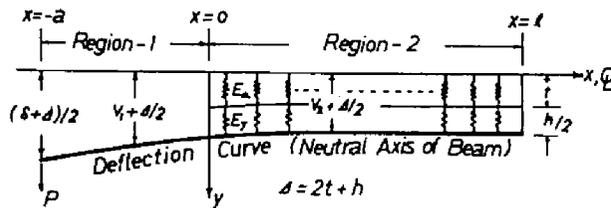


図2-2 接着層、および、被着体の半を弾性バネで置換えた DCB 試験片の解析モデル。 E_a : 接着層のヤング率、 E_y : 被着体のヤング率、 V_1 : 領域1のEわみ、 V_2 : 領域2のEわみ。

接着層の厚さ ($2t$) がゼロになった場合も扱えるように、領域2の中立軸から接着界面までの木材を、 y 方向の垂直応力を受けもつ弾性バネと考える。また、接着層も同様に弾性バネとみなす。したがって、領域2は、木材と接着層が直列に重なった二重の弾性床上の弾性はりと考えて計算する。領域2の中立軸のEわみを $v_2(x)$ とすると、二重の弾性床に共通な単位長さあたりの反発力 $q(x)$ (kg/cm) は次式で示される。

$$q(x) = v_2(x) \cdot E_y \left(\frac{b}{h} \right) \left(\frac{1}{k_r + 0.5} \right) \quad (2-1)$$

ここで、 E_y は木材被着体の y 方向ヤング率、 b は試験片の厚さ、 h ははりせい、 $k = t/h$ 、 $2t$ は接着層の厚さ、 $r = E_y/E_a$ 、 E_a は硬化した接着層のヤング率。一方、分布反力 $-q(x)$ を受けるはりの中立軸のたわみに関する微分方程式は次式で与えられる。⁷²⁾

$$E_x I \frac{d^4 v_2(x)}{dx^4} + q(x) = 0 \quad (2-2)$$

ここで、 E_x は木材被着体の x 方向ヤング率、 I ははりの断面 2 次モーメント： $I = bh^3/12$ 、である。式(2-1)、(2-2)より $q(x)$ を消去して $v_2(x)$ に関する微分方程式を得る。

$$\frac{d^4 v_2(x)}{dx^4} + 4\lambda^4 v_2(x) = 0 \quad (2-3)$$

ここで、 $1/\lambda h = [(E_x/E_y)(\frac{kr + 0.5}{3})]^{0.25}$ (2-4)

式(2-3)の一般解は次式

$$v_2(x) = e^{-\lambda x} (A_1 \cos \lambda x + A_2 \sin \lambda x) + e^{\lambda x} (A_3 \cos \lambda x + A_4 \sin \lambda x), \quad (2-5)$$

あるいは、次式で示される。

$$v_2(x) = \sinh \lambda x (C_1 \sin \lambda x + C_2 \cos \lambda x) + \cosh \lambda x (C_3 \sin \lambda x + C_4 \cos \lambda x) \quad (2-6)$$

本章では、式(2-6)を用いる。境界条件は次式で与えられる。

$$x=0: \quad E_x I \frac{d^2 v_2}{dx^2} = Pa, \quad E_x I \frac{d^3 v_2}{dx^3} = P \quad (2-7)$$

$$x=l: \quad E_x I \frac{d^2 v_2}{dx^2} = 0, \quad E_x I \frac{d^3 v_2}{dx^3} = 0 \quad (2-8)$$

ここで、 a はクラック(はり)の長さ、 P は荷重である。式(2-6)(2-7)より次式を得る。

$$C_1 = \frac{aP}{2E_x I \lambda^2}, \quad C_2 - C_3 = -\frac{P}{2E_x I \lambda^3} \quad (2-9)$$

式(2-9)、(2-6)、(2-8)より次式を得る。

$$C_2 = \frac{P}{2E_x I \lambda^3} \left\{ \frac{a\lambda(\sinh 2\lambda l + \sin 2\lambda l) + \cosh 2\lambda l - 1}{\cosh 2\lambda l + \cos 2\lambda l - 2} \right\} \quad (2-10)$$

$$C_4 = \frac{P}{2E_x I \lambda^3} \left\{ \frac{a\lambda(\cosh 2\lambda\ell - \cos 2\lambda\ell) + \sinh 2\lambda\ell - \sin 2\lambda\ell}{\cosh 2\lambda\ell + \cos 2\lambda\ell - 2} \right\} \quad (2-11)$$

以上の結果から $v_1(x)$ が決定される。したがって、 $x=0$ の領域1と2の境界におけるたわみ v_0 、および、たわみ角 θ_0 は次式で得られる。

$$v_0 = \frac{P}{2E_x I \lambda^3} (a\lambda f_1 + f_3) \quad (2-12)$$

$$\theta_0 = -\frac{P}{2E_x I \lambda^2} (f_1 + 2a\lambda f_2) \quad (2-13)$$

ここで、 f_1 、 f_2 、 f_3 は次式で示される。

$$f_1 = \frac{\cosh 2\lambda\ell - \cos 2\lambda\ell}{\cosh 2\lambda\ell + \cos 2\lambda\ell - 2} \quad (2-14)$$

$$f_2 = \frac{\sinh 2\lambda\ell + \sin 2\lambda\ell}{\cosh 2\lambda\ell + \cos 2\lambda\ell - 2} \quad (2-15)$$

$$f_3 = \frac{\sinh 2\lambda\ell - \sin 2\lambda\ell}{\cosh 2\lambda\ell + \cos 2\lambda\ell - 2} \quad (2-16)$$

一方、領域1は、 $x=-a$ で P なるせん断力を受け、 $x=0$ で $v_1 = v_0$ 、 $dv_1/dx = \theta_0$ なる変形状態にある片持ちはりであるから、中立軸のたわみ $v_1(x)$ は次式で示される。

$$v_1(x) = \frac{Px^3}{6E_x I} + \frac{Pax^2}{2E_x I} + \theta_0 x + v_0 \quad (2-17)$$

せん断応力による付加たわみ⁷²⁾を考慮し、荷重点、 $x=-a$ のたわみを求め、それを2倍してDCB試験片の荷重端開口変位 δ を決定すると、コンプライアンス δ/P は次式で示される。

$$\frac{\delta}{P} = C = \frac{2}{3E_x I} \left\{ a^3 + \frac{3f_2 a^2}{\lambda} + \left(\phi + \frac{3f_1}{\lambda^2} \right) a + \frac{3f_3}{\lambda^3} \right\} \quad (2-18)$$

ここで、

$$\phi = 0.3h^2(E_x/G_{xy}) \quad , \quad G_{xy} \text{ は木材の剛性率である。}$$

2.1.2 実用的なひずみエネルギー解放率の誘導

図2-3は式(2-14)、(2-15)、(2-16)で定義した関数 f_1 、 f_2 、 f_3 と引数 $2\lambda l$ の関係を示す。この図から、 $2\lambda l \geq 6$ のとき、関数 f_1 、 f_2 、 f_3 は十分な精度で1に収束することが分かる。ここで、論議を具体的にするために、エポキシ樹脂接着剤と針葉樹材の組み合わせの場合について考察を加える。

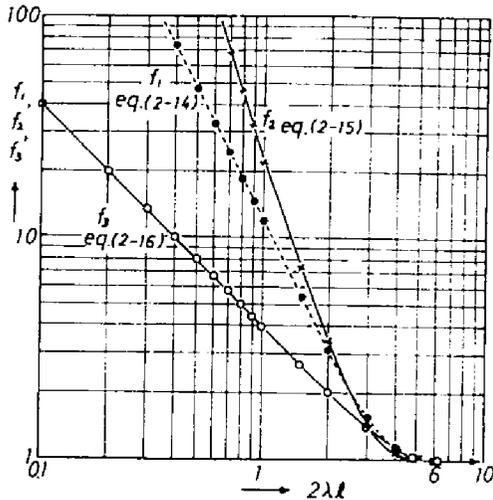


図2-3 関数 f_1 、 f_2 、 f_3 と引数 $2\lambda l$ の関係

式(2-4)において、木材の縦ヤング率 E_y とエポキシ樹脂接着剤のヤング率 E_a の比 $\gamma = E_y/E_a$ は大体1~2の程度、木材の縦ヤング率 E_x と横ヤング率 E_y の比 E_x/E_y は約20、接着層の厚さの半分 t とはりせい h の比 $k = t/h$ は大体0.1以下、とそれぞれ仮定する。以上の数値を式(2-4)に代入すると次式で示す関係を得る。

$$1/\lambda h = 1.3 \sim 1.5 \quad (2-19)$$

したがって、 $2\lambda l = 6$ のとき、 l/h は次式の値をとる。

$$l/h = 4 \sim 5 \quad (2\lambda l = 6) \quad (2-20)$$

すなわち、接着層の長さ l とはりせい h の比 l/h が約5以上であれば、関数 f_1 、 f_2 、 f_3 は1に収束し、式(2-18)で示されるDCB試験片のコンプライアンスは一定値をとる。換言すれば、 $l/h \geq 5$ であれば、接着層の有限長さの影響は無視できる。この場合、微分方程式、式(2-3)の解は式(2-5)で示した一般解の $e^{\lambda x}$ の項を無視した形で与えられ³⁾、いわゆる半無限長問題として扱うことができる。

一方、大河平²⁹⁾は、接着層のない均質直交異方体を対象としたDCB試験片の引裂き応力を解析し、 $E_x/E_y = 13 \sim 21$ なるヒノキの場合、 $l/h \geq 4$ で $x=l$ の自由端の影響が一定となることを報告している。試みに、 $E_x/E_y = 13 \sim 21$ 、 $2t=0$ の場合を式(2-4)より計算すると、 $2\lambda l = 6$ になる限界値は次の値をとる。

$$l/h = 3.6 \sim 4.1 \quad (2-21)$$

この結果は大河平の解析結果とよく一致しており、本章で導入した二重の弾性バネの仮定が大きき誤っていないかと思われる。さらに、多数の組み合わせの場合について、電算機で計算した結果、常識的な範囲において、 $l/h \geq 5$ であれば接着層の長さは半無限長であるとみなせることを確認した。したがって、式(2-18)は $l/h \geq 5$ のとき、次式のように単純化される。($f_1 = f_2 = f_3 = 1$)

$$\frac{\delta}{p} = c = \frac{2}{3E_x I} \left(a^3 + \frac{5a^2}{\lambda} + (\phi + \frac{5}{\lambda^2})a + \frac{1.5}{\lambda^3} \right) \quad (2-22)$$

第1章の式(1-19)に式(2-22)を代入すると、DCB試験片の实用的ひずみエネルギー解放率は次式で表わされる。

$$G_I = \frac{p^2}{E_x b^2 h} \left\{ 12 \left(\frac{a}{h} + \frac{1}{\lambda h} \right)^2 + 1.2 \frac{E_x}{G_{xy}} \right\} \quad (2-23)$$

一方、佐々木ら³⁶⁾は、DCB試験片のひずみエネルギー解放率を表わす一つの式として次式を提案している。

$$G_I = \frac{p^2}{E_x b^2 h} \left\{ 12 \left(\frac{a}{h} + \frac{a_0}{h} \right)^2 + 1.2 \frac{E_x}{G_{xy}} \right\} \quad (2-24)$$

式(2-24)は、ほりの実際の長さ a をつねに a_0 だけ長くすることによって、片持ちほりの経験式のたわみに、ほり付け根の回転による付加たわみが加算された効果をもち、式中の a_0/h は有限要素法によって 1.4 と決定された。この式(2-24)と、本章で誘導された式(2-23)と比較すると、 a_0/h が $1/\lambda h$ に相当することが分かる。したがって、本章で誘導したひずみエネルギー解放率の实用式(2-23)は、佐々木らの式(2-24)と等価であるとみなすことができる。

2.1.3 接着層の厚さが無視される場合の实用式の妥当性

接着層の厚さが無視される場合、すなわち、数学的に鋭いクラックが存在する場合のDCB試験片については、その応力拡大係数 K_I が境界配列法 (Boundary Collocation Method) によって数値的に解析されており^{7), 42), 65), 66), 67)}、その一般形は次式で表現することができる。

$$K_I = \frac{Pa}{b(\sqrt{h})^3} (A + B(h/a)) \quad (2-25)$$

ここで、係数 A, B は数値解析結果を最小二乗法で直線化したときの係数であり、表 2・1 に示す値が知られている。式(2-25)をひずみエネルギー解放率 G_I の形に変換すると、第 1 章の式(1-29)と式(2-25)より次式を得る。

$$G_I = \frac{P^2}{Eb^2h} [A(a/h) + B]^2 \quad (2-26)$$

ただし、式(2-25)あるいは式(2-26)は均質等方体の場合である。また、Walsh²³⁾は等方体および直交異方体の DCB 試験片の応力拡大係数を有限要素法で求め、次式で表現した。

$$K_I = \eta \frac{6P(\sqrt{a})^3}{bh^2} \quad (\text{等方体}) \quad (2-27)$$

$$K_I = \beta \frac{6P(\sqrt{a})^3}{bh^2} \quad (\text{直交異方体}) \quad (2-28)$$

式(2-27)、(2-28)を同じように G_I に変換すると次式を得る。

$$G_I = 36\eta^2 (a/h)^3 \frac{P^2}{E_X b^2 h} \quad (\text{等方体}) \quad (2-29)$$

$$G_I = 36\beta^2 (a/h)^3 \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2\alpha_1\alpha_2} \right) \frac{P^2}{E_X b^2 h} \quad (\text{直交異方体}) \quad (2-30)$$

ここで、 η, β は a/h によって変化する変数で、有限個の a/h の値に対する数値が Walsh の報告²³⁾に示されている。

一方、大河平²⁷⁾は木材を対象とした DCB 試験片のひずみエネルギー解放率を次式で与えた。

$$G_I = \frac{P^2}{E_X b^2 h} \left\{ 12 \left(\frac{a}{h} \right)^2 + 6.51 \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1^2 \alpha_2^2} \left(\frac{a}{h} \right) + 1.2 \left(\frac{E_X}{G_{XY}} \right) + \left(\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} - \mu_{XY} \right) \right\} \quad (2-31)$$

なお、式(2-30)、(2-31)における α_1, α_2 は第 1 章の式(1-8)で定義した弾性定数から成るパラメータである。

表 2.1 境界配列法によって求められた DCB 試験片の応力拡大係数

一般形	A	B	文献番号
$K_I = \frac{Pa}{b(\sqrt{h})^3} \left(A + B \left(\frac{h}{a} \right) \right)$	3.46	2.38	66)
	3.467	2.315	65)
	$\sqrt{12}$	$0.7 \times \sqrt{12}$	7)
	3.46	0.7×3.46	67)

本章で誘導した G_E の実用式(2-23)の妥当性を検討するために、前記の四つの式、式(2-26)、(2-29)、(2-30)、(2-31)と実用式(2-23)を数値的に比較した。

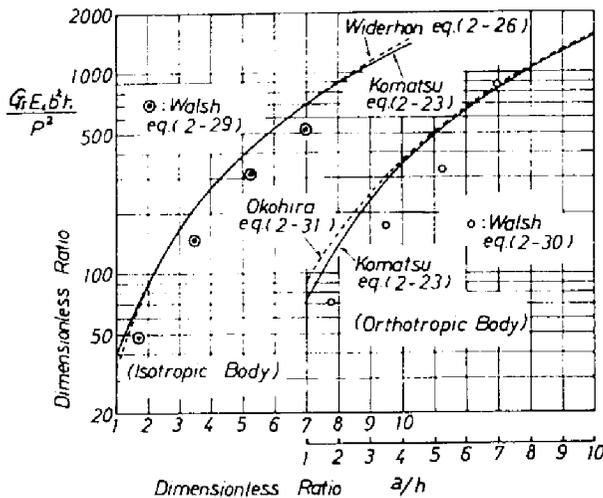


図2-4 数学的に鋭いクラックを有するDCB試験片のひずみエネルギー解放率と a/h の関係。

番号 65) の値を用いた。図2-4から分かるように、本章で誘導した G_E 計算式は被着体を立方体と仮定しても、また、接着層の厚さがゼロの場合にも、 a/h の広い範囲にわたって非常に良好な適用性を示した。なお、Walsh の式は他と比べて若干小さい値を示す傾向にあるが、これは変位形有限要素法に特有の傾向であるといわれており、要素寸法の影響⁷³⁾ や、解析精度の改良⁴⁵⁾ などについて研究が行われている。

2.2 実験

2.2.1 試験片の作成 および 破壊靱性試験

被着体には、長期間気乾状態に置かれていた ブナ (*Siebold's Beech*, *Fagus crenata* Bl.) を用いた。その曲げヤング率はまさ目面荷重三点曲げ試験で求め、その平均値を表2-2に示した。接着剤はエポキシ当量180~190のビスフェノールA型樹脂にギアールフタレートを混合したものを主剤として、60 phr* のポリサルファイドをフレキシビライザとして加えたものを用いた。硬

* part per hundred of resin by weight

図2-4 はその比較を示す。数値計算においては、等方体のポアソン比を 0.3、直交異方体の場合には、Walsh²³⁾ が用いた *Eucalyptus sieberi* についての以下に示す弾性定数を用いた。

$$E_x = 2.79, \quad E_y = 0.1395,$$

$$G_{xy} = 0.147, \quad (x 10^6 \text{ lb/in}^2)$$

$$\nu_{xy} = 0.5 \quad \text{したがって、}$$

$$\alpha_1 = 0.9162, \quad \alpha_2 = 0.2441$$

また、式(2-26)における係数

A, B は表2-1における文献

硬化剤はチエチレントリアミン(DETA)を11 phr 加え室温で硬化させた。硬化後の接着剤のヤング率は佐々木の実験データ^{*}から、その他の材料定数の比は山井の実験データ^{**}から引用し、表2.2に示した。

表 2.2 フナ および エポキシ樹脂接着剤の弾性定数

E_L (ton/cm ²)	E_L/E_T	E_L/G_{LT}	E_a^* (1%伸び, ton/cm ²)
90	21	17	2.5

* エポキシ樹脂

盤状のフナは帯鋸で粗く木取りした後、図2.5(a)に示すブロックにマイタソーで仕上げた。所定の接着層厚さに等しい厚さのテフロン板を所定の接着層長さ l を確保できる位置に配し、輪ゴムで両ブロックを固定した後、ブロック間の間隙の底をセロテープで封じた。適当に温めて気泡を除去した接着剤を室温に戻し、硬化剤を加えて静かに、かつ充分にかくはんしてから、図2.5(b)に示すように、木材ブロック間の細い間隙に接着剤を流し込んだ。室温で一昼夜硬化させた後、

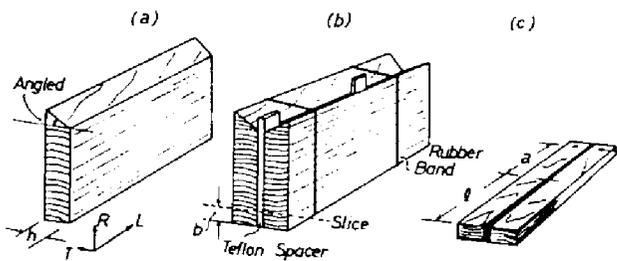


図2.5 DCB試験片の製作過程

- (a) 被着体の木取り(片側のみ示す)
 (b) 接着剤の流し込み(貯池方式)
 (c) 試験片の完成

マイタソーで図2.5(c)に示す試片を切り出した。負荷用のピン穴を開けた後、約20°C、65% R.H.の恒温恒湿室に約3週間静置し試験に供した。

クラック長さ a に相当する片持ちばりの腕の長さ a は 3.5 cm から 12 cm まで 0.5 cm おきに変化させた。接着層の厚さ $2t$ は 0.15 cm と 0.30 cm の2種類とした。片持ちばりのはりせい h および 板の厚さ b は 1.5 cm と 0.5 cm にそれぞれ統一した。接着層長さ l は $l = L - a$ から決定した。なお、 L は試験片の有効全長で 18.5 cm に統一した。

破壊靱性試験はインストロ型試験機^{**}で行った。荷重は 50 kg 容量のロードセルで検出し、DCB試験片の荷重端開口変位 δ はクロスヘッド移動量から求めた。すべての試験を通じて、クロスヘッドの移動速度は毎分 1 mm、試験条件は約 20°C、65% R.H. であった。

* 佐々木光：未発表データ

** TOM 200J 新興通信工業，最大容量 500kg.

2.3 結果 および 考察

図2.6は得られた典型的な荷重(P)-変位(δ)曲線の模式図である。ほとんどのP- δ 関係は、図のように、破壊荷重 P_c に近づくにつれて、上に凸の非線形性を示した。したがって、 $C = \delta/p$ で定義されるコンプライアンスは、

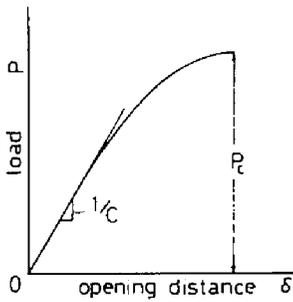


図2.6 DCB 試験片の典型的な荷重-変位曲線(P- δ 曲線)。
 C : コンプライアンス ($= \delta/p$)
 P_c : 破壊荷重

図の直線領域において決定された。この非線形の原因として、次の三つが考えられる。すなわち、クラック先端付近での塑性変形、材料とりわけ接着層の粘弾性、そして最後は、はり断面が細長過ぎたこと ($b/h = 0.4 \sim 0.5$) による「横割れ座屈的」面外変形であるが、この場合は、最後の要因が最も大きく影響していたと思われる。図2.7(a), (b)は式(2-22)を用いて計算したコンプライアンス C_{cal} と、実測したコンプライアンス C_{exp} の比較を示す。材料定数のばらつきを考えると、実用式(2-22)による計算値と実験値の一致は良好であるといえよう。ただ、実験と理論の相関は接着層が厚い場合の方が若干低い ($2t = 0.3 \text{ cm}$ のとき、 $r = 0.970$ 、 $2t = 0.15 \text{ cm}$ のとき、 $r = 0.983$)。

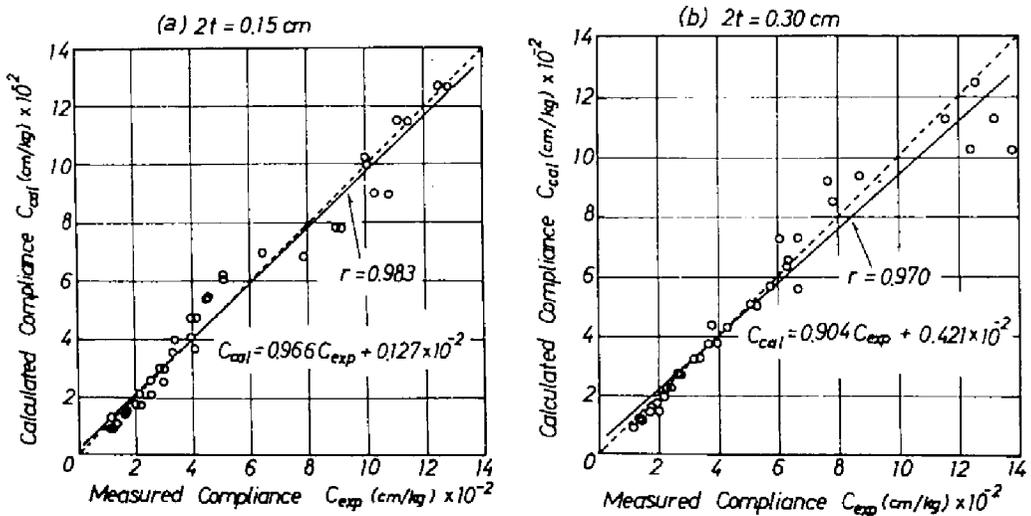


図2.7 コンプライアンスの実測値 C_{exp} と計算値 C_{cal} の比較。图中
 実線は最小二乗法による回帰直線、破線は $C_{cal} = C_{exp}$ の場合を示す。
 $2t$: 接着層の厚さ、 r : 相関係数

これは、接着層が厚いほど「横倒れ座屈的」面外変形が早くから起り、 $P-\delta$ 関係に占める非線形域の割合を増大させ、コンプライアンスの決定を不正確なものにしたためであろう。図2.8 (a), (b) は式(2-23)に個々の試験片の破壊荷重 P_c

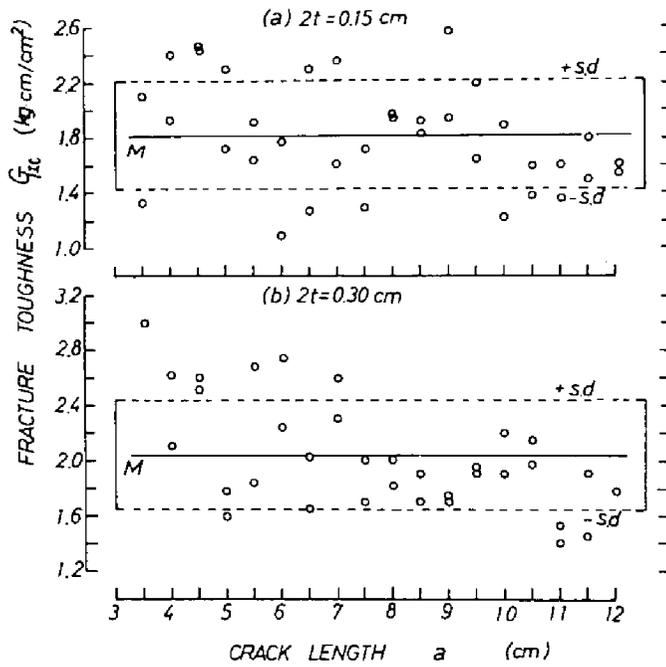


図2.8 モードI破壊靱性 G_{Ic} とクラックの長さ a の関係。

$2t$: 接着層の厚さ。
 M : 平均値。
 $s.d$: 標準偏差。

と、正確な寸法を代入して計算した G_{Ic} をクラックの長さ a に対してプロットしたものである。接着層の厚さ $2t$ が 0.15 cm の場合、 G_{Ic} はクラックの長さ a (もしくは、接着層の長さ l) に依存しない特有の強度特性値であることが認められる。この場合、 G_{Ic} の平均値は 1.82 kg cm/cm^2 、標準偏差は 0.39 kg cm/cm^2 であった。

一方、厚い接着層 $2t = 0.30 \text{ cm}$ の場合、 G_{Ic} はクラックの長さ a の増加に対してやや減少する傾向を示している。これは、片持ちはり固定している接着層の変形量の増加とより長さの増加という二つの「たわみやささ」が重なって、前述した「横倒れ座屈的」面外変形が促進され、そのためにエネルギーが費やされて反力である破壊荷重 P_c がやや小さくなったことが一つの原因と考えられる。この場合、 G_{Ic} の平均値は 2.04 kg cm/cm^2 、標準偏差は 0.40 kg cm/cm^2 であった。

最後に、既往の研究結果と比較すると、本研究で算定された G_{Ic} は、素材の G_{Ic} ^{(18), (20)}、あるいは、接着層が非常に薄い木材-接着系の G_{Ic} ^{(34), (36)}、また、フレキシビライザを含まない接着層を有する木材-接着系の G_{Ic} ⁽³⁰⁾ などの約10倍の値であることが分かった。

2.4 要約

本研究は、木材-エポキシ樹脂接着系のモードI破壊靱性算定式を、接着層の厚さ、弾性定数、および、被着体の寸法や弾性定数を含めて数式化することを目的とした。初めに、接着層の長さが有限である二重片持ちばり試験片(DCB試験片)のコンプライアンスを、弾性床上のばりの理論を用いて誘導し、接着層の長さ l とばりせい h の比 l/h が5以上であれば、DCB試験片の接着層を半無限長とみなせることを明らかにし、 G_{Ic} 算定用の実用式を次式で示した。

$$G_{Ic} = \frac{P_C^2}{E_x b^2 h} \{ 12(a/h + 1/\lambda h)^2 + 1.2E_x/G_{xy} \} \quad \text{[式(2-23)参照]}$$

つぎに、この実用式は、接着層の厚さが無視される場合にも、また被着体が等方体の場合にも、良好な適用性を示すことを明らかにした。さらに、実験によって、ブナを被着体に、60 phr のフレキシビライザを含むエポキシ樹脂を接着剤とする実際のDCB試験片の力学的挙動を測定し、コンプライアンスの実測値と計算値がよく一致することを確認した。算定された G_{Ic} の平均値は、接着層の厚さが0.15 cm のとき、 $1.82 \text{ Kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$ 、0.30 cm のとき、 $2.04 \text{ Kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$ であった。この値は、素材の G_{Ic} 、薄い接着層またはフレキシビリティの少ない接着層を有する木材-接着系などの G_{Ic} の約10倍で、厚い接着層におけるフレキシビリティの効果を確認した。

第3章 接着層の粘弾性を考慮したDCB試験片のモードI破壊靱性³³⁾

第2章においては、DCB試験片の接着層を単に弾性バネで仮定して、そのコンプライアンスを誘導した。本章においては、DCB試験片の接着層を3要素モデルで仮定し、接着層の粘弾性が木材-エポキシ樹脂接着系のモードI破壊靱性に及ぼす影響を定量的に解析することを目的とした。なお、3要素モデルを選んだのは、おもに、単純な数値積分が可能であるという解析上の理由からである。

これまでに、荷重-変位関係の非線形性が破壊靱性に及ぼす影響については、LiebowitzとEftis⁷⁵⁾およびBarattaら⁷⁶⁾などが均質等方体を対象として、荷重(P)-変位(δ)の関係を単純な $P=k\delta^n$ の形で仮定して取扱っている。また、接着層を2要素あるいは3要素モデルで仮定して、はく離強さの解析を行う、E例も見受けられる。それらは、はく離進行中の準静的平衡状態にある試験片のEわみ形態、単純な幾何学的形態に仮定したり⁷⁷⁾、無限級数で仮定したり⁷⁸⁾、あるいは接着層の引裂き応力の分布を弾性解析結果で近似したり⁷⁹⁾したものであって、本章の目差するところとはかなり異なるものである。

本章では、静止状態にあった試験片が、荷重端に一定速度で増加する強制変位を受ける場合の時間依存型反力を定量的に解析する必要があるため、FreudentalとLorsch⁸⁰⁾が行った粘弾性床上的無限はりのクリーフ解析の方法を参考に、DCB試験片を線形粘弾性床上的突き出しはりとみなして数値解析を行った。

3-1 破壊靱性算定式の誘導

3-1-1 荷重-変位関係の数値解析

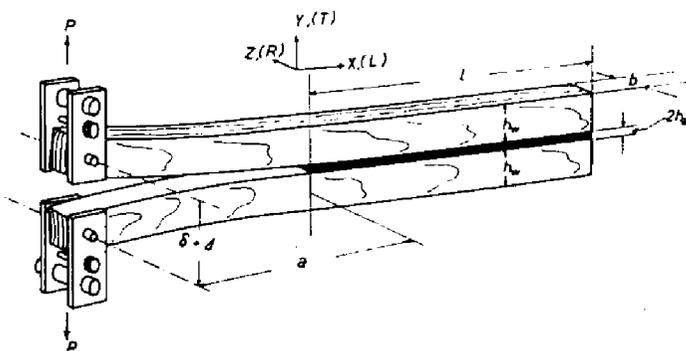


図3-1 DCB試験片と負荷用ツチメットの横式図。

$$\Delta = 2h_a + h_w$$

a : ツチメットの長さ, $2h_a$: 接着層の厚さ,

l : 接着層の厚さ, P : 荷重,

h_w : はりせい, δ : 荷重端開口

b : 試験片の厚さ, 変位。

図3-1 に示す DCB 試験片を 図3-2 のようにモデル化する。モデル化の仮定と方針は、接着層を 3要素モデルの無限の並びと仮定する以外、前章と全く同様である。

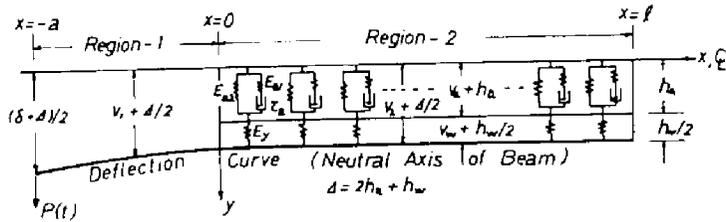


図3-2 被着体の物を弾性バネで、接着層を 3要素モデルで置換した DCB 試験片の解析モデル。(下粉の図) E_w, E_{a1} : 3要素モデルにおけるバネ要素のヤング率, E_y : 木材の方向ヤング率, τ_a : ダッシュポットの緩和時間, v_1 : 領域1の中立軸の伸び, v_2 : 領域2の中立軸の伸び, v_a : 接着層の伸びの半。

図3-2の領域2において、ほりの中立軸から接着界面までの木材被着体の y 方向垂直ひずみ ϵ_w と 垂直応力 σ_y の関係は次式で近似される。

$$\epsilon_w = \sigma_y / E_y \quad (3-1)$$

$$\epsilon_w = v_w / (0.5h_w) \quad (3-2)$$

$$\sigma_y = q/b \quad (3-3)$$

ここで、 v_w は木材被着体の y 方向伸び、 h_w は木材被着体のほりせい、 q は x 方向単位長さあたりの分布力、 b は試験片の厚さである。

3要素モデルで仮定した接着層の y 方向垂直応力 σ_y と 垂直ひずみ ϵ_a の関係は次の微分方程式で表わされる。⁸⁾

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial t} + \frac{\sigma_y}{\tau_a} = (E_{a1} + E_{a2}) \frac{\partial \epsilon_a}{\partial t} + \frac{E_{a2}}{\tau_a} \epsilon_a \quad (3-4)$$

ここで、 τ_a はダッシュポットの緩和時間、 E_{a1}, E_{a2} はバネ要素のヤング率、 t は時間である。接着層の垂直ひずみ ϵ_a を便宜的に工学ひずみで近似する。すなわち

$$\epsilon_a = v_a / h_a \quad (3-5)$$

ここで、 v_a は接着層の y 方向伸び量の半分、 h_a は接着層の厚さの半分である。式(3-3)、(3-5)を式(3-4)に代入すると次式を得る。

$$\frac{h_a}{b} \left(\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{q}{\tau_a} \right) = E_{a12} \frac{\partial v_a}{\partial t} + \frac{E_{a2} 2v_a}{\tau_a} \quad (3-6)$$

ここで、 $E_{a12} = E_{a1} + E_{a2}$ 、すなわち、接着層の瞬間弾性率(ヤング率)である。

領域2の中立軸のたわみを $v_2(x, t)$ とすると、式(3-1), (3-2), (3-3) から次式が成立する。

$$\begin{aligned} v_2(x, t) &= v_a(x, t) + v_w(x, t) \\ &= v_a(x, t) + \frac{0.5h_w}{E_y b} q(x, t) \end{aligned} \quad (3-7)$$

したがって、式(3-7), (3-6) より $v_2(x, t)$ を消去すれば、 $v_2(x, t)$ と $q(x, t)$ の関係を次式で表現できる。

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + \frac{\theta v_2}{\tau_a} = \frac{h_w}{E_y b} (0.5 + kr) \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{h_w}{E_y b \tau_a} (0.5\theta + kr) q \quad (3-8)$$

ここで、 $\theta = E_{a2}/E_{a12}$, $k = h_a/h_w$, $r = E_y/E_{a12}$ である。

一方、領域2は、 $-q(x, t)$ なる分布力を受ける弾性はりとみなせるから、中立軸のたわみに関する次式の微分方程式が成立する¹⁰⁾。

$$E_x I \frac{\partial^4 v_2}{\partial x^4} + q(x, t) = 0 \quad (3-9)$$

ここで、 E_x は木材被着体のx方向ヤング率、 I ははりの断面2次モーメント ($= \frac{bh_w^3}{12}$) である。したがって、式(3-8), (3-9) より $q(x, t)$ を消去して $v_2(x, t)$ に関する以下の基礎偏微分方程式を得る。

$$\frac{\partial^5 v_2}{\partial x^4 \partial t} + \alpha \beta \frac{\partial^4 v_2}{\partial x^4} + 4\lambda^4 \frac{\partial v_2}{\partial t} + 4\lambda^4 \alpha \theta v_2 = 0 \quad (3-10)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda h_w} &= \left\{ (E_x/E_y) \left(\frac{kr + 0.5}{3} \right) \right\}^{0.25} \\ \beta &= (\lambda/\gamma)^4 \\ \frac{1}{\gamma h_w} &= \left\{ (E_x/E_y) \left(\frac{kr + 0.5\theta}{3} \right) \right\}^{0.25} \\ \alpha &= 1/\tau_a \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

境界条件は次式で与えられる。

$$x=0: \quad E_x I \frac{\partial^3 v_2}{\partial x^3} = P(t) , \quad E_x I \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} = P(t)a \quad (3-12)$$

$$x=l: \quad E_x I \frac{\partial^3 v_2}{\partial x^3} = 0 , \quad E_x I \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} = 0 \quad (3-13)$$

ここで、 a はクラックの長さ(ほりの腕の長さ)、 l は接着層の長さ、 $P(t)$ は $x=-a$ における時間依存型未知せん断反力である。式(3-10)はクリーフ問題のように $P(t)$ が一定値であれば $v(x,t) = f(x) \cdot g(t)$ という変数分離型の解⁸⁰⁾ を仮定して解くことが可能である。しかし、本章においては、 $P(t)$ が最終的に求めたい関数であるため、閉じた形で式(3-10)を解くことは困難と考えられた。したがって、数値解析によって解を得るために、式(3-10)を又に関しては中央差分⁸¹⁾で、 x に関しては前進差分⁸¹⁾を近似し、以下に示す差分式に変換した。

$$V_{k+2} - 4V_{k+1} + (6+4\lambda^2 C^2)V_k - 4V_{k-1} + V_{k-2} = (1-\Delta t \alpha \beta) \bar{V}_{k+2} - 4(1-\Delta t \alpha \beta) \bar{V}_{k+1} + \{16+4\lambda^2 C^2 - \Delta t \alpha \beta (6+4\lambda^2 C^2)\} \bar{V}_k - 4(1-\Delta t \alpha \beta) \bar{V}_{k-1} + (1-\Delta t \alpha \beta) \bar{V}_{k-2} \quad (3-14)$$

ここで、 l は領域2の接着層の長さ l を m 点に等分割したときの差分格子間隔である。すなわち $l = \zeta(m-1)$ の関係が成立する。また、 V_k 、 \bar{V}_k 、 Δt などは次式で定義される。

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial t} \Big|_k \doteq \frac{V_k(t+\Delta t) - V_k(t)}{\Delta t} = \frac{V_k - \bar{V}_k}{\Delta t} \quad (3-15)$$

一方、領域1は $x=-a$ において $P(t)$ なる未知せん断力を受ける片持ちほりであり、 $x=0$ (領域1と2の継ぎ目)におけるたわみ、たわみ角、それぞれ $v_0(t)$ 、 $\theta_0(t)$ とすると、中立軸のたわみ $v_1(x,t)$ は次式で示される。

$$v_1(x,t) = \frac{P(t)}{E_x I} \left(\frac{x^3}{6} + \frac{ax^2}{2} \right) + \theta_0(t)x + v_0(t) \quad (3-16)$$

せん断応力による付加たわみ⁷²⁾を考慮すると、 $x=-a$ におけるたわみは次式で示される。

$$\frac{\delta}{2} = \frac{St}{2} = \frac{P(t)}{3E_x I} (a^3 + \phi a) - \theta_0(t)a + v_0(t) \quad (3-17)$$

ここで、 δ はDCB試験片の開口変位、 S は試験機のクロスヘッド移動速度(既知量)、 $\phi = 0.3h_w^2(E_x/G_{xy})$ 、 G_{xy} は木材の剛性率である。

いま、時刻 t から $t+\Delta t$ の間の一定荷重増分 ΔP を次式で表現する。

$$\Delta P = P(t + \Delta t) - P(t) = P - \bar{P} \quad (3-18)$$

そして、式(3-12)、(3-13)の境界条件式を式(3-18)を用いて差分化し、領域2のすべての内部節点 $k=1 \sim m$ において式(3-14)を示した差分式を組み立てれば、次式で

示す m 元連立一次方程式を得る。

$$\begin{aligned} [R_{ij}] \{V_j\} &= [\bar{R}_{ij}] \{\bar{V}_j\} + \{Q_i\} \\ i, j &= 1 \sim m \end{aligned} \quad (3-19)$$

ここで、 $\{V_j\}$ は求める領域 2 の時刻 $t + \Delta t$ における F わみであり、 $\{\bar{V}_j\}$ はその一歩手前の時刻 t における F わみ、 $\{Q_i\}$ は ΔP と \bar{P} を含む荷重ベクトル、 $\{R_{ij}\}$ 、 $\{\bar{R}_{ij}\}$ は係数マトリックスであり、その詳細は文献³³⁾に示した。式(3-19)は $\{\bar{V}_j\}$ と $\{Q_i\}$ が既知であれば解ける。そこで、 $t=0$ において、 $\{\bar{V}_j\} = \{0\}$ 、 $\bar{P} = 0$ と初期値を設定し、 Δt 、 ΔP を適当に仮定して第1近似解 $\{V_j\}^{\text{①}}$ を得る。得られた $\{V_j\}^{\text{①}}$ を使って $x=0$ における F わみ、 F わみ角の第1近似 $v_0^{\text{①}}$ 、 $\theta_0^{\text{①}}$ を計算し、式(3-17)の右辺に代入する。式(3-17)の両辺のくい違いを調べ、それが許容相対誤差以上であれば、荷重増分 ΔP を少し変化させてもう一度式(3-19)を解きなおす。このくり返し操作を式(3-17)の両辺のくい違いが許容範囲内*におさまるまで続け、収束すれば次の時間ステップ $t + \Delta t$ に移る。次の時間ステップにおいては、 $\{\bar{V}_j\}$ 、 \bar{P} などは一歩手前の時間ステップの値から計算される。

以上のくり返し計算をDCB試験片の予想される破壊時刻 t_{\max} まで行い、強制的な変位 δ とそれに対応する時間依存型反力 $P(t)$ の関係を求めた。クラックの長さ a や接着層の粘弾性を変化させて、この数値計算を行い、得られた $P-\delta$ 関係を最少二乗法を用いて次式で示す連続関数にまとめた。

$$P(\delta) = 1.5E_x I \delta \left\{ \frac{1}{f_e(a)} - F_1(a) \delta^{F_2(a)} \right\} \quad (3-20)$$

ここで、
$$f_e(a) = a^3 + 3a^2/\lambda + (\phi + 3/\lambda^2)a + 1.5/\lambda^3 \quad (3-21)$$

$$F_1(a) = \sum_{i=0}^n C_i a^i, \quad F_2(a) = \sum_{i=0}^n K_i a^i \quad (3-22)$$

式(3-22)は単なる a の多項式で、係数 C_i 、 K_i の値は接着層の性質によって変化する。式(3-20)において、接着層を弾性バネと考えれば、 $F_1(a) = 0$ となつて、第2章の式(2-22)で示したDCB試験片の線形 $P-\delta$ 関係に帰着する。

3.1.2 破壊靱性算定式の誘導

* 本研究では、許容相対誤差を0.001%以下とした。

試験片が δ_c なる変位の時破壊したとすると、それまでに試験片にたくわえられたひずみエネルギー U_c は次式で計算される⁵⁴⁾。

$$U_c(a) = \int_0^{\delta_c} P(a, \delta) d\delta \quad (3-23)$$

式(3-23)に式(3-20)を代入すれば次式を得る。

$$U_c(a) = 1.5E_x I \delta_c^2 \left\{ \frac{1}{2f_c(a)} - \frac{F_1(a)}{F_2(a)+2} \cdot \delta_c^{F_2(a)} \right\} \quad (3-24)$$

強制変位型境界条件の場合、 G_{Ic} は次式で得られる⁷⁾。

$$G_{Ic} = - \frac{1}{b} \frac{\partial U_c(a)}{\partial a} \quad (3-25)$$

したがって、式(3-25)に式(3-24)を代入して次式を得る。

$$G_{Ic} = 1.5E_x I (\delta_c^2/b) \{ \Gamma_e(a) + \Gamma_v(a) \} \quad (3-26)$$

ここで、 $\Gamma_e(a)$ は接着層の弾性的性質のみに関係する項で次式で示される。

$$\Gamma_e(a) = f_e'(a) / \{ 2f_e(a)^2 \} \quad (3-27)$$

$\Gamma_v(a)$ は、おもに接着層の粘弾性的性質に関係する項で次式で示される。

$$\Gamma_v(a) = \frac{\delta_c^{F_2(a)}}{\{ F_2(a)+2 \}^2} \left[\{ F_2(a)+2 \} \{ F_1'(a) + F_1(a)F_2'(a) \log_e \delta_c \} - F_2'(a)F_1(a) \right] \quad (3-28)$$

以上において、ダッシュは引数 a による微分を意味する。

一方、式(3-26)で示す G_{Ic} 算定式は木材の平均ヤング率 E_x を用いる形式である。一般に、木材の平均ヤング率はかなりのばらつきを有するため、これを用いて個々の試験片の G_{Ic} を計算することは望ましくないといわれている³⁶⁾。そこで、本章では、実験で得られる個々の DCB 試験片の $P-\delta$ 曲線の安定した直線域からコンプライアンス $C_{exp} = \delta/P$ を求め、それを次式に代入して個々の DCB 試験片の曲げ剛性 $E_x I$ を決定した。

$$E_x I = \frac{f_e(a)}{1.5C_{exp}} \quad (3-29)$$

したがって、 G_{1c} 算定式の最終的な形は次式で与えられる。

$$G_{1c} = \frac{f_c(a) \cdot \delta_c^2}{b C_{exp}} \{ \Gamma_e(a) + \Gamma_v(a) \} \quad (3-30)$$

式(3-30) で算定される G_{1c} と比較するために、以下の三つの式を、接着層の粘弾性の影響を考慮しない G_{1c} 算定式と定め、これらを用いて G_{1c} を計算し比較値とした。

(i) 式(3-30) において $\Gamma_v(a) = 0$ とおいた式

$$G_{1c} = \frac{\delta_c^2}{2b C_{exp}} \cdot \frac{f_c'(a)}{f_c(a)} \quad (3-31)$$

(ii) 第2章で誘導した式(2-23)の曲げ剛性を実測コンプライアンス C_{exp} で補正した式

$$G_{1c} = \frac{C_{exp} P_c^2}{2b} \frac{f_c'(a)}{f_c(a)} \quad (3-32)$$

(iii) 佐々木ら³⁶⁾の提案した式 ($C_{exp} \approx \delta_c / P_c$ と考える)

$$G_{1c} = \frac{P_c \delta_c}{2b} \frac{f_c'(a)}{f_c(a)} \quad (3-33)$$

3.2 実験

3.2.1 供試材料とその力学的性質

被着体には、長期間気乾状態に置かれていたアカマツ (*Pinus densiflora* Sieb. et Zucc.) を用いた。アカマツの弾性定数 E_L , E_T , E_{LT-45° は無火点小試験片の圧縮試験により測定した。ポアソン比 μ_{LT} は文献³²⁾ から引用し、Jenkinの式により G_{LT} (剛性率) を算出した。得られた材料定数は表3.1に示した。

接着剤は第2章と同じエポキシ樹脂を主剤とした。本章では、0, 20, 40, 60 phr のポリサルファイドを主剤に加え粘弾性の異なる4種類の接着剤を調製し、それぞれを EP-0, EP-20, EP-40, EP-60 と名付けた。調製済みの接着剤は温めて気泡を除去してから室温に戻し、11 phr の DETA を加え、静かに

かつ充分にかくはんした後、2枚のPMMAの型枠の間に流し込み、室温で一昼夜硬化させた。硬化したエポキシ樹脂板は、マイタソー、ベルトサンダによって、図3-3に示す引張クリーフ試験片に仕上げられた。なお、EP-40、EP-60の場合は、単にマイタソーで帯板試験片を作成した。クリーフ試験片は約20°C、65% R.H.の室内に約1ヶ月間静置した後、図3-3に示す方法で引張クリーフ伸び量を測定した。測定に用いた伸び計は、ストレインゲージを用いたクリッ

表 3.1 アカマツの弾性定数

E_L (ton/cm ²)		E_T (ton/cm ²)		E_{LT-45° (ton/cm ²)		μ_{LT}	G_{LT}^* (ton/cm ²)
m	s.d	m	s.d	m	s.d		
111.5	21.4	6.8	0.4	10.6	2.4	0.6	4.5

$$^*1/G_{LT} = 4/E_{LT-45^\circ} - 1/E_L - 1/E_T + 2\mu_{LT}/E_L$$

m: 平均値 s.d: 標準偏差

プゲージ型のものであった。* 得られたクリーフ曲線のデータを電算機に入力し、次式のクリーフコンプライアンスの理論解を満足するように、3要素モデルのモデル定数 E_{a1} , E_{a2} , τ_a を決定した。

$$\frac{\epsilon_a(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E_{a2}} \left(1 - \frac{E_{a1}}{E_{a12}} \exp\left(-\frac{E_{a2} \cdot t}{E_{a12} \tau_a}\right) \right) \quad (3-34)$$

ここで、 $\sigma_0 = P_0/A_0$, P_0 : 重錘の重量, A_0 : 初期断面積, $\epsilon_a(t) = \Delta a(t)/g_e$, $\Delta a(t)$: クリーフ伸び量, g_e : ゲージ長 (25mm), $E_{a12} = E_{a1} + E_{a2}$

図3-4(a),(b),(c),(d)は、決定されたモデル定数を再び式(3-34)に代入して求めたクリーフコンプライアンスの計算値(図中実曲線)と実験値(図中白丸)との対比を示す。また、得られたモデル定数は表3-2に示した。

図3-4(a)~(d)から分かるように、3要素モデルはエポキシ樹脂のクリーフ特性を十分に表現できるものではない。しかし、本研究の目的は高分子の物性を明

* Model No. G-51-11M, Instron Corporation

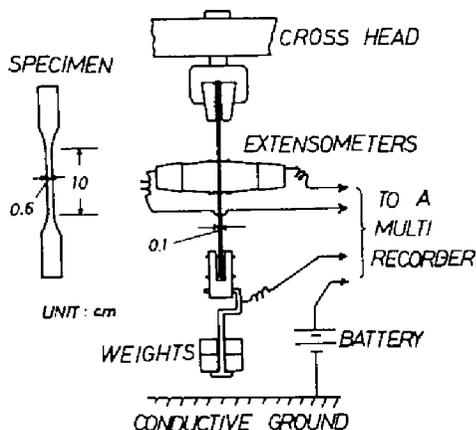
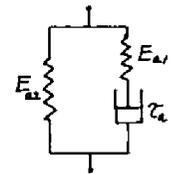


図3-3 硬化したエポキシ樹脂板の引張クリーフ試験。

らかにすることではなく、試験片の荷重-変位関係に及ぼす接着層の粘弾性の影響を定量化することにある。しかも、最終的に得られる G_{re} の値の有効桁数が1~2桁であること、および、数値解析の容易さなどを考慮すれば、図3.4に見られる程度の偏差をもつ3要素モデルを用いても、接着層の粘弾性が G_{re} に及ぼす影響について十分に検討できるものと考えられる。

表3.2 3要素モデルで置換されたエポキシ樹脂接着剤の硬化後1ヶ月における力学的性質

EP-n	E_{a1} (kg/cm ²)		E_{a2} (kg/cm ²)		τ_a (sec.)	
	m	s.d	m	s.d	m	s.d
60	1393.0	234.5	188.0	20.8	117.1	18.8
40	5310.7	869.8	1501.5	547.2	231.3	67.6
20	8798.0	3092.6	7578.3	2150.8	583.0	62.6
0	8009.6	4634.0	17522.0	4688.6	703.9	351.1



m: 平均値 s.d: 標準偏差

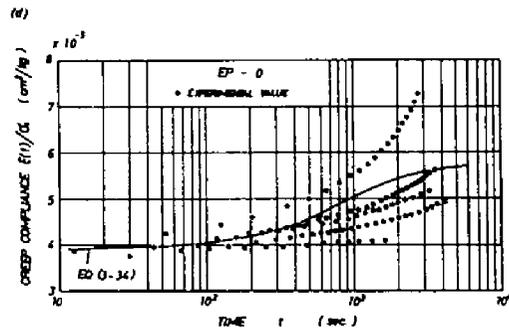
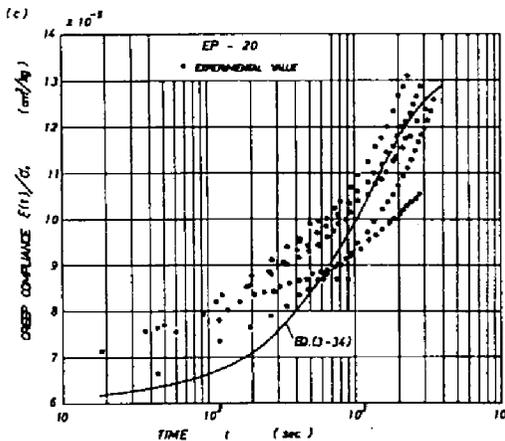
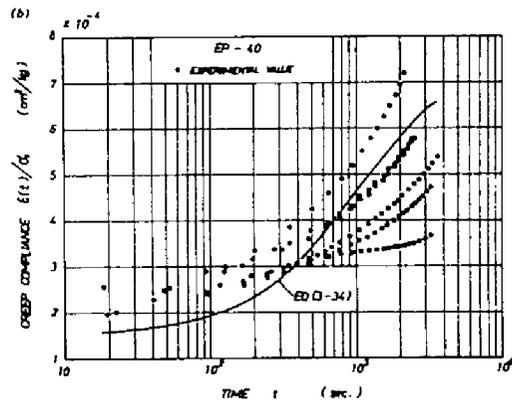
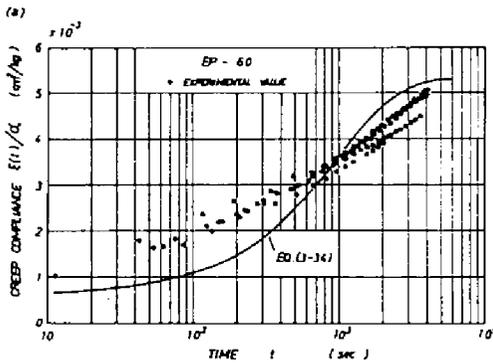


図3.4 硬化したエポキシ樹脂板の引張クリープ試験結果と得られた3要素モデルのモデル定数の適合性。

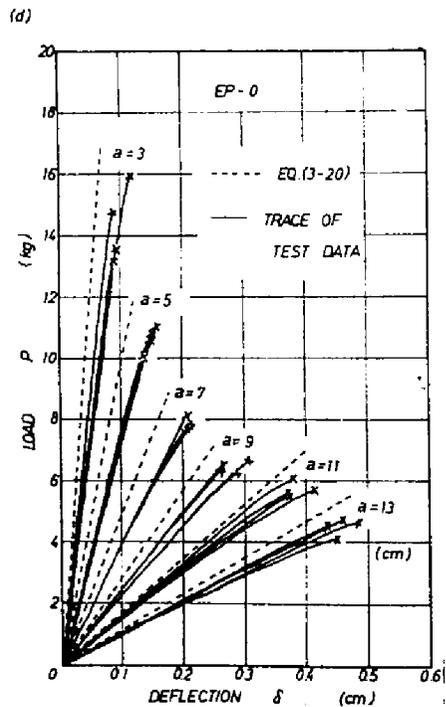
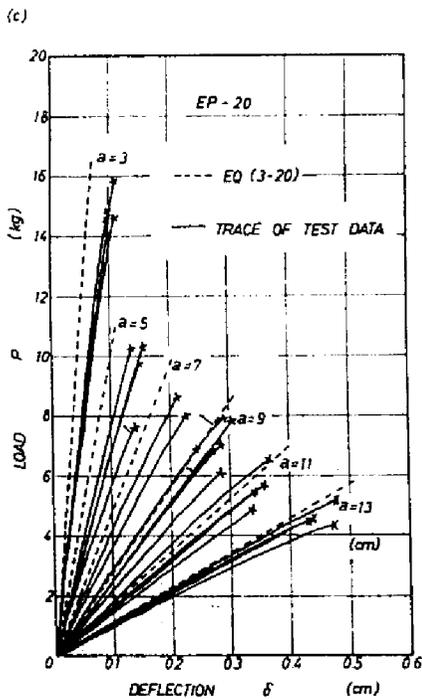
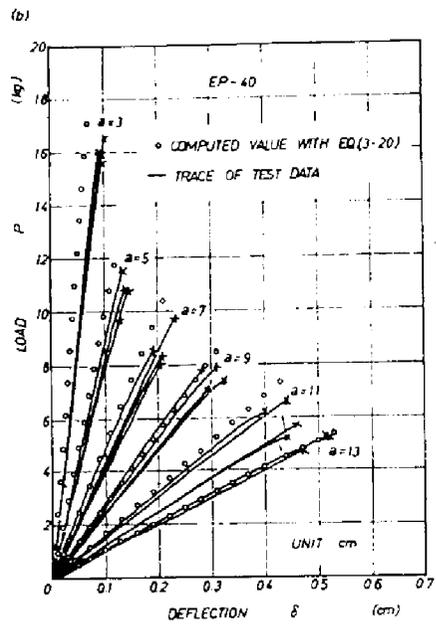
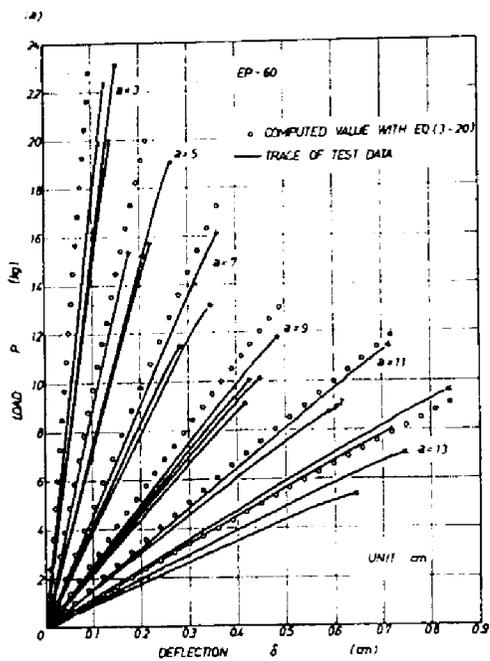


図3.5 DCB試験片の荷重-変位関係における実験値と計算値の比較。
 (a)の $a=11$ cm における数値2 は、そこに同じ結果が二つ存在することを意味する。

3.2.2 DCB試験片 および 破壊靱性試験

DCB試験片作成の手順は第2章に示した通りである。クラック長さに相当する片持ちばりの腕の長さ a は 3 cm から 13 cm まで 2 cm おきに変化させた。接着層の厚さ $2h_a$ は 0.15 cm、はりせい h_w は 1.5 cm、試験片の厚さ b は 1.0 cm とした。また、試験片の有効全長 $L = a + l$ はつねに 20 cm とした。

破壊靱性試験法も第2章とまったく同様である。得られた荷重-変位曲線は有限個のデータとしてチャート紙から読み取り、各DCB試験片の正確な寸法などと一緒にすべて電算機に入力し、本章の研究で必要とするすべての値を計算させた。なお、実験はすべて約 20°C、65% R.H. に保たれた恒温恒湿室で行い、試験機のクロスヘッド移動速度 \dot{v} は毎分 / mm とした。

3.3 結果 および 考察

3.3.1 荷重-変位曲線

一連の数値解析の結果、EP-0 および EP-20 の材料定数を用いた場合、解析モデルの荷重-変位関係はほぼ線形であるとみなすことができた。一方、EP-40 および EP-60 の材料定数を用いた場合、解析モデルの荷重-変位関係は弱い非線形を呈した。図3.5(a), (b), (c), (d) は荷重-変位関係における実験値と計算値の対比を示す。EP-40、EP-60 の場合は、各4本の実際の試験片の平均寸法、表3.1 および表3.2 に示した平均の材料定数、さらに図3.6 にその形を示した a の多項式 $f_1(a)$ 、 $f_2(a)$ などを式(3-20)に代入して計算した。EP-0、EP-20 の場合は、 $f_1(a) = 0$ とおいて同様に計算した。

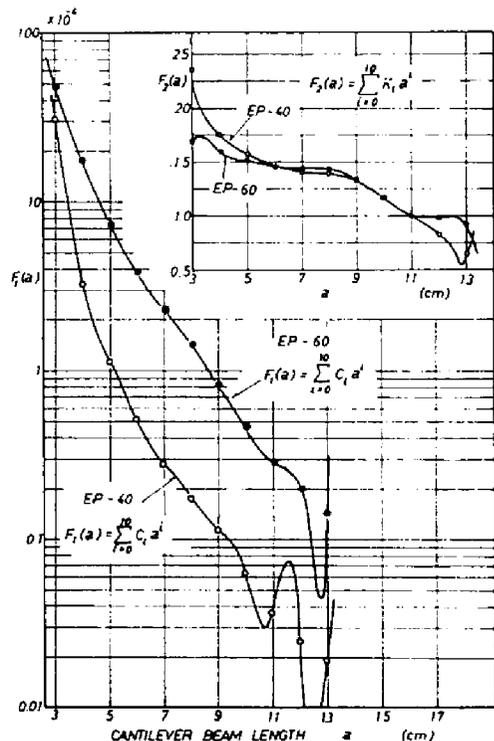


図3.6 数値計算に用いた多項式 $f_1(a)$ 、 $f_2(a)$ の関数形。

図3-5 (a)~(d) から看取されるように、実際の試験片の挙動は、ほりの腕の長さ a が短くなるにつれて、解析モデルのそれよりもたわみ性に富む傾向を示す。そこで、解析モデルの挙動と実際の試験片のそれに近づけるために、式(3-29)に示したように、ほりの曲げ剛性を個々の試験片の P - δ 曲線の安定した直線域から求められる実測コンプライアンス C_{exp} によって補正した。図3.7 (a),(b),(c),(d) は区分求積法で計算した実際の試験片の破壊までのひずみエネルギー U_{c-exp} と、

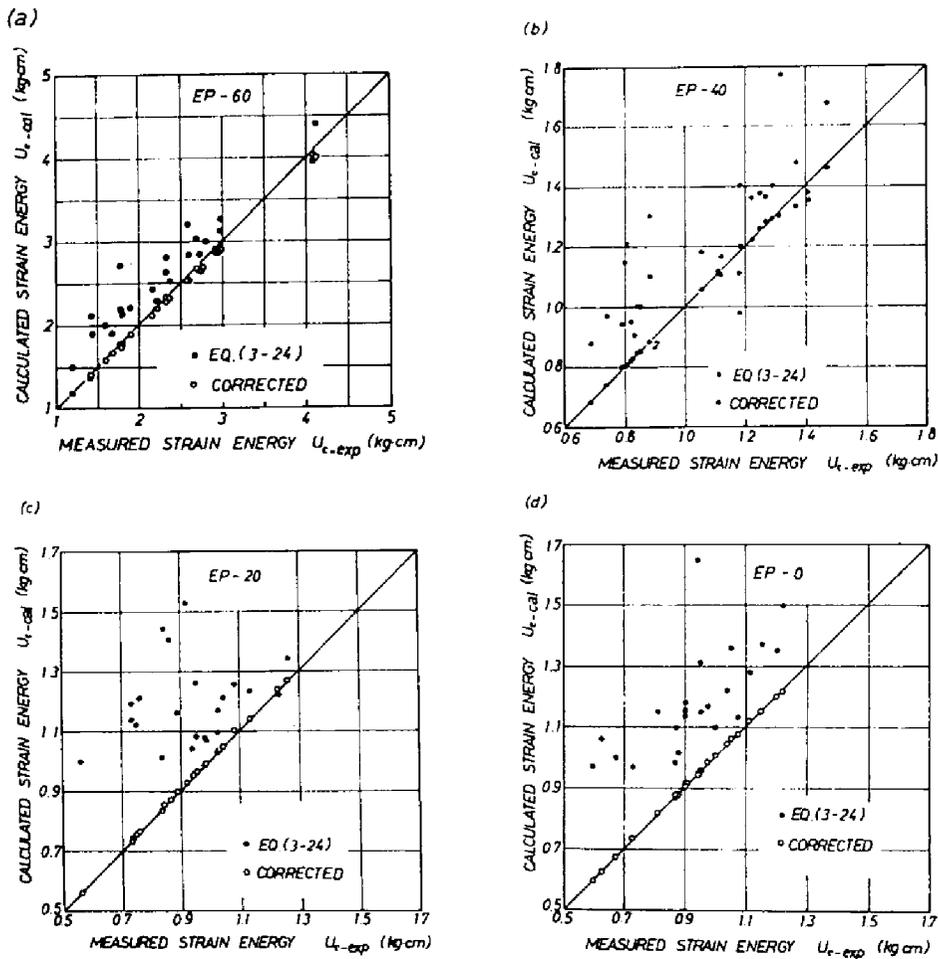


図3.7 破壊するまでに DCB 試験片にたくわえられたひずみエネルギーの実測値 U_{c-exp} と計算値 U_{c-cal} の比較。

- : 木材の平均ヤング率を含んだ曲げ剛性を用いて式(3-24)で計算した場合
- : 個々の DCB 試験片で実測された曲げ剛性を用いて式(3-24)で計算した場合。

(ひずみエネルギーの実測値 U_{c-exp} は区分求積法によって求められた。)

式(3-24)で計算した解析モデルにおける破壊までのひずみエネルギー U_{c-cal} との対比を示す。図3-7(a)~(d)において、黒丸は表3-1に示した木材の平均ヤング率と実測はり断面寸法によって計算される曲げ剛性 E_2I を用いた場合の対比を、白丸は式(3-29)で求めた曲げ剛性を用いて同じように式(3-24)でエネルギーを計算した場合の対比を示す。これらの結果から、曲げ剛性を実測コンプライアンスで補正することにより、ひずみエネルギーの計算値が実測値にほぼ等しくなることが分かる。したがって、この補正効果は破壊靱性の算定においても、同様に期待できるものと考えられた。

表 3.3 アカマツ-エポキシ樹脂接着系のモードI 破壊靱性 G_{Ic} (kg·cm/cm²)*

EP-n	a	G_{Ic-1}	G_{Ic-2}	G_{Ic-3}	G_{Ic-4}
	cm	eq. (3-30)	eq. (3-31)	eq. (3-32)	eq. (3-33)
60	3	0.666	0.724	0.689	0.722
	5	0.734	0.762	0.716	0.745
	7	0.657	0.681	0.651	0.669
	9	0.545	0.567	0.548	0.559
	11	0.639	0.644	0.623	0.634
	13	1.051	0.542	0.513	0.528
T.M.		0.644	0.664	0.635	0.652
C.V. (%)		22.6	22.8	21.8	22.4
40	3	0.406	0.405	0.382	0.401
	5	0.295	0.295	0.268	0.283
	7	0.276	0.277	0.264	0.271
	9	0.296	0.296	0.276	0.286
	11	0.298	0.284	0.269	0.277
	13	0.650	0.236	0.223	0.229
T.M.		0.291	0.288	0.269	0.280
C.V. (%)		10.9	10.9	10.0	10.4
20	3		0.416	0.384	0.407
	5		0.272	0.257	0.266
	7		0.303	0.279	0.292
	9		0.252	0.236	0.244
	11		0.211	0.204	0.208
	13		0.202	0.189	0.196
T.M.			0.259	0.244	0.251
C.V. (%)			18.6	17.1	18.2
0	3		0.358	0.341	0.354
	5		0.319	0.283	0.302
	7		0.267	0.233	0.250
	9		0.232	0.213	0.223
	11		0.239	0.222	0.231
	13		0.197	0.185	0.191
T.M.			0.286	0.250	0.252
C.V. (%)			33.2	23.2	15.3

* 値は4個の平均値を示す。T.M.: 総平均値 (E.R.L. a=3cm 及び13cmの値は除外)
C.V.: 変動係数

3.3.2 モードI破壊靱性

表3.3は式(3-30), (3-31), (3-32), および式(3-33)の四つの式で計算される破壊靱性の値を示す。表中の**おの**の**おの**の値は四つの試験片の平均値を示しており、各接着剤ゲル-70における総平均値は $a=13\text{cm}$ と $a=3\text{cm}$ の面極端の値を除外して計算した。EP-60の場合、粘弾性を考慮した G_{Ic} は $0.694\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$ であるのに対して、粘弾性を考慮しない G_{Ic-2} は $0.664\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$, $G_{Ic-3} = 0.635\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$, $G_{Ic-4} = 0.652\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$ となり、粘弾性を考慮した方が若干小さい値を示している。一方、EP-40においては、 $G_{Ic-1} = 0.291\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$ であるのに対して、 $G_{Ic-2} = 0.288\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$, $G_{Ic-3} = 0.269\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$, $G_{Ic-4} = 0.280\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$ となっており、粘弾性を考慮した G_{Ic-1} が、考慮しない G_{Ic-2} , G_{Ic-3} , G_{Ic-4} よりやや大きい。これら二つの結果は相反しているが、 $G_{Ic-1} \sim G_{Ic-4}$ の絶対値はどちらの場合もほとんど変わらないとみなすことができる。破壊靱性の値の有効桁数が1~2桁であることを考えれば、接着層の粘弾性の影響は本研究で用いた3要素モデルによる数値解析結果からは認められないといえよう。逆にいえば、毎分1mmという試験速度で破壊靱性試験を行う場合、接着層がかなりの粘弾性を有していても、 G_{Ic} は時間に依存しない算定式で計算しても大きな誤りではないといえよう。

ところで、表3.3の一連の結果から興味深い傾向を認めることができる。それは、粘弾性を考慮しない算定式(3-31), (3-32), (3-33)を用いて計算した G_{Ic-2} , G_{Ic-3} , G_{Ic-4} において、臨界荷重 P_c だけで計算した G_{Ic-3} は、臨界変位 δ_c だけで計算した G_{Ic-2} よりもつねに小さく、 P_c と δ_c の両方を用いて計算した G_{Ic-4} はつねに両者の中間の値であるということである。もし、この傾向がつねに成立するものであれば、 P_c と δ_c の両方を用いた算定式(3-33)が真の G_{Ic} に最も近い値を与えるものであるとみなすことができよう。

3.4 要約

本研究は、木材(アカマツ)-エポキシ樹脂接着系のDCB試験片の接着層を3要素力学モデルの無限の並びでモデル化し、接着層の粘弾性が G_{Ic} に及ぼす影響を定量的に解析した。その結果、破壊実験のタイムスケールが3要素モデルの緩和時間と同じオーダーである比較的短時間の破壊靱性試験の場合、DCB試験片の荷重-変位関係はわずかな非線形を呈する程度であることが実験および数値解析によって明らかとなった。このような破壊靱性試験においては、 G_{Ic} は時間を考慮しな

い算定式で計算しても十分合理的であることが認められた。さらにその場合、臨界荷重 P_c と実測曲げ剛性を用いて計算した値は G_{Ic} の下限値を、また臨界変位 δ_c と実測曲げ剛性を用いて計算した値は G_{Ic} の上限値を与える傾向が認められた。また、 P_c と δ_c の両方を用いて計算した G_{Ic} は、いずれも上限値と下限値の中間的な値を示し、結論的には P_c と δ_c の両方を用いて計算するのが最適であると考えられた。なお、本実験の範囲においては、0 から 40 phr までのフレキシビライガを添加した アカマソー エポキシ樹脂接着系の G_{Ic} はほとんど同じ値を示し、EP-60 の場合かなり大きな値を示した。 P_c と δ_c の両方を用いて計算した G_{Ic} の平均値は以下のとおりであった。

EP-0	$G_{Ic} = 0.252 \text{ kg.cm/cm}^2$	C.V. = 15.3%	
EP-20	$G_{Ic} = 0.251 \text{ kg.cm/cm}^2$	C.V. = 18.2%	
EP-40	$G_{Ic} = 0.280 \text{ kg.cm/cm}^2$	C.V. = 10.4%	
EP-60	$G_{Ic} = 0.652 \text{ kg.cm/cm}^2$	C.V. = 22.4%	C.V. : 変動係数

ただし、接着層の厚さは 0.15 cm, 試験速度は毎分 1 mm, 試験条件は約 20°C, 65% R.H. であった。

第4章 木材-エポキシ樹脂接着系のモードII破壊靱性の算定

接着系に限らず、これまでにモードIIの破壊靱性 G_{Ic} が測定された例はきわめて少ない。現在知られているこのモードにおける破壊靱性の最初の測定例は、おそらく、Riplingら⁶⁰⁾によるものであろう。彼らはエポキシ樹脂接着剤とアルミ合金の接着系における G_{Ic} を、特殊な形態の試験片を用いて測定した。その実験によると、アルミ-エポキシ樹脂系の G_{Ic} は、同じ組み合わせの接着系の G_{Ic} よりも1桁以上も値が大きいとされている。この結果が妥当なものであるかどうかは、はっきりしないが、とにかく、 G_{Ic} が G_{Ic} より大きいであろうという傾向は、 W_u ^{83), 89)} が均質異方体で行ったI連の複合モード下におけるクラック進展実験の結果からも推測される。

本章における研究を始めるにあたって、参考となる適当な試験片が存在しなかったため、われわれは木材-接着系の G_{Ic} 測定用試験片を独自に考案した。試験片については後に詳述するが、接着層の厚さが薄い場合にはモードIIの破壊形態を生じさせるものとして比較的合理性の高い形式であった。しかしながら、このタイプの試験片ではモードIのDCB試験片のように、簡単に、しかも精度よく系の力学的挙動を数式化することが困難であった。そのため、 G_{Ic} を算出するのに必要なコンプライアンスの決定は実験に頼らなければならなかった。

4.1 実験による試験片のコンプライアンスの決定

4.1.1 試験片の作成と試験装置

被着体には長期間気乾状態に置かれていたベイヒ (*Chamaecyparis Lawsoniana* Parl.) を用いた。この材は、佐々木の実験⁸⁵⁾ に使用された材の一部であり、材の弾性定数はその時測定された値を引用し、それらを表4.1に示した。

接着剤は、第2章および第3章で用いたものと同一のエポキシ樹脂を主剤とし、

表4.1 ベイヒ および エポキシ樹脂接着剤の弾性定数

	縦ヤング率 ton/cm ²		剛性率 ton/cm ²	
	E _L	E _T	GLT	PLT
ベイヒ	150	8.5	8.4	0.37
エポキシ樹脂		25	8.65	0.445

フレキシビリティは加えなかった。硬化剤や硬化条件なども前章と同様であり、硬化後のエポキシ樹脂の弾性定数は佐々木の実験データ^{*}から引用し表4・1に示した。

盤状のベイヒ材は帯鋸で粗く木取りした後、図4・1(a)に示す過程を経て、同図(b)に示す接着剤の流し込み過程に至る。負荷用の添木はブナあるいはマカバを用い、エポキシ樹脂接着剤で接着した。図4・2に示す完成した試験片は、約20°C、65% R.H.の恒温恒湿室に約1~2ヶ月間静置してから試験に供した。

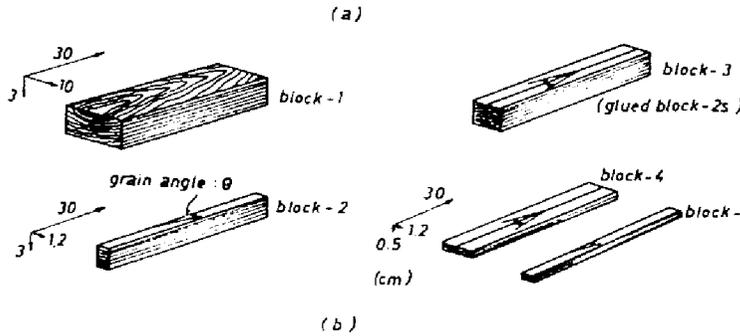
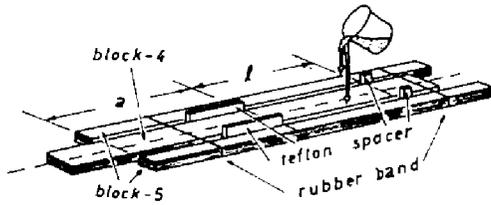


図4・1 モードII破壊靱性測定用試験片の製作過程。

(a) 木材アロノフの木取りとその細断過程。

(b) 接着剤の流し込み過程



クラック長さに相当する接着されていない部分の長さ a は 5 cm から 20 cm まで 3 cm おきに変化させた。接着層の厚さ T は、0.01, 0.03, 0.075, および、0.15 cm とした。中央被着体の幅 $2B$ は 2.4 cm、両側の外部被着体の幅 B は 1.2 cm、試験片の厚さ H は 0.4 cm とした。試験片の有効全長 $L = a + l$ はつねに 25 cm とした。なお l は接着層の長さである。試験片は、各クラック長さ、各接着層の厚さについて、同一のものを5個作成した。

図4・3は試験装置を示す。幅 $2B$ の中央被着体に $2P$ なる下向き力が作用すると、幅 B の左右の外側被着体には、当り金より各々 P なる上向き反力が作用する。したがって、系全体としては、剛体回転が打ち消され、左右一対のクラックに対して純粋なせん断外力が作用する。

なお、左右の外側被着体は鋼鉄製の杵によって軽くはさまれており、産屈が防止されている。

* 佐々木光：未発表データ

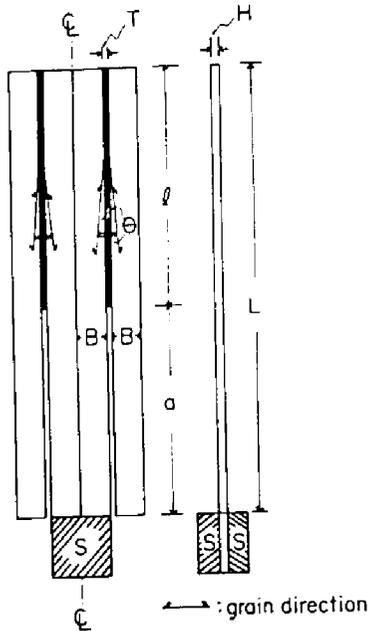


図4.2 モードII破壊靱性測定用試験片

- a : クラックの長さ l : 接着層の長さ
 B : 幅 (1.2 cm) L : $a+l$ (25 cm)
 T : 接着層の厚さ H : 試験片の厚さ (0.4 cm)
 θ : 繊維傾角 S : 添木 (2.4×2.7×0.9 cm)

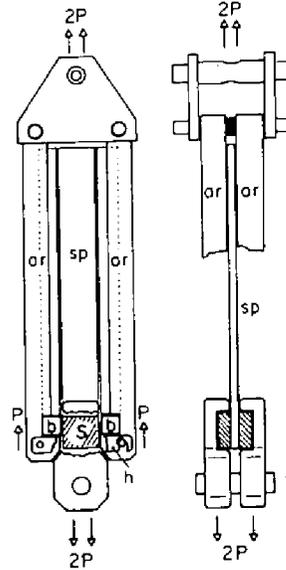


図4.3 試験装置の模式図

- SP : 試験片
 ar : 鋼鉄製枠組
 b : 当り金
 h : 止め金
 P : 力
 S : 添木

4.1.2 荷重端変位の決定

本研究で用いた試験片においては、添木部分のすれ変形、当り金付近の材のつぶれなどの付随的な変形が無視できないため、荷重端変位は以下に示す方法で決定した。図4.4に模式的に示したように、試験片の接着されていない領域は、クラック先端の近傍および荷重点や反力点の近傍を除いて、長軸方向には近似的に引張または圧縮の均一ひずみ状態にあり、この領域の中央と外側の両被着体の相対ずれは、クラック先端から荷重点に向かって直線的に増加すると考えられた。したがって、この領域の数箇所において相対ずれを測定し、最少二乗法であてはめた一次式を荷重端に外挿すれば、付随的な変形、 ϵ とえば、荷重点のつぶれなど、を含まない理想化された荷重点変位 δ が得られるものと考えられた。

均一ひずみ場における相対ずれの測定には、最小目盛 $1/28 \text{ mm}$ のオプティカルルールを取付けた読み取り顕微鏡を用い、荷重 $2P=20\sim 25 \text{ kg}$ おきに試験機の

動きを静止させてすばやく読み取りを行った。

相対ずれを読み取る標線は、図4.5に示すように透明のセルローステープあるいは白ペンキにカミソリ刃を軽く押しあてて作り、前者の場合は試験片の裏側から、後者の場合は測定側から光を当てて読み取りを行った。

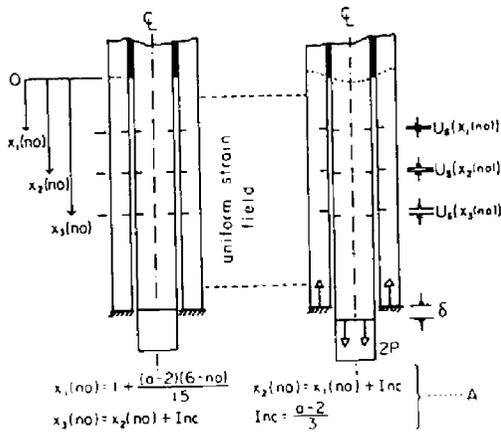


図4.4 相対ずれの測定および理想化した荷重端変位の決定法に関する説明図。

A: クラックの長さ, no: 同一形状の5個の試験片に任意に付けた1から5までの番号, U_s : 相対ずれ, δ : 理想化した荷重端変位, P: 力

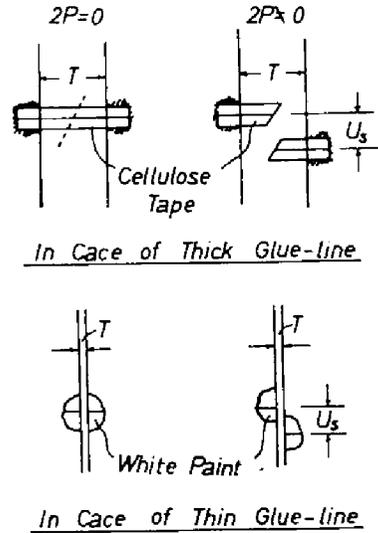


図4.5 相対ずれ U_s 測定のための標線。
T: 接着層の厚さに等しい間隔

標線の位置は同一のクラックの長さおよび同一の接着層の厚さを有する5個の試験片について、図4.4の式Aから決定された。一試験片あたり6点、したがって5個の試験片で合計30点の測定点について測定された相対ずれは、両側の同一位置における値を平均し、最終的には15個の平均相対ずれとし、図4.6に例示したように外力ごとに、クラック先端からの距離に対してプロットし、最少二乗法により、荷重端相対ずれ、すなわち、中央被着体の理想化された伸び δ を決定した。

読み取り操作は破壊荷重の少し手前まで行い、得られたすべてのデータを電算機に入力し、外力別に δ を決定させた。用いた試験機はインストロントタイプのTOM200Jで、荷重は200 kg 又は 500 kg 容量のロードセルで検出した。また、試験条件は約20°C、65% R.H. であつた。

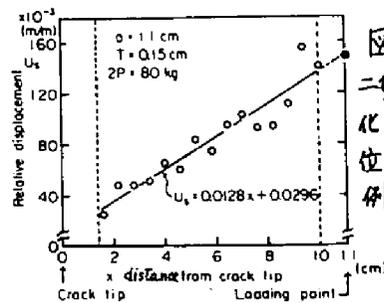


図4.6 最少二乗法による理想化された荷重端変位 δ の決定の一例。

4.2 有限要素法による試験片の変形と応力の解析

実験によるコンプライアンス (δ/p) の決定と平行して、本研究においては、二次元弾性問題を解くことのできる有限要素法によって、接着層の厚さが $T=0.15$ cm なる厚い場合を中心として試験片の応力解析を行った。

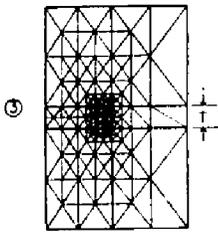
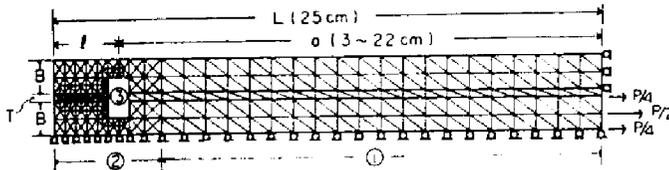


図4.7 モードII破壊靱性測定用試験片の有限要素グリッドパターン。

- ① 粗い等分割領域。要素数: 674
- ② ややこまかい不等分割領域。節点数: 372
- ③ こまかい不等分割領域。

図中の記号は 図4.2 の場合と同じ。

図4.7は試験片の半分を有限要素に分割したグリッドパターンを示す。解析に用いたプログラムは、山田³⁾あるいは三本木ら⁸⁶⁾の標準的なプログラムを参考にし、異方性材料を扱えるように、また、本研究の主旨に沿って、クラック長を変化させられるように、著者が改良したものである。用いた要素は、要素内で一定応力および一定ひずみを与える三角形要素で、連立一次方程式はガウス・ザイデル-B.S.O.R.法³⁾ (Gauss-Seidel-Block Successive Over Relaxation Method) を用いた。なお、要素内で応力が一定であるため、接着界面の応力は厳密には定義できない。したがって、ある節点を共有するすべての要素の応力を総和し、その値を関係している要素数で割、平均値を近似的に節点の応力と見なし、接着界面の応力を定義した。

4.3 結果 および 考察

4.3.1 ひずみエネルギー解放率の決定

図4.8 (a), (b), (c), (d)は実験および有限要素法で求めた荷重 (P) - 変位 (δ) の関

係を示す。ここで、荷重 P は中央被着体に作用する下向きの荷重 $2P$ の半分、変位 δ は 4.2 節で述べた理想化された荷重点変位である。これらの P - δ 関係

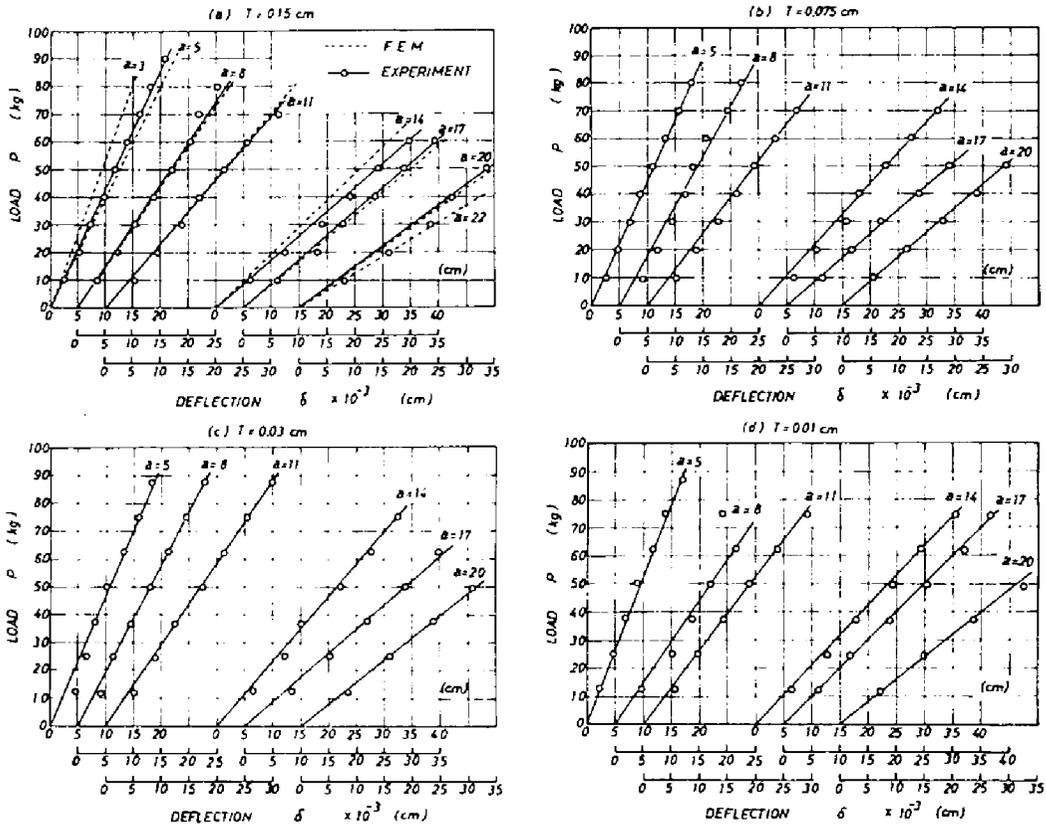


図4.8 荷重(P) - 変位(δ)の関係。 T : 接着層の厚さ、 a : クラックの長さ、 F.E.M.: 有限要素法。

にはかなりのばらつきが存在する。これは、 δ の決定法が若干の誤差を含むことに起因するが、 $T = 0.15$ cm の接着層厚さを想定した有限要素法の結果と比較すると、全体として妥当なものであったと思われる。コンプライアンス ($C = \delta/P$) はこれらの P - δ プロットに原点を通る直線をあてはめて決定した。その際、 $P = 20 \sim 25$ kg 以下の測定値は読み取り誤差が大きかったと思われるので、それ以上の荷重レベルの測定値に合うように心掛けた。図4.9は決定されたコンプライアンスとクラック長さの関係を示す。この図から、接着層厚さのコンプライアンスに及ぼす影響は認められない。

一般に、コンプライアンス C はすべて a の増加関数であるが、その関数は試験片の有限寸法の影響を受ける。したがって、有効全長 $a+l$ が一定値 L であるような有限寸法の試験片においては、コンプライアンス C は逆に l の減

係数である。このような関係を実験式で表現するため、本章では、用いた試験片のコンプライアンスを次式で仮定した。

$$C = C_0 + k(a/l)^n \quad (4-1)$$

$$l = L - a \quad (4-2)$$

ここで、 C_0 、 k 、および n は、 C と a/l をあてはめて決定される実験定数で、式(4-3)に示す値が決定された。

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= 6.043 \times 10^{-5} \text{ cm/kg} \\ k &= 35.148 \times 10^{-5} \text{ cm/kg} \\ n &= 0.4 \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

図4-10 はすべての接着層厚さのコンプライアンスを一括して a/l に対してプロットしたもので、図中の曲線は式(4-3)の値を式(4-1)に代入したものである。

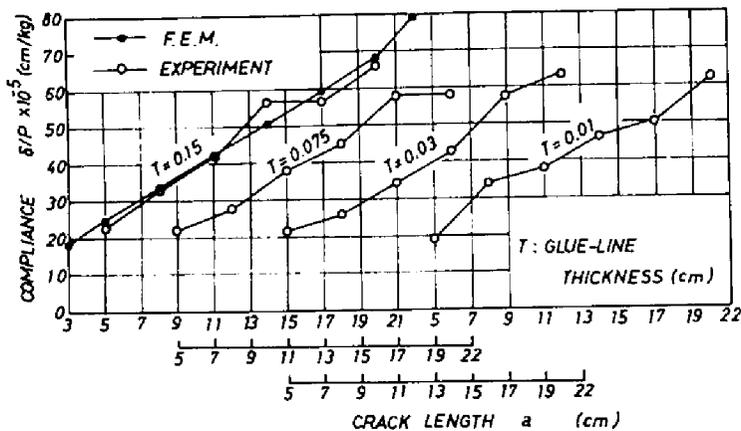


図4-9 コンプライアンス δ/P と クラック長さ a の関係。

第1章の式(1-19)に従って、式(4-1)、(4-2)よりひずみエネルギー解放率を求めるに次式を得る。

$$\begin{aligned} G_{II} &= \frac{P^2}{2H} \frac{\partial C}{\partial a} = \frac{P^2}{2H} \frac{\partial}{\partial a} [C_0 + k(a/l)^n] = \frac{P^2}{2H} \frac{\partial}{\partial a} [C_0 + k \left(\frac{a}{L-a} \right)^n] \\ &= \frac{P^2}{2H} kn \left(\frac{a}{L-a} \right)^{n-1} \frac{L}{a(L-a)} = \frac{nkP^2}{2H} \frac{L}{a^2} (a/l)^n \end{aligned} \quad (4-4)$$

したがって、モードII破壊靱性 G_{IIC} は式(4-4)の P に破壊荷重 P_c を代入することによって求められる。

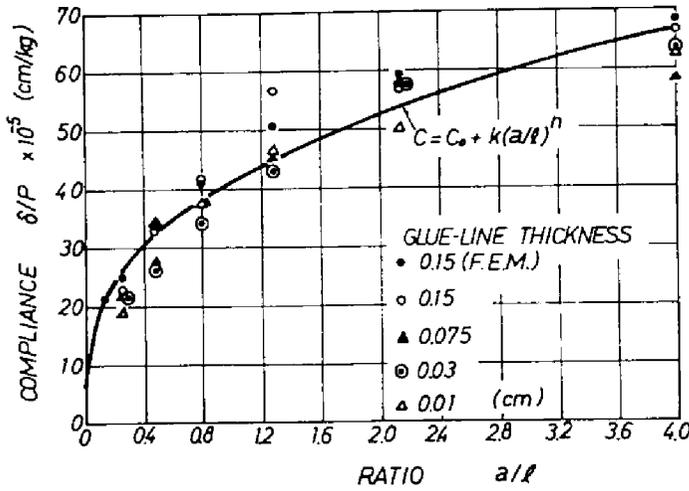


図4.10 コンポライズ δ/P と無次元化された比 a/l の関係。

4.3.2 モードII破壊靱性

図4.11は個々の試験片の破壊荷重 P_c と接着層の長さ l の関係を示す。

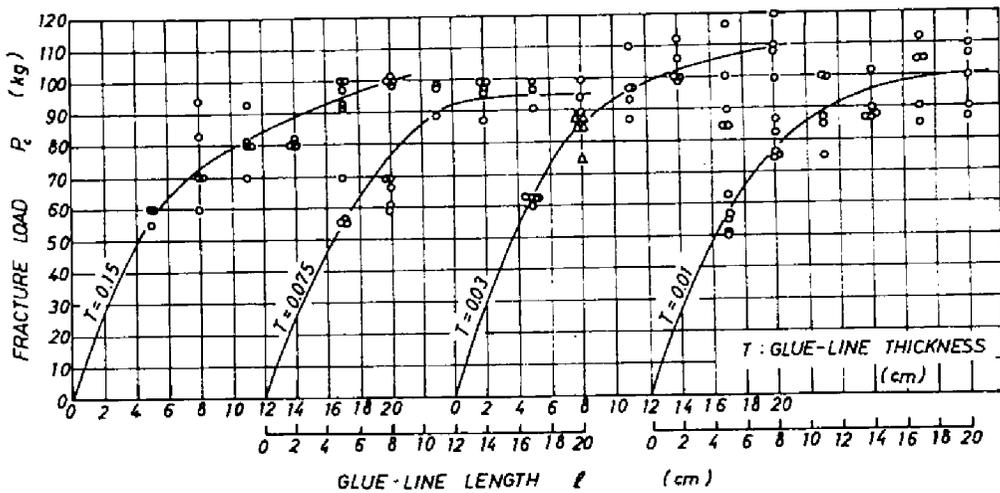


図4.11 破壊荷重 P_c と接着層の長さ l の関係。

ここでいう P_c とは、二つのクラックを有する試験片のどちらか一方のクラックが優先的に拡大を開始したときの臨界荷重 $2P_c$ を単に2で割った値を示す。なお、試験片の中には添木の接着が先に破壊したモノもあり、それらの破壊値は図4.11では省いてある。この図から、フレキシビリティの少ないエポキシ樹脂接着剤の

場合、接着層の厚さは破壊荷重に対して明確な影響を及ぼさないことが分かる。

表 4.2 エポキシ樹脂接着系のモードII破壊靱性 G_{IIc} (kg·cm/cm²)^a

a \ T	0.15	0.075	0.03	0.01	(cm)
5	0.252	0.227	0.305	0.249	
8	0.222	0.223	0.220	0.238	
11	0.168**	0.242	0.278	0.215	
14	0.207	0.290	0.297	0.254	
17	0.256	0.191	0.311	0.278	
20 (cm)	0.261	0.305	0.294	0.253	
平均値	0.237	0.240	0.283	0.245	総平均値
C.V. (%)	21	20	18	20	$\bar{G}_{IIc} = 0.252$

* 値は3~5個の平均値を示す。 T: 接着層の厚さ a: クラック長さ

** 除外 C.V. 変動係数

表4.2は式(4-4)に破壊荷重 P_c を代入して計算したモードII破壊靱性 G_{IIc} の値を示す。本実験の範囲では、 G_{IIc} は接着層厚さの影響を受けないようである。この傾向はフレキシビリティのないエポキシ樹脂接着剤と木材の接着系におけるモードI破壊靱性に関する佐々木ら³⁴⁾の実験結果と同じである。表4.2から分かるように、得られた G_{IIc} はクラック長さ、したがって、接着面積に依存しない特有の強度特性値であると認められる。すべての接着層厚さについての総平均は $\bar{G}_{IIc} = 0.25 \text{ kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$ であり、木材-エポキシ樹脂接着系^{***}の G_{IIc} よりやや大きいながらもほぼ等しい値であった。

4.3.3 試験片の応力分布と破壊のモード

図4.12(a),(b),(c)は有限要素法で求めた接着層および接着界面の応力分布を示す。実験の開始段階においては、本研究で用いた試験片の形状は純粋なモードIIの破壊を起すものと思われたが、これらの図は、接着界面において、せん断応力はもちろん引裂き応力も無視できない存在であることを物語っている。図4.13(a),(b)は、 $a = 5 \text{ cm}$ において、中央接着体と接着層との界面に分布する応力の集中度が、接着層の厚さによって変化する様子を示している。接着層が非常に薄くなると、三角形要素が非常に扁平となって、解の精度は余り期待できない。しかし、大体の傾向として、接着層が厚くなると引裂き応力の集中度が高まり、せん断^{***}ただし、フレキシビリティを60phr含む厚い接着層の場合の G_{IIc} は別である。

断応力のそれが減少するに、接着層が薄くなるとその関係は逆に成る傾向にあることがうかがえる。これらの結果から類推すると、本研究で用いた試験片においては、薄い接着層の場合にはある程度モードⅠの応力・変位場が期待でき、厚い接着層の場合にはモードⅠの影響が無視できなかつたと考えられる。いずれにせよ、得られた G_{IIC} の総平均 $\bar{G}_{IIC} = 0.25 \text{ kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2$ はモードⅠとモードⅡの混合形の破壊靱性という性格が強かったように思われる。

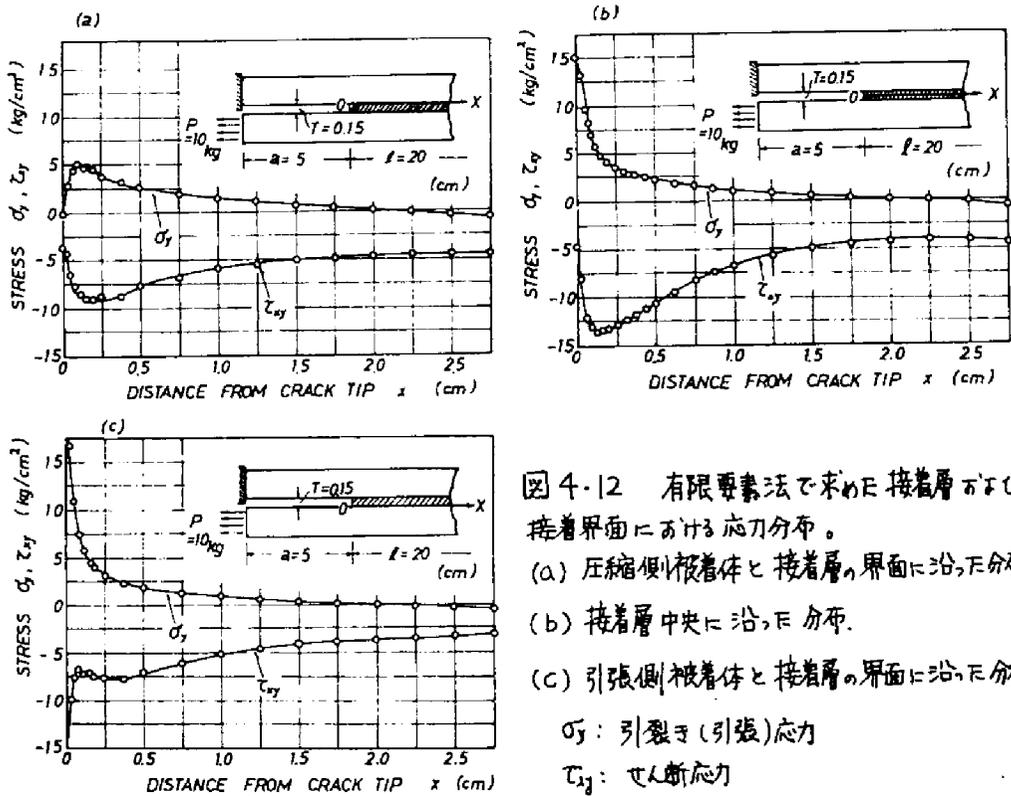


図4-12 有限要素法で求めた接着層および接着界面における応力分布。

- (a) 圧縮側被着体と接着層の界面に沿った分布。
- (b) 接着層中央に沿った分布。
- (c) 引張側被着体と接着層の界面に沿った分布。

σ_y : 引裂き(引張)応力

τ_{xy} : せん断応力

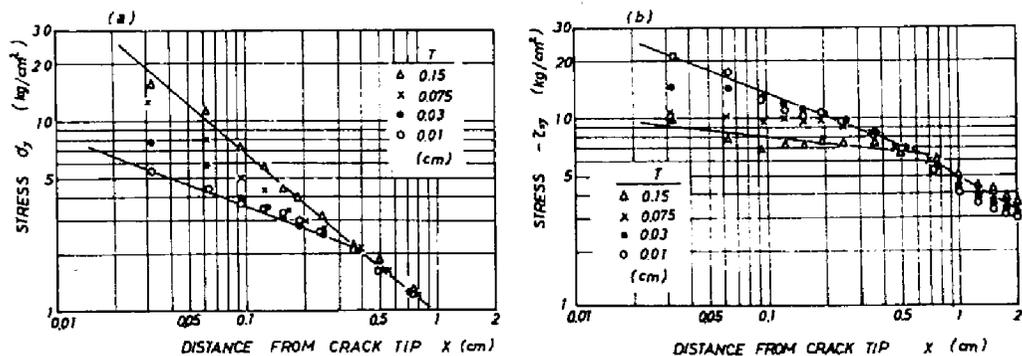


図4-13 引張側被着体と接着層の界面に沿った応力分布の接着層厚さ依存性。

- (a) 界面における引裂き応力。
- (b) 界面におけるせん断応力。

4.4 要約

本研究では、木材(バヒヒ)-エポキシ樹脂接着系のモードII破壊靱性 G_{IIc} を測定することを目的として独自に試験法を開発した。実験で求めた試験片のコンプライアンス $C = \delta/p$ はかなりのばらつきを有したが、大筋においては妥当なものであり、接着層厚さ依存性は認めがたかった。したがって、モードII破壊靱性は接着層厚さに関係なく次の実験式で算定された。

$$G_{IIc} = \frac{nkP^2}{2H} \cdot \frac{L}{a^2} (u/L)^n \quad \text{[式(4-4)参照]}$$

算出された G_{IIc} は接着面積に依存しない接着系に特有の強度特性値としての性格を示した。用いた接着剤はフレキシビリティが少なかつたため、 G_{IIc} には接着層の厚さ依存性が現れなかつたものと思われる。さらに、有限要素法で調べた結果、用いた試験片では、接着層が厚い場合、モードIの影響が無視できないと考えられ、算出された G_{IIc} はモードIとモードIIのそれの混合したものと考えるのが妥当なように思われる。得られた G_{IIc} の平均値は以下の通りである。

$$T=0.15 \text{ cm} \quad G_{IIc} = 0.24 \text{ kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2 \quad \text{C.V.} = 22\%$$

$$T=0.075 \text{ cm} \quad G_{IIc} = 0.24 \text{ kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2 \quad \text{C.V.} = 20\%$$

$$T=0.03 \text{ cm} \quad G_{IIc} = 0.28 \text{ kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2 \quad \text{C.V.} = 18\%$$

$$T=0.01 \text{ cm} \quad G_{IIc} = 0.25 \text{ kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2 \quad \text{C.V.} = 20\%$$

$$\text{総平均 } \bar{G}_{IIc} = 0.25 \text{ Kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^2 \quad T: \text{接着層の厚さ}$$

試験条件: 約 20°C、65% R.H.

第5章 二重添板接着継手の引張耐力の解析における破壊力学の応用³²⁾

第2章から第4章においては、木材-エポキシ樹脂接着系における破壊靱性の算定式の誘導過程およびその測定法を論じ、更製された破壊靱性がクラックの存在する接着系、すなわち、きわめて高い応力集中を伴う接着系における強度特性値として妥当なものであることを確認した。

本章においては、この特性値を利用して実際に近い構造接着の強さを解析することを目的とし、二重添板接着継手をその対象とした。添板継手あるいは重ね継手は構造接着における最も一般的な形態であり、その力学的な研究は古くから行われている。軸引張力を受ける接着重ね継手の応力解析は Volkersen⁸⁷⁾ によって始められたといわれている。その後、面内曲げ変形を考慮した解析が Goland と Reissner⁸⁸⁾、Cornell⁸⁹⁾、Hahnら⁹⁰⁾ によって行われ、二重添板接着継手の軸引張問題は大沼⁹¹⁾ によって解析された。これらの一連の解析は、被着体の自由端の部分に必然的に形成される「直角切欠き」のコーナ部分に応力集中が起り、この応力が接着継手の破壊に重大な役割を演ずることを明らかにした。しかし、大沼の論文を除いて、継手の耐力を定量的に求めたものはなかった。大沼は、接着層の終局せん断強度を破壊条件パラメータとして継手の耐力を計算し、理論と実験がよく一致したことを認めている。

一方、Walshら⁹²⁾ は、木材を被着体とする二重添板接着継手の軸引張耐力を破壊力学の手法を用いて解析した。彼らは、直角切欠きの応力拡大係数と継手の形状の関係を有限要素法で求め、応力拡大係数 K がある臨界値 K_c に達したとき継手は破壊するという仮定のもとに、継手の耐力と添板寸法の間関係を表わす実用設計式を提案した。

本研究では、軸引張力を受ける二重添板接着継手の耐力と添板寸法の間関係を、第1章で述べた J -積分法を利用して数式化することを試みた。

5.1 母材の木口面接着を考慮した二重添板接着継手の臨界引張応力の誘導

図5.1は母材の木口面接着の存在を考慮に入れた二重添板接着継手を示す。この図において、 N_1, N_2 は母材(被着体1)および添板(被着体2)の x 方向に分布する軸力、 u_1, u_2 は被着体1, 2の x 方向変位、 τ は被着体1と2の間の接着層に沿って分布するせん断応力である。Volkersen に始まる解析法^{87), 91)} によれば、次の式(5-1)から式(5-5)が解析の基礎となる式である。

(i) 接着層のせん断応力の定義

$$\tau_0 = \lambda(u_1 - u_2) \quad (5-1)$$

(ii) x方向に働く力のつり合い条件

$$\frac{dN_1}{dx} - \tau_0 H = 0 \quad (5-2) \quad \frac{dN_2}{dx} + \tau_0 H = 0 \quad (5-3)$$

(iii) 被着体における軸応力と軸ひずみの関係 (Hookeの法則)

$$\frac{N_1}{B_1 H} = E_1 \frac{du_1}{dx} \quad (5-4) \quad \frac{N_2}{B_2 H} = E_2 \frac{du_2}{dx} \quad (5-5)$$

式(5-1)、(5-2)、(5-3)、(5-4)、(5-5)において、 H は板の厚さ、 $2B_1, B_2$ は被着体1および2のy方向の幅、 E_1, E_2 は被着体1および2のx方向ヤング率である。

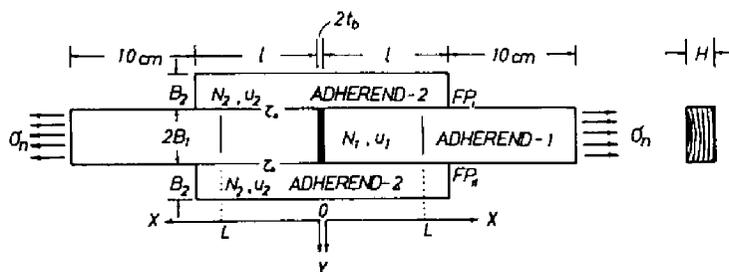


図5-1 木面接着を含んだ二重添板接着継手。 $x=L$ における細線は伸び計のナイフエッジの位置。継手の破壊は FP_1, FP_2 で示す切欠きコーナーから起ると仮定。
 N_1, N_2 : 軸力、 τ_0 : 接着層のせん断応力、 u_1, u_2 : 変位、 l : 添板長、
 $2t_0$: 木面接着層の厚さ、 $2B_1, B_2$: 被着体の幅、 H : 板の厚さ。

λ は本来接着層の剛性率 G_0 と接着層の厚さ t_0 の比として次式で定義される。⁹⁾

$$\lambda = G_0 / t_0 \quad (5-6)$$

しかし、木材を被着体とし、しかも非常に薄くて硬い接着層の場合、この値は接着界面付近の被着体のせん断変形の影響を含むものと考えられる。したがって、本研究では、この λ を後述する実験的方法によって決定した。なお、境界条件は次の式で与えられる。

$$x=0: \quad \frac{N_1}{B_1 H} = E_b \frac{u_1}{t_b} \quad (5-7) \quad \frac{N_2}{B_2 H} = E_2 \frac{u_2}{t_b} \quad (5-8)$$

$$x=l: \quad \frac{N_1}{B_1 H} = \sigma_n \quad (5-9) \quad N_2 = 0 \quad (5-10)$$

ここで、 E_b は木口面接着層のヤング率、 t_b は木口面接着層の厚さ、 σ_n は軸引張応力である。以上の式(5-1)、(5-2)、(5-3)、(5-4)、(5-5) と式(5-7)、(5-8)、(5-9)、(5-10)のもとに解けば以下に示す結果を得る。

$$N_1 = \sigma_n \alpha H \left\{ \frac{\psi_1 \sinh k(x-l) + \psi_2 \sinh kx + \psi_3 \cosh kx}{\psi_2 \sinh k\ell + \psi_3 \cosh k\ell} + \beta \right\} \quad (5-11)$$

$$N_2 = \sigma_n \alpha H \left\{ 1 - \frac{\psi_1 \sinh k(x-l) + \psi_2 \sinh kx + \psi_3 \cosh kx}{\psi_2 \sinh k\ell + \psi_3 \cosh k\ell} \right\} \quad (5-12)$$

$$\tau_0 = \sigma_n \alpha k \left\{ \frac{\psi_1 \cosh k(x-l) + \psi_2 \cosh kx + \psi_3 \sinh kx}{\psi_2 \sinh k\ell + \psi_3 \cosh k\ell} \right\} \quad (5-13)$$

$$u_1 = \frac{\sigma_n}{kE_1(1+\beta)}$$

$$\times \left[\frac{\psi_1 \{ \cosh k(x-l) + 1 \} + \psi_2 \cosh kx + \psi_3 \sinh kx + \psi_4 \cosh k\ell + \psi_5 \sinh k\ell}{\psi_2 \sinh k\ell + \psi_3 \cosh k\ell} + k\beta x \right] \quad (5-14)$$

$$u_2 = \frac{\sigma_n}{kE_1(1+\beta)}$$

$$\times \left[k\beta x - \frac{\psi_1 \{ \beta \cosh k(x-l) - 1 \} + \psi_2 \beta \cosh kx + \psi_3 \beta \sinh kx - \psi_4 \cosh k\ell - \psi_5 \sinh k\ell}{\psi_2 \sinh k\ell + \psi_3 \cosh k\ell} \right] \quad (5-15)$$

以上において、

$$\begin{aligned} \psi_1 &= kt_b B(1-R), & \psi_2 &= kt_b(1+\beta R), & \psi_3 &= R(1+\beta), & \psi_4 &= kt_b B(\beta+R), \\ \psi_5 &= k^2 t_b^2 B(1+\beta), & k^2 &= (\lambda/E_1)(1/\alpha), & 1/\alpha &= (1+\beta)/B_1, & \beta &= (E_1 B_1)/(E_2 B_2), \\ R &= E_b/E_1 \end{aligned} \quad (5-16)$$

継手の破壊は図5-1における FP_L あるいは FP_R の点から起ると仮定した。そして、この FP_L あるいは FP_R を切欠き底とする直角切欠きに特有のひびきエネルギー解放率を G^* とし、それが J -積分法によって計算されると考えた。ここで、対象とする継手に第1章の式(1-41)で示した J -積分を適用する場合、その経路 Γ を図5-2 に示すように点 FP_L (あるいは FP_R) を囲み、 x 軸 および (あるいは)

x 軸に平行するように選択すれば、 J -積分は x 軸に平行な経路 Γ_x において成立する部分 J_x と、 y 軸に平行な経路 Γ_y において成立する部分 J_y の二つに分けることができる。ここで、 J_x, J_y は以下のように表現できる。

$$J_x = - \int_{\Gamma_x} (\tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial x}) dx \quad (5-17)$$

$$J_y = \int_{\Gamma_y} \left\{ \frac{1}{2} (S_{11}\sigma_x^2 + 2S_{12}\sigma_x\sigma_y + S_{22}\sigma_y^2 + S_{33}\tau_{xy}^2) - (\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x}) \right\} dy \quad (5-18)$$

なお、 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ は二次元弾性体の応力成分、 u, v は同じく変位成分、 $S_{11}, S_{12}, S_{22}, S_{33}$ は直交異方体の弾性コンプライアンスである。本章で導いた継手の近似的な応力成分は、被着体において $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$ 、接着層において $\sigma_y = \sigma_x = 0$ であり、しかも、それらは x のみの関数であるから、図5-2に示すように積分経路をとった場合、 J -積分は式(5-18)で示した J_y のみを考慮すればよく、次式のような簡単な形となる。

$$J = J_y = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{B_1}{E_1} \right) \sigma_1^2(x) + \left(\frac{B_2}{E_2} \right) \sigma_2^2(x) - \left(\frac{\eta_0}{G_0} \right) \tau_0^2(x) - \left(\frac{B_1}{E_1} \right) \sigma_n^2 \right\} \quad (5-19)$$

ここで、 $\sigma_1(x) = \frac{N_1(x)}{B_1 H}$ 、 $\sigma_2(x) = \frac{N_2(x)}{B_2 H}$ 、また式中の η_0/G_0 は接着層における見かけのエネルギーを算定するため導入されたもので、実際には式(5-6)の関係より $\eta_0/G_0 = 1/\lambda$ で置き換えられる。

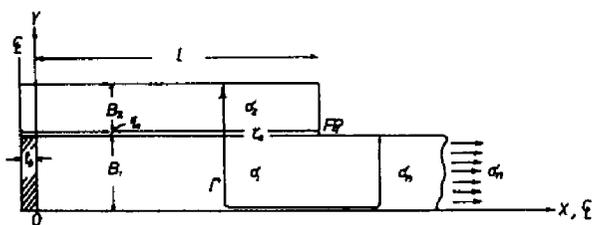


図5-2 木面接着層を含む直添板接着継手の一つの切欠き底 FP_2 を囲む J -積分の経路。 t : 木面接着層の厚さの半分、 l : 添板半長、 B_1 : 母板の幅の半、 B_2 : 添板の幅、 FP_2 : 仮定した破壊開始点。

式(5-19)に式(5-11)、(5-12)、(5-13)を代入すると、式(5-19)は x に関する項が打ち消され位置 x に依存しない J -積分特有の経路独立性^{56), 57)} が成立し、次式のようにまとめられる。

$$J = G^* = \frac{\sigma_n^2 \alpha}{2E_1} \left\{ \frac{(\psi_2 \sinh k l + \psi_3 \cosh k l)^2 + 2\psi_1 (\psi_2 \cosh k l + \psi_3 \sinh k l) + \psi_1^2 + \psi_2^2 - \psi_3^2}{(\psi_2 \sinh k l + \psi_3 \cosh k l)} \right\} \quad (5-20)$$

ところで、現在までのところ、直角切欠きに関するひずみエネルギー解放率 G^* の臨界値 G_c^* が測定された例はない。そこで、直角切欠きとクラックにおけ

る応力集中の類似性から、 G_c^* はクラックにおける破壊靱性 G_c と何らかの比例関係にあると考え、次の関係を仮定した。

$$J_c = G_c^* = NG_c \quad (5-21)$$

ここで、 N は未定定数である。しEがって、木口面接着を考慮した二重添板接着継手が FP_{I} もしくは FP_{II} から破壊すると仮定した場合の臨界引張応力 σ_{nc} は式(5-20)と式(5-21)より次式で求められる。

$$\sigma_{nc} = \sqrt{2NG_c E_{11} / \alpha} \cdot \frac{\psi_2 \sinh k\ell + \psi_3 \cosh k\ell}{\sqrt{(\psi_2 \sinh k\ell + \psi_3 \cosh k\ell)^2 + 2\psi_1(\psi_2 \cosh k\ell + \psi_3 \sinh k\ell) + \psi_1^2 + \psi_2^2 - \psi_3^2}} \quad (5-22)$$

5.2 実験

5.2.1 材料 および 試験片の作成

被着体 および 接着剤は第4章で用いたものと同一のベイヒ (*Chamaecyparis Lawsoniana* PARL.) および エポキシ樹脂接着剤である。なお、材料の力学的性質は第4章の表4.1に示しEものをE用いた。

接着剤は適当に温めて気泡を除去した後室温に戻し、11 phr の硬化剤 (DETA) を加えて静かにかくはん後、所定の寸法にマイタソーで仕上げE添板 (母材と同じベイヒを用いた) のまさ目面にへらで均一に塗布した。2本の母材の突き合せ面に厚さ 0.15 cm のテフロン板をはさみ木口面接着用の間隙を設けた。接着剤を塗布した2枚の添板をまさ目面同士が接着されるように母材に添え、大型のクリップ数個で固定した。室温で一昼夜硬化させE後、ベルトサンダ、マイタソーなどで試験片を仕上げた。必要に応じて、木口面の間隙に同じエポキシ樹脂接着剤を流し込み、木口面接着層を形成しE。

一連の実験を通じて、継手の突き出し部分の有効長さ (チャックの部分は除く) a は 10 cm に統一した。添板半長 ℓ 、被着体の幅 $2B_1, B_2$ 、および試験片の厚さ H は実験計画に応じて変化させた。なお、完成しE試験片は、約 20°C、65% R.H. の室内に約1ヶ月間静置しE後、試験に供しE。

5.2.2 実験定数入の決定と継手の耐力試験

実験定数入は本来それと定義した式(5-1)を用いて決定されるべきであるが、せん断応力での奥測が困難であるため、最も測定しやすい母材の変形の奥測値から決定した。式(5-16)に示すように、入は k に含まれる。さらに、母材の変位 $u(x)$ は k の関数でもある。したがって、 $x=L$ における母材の変位 $u(L)$ を奥測し、計算で求まる変位 $u(L, k)$ と比較して奥測値を両Eするを決定した。変位の測定は図5-3に示す差動トランス型伸び計を用いて、いろいろな寸法の試験片計30個について行った。図5-4は k 、すなわち、 E_1/λ を変化させて式(5-14)から求めた計算値 $2u(L)/\sigma_n$ と、奥測された単位応力あたりの伸び量 $2u(L)/\sigma_n$ の比較の一例を示す。実験の結果、 E_1/λ の平均値は約18cm となった。したがって、 $E_1 \div 150 \text{ ton/cm}^2$ より $\lambda \div 8.5 \text{ ton/cm}^2$ であった。試験機は最大容量5tonのオルゼン型万能試験機(森試験機製作所)を用い、試験条件は約20°C、65% R.H. であった。

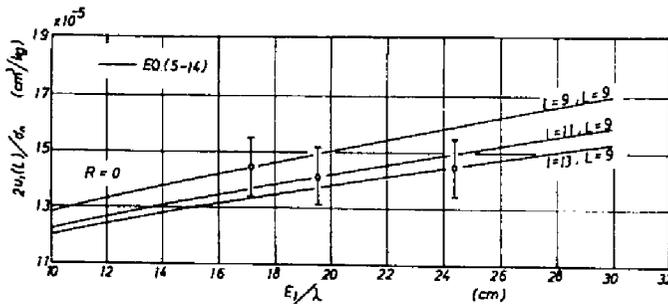


図5.4 単位応力あたりの変位 $2u(L)/\sigma_n$ と比 E_1/λ の関係。
 l : 添数半径、 L : 伸び計のナイフエッジの位置、各プロットは2~5個の試験片の平均値および標準偏差を示す。

5.3 結果 および 考察

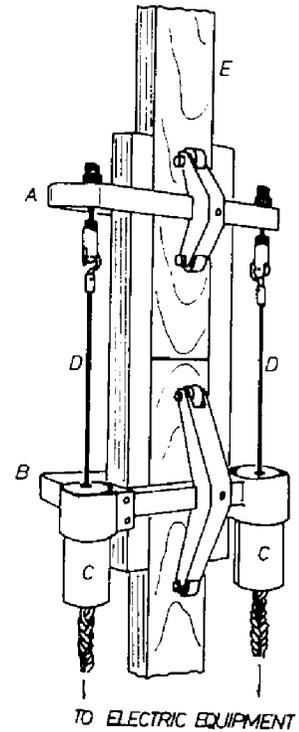


図5.3 試験片に挿着された差動トランス型伸び計。
 A: 上部ナイフ受け、B: 下部ナイフ受け
 C: 差動トランス、D: 非導電性ロッド
 E: 試験片

5.3.1 木口面が接着されていない試験片における 添板寸法と軸引張耐力の関係

[添板長さについて]

図5.5 (a). (b) および図5.6 (a). (b) は母材の木口面が接着されていない試験片の添板半長 l と軸引張耐力 σ_{nc} の関係を示す。これらの図において、曲線は式(5-22)で計算される耐力を示す。式(5-22)の計算においては、図中に示した試験片の平均寸法、第4章の表4-1に示した材料定数、そして $E/\lambda = 18 \text{ cm}$ の外に、 G_c の値として第4章で決定したバイヒエエポキシ樹脂接着系の G_{rc} の平均、 $\bar{G}_{rc} = 0.25 \text{ Kg} \cdot \text{cm} / \text{cm}^2$ を用い、未定定数 N に $N = 0.25, 0.5, \text{ および } 1$ の3通りに仮定して計算した。計算結果は N の値にかかわらず、継手の耐力と添板長さの関係が本章で用いた仮定によって十分定性的に説明できることを物語っている。さらに、実験結果と計算結果を比較すれば、ばらつきは存在するものの、 $N = 0.5$ と仮定した場合が継手の耐力を予測する式として最も適していることが分かる。したがって、本実験の範囲においては、継手の耐力を定量的に表現するには $N = 0.5$ を用いるのが最適であるとみなして以後の論議を進める。

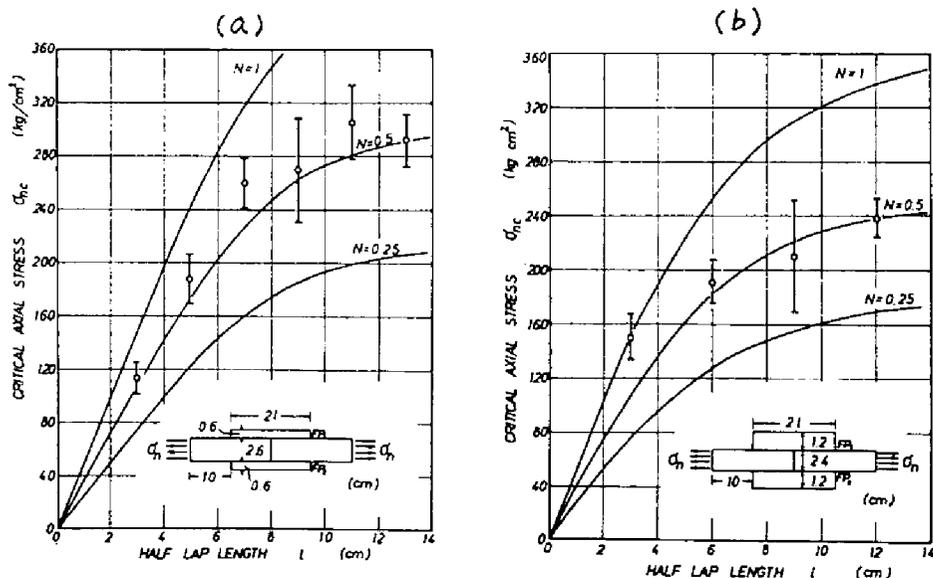


図5.5 添板半長 l と軸引張耐力 σ_{nc} の関係。図中の曲線は式(5-22)で予測された耐力。各プロットは (a) の場合 4~6本の、(b) の場合 3本の試験片における平均値と標準偏差を示す。

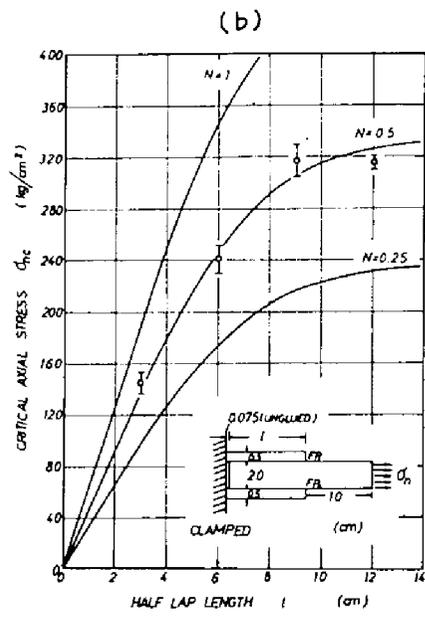
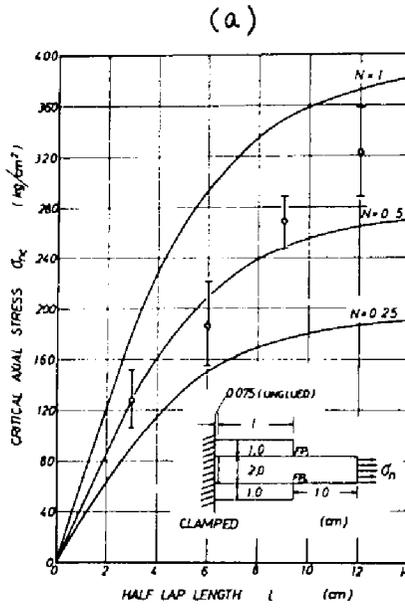


図5.6 半分に切断した試験片における添板半長 l と引張耐力 σ_{nc} の関係。図中の曲線は式(5-22)で予測された耐力。各プロットは、(a)の場合各5本の、(b)の場合各4本の試験片における平均値と標準偏差を示す。

[母材の幅 $2B_1$ の影響]

母材(被着体1)の幅 $2B_1$ が継手の耐力に及ぼす影響は添板長さのそれと並んで重要である⁹⁾。図5.7*は添板の幅 B_2 を一定に保ったときの継手の耐力に及ぼす母材の幅 $2B_1$ の影響を計算によって示したものである。この計算例より、母材の幅 $2B_1$ が薄いほど、接合効率が高くなることが分かる。

なお、この傾向は集積材やLVLなどの耐力についても同様にいえることであろう。

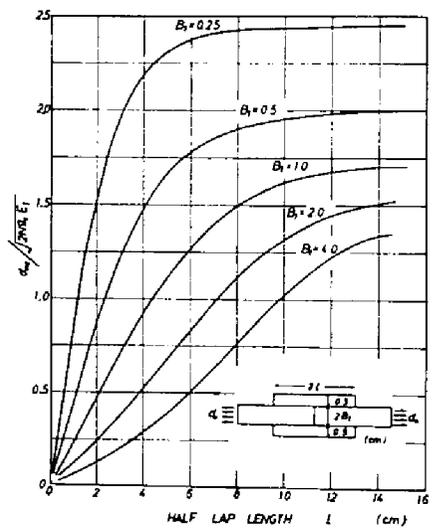


図5.7 母材の幅 $2B_1$ が継手の耐力に及ぼす影響。図中の曲線は式(5-22)による計算例。

* 図中の縦軸側に示した破壊靱性の記号 G_c は本文中の記号 G_c と全く同質のものである。

5.3.2 継手の耐力に及ぼす木口面接着の初果

図5.8は、木口面接着層のヤング率 E_2 と、母材の縦ヤング率 E_1 の比で定義される剛性比 $R = E_2/E_1$ が変化した場合の継手の耐力と添板半長 l の関係を計算によって求めたものである。式(5-22)による計算によれば、継手の破壊が図5.1の FP_2 あるいは FP_1 の直角切欠き底から起ると仮定して計算した臨界軸応力は、添板半長 l がゼロに近づくにつれて無限大に近づく傾向にある。この一見奇妙な計算結果は当然のことで、添板がなくなると応力集中が存在しなくなり(単なるバットジョイントになる)、したがって、破壊力学が適用不可能になることを示している。実際には、木口面が接着されている($R \neq 0$)限り、添板が短くなると必ず木口面接着が先に破壊する。一度木口面接着が破壊すれば、その瞬間に継手は $R=0$ の状態におかれるため、それ以後の耐力は $R=0$ の曲線に支配されると考えられる。図5.9はその傾向を実験値によって具体的に示したもので、図中の曲線は $N=0.5$ 、 $G_c=0.25 \text{ kg/cm}^2$ 、 $R=0$ および $R=1/6$ の場合の計算値である。

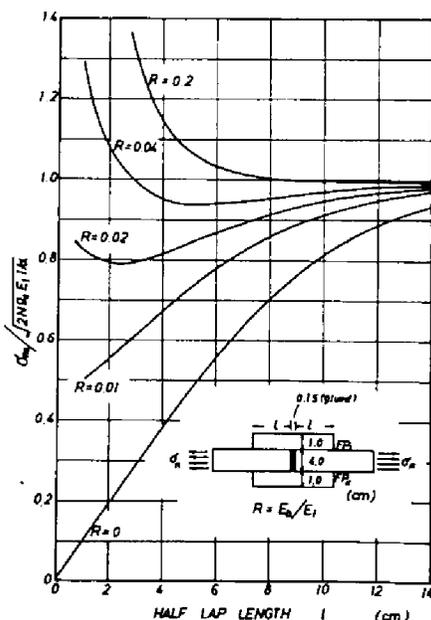


図5.8 木口面接着層の剛性が継手の耐力に及ぼす影響。図中の曲線は式(5-22)による計算例。(また、図中の記号 G_c は本文中の記号 G_c と全く同質のものである。)

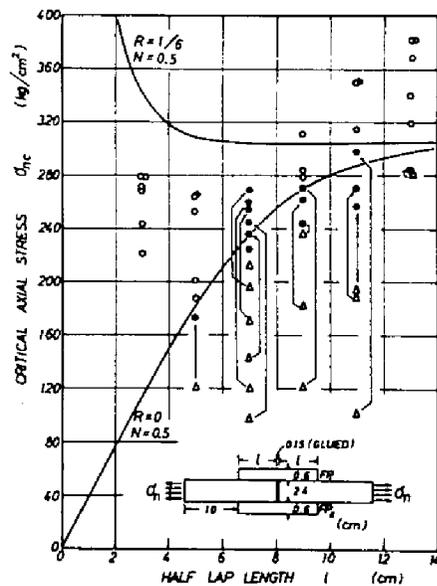


図5.9 木口面接着層の剛性と継手の耐力の関係。図中の曲線は式(5-22)で予測される耐力を示す。

- : 試験片全体が一度に破壊した場合
 - : 木口面接着が先に破壊し、その後継手全体が破壊した場合
 - △ : 木口面接着の破壊(継手全体は破壊せず)
- 矢印は同一試験片における破壊の推移を表わす。

図5.9の $l=3\text{ cm}$ の場合、試験片は一度に全体が破壊している。これは、 $R=0$ の曲線よりも上の応力レベルで木口面接着が先に破壊したため、その瞬間に軸引張応力は試験片の耐力を上回ってしまい、たろどころに破壊したものである。次に、 $l=5\text{ cm} \sim 11\text{ cm}$ の場合に見られるように、 $R=0$ の曲線よりも下の応力レベルで木口面接着の破壊が先行しても、継手は添板の結合力で持ちこたえており、軸引張応力が $R=0$ の曲線で示されるレベルに達して初めて試験片全体の破壊が起っている。さらに添板長さが長くなると、継手の耐力は図5.8の一連の計算結果から分かるように、 R の値に関係なく一定値に近づく。この場合は半無限長の帯板に直角切欠きが存在する場合の応力分布状態に近づき、継手の破壊は仮定された F_{P2} あるいは F_{P1} で起ると考えられる。しかし、 $l=13\text{ cm}$ にあける実験値は予測される耐力よりも少し大きかった。

以上の実験結果から、二重添板接着継手においては木口面接着の効果はあまり期待できず、 T と E 母材の木口面が接着されていても、継手の耐力は木口面接着の接着力を無視して計算すべきである。

5.3.3 二重添板接着継手の軸引張耐力設計式の提案

前述した結果より、二重添板接着継手の軸引張耐力 σ_{nc} は、 T と E 母材の木口面が接着されていても (ie. $R \neq 0$)、木口面接着が最初からないもの (ie. $R=0$) と考えて計算すべきである。その場合、式(5-22)は $\varphi_2=0$ ($R=0$) とおいて次式のように簡単化される。

$$\sigma_{nc} = \sqrt{2N_G c E_1} / \alpha \left(\frac{\sinh k l}{\cosh k l + \beta} \right) \quad (5-23)$$

図5.5(a),(b) および 図5.6(a),(b) に示した実験結果より、継手の耐力は添板半長 l が短い場合は近似的に接着面積に比例するとみることができる。この比例関係は式(5-23)の初期傾きを利用して近似できる。すなわち、初期傾きは次式で得られる。

$$\left. \frac{d\sigma_{nc}}{dl} \right|_{l=0} = \sqrt{2N_G c E_1} \alpha (k/B_1) \quad (5-24)$$

耐力と添板半長は l が短いとき比例関係にあるから、次式の近似関係が成立する。

$$\sigma_{nc} \doteq \left\{ \left. \frac{d\sigma_{nc}}{dl} \right|_{l=0} \right\} l \quad (5-25)$$

したがって、次式が導かれる。

$$\sigma_{nc} \doteq \sqrt{2NG_c \lambda} (l/B_1) \quad (5-26)$$

一方、継手の耐力は添板長さが長くなるにつれて、だんだん最大値に近づく。この限界値は式(5-23)の極限值として次式で示される。

$$\sigma_{max} = \lim_{l \rightarrow \infty} \sigma_{nc} = \sqrt{2NG_c E_1 l / \alpha} \quad (5-27)$$

母材・添板とも同一樹種の場合は次式が得られる。

$$\sigma_{max} = \sqrt{2NG_c E_x S} \quad , \quad S = (B_1 + B_2) / B_1 B_2 \quad (5-28)$$

図5-10は、 $N=0.5$ 、 $G_{rc} = 0.25 \text{ kg} \cdot \text{cm} / \text{cm}^2$ の場合における前述した近似式の実験値に対する適合性を示したものである。同図において、直線Ⅰは式(5-26)で示した直線関係を、直線Ⅱは直線Ⅰの $1/2$ の値を示し、直線Ⅲは式(5-28)で計算される最大耐力 σ_{max} を示す。これらの結果より、直線Ⅱは継手の耐力と添板寸法(l/B_1)に関する安全側の関係を与え、直線Ⅲは添板を十分長くしたときに期待しうる最大耐力の粗い推定値を与えるものであることが分かる。したがって、軸引張力を受ける二重添板接着継手の耐力算定式として次式を提案する。

$$\sigma_{nc} = 0.5 \sqrt{G_c \lambda} (l/B_1) \quad (5-29)$$

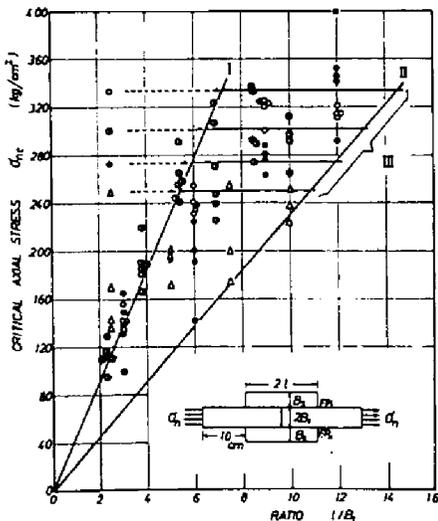


図5-10 単純化した実用設計式の適合性。

直線Ⅰ：式(5-26)で与えられた直線近似式。

直線Ⅱ：直線Ⅰの $1/2$ 。

直線Ⅲ：式(5-28)で示される継手の最大予測耐力。

○： $B_1 = 1.0$ 、 $B_2 = 0.5$

●： $B_1 = 1.3$ 、 $B_2 = 0.6$

●： $B_1 = B_2 = 1.0$

△： $B_1 = B_2 = 1.2$ (単位：cm)

入は以下の値を想定すればよいと思われる。

$$\lambda = E_x/25 - E_x/15 \quad (5-30)$$

また、式(5-29)の適用限界は式(5-28)で粗く見積ることができよう。

5.4 要約

本章においては、軸引張力を受ける二重添板継手の耐力を破壊力学の仮説に基づいて数式化し、実験結果との比較によってその妥当性を検討した。その結果を要約すると以下の通りである。

- (1) 本章で導いた一種の実験式によって、継手の耐力と寸法の関係も広い範囲にわたって良好に表現することができた。
- (2) 母材の木口面接着は継手の耐力増強には余り期待できない。
- (3) 母材 および 添板の幅はせまい程接合効率が低い。
- (4) 軸引張力を受ける二重添板継手の設計式を次式で提案した。

$$\sigma_{nc} = 0.5\sqrt{G_c\lambda} (\ell/B_1), \quad \lambda = E_x/25 - E_x/15$$

ただし、上式の適用範囲は $0 \leq \sigma_{nc} \leq \sigma_{max}$ であり、 σ_{max} は次式で示される。

$$\sigma_{max} = \sqrt{G_c E_x S}, \quad S = (B_1 + B_2)/B_1 B_2$$

摘要

本論文は、木材-エポキシ樹脂接着系の破壊靱性 G_c を算定することを第1の目的とした。破壊靱性 G_c は接着系の強度特性値の一つであるが、その特性は単に「強い、弱い」を表すものではなく、接着系がきわめて高い応力集中に対してどの程度耐えられるかを表すものであるといえよう。したがってこの特性値を活用できる接着系はクラックによるきわめて高い応力集中を伴うものでなければならず、均一な応力状態にある接着系の強さを評価し得るものではない。本論文の第1章においては、この破壊靱性 G_c を含めて、破壊力学で用いられる重要なパラメータの性格やその誘導過程について概説した。

第2章においては、木材-接着系のモードI(開口形)破壊靱性 G_{Ic} 算定用試験片として、二重片持ちはり試験片(DCB試験片)を取上げ、初めに、有限長の接着層を有するDCB試験片の弾性的挙動を弾性床上のはりとはみなして数式化した。そして接着層長さ l と片持ちはりのはりせい h の比 l/h が5以上であれば、接着層を半無限長とみなせることを示し G_{Ic} 算定のための実用式を提案した。提案した実用式は接着層厚さが無視される場合にも、また被着体を等方体と想定しても、非常に良好な適用性を示すことを既往の研究との比較によって明らかにした。実験はブナ気乾材とフレキシビライザ(ポリサルファイド)を60 phr含むエポキシ樹脂接着剤について行った。その結果、実用式によって算定された G_{Ic} は接着面積の変化に依存することの少ない強度特性値であること、さらに、既往の結果との比較から、用いた接着系は接着にとって最も危険な引裂き応力に対して非常に高い抵抗能力を示す系であることなどが認められた。

第3章においては、第2章と同じDCB試験片を取上げたが、この章では、エポキシ樹脂接着層を3要素モデルの無限の並びと見なして、その粘弾性が G_{Ic} に及ぼす影響を数値解析によって定量化した。実験はフレキシビライザの添加量を0, 20, 40, 60 phrの4段階に変えて粘弾性を異にしたエポキシ樹脂接着剤とアカマツ気乾材の系で、試験機のクロスヘッド移動速度を毎分1 mmに統一して行った。その結果、数値解析の結果から見ても、また、実験的にも、用いた接着剤の粘性のタイムスケール(緩和時間は 10^2 秒のオーダー)および破壊靱性試験のタイムスケール(破壊までの時間は $10^2 \sim 10^3$ 秒のオーダー)の範囲においては、 G_{Ic} の計算に接着層の粘弾性をとくに考慮する必要のないこと、また、 G_{Ic} の算定には木材の平均材料定数を用いるよりも個々の試験で得られる荷重-変位関係の実測値を用いる方が合理的であることなどが認められた。第2章、第3章で算定された木材-エポキシ樹脂接着系のモードI破壊靱性の大きな値は、フレキシビライザ

添加量が 60 phr 以下の場合は 0.2 Kg/cm^2 、60 phr では 接着層が厚くなる一桁大きい 2 Kg/cm^2 前後であった。

第4章では、前記モードIと共に実際の構造接着において重要であるモードII(面内せん断形)破壊靱性 G_{IIC} を算定することを目的とした。この研究において独自に考案された試験片は、先のDCB試験片と違って、変形の絶対値が小さく、材料力学的な経験式によって試験片の変形を簡単にしかも精度よく表現することが困難であった。したがって、 G_{IIC} 算定式は実験的手法によって決定され、その妥当性の部分的な検討は有限要素法による平面応力解析によって行われた。実験はフレキシビライザを含まないエポキシ樹脂接着剤とバイヒ気乾材について行った。その結果、算定されたモードII破壊靱性は接着層厚さに依存しないことが明らかとなった。しかも、この値は接着面積に依存しない特有の強度特性値であること、また用いた試験片においては、モードIの影響が厚い接着層の場合には無視できないことが、有限要素法で得られた応力分布の知見から認められた。得られた G_{IIC} の平均値は 0.25 Kg/cm^2 であった。以上の第2章から第4章までの実験によって木材-エポキシ樹脂接着系で算定された破壊靱性 G_c は接着面積の変動に対して依存性の少ない特有の強度特性値であることが確認された。

第5章においては、木口面接着を考慮した二重添板接着継手が軸引張力を受ける場合の耐力を破壊力学を応用して数式化することを試みた。その基本的な考之方は、対象とした接着継手を破壊靱性算定用の試験片と考之、その力学的挙動を材料力学的手法によって破壊靱性を計算できる数式に誘導し、逆に数式中に含まれる外力、すなわち、破壊荷重を予測するというものであった。このような考之方に基づいて構造接着の耐力を推定することが本論文の第2の目的であった。しかし、最初に述べたように、破壊靱性 G_c はクラックによって引き起こされるきわめて高い応力集中が存在する試験片においてのみ算定できるものであって、前述した考之方を第5章で取扱った継手に適用するには理論の拡張が必要である。添板接着継手には、添板の自由端と母材の接点をコーナとする直角切欠きが存在する。そこで、この直角切欠きにおいても、ある種のひずみエネルギー解放率 G^* が定義できるものと仮定して、近似的に得られた応力分布をもとに、J-積分法によってこの G^* を数式化した。さらに、応力集中の類似性から、直角切欠きに特有の破壊靱性 G_c^* は、第4章で扱ったモードII破壊靱性 G_{IIC} と比例関係にあるものと考え、 $G_c^* = N G_{IIC}$ の関係を仮定した。上述の考之方に基づいて誘導された継手の耐力予測式は、継手の実測変位で決定される一つの実験定数と、 $G_c^* = N G_{IIC}$ で定義される未知数 N を含む一種の実験式であった。実験はフレキシビライザを含まないエポキシ樹脂接着剤とバイヒ気乾材について行った。実験結果との対比から、 $G_{IIC} = 0.25 \text{ Kg/cm}^2$ を用いた場合、

$N=0.5$ のとき、最も良好に実際の継手の耐力を表現しえた。また、一連の実験および計算結果から、フレキシビリティの少ない接着層による木口面接着は、二重添板接着継手の耐力増強に対してあまり効果が期待できないこと、添板、母材とも、幅がせまいほど接合効率が高まることなどが認められた。最後に、実験で得られた知見をもとにして、安全側を見込んだ継手の設計式を提案した。第5章の内容は、構造接着の耐力の推定という本論文の第2の目的を必ずしも満たすものではなかったが、誘導した実験式は多くの既知パラメータを数式中に含んでおり、実験で決定すべき不確定因子を最小限にとどめたため、その適用性は比較的広範囲にわたって良好であった。

破壊靱性 G_c の算定は、本質的には力学の問題であり、これまでに基本的な問題点はほぼ検討されたものと考えられる。一方、算定された破壊靱性を他の目的に利用する問題はこれからの課題である。そのためには、クラックだけでなく、切欠きにおける破壊靱性の定義やその算定法、異種材料間の破壊靱性の算定、複合荷重下における破壊条件の確立など非常に困難な問題と取組まなければならない。とくに切欠きと異種材料の問題は構造接着と直接関係するものであり、著者はその方面の研究の必要性を強く認識するとともに、今後、広範囲にわたる木材-接着系の破壊靱性値が安定したデータとして多数集積されることを期待するものである。

追補 二次元直交異方体におけるクラック周辺の
応力、変位分布の平面応力解析

[1] ひずみ-変位 および ひずみ-応力関係式

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = s_{11}\sigma_x + s_{12}\sigma_y = \frac{1}{E_x}\sigma_x - \frac{\mu_{xy}}{E_x}\sigma_y \quad (1)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = s_{12}\sigma_x + s_{22}\sigma_y = -\frac{\mu_{xy}}{E_x}\sigma_x + \frac{1}{E_y}\sigma_y \quad (2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = s_{33}\tau_{xy} = \frac{1}{G_{xy}}\tau_{xy} \quad (3)$$

ここで、 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ はひずみ成分、 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ は対応する応力成分、 u, v は変位成分、 E_x, E_y はヤング率、 G_{xy} は剛性率、 μ_{xy} はポアソン比である。

[2] 応力のつり合い条件式を満足する Airy の応力関数 ϕ の定義

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \sigma_x \quad (4) \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \sigma_y \quad (5) \quad -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \tau_{xy} \quad (6)$$

[3] ひずみの適合条件

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (7)$$

[4] ϕ の満たすべき基礎方程式

式(1),(2),(3)の応力成分に式(4),(5),(6)の応力関数を代入し、さらに式(7)を応力関数で表現すると次式を得る。

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2k \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + e \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0 \quad (8)$$

$$\text{ただし, } k = \frac{1}{s_{22}} \left(\frac{s_{33}}{2} + s_{12} \right) = E_y \left(\frac{1}{2G_{xy}} - \frac{\mu_{xy}}{E_x} \right), \quad e = \frac{s_{11}}{s_{22}} = \frac{E_y}{E_x} \quad (9)$$

ここで、式(10)に示すパラメータ α_1, α_2 を導入すると、式(8)は式(11)のように表現される。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1^2 &= k + \sqrt{k^2 - e} \\ \alpha_2^2 &= k - \sqrt{k^2 - e} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_1^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi = 0 \quad (11)$$

さらに、式(12)で定義される座標変換を行くと、式(11)は式(13)のように表現される。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x, & x_2 &= x \\ y_1 &= y/\alpha_1, & y_2 &= y/\alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} \right) \phi = 0 \quad (13)$$

$\alpha_1 \neq \alpha_2$ のときに限って、式(13)を満足する解 ϕ は、変換されたそれぞれの座標系 (x_1, y_1) および (x_2, y_2) における Laplace 方程式 $\nabla^2 \phi_i = 0$ ($i=1,2$) を満足する解 ϕ_i の重ね合せで得られる⁴⁰⁾。すなわち、

$$\phi(x, y) = \phi_1(x_1, y_1) + \phi_2(x_2, y_2) \quad (14)$$

[5] ϕ_i の決定

ノッチ、くさびあるいはそれらの特別な場合であるクラックの問題においては、Airy の応力関数 ϕ を極形式で仮定すると境界条件が扱い易い^{39), 40), 41)}。したがって、 ϕ の部分解である ϕ_i を次に示す級数で仮定する。

$$\phi_i(x_i, y_i) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} r_i^{\lambda_n} f_i(\theta_i, \lambda_n) \quad (i=1,2) \quad (15)$$

式(15)において、 λ_n は境界条件、とくに、ノッチの開き角で決まる固有値、 $f_i(\theta_i, \lambda_n)$ は式(16)の Laplace 方程式を満足すべき θ_i, λ_n の関数、 θ_i は (x_i, y_i) 平面における極座標の動径、 θ_i は角度である。

$$\nabla^2 \phi_i = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} \right) \phi_i = 0 \quad (i=1,2) \quad (16)$$

式(16)を極形式に改めると次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r_i^2} + \frac{1}{r_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial r_i} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \theta_i^2} = 0 \quad (i=1,2) \quad (17)$$

式(17)に式(15)を代入すると、 ϕ_i のとりべき形は以下のように決定される。

$$\phi_1 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} r_1^{\lambda n} (A_n \cos \lambda_n \theta_1 + B_n \sin \lambda_n \theta_1) \quad (18)$$

$$\phi_2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} r_2^{\lambda n} (C_n \cos \lambda_n \theta_2 + D_n \sin \lambda_n \theta_2) \quad (19)$$

ここで、 A_n, B_n, C_n, D_n は積分定数であり境界条件から決定される。

[6] 変換された二つの座標系 (x_i, y_i) ($i=1,2$) と原座標系 (x, y) の関係

以下の関係式は定義より明らかである。

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned} \right\} (20) \quad \left. \begin{aligned} x_1 &= r_1 \cos \theta_1 \\ y_1 &= r_1 \sin \theta_1 \end{aligned} \right\} (21) \quad \left. \begin{aligned} x_2 &= r_2 \cos \theta_2 \\ y_2 &= r_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \right\} (22)$$

したがって、式(20),(21),(22)と式(12)より次の関係式を得る。

$$r_i = r \rho_i \quad (i=1,2) \quad (23)$$

$$\text{ただし、} \quad \rho_i = \sqrt{\cos^2 \theta + (\sin \theta / \alpha_i)^2} \quad (i=1,2) \quad (24)$$

さらに、次の関係式によって θ と θ_i が関係づけられる。

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \alpha_i \rho_i \sin \theta_i \\ \cos \theta &= \rho_i \cos \theta_i \end{aligned} \right\} (i=1,2) \quad (25)$$

あるいは、式(25)をまとめて次式で表現してもよい。

$$\alpha_i \tan \theta_i = \tan \theta \quad (i=1,2) \quad (26)$$

付表1	θ	ρ_i	r_i	$\sin \theta_i$	$\cos \theta_i$	$\cos 2\theta_i$	$\sin 2\theta_i$	θ_i
	0	1	r	0	1	1	0	0
	π	1	r	0	-1	1	0	π
	2π	1	r	0	1	1	0	2π

付表1は θ の代表的な値に対する変換された諸量を示す。

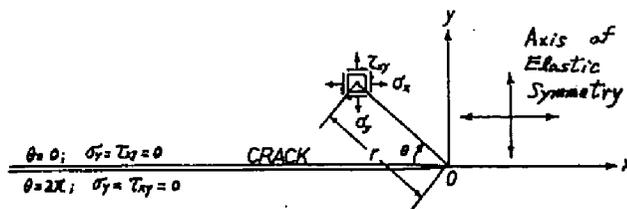
[7] 固有値 λ_i および 積分定数の相互関係の決定

境界条件を処理するにあたって、応力成分 σ_y , τ_{xy} , σ_x は式(4), (5), (6)の定義および極形式の微分公式によって、以下のように表現される。

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_i^2} \\ &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \cos^2 \theta_i \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r_i^2} + \sin^2 \theta_i \left(\frac{1}{r_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial r_i} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \theta_i^2} \right) + \sin 2\theta_i \left(\frac{1}{r_i^2} \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_i} - \frac{1}{r_i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \theta_i \partial r_i} \right) \right\} \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = - \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_i \partial y_i} \\ &= - \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\alpha_i} \left\{ \frac{\sin 2\theta_i}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r_i^2} - \frac{1}{r_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial r_i} - \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \theta_i^2} \right) + \cos 2\theta_i \left(- \frac{1}{r_i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r_i \partial \theta_i} - \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_i} \right) \right\} \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\alpha_i^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2} \\ &= \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\alpha_i^2} \left\{ \sin^2 \theta_i \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r_i^2} + \sin 2\theta_i \left(- \frac{1}{r_i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r_i \partial \theta_i} - \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_i} \right) + \cos^2 \theta_i \left(\frac{1}{r_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial r_i} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \theta_i^2} \right) \right\} \quad (29) \end{aligned}$$



付図1 クラック近傍の応力成分、境界条件および座標系の関係。

クラックの上下縁で自由表面であるから、次の境界条件が定められる。

$$\text{(上縁)} \quad \theta = 0; \quad \sigma_y = \tau_{xy} = 0 \quad (30)$$

$$\text{(下縁)} \quad \theta = 2\pi; \quad \sigma_y = \tau_{xy} = 0 \quad (31)$$

式(18), (19) に示す ϕ_i ($i=1, 2$) を式(27), (28) に代入し、境界条件式(30) を用いると次の関係を得る。(付表1の値を参照)

$$r^{\lambda_n-2} \lambda_n (\lambda_n - 1) (A_n + C_n) = 0 \quad (32)$$

$$r^{\lambda_n-2} \lambda_n (\lambda_n - 1) (B_n/\alpha_1 + D_n/\alpha_2) = 0 \quad (33)$$

$\lambda_n = 0$, $\lambda_n = 1$ は応力をつねにゼロとするから解として適当でない。したがって、次の関係が成立する。

$$C_n = -A_n, \quad D_n = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} B_n \quad (34)$$

式(34)の関係を式(18), (19)の ϕ_i ($i=1, 2$) に代入し、それをさらに式(27), (28) に代入した後、境界条件式(31)を用いると、次式を得る。

$$r^{\lambda_n-2} \lambda_n (\lambda_n - 1) B_n \sin 2\lambda_n \pi (1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}) = 0 \quad (35)$$

$$r^{\lambda_n-2} \lambda_n (\lambda_n - 1) A_n \sin 2\lambda_n \pi (1/\alpha_2 - 1/\alpha_1) = 0 \quad (36)$$

$\alpha_1 \neq \alpha_2$, $A_n \neq 0$, $B_n \neq 0$ であるから、式(35), (36) を満たす唯一の場合は、

$$\sin 2\lambda_n \pi = 0 \quad (37)$$

である。したがって、 λ_n は以下のように定められる。

$$\lambda_n = n/2, \quad n = \pm 1, -2, \pm 3, \pm 4, \dots, \pm \infty \quad (38)$$

[8] 変位成分の決定

ϕ_i が $\nabla^2 \phi_i = 0$ の解であることより次式が成立する。

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2} = -\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_i^2} \quad (i=1, 2) \quad (39)$$

式(39)を用いると、式(1), (2)のひずみ-応力関係式は以下のようになりに ϕ_i で表現される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = (s_{12} - \frac{s_{11}}{\alpha_1^2}) \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_1^2} + (s_{12} - \frac{s_{11}}{\alpha_2^2}) \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_2^2} \quad (40)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = (\frac{s_{12}}{\alpha_1^2} - s_{22}) \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y_1^2} + (\frac{s_{12}}{\alpha_2^2} - s_{22}) \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y_2^2} \quad (41)$$

$x = x_1 = x_2$, $y = y_1 d_1 = y_2 d_2$ の関係を考慮して積分すれば、剛体変位の項を無視した変位成分は次式で表現される。

$$u = \sum_{i=1}^2 p_i \frac{\partial \phi_i}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^2 p_i \left\{ \cos \theta_i \frac{\partial \phi_i}{\partial r_i} - \frac{\sin \theta_i}{r_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_i} \right\} \quad (42)$$

$$v = \sum_{i=1}^2 q_i \frac{\partial \phi_i}{\partial y_i} = \sum_{i=1}^2 q_i \left\{ \sin \theta_i \frac{\partial \phi_i}{\partial r_i} + \frac{\cos \theta_i}{r_i} \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_i} \right\} \quad (43)$$

したがって、

$$p_i = s_{12} - \frac{s_{11}}{\alpha_i^2} = - \left(\frac{\mu_{xy}}{E_x} + \frac{1}{E_x \alpha_i^2} \right) \quad (44)$$

$$q_i = \frac{s_{12}}{\alpha_i} - s_{22} \alpha_i = - \left(\frac{\mu_{xy}}{E_x \alpha_i} + \frac{\alpha_i}{E_y} \right) \quad (i=1,2) \quad (45)$$

式(34)の積分定数の相互関係を考慮して、式(42)、(43)を計算すれば、変位成分は r^{λ_n-1} の特異性を有することが分かる。したがって、クラック先端 ($r=0$) において変位が発散しない有限であるためには、次の関係が成立しなければならない。

$$\lambda_n - 1 > 0 \quad (46)$$

式(38)と式(46)の結果を総合すると、固有値 λ_n は以下の値をとることが分かる。

$$\lambda_n = n/2, \quad n=3,4,5,\dots \quad (47)$$

したがって、求める ϕ_i は次式で表わされる。

$$\phi_1 = \sum_{n=3,4,5,\dots}^{\infty} r_1^{n/2} \left(A_n \cos \frac{n\theta_1}{2} + B_n \sin \frac{n\theta_1}{2} \right) \quad (48)$$

$$\phi_2 = - \sum_{n=3,4,5,\dots}^{\infty} r_2^{n/2} \left\{ A_n \cos \frac{n\theta_2}{2} + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right) B_n \sin \frac{n\theta_2}{2} \right\} \quad (49)$$

[9] 応力、変位成分の級数による表示

式(48)、(49)の ϕ_i ($i=1,2$) を式(27)、(28)、(29) および式(42)、(43) に代入すると、応力、変位成分は次のように級数表示される。

$$\sigma_x = \sum_{n=3,4,\dots}^{\infty} r^{n/2-2} \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \left[\frac{B_n}{\alpha_1} \left\{ \frac{\rho_2^{n/2-2} \sin(n/2-2)\theta_2}{\alpha_2} - \frac{\rho_1^{n/2-2} \sin(n/2-2)\theta_1}{\alpha_1} \right\} \right. \\ \left. + A_n \left\{ \frac{\rho_2^{n/2-2} \cos(n/2-2)\theta_2}{\alpha_2^2} - \frac{\rho_1^{n/2-2} \cos(n/2-2)\theta_1}{\alpha_1^2} \right\} \right] \quad (50)$$

$$\sigma_y = \sum_{n=3,4,\dots}^{\infty} r^{n/2-2} \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \left\{ \frac{B_n}{\alpha_1} \left\{ \alpha_1 \rho_1^{n/2-2} \sin(n/2-2)\theta_1 - \alpha_2 \rho_2^{n/2-2} \sin(n/2-2)\theta_2 \right\} \right. \\ \left. + A_n \left\{ \rho_1^{n/2-2} \cos(n/2-2)\theta_1 - \rho_2^{n/2-2} \cos(n/2-2)\theta_2 \right\} \right] \quad (51)$$

$$\tau_{xy} = \sum_{n=3,4,\dots}^{\infty} r^{n/2-2} \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \left\{ \frac{B_n}{\alpha_1} \left\{ \rho_2^{n/2-2} \cos(n/2-2)\theta_2 - \rho_1^{n/2-2} \cos(n/2-2)\theta_1 \right\} \right. \\ \left. + A_n \left\{ \frac{\rho_1^{n/2-2} \sin(n/2-2)\theta_1}{\alpha_1} - \frac{\rho_2^{n/2-2} \sin(n/2-2)\theta_2}{\alpha_2} \right\} \right] \quad (52)$$

$$u = \sum_{n=3,4,\dots}^{\infty} r^{n/2-1} \frac{n}{2} \frac{B_n}{\alpha_1} \left\{ p_1 \alpha_1 \rho_1^{n/2-1} \sin(n/2-1)\theta_1 - p_2 \alpha_2 \rho_2^{n/2-1} \sin(n/2-1)\theta_2 \right\} \\ + A_n \left\{ p_1 \rho_1^{n/2-1} \cos(n/2-1)\theta_1 - p_2 \rho_2^{n/2-1} \cos(n/2-1)\theta_2 \right\} \quad (53)$$

$$v = \sum_{n=3,4,\dots}^{\infty} r^{n/2-1} \frac{n}{2} \frac{B_n}{\alpha_1} \left\{ q_1 \alpha_1 \rho_1^{n/2-1} \cos(n/2-1)\theta_1 - q_2 \alpha_2 \rho_2^{n/2-1} \cos(n/2-1)\theta_2 \right\} \\ + A_n \left\{ q_2 \rho_2^{n/2-1} \sin(n/2-1)\theta_2 - q_1 \rho_1^{n/2-1} \sin(n/2-1)\theta_1 \right\} \quad (54)$$

[10] 応力拡大係数の定義

線形破壊力学においては、応力拡大係数 K_I , K_{II} は以下のように定義される。^{(7), (42)}

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y(\pi, r) \quad (55)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{xy}(\pi, r) \quad (56)$$

式(55), (56)において、 $\sigma_y(\pi, r)$, $\tau_{xy}(\pi, r)$ は式(51), (52)で示す応力成分の厳密解に $\theta = \pi$ を代入したものである。また、 $r \rightarrow 0$ の極限をとるといふこと

は、級数表示された応力成分の厳密解において、その第1項目を用いることを意味する。^{(7), (42)}したがって、応力拡大係数は以下のように定められる。

$$K_I = \frac{3}{4} \left(\frac{B_3}{\alpha_1} \right) \sqrt{2\pi} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \quad (55)$$

$$K_{II} = \frac{3}{4} A_3 \sqrt{2\pi} \cdot (1/\alpha_2 - 1/\alpha_1) \quad (56)$$

上式から逆に以下の関係が得られる。

$$B_3/\alpha_1 = \frac{4K_I}{3(\alpha_2 - \alpha_1)\sqrt{2\pi}} \quad (57)$$

$$A_3 = \frac{4\alpha_1\alpha_2 K_{II}}{3(\alpha_1 - \alpha_2)\sqrt{2\pi}} \quad (58)$$

第1章の式(1-3)から式(1-7)までは、式(57)、(58)の関係を式(50)~(54)に代入し、その第1項目のみを表したものである。

文献

- 1) 日本鋼構造協会編： コンピュータによる構造工学講座(全11巻), 培風館(1970).
- 2) 吉織雅夫, 山田嘉昭 訳, O. C. Zienkiewicz: マトリックス有限要素法, 培風館(1975).
- 3) 山田嘉昭 編: マトリックス法の応用, 東京大学出版会 (1972).
- 4) 宮本 博 訳, A. S. Tetelman, A. J. McEvily Jr.: 構造材料の強度と破壊 I, pp. 3-33 培風館 (1970).
- 5) M. L. Williams: "The Relation of Continuum Mechanics to Adhesive Fracture " Journal of Adhesion, Vol. 4 p. 307 (1972).
- 6) 尾とえぼ, 林 毅編: 複合材料工学, pp. 571-627 日科技連 (1971).
- 7) 尾とえぼ, 岡村弘之: 線形破壊力学入門, 培風館 (1976).
- 8) 宮島 寛: "合板カセット接着法による構造接合効率に関する研究(第1報)" 北大演報, Vol. 25 p. 85 (1967).
- 9) 宮島 寛, 松本弘毅: "同上(第1報-その2)" 北大演報, Vol. 26 p. 45 (1968).
- 10) 宮島 寛: "同上(第2報)", 北大演報, Vol. 26 p. 57 (1968).
- 11) 宮島 寛, 藤井毅: "同上(第3報)" 北大演報, Vol. 26 p. 73 (1968).
- 12) 宮島 寛: "同上(第4報)" 北大演報, Vol. 26 p. 91 (1968).
- 13) 宮島 寛: "合板カセット接着法による木造ラーメンおびトラスの剛性と強度" 材料, Vol. 20 p. 1174 (1971).

- 14) 藤井 毅: "合板ガセット接着接合に関する研究" 北大漢報 Vol.29 p.223 (1972).
- 15) 伊藤勝彦、丸山 武、宮野 博: "合板ガセット接着法による山形ラーターンの剛性と強度" 北林試研報, 第65号 (1976).
- 16) 佐々木 光: "接着力に関する力学的因子" 接着, Vol.13 p.39 (1969).
- 17) 李 榮富, 佐々木 光, 満久崇磨: "引裂きによる接着力の評価" 木材研究, No.47 p.39 (1969).
- 18) J.A.Johnson: "Crack Initiation in Wood Plates" Wood Science, Vol.6 p.151 (1973).
- 19) D.Ataek et al: "The Energy of Tensile and Cleavage Fracture of Black Spruce" Tappi, Vol.44 p.555 (1961).
- 20) A.W.Porter: "On The Mechanics of Fracture in Wood" Forest Product Journal, Vol.14 p.325 (1964).
- 21) M.Tomin: "Influence of Anisotropy on Fracture Toughness of Wood" Wood Science Vol.5 p.118 (1972).
- 22) P.F.Walsh: "Cleavage Fracture in Timber" Division of Forest Products Technological Paper No.65 C.S.I.R.O. Australia (1971).
- 23) P.F.Walsh: "Linear Fracture Mechanics in Orthotropic Materials" Engineering Fracture Mechanics, Vol.4 p.533 (1972).
- 24) A.P.Schniewind, D.E.Lyon: "A Fracture Mechanics Approach to the Tensile Strength Perpendicular to Grain of Dimension Lumber" Wood Science and Technology, Vol.7 p.45 (1973).
- 25) A.P.Schniewind, J.C.Centeno, "Fracture Toughness and Duration of Load Factor I" Wood and Fiber, Vol.5 p.152 (1973).

- 26) R.G.Pearson: "Application of Fracture Mechanics to the Study of the Tensile Strength of Structural Lumber" Holzforschung, Bd.28 S.11 (1974).
- 27) A.P.Schniewind, R.A.Pozniak: "On the Fracture Toughness of Douglas-fir Wood" Engineering Fracture Mechanics, Vol.2 p.223 (1971).
- 28) S.Mindess, J.S.Nadeau, J.D.Barrett: "Slow Crack Growth in Douglas-fir" Wood Science, Vol.8 p.389 (1975).
- 29) 大河平行雄: "木材割裂靱性に関する研究" 三重大学農学報, No.47 p.263 (1974).
- 30) K.Komatsu, H.Sasaki, T.Maku: "Evaluation of Fracture Toughness for Wood-Epoxy Adhesive System under External Shear Force" Wood Research, No.57 p.10 (1974).
- 31) K.Komatsu, H.Sasaki, T.Maku: "Strain Energy Release Rate of Double Cantilever Beam Specimen with Finite Thickness of Adhesive Layer" Wood Research, No.59/60 p.80 (1976).
- 32) K.Komatsu, H.Sasaki, T.Maku: "Application of Fracture Mechanics to Strength Analysis of Glued Lap Joints" Wood Research, No.61 p.11 (1976).
- 33) K.Komatsu, H.Sasaki, T.Maku: "Estimating Fracture Toughness from Nonlinear Load-Deflection Relation" Wood Research, No.61 p.25 (1976).
- 34) K.L.W.Harischandra, Y.Okohira: "A Measurements Method of Cleavage Toughness of Glue Line" The Bulletin of the Faculty of Agriculture, Mie University, No.49 p.107 (1975).
- 35) 鈴木直之, 大河平行雄: "面外せん断荷重に対する接着層の靱性について" 三重大学農学報, No.50 p.93 (1975).
- 36) 佐々木光, P.F.Walsh: "木材-エポキシ樹脂接着系のへき開破壊靱性" 材料, (投稿中) (1977).

- 37) G.N.Savin: Stress Concentration Around Holes. pp.1-16, pp.152-196 Pergamon Press (1961).
- 38) S.G.Leknitski: Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body. pp.153-174 Holden-Day, Inc. (1963).
- 39) M.L.Williams: "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack" Journal of Applied Mechanics, Vol.24 p.109 (1957).
- 40) R.H.Leicester: "Some Aspects of Stress Field at Sharp Notches in Orthotropic Materials I" Division of Forest Products Technological Paper, No.65 C.S.I.R.O. Australia (1971).
- 41) 金野 潔訳, S.P. Timoshenko, J.N. Goodier: "弾性論" (第3版) p. 146 工口ナ社 (1973).
- 42) 石田 誠: き裂の弾性解析と応力拡大係数, pp.133-223 培風館 (1976).
- 43) G.C.Sih, P.C. Paris, G.R.Irwin: "On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies" International Journal of Fracture Mechanics, Vol.1 p.189 (1965).
- 44) P.C.Paris, G.C.Sih: "Stress Analysis of Cracks" ASTM STP, No.381 p.133 (1965).
- 45) G.C.Sih(Editor): Method of Analysis and Solution of Crack Problems, Noordhoff International Publishing (1973).
- 46) A.A.Griffith: "The Phenomenon of Rupture and Flaw in Solid" Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Ser.A Vol.221 p.163 (1920).
- 47) J.L.Swedlow: "On Griffith Theory of Fracture" International Journal of Fracture Mechanics, Vol.1 p.210 (1965).
- 48) G.R.Irwin: "Fracture" in Encyclopedia of Physics, Vol.6 p.555 Springer Verlag (1958).

- 49) G.R.Irwin: "Fracture Mechanics" in Proceedings of 1st Symposium on Naval Structural Mechanics, (edited by J.N.Goodier & N.J.Hoff) pp.557-594 Pergamon Press (1960).
- 50) 横堀 武夫: 材料強度学, pp. 103 - 115 岩波全書 (1964).
- 51) for example, F.Erdogan, G.Gupta: "The Stress Analysis of Multi-Layered Composites with a Flow" International Journal of Solids and Structures, Vol.7 p.39 (1971).
- 52) M.L.Williams: "The Continuum Interpretation for Fracture and Adhesion" Journal of Applied Polymer Science, Vol.13 p.29 (1969).
- 53) G.R.Irwin: "Analysis of Stress and Strains near the end of Crack Traversing a Plane" Journal of Applied Mechanics, Vol.24 p.361 (1957).
- 54) 鷺津久一郎: エネルギー原理入門, (コンクリートにおける構造工学講座 I-3-B) 培風館 (1970).
- 55) 猪瀬寧雄訳, C.T.Wang: 応用弾性学, pp.94 - 95 森北出版 (1971).
- 56) J.R.Rice: "Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture" in Fracture II, (edited by H.Liebowitz) pp.192-308 Academic Press (1968).
- 57) J.R.Rice: "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentrations by Notches and Cracks" Journal of Applied Mechanics, Vol.35 p.379 (1968).
- 58) 三好俊郎: "非線形破壊力学と有限要素法" 日本機械学会誌, Vol.79 p.60 (1976).
- 59) E.J.Ripling, S.Mostovoy, R.L.Patric: "Application of Fracture Mechanics to Adhesive Joints" ASTM STP, No.360 p.5 (1963).

- 60) E.J.Ripling, S.Mostovoy, R.L.Patrick: "Measuring Fracture Toughness of Adhesive Joints" Materials Research and Standards, Vol.4 p.129 (1964).
- 61) B.M.Malyshev, R.L.Salganik: "The Strength of Adhesive Joints using the Theory of Cracks" International Journal of Fracture Mechanics, Vol.1 p.114 (1965).
- 62) G.G.Trantina: "Fracture Mechanics Approach to Adhesive Joints" Journal of Composite Materials, Vol.6 p.192 (1972).
- 63) S.Mostovoy, E.J.Ripling: "Fracture Toughness of an Epoxy System" Journal of Applied Polymer Science, Vol.10 p.1351 (1966).
- 64) S.Mostovoy, E.J.Ripling: "Fracture Toughness of Adhesive Joints" Journal of Adhesion, Vol.3 p.125 (1971).
- 65) S.M.Wiederhorn, A.M.Shorb, R.L.Moses: "Critical Analysis of the Theory of the Double Cantilever Method of Measuring Fracture Surface Energies" Journal of Applied Physics, Vol.39 p.1569 (1968).
- 66) B.Gross, J.E.Srawley: "Stress Intensity Factors by Boundary Collocation for Single-Edge-Notch Specimens Subject to Splitting Forces" NASA Technical Note D-3295, (1966).
- 67) J.E.Srawley, B.Gross: "Stress Intensity Factors for Crackline-Loaded Edge-Crack Specimens" Material Research and Standards, Vol.7 p.155 (1967).
- 68) J.P.Berry: "Determination of Fracture Surface Energies by the Cleavage Technique" Journal of Applied Physics, Vol.34 p.62 (1963).
- 69) P.P.Gillis, J.J.Gilman: "Double-Cantilever Cleavage Mode of Crack Propagation" Journal of Applied Physics, Vol.35 p.647 (1964).
- 70) P.P.Gillis: "Surface-Energy Determinations by Cleavage" Journal of Applied Physics, Vol.36 p.1374 (1965).

- 71) J.Raasch: "On the Determination of Surface Energy from Cleavage Experiment"
International Journal of Fracture Mechanics, Vol.7 p.289 (1971).
- 72) 湯浅亀一: 改訂材料力学(上), pp. 158-208 コロナ社 (1969).
- 73) S.K.Chan, I.S.Tuba, W.K.Wilson: "On the Finite Element Method in Linear
Fracture Mechanics" Engineering Fracture Mechanics, Vol.2 p.1 (1970).
- 74) 梶田茂編: 木材工学, p.153 養賢堂 (1961).
- 75) H.Liebowitz, J.Eftis: "On Nonlinear Effects in Fracture Mechanics"
Engineering Fracture Mechanics, Vol.3 p.267 (1971).
- 76) F.I.Baratta et al: "Elastic Energy Release Rates Determined from Nonlinear
Load-Deflection Curves" International Journal of Fracture Mechanics, Vol.7
p.203 (1971).
- 77) 畑敏雄: "ほく離のレオロジー" 材料, Vol. 13 p. 341 (1964).
- 78) F.S.C.Chang: "The Peeling Force of Adhesive Joints" Transaction of the Society
of Rheology, IV p.75 (1960).
- 79) 野中保雄: "接着ほく離に関する研究. 第1報 ほく離応力とほく離の速度依存
性" 日本接着協会誌, Vol.1 p.319 (1965).
- 80) A.M.Freudental, H.G.Lorsh: "The Infinite Elastic Beam on a Linear Viscoelastic
Foundation" Journal of Engineering Mechanics Division, (Proceedings of ASCE),
EM 1 p.1158-1 (1957).
- 81) 猪瀬肇雄訳, C.T.Wang: 応用弾性学, pp. 125-170 森北出版 (1971).

- 82) 農林省林業試験場編: 木材工業ハンドブック, p.174 丸善 (1973).
- 83) E.M.Wu: "Application of Fracture Mechanics to Anisotropic Plate" Journal of Applied Mechanics, Vol.34 p.967 (1967).
- 84) 林毅編: 複合材料工学, pp.632-634 日科技連 (1971).
- 85) 佐々木光: "木材のひずみおひひ応力解析に関する研究" 京都大学提出学位論文, pp.11-12 (1966).
- 86) 三本木茂夫, 吉村信敏: 有限要素法による構造解析プログラム, (コンピュータによる構造工学講座 I-1-B), 培風館 (1970).
- 87) I.N.Sneddon: "The Distribution of Stress in Adhesive Joints" in Adhesion, (edited by D.D.Eley) p.207 Oxford University Press (1961).
- 88) M.Goland, E.Reissner: "The Stresses in Cemented Joints" Journal of Applied Mechanics, Trans.ASME, Vol.66 p.17 (1941).
- 89) R.W.Cornell: "Determination of Stress in Cemented Lap Joints" Journal of Applied Mechanics, Vol.20 p.355 (1953).
- 90) K.F.Hahn, D.F.Fouser: "Method for Determining Stress Distribution in Adherends and Adhesives" Journal of Applied Polymer Science, Vol.6 p.145
- 91) 大沼康二: "金属外板接着部の応力分布と強さ特性について" 日本航空学会誌, Vol.7 p.1 (1959).
- 92) P.F.Walsh, R.H.Leicester, A.Ryon: "The Strength of Glued Lap Joints in Timber" Forest Products Journal, Vol.23 p.30 (1973).