

不確実性下の便益評価指標に関する研究

多々納裕一

要 旨

不確実性下の便益評価としては無数の指標が想定しうる。本研究では、不確実性下の便益評価指標の整合性を「符号保存性」、「順序保存性」として定義し、整合的な評価指標をいくつかに絞り込むことを目的とする。このような絞り込みの結果、等価的オプション価格、原点補整後のfair bet pointの期待値、原点補整後のcertainty pointの期待値が整合性の条件を満たすことを明らかにした。

キーワード：不確実性、支払意思額、オプション価格、fair bet point, certainty point

1. はじめに

防災施設の整備は、災害による被害の発生確率を減少させる。従って、防災施設整備の便益を計量化するためには、災害リスクの変化に対する家計の厚生水準の変化と整合的な支払意思額に基づく便益評価を行わねばならない。一般に、不確実性下では、複数の状態が生じしうるから、便益評価指標は無数に定義しうる。本研究では、整合性の概念として「符号保存性」、「順序保存性」を提示し、いかなる指標が整合性の条件を満たしうるのかを考察することとする。

2. 不確実性下の便益評価問題

2.1 不確実性下の便益評価指標の分類

厚生経済学の分野では、不確実性下の家計の享受便益を評価するために多くの手法が提案されてきた(例えば、Johansson, 1987を参照)。これらの手法は、いずれも何らかのプロジェクトの実施に伴うシステムの状態の確率分布の変化に対する家計の享受便益を評価することを意図している。これらを分類すれば図-1のようである。すなわち、これらの手法は「a) システムの状態の違いに対する支払意思額の期待値を用いる方法」と「b) プロジェクトの実施に対する支払意思額を用いる方法」とに大別される。

a)の手法では、まず、プロジェクトの実施前及び実施後のそれぞれの整備状況において、基準となるシステムの状態と他の状態間での家計の厚生水準の差を等価変分EV、補償変分CV等の支払意思額によって金銭指標化し、それぞれの整備状況毎にその期待値を求め、その差をとって家計の享受便益の評価を行うという方法である。防災プロジェクトを例にとれば、プロジェクトの整備代替案に対応した期待被害軽減額がこれに相当する。従来、慣用的には防災プロジェクトの整備効果の評価に際しては、直接被害額や被害回避に対する支払意思額を直接アンケートする等の方法で被害額を算定し、その期待値の軽減額によって治水対策プロジェクトの整備効果の評価が行われてきた(例えば、建設省土木研究所, 1978, 1979)。被害額として支払意思額を用いるか、物的な被害の積み上げによるかの相違はあるが、これらの慣用的な防災プロジェクトの便益評価方法は、いずれも平常時と災害時を比較して被害額を算定し、それをもとにプロジェクトの便益を計量化している。従って、この方法に分類できる。

b)の手法は、プロジェクト実施前と実施後の期待効用の違いを支払意思額によって金銭換算する方法であり、厚生経済学などで議論される手法の大半はこの手法によっている。この手法では、プロジェクトがさらに「システムの状態とは独立な確定的支払

- a) システムの状態の違いに対する支払意思額を用いる方法
 - ・ 期待被害軽減額（期待利得増加額）
 - …等価変分, 補償変分の期待値の差
- b) 整備状況の違いに対する支払意思額を用いる方法
 - ・ システムの状態に依存しない支払意思額
 - …等価的 option price, 補償的 option price
 - ・ システムの状態に依存しない支払意思額
 - …certainty point, fair bet point

Fig.1 Representative willingness-to-pay measures under uncertainty

意思額を求める方法」と「システムの状態に依存した支払意思額を求める方法」とに細分される。

支払意思額がシステムの状態に依存することを許さない場合には、プロジェクト実施前の期待効用を実施後の期待効用の水準に等しくするような支払意思額は、ただ1つに定まり等価的option priceと呼ばれる (Graham-T. and Myers 1991)。また、同様な制約下ではプロジェクト実施前の期待効用を実施後の期待効用の水準に等しくするような支払意思額もただ1つであり、補償的option priceと呼ばれる (Graham-T. and Myers 1991)。したがって、これらのoption priceはプロジェクトによって家計が享受する便益の一元的な評価指標となっている。

一方、支払意思額がシステムの状態に依存することを許せば、プロジェクト実施前と実施後の期待効用の水準を等しくするような支払意思額の組み合わせは無数に存在する (Graham,1981)。このうち、すべてのシステムの状態における家計の効用が等しい水準であるという条件を満たす支払意思額の組み合わせがcertainty pointであり、期待支払意思額を最小とする支払意思額の組み合わせがfair pointとなる (Graham,1981;Morisugi and Iwase, 1987)。これらはやはりプロジェクトによる家計の厚生水準の変化を金銭尺度で表現したものである。しかし、これらはシステムの状態によって異なる支払意思額の組(ベクトル)として与えられるために、このままでは一元的指標であるプロジェクトの便益の評価指標とはならない。後述するように、この場合には、これらの支払意思額の期待値を用いて便益を構成する必要がある。

2.2 評価指標の整合性

不確実性下において便益評価指標を構成する際に着目すべきことは、期待効用の変化とその金銭尺度である個人の享受便益評価指標の等価性、あるいは整合性であろう。本研究では、個人の享受便益評価指標が期待効用の変化に対して整合性を有する条件として、「符号保存性」、「順序保存性」を取り上げる。

「符号保存性」はプロジェクトの整備に伴う期待効用の変化の符号と享受便益評価指標の符号が一致するという性質である。個人の享受便益の評価指標が符号保存性を有するときには、プロジェクトの整備によって個人の厚生水準が向上するときには、享受便益は正であり、プロジェクトの整備によって個人の厚生水準が低下するときには享受便益が負となる。逆に、個人の享受便益の評価指標が符号保存性を有さないときには、プロジェクトの整備によって個人の厚生水準が向上するにもかかわらず、享受便益は負となるような場合が生じ得る。

「順序保存性」は、享受便益評価指標によって複数のプロジェクトに付される順序が、期待効用による順序と一致するという性質である。個人の享受便益評価指標が順序保存性を有さなければ、享受便益評価指標の値はプロジェクトAの方がプロジェクトBよりも大ききとも、個人の厚生水準は、プロジェクトBの方がプロジェクトAよりも高いというような不都合を生じる可能性がある。本研究では、これらの性質を満たすような不確実性下の便益評価指標を構成を試みる。

3. 不確実性下の便益評価指標の定式化

これらの指標を具体的に定式化しよう。ここで、プロジェクトの整備前の整備状況 ξ_0 を基準とするか、

整備後の整備状況 ξ_s を基準にするかによって、二通りの享受便益評価指標の定義ができる。これは確定状況下の支払意思額が等価変分 EV 及び補償変分 CV の二通りに定義できることと同様である。ここで、厚生経済額の分野で行われてきている研究によって次の結論が得られている。i) 等価変分 EV は符号保存性及び順序保存性を有する。ii) 補償変分 CV は符号保存性を有するものの、順序保存性を有さない。したがって、プロジェクトの選択のための評価指標としては補償変分を用いることは妥当でない。

このことは、不確実性下の評価指標にも当てはまると考えられる。そこで、以下ではプロジェクトの整備前の整備状況 ξ_0 を基準とした EV 系の評価指標の定式化を行う。この際、簡単化のために社会は等質な家計のみから構成されていると仮定し、代表的家計を想定して定式化を行う。

3.1 プロジェクトの整備と不確実性下の家計の厚生水準

いま、家計は環境 Q とニューメレールである合成財を消費しているとしよう。このとき、代表的家計の間接効用関数は所得を y として $V(y, Q)$ のように与えられる。環境 Q の実現値 q は、プロジェクトの整備状況 ξ_s 及びシステムの状態 x に依存し、 $q = Q(x; \xi_s)$ で与えられるものとする。さらに、プロジェクトの整備状況 ξ_s はシステムの状態の確率分布 $\pi(x)$ にも影響を及ぼし、プロジェクトの整備状況が ξ_s であるときシステムの状態が x である確率は $\pi_s(x)$ で与えられるものとする。

不確実性下の代表的家計の厚生水準は、次のような期待効用 $EU(y)$ で与えられる。

$$EU_s(y) = \sum_x V(y, Q(x; \xi)) \pi_s(x) \quad (1)$$

現況の整備状況を ξ_0 、プロジェクト s の整備後の整備状況を ξ_s として、プロジェクト s の整備に伴う期待効用の変化 $\Delta_{0s}EU$ は次式のように与えられる。

$$\Delta_{0s}EU(y) = EU_s(y) - EU_0(y) \quad (2)$$

以下では、家計の享受便益評価指標を定式化するが、これらは $\Delta_{0s}EU(y)$ を金銭尺度で評価する指標である。

3.2 システムの状態の違いに対する支払意思額を用いる方法

(1) 期待被害軽減額

環境が平常時の状態 $Q = q_0$ から他の状態 $Q = q$ に変化した場合の等価変分 $EV(q; q_0, y)$ は、以下のよう

に与えられる。

$$V(y + EV(q; q_0, y), q_0) = V(y, q) \quad (3)$$

これは、環境が平常時の状態から他の状態へと推移することに伴う厚生の変化を支払意思額として金銭タームに変換したものである。災害を例にとると、 $EV(q; q_0, y)$ は平常時 q_0 から災害時 q に移行したことに伴う厚生水準の低下の金銭評価額（すなわち、被害額（負））を表わす。

不確実性下の期待支払意思額指標として期待等価変分 $E[EV_s|\xi_s]$ を定式化しよう。期待等価変分 $E[EV|\xi_s]$ は $EV(q; q_0, y)$ の期待値として以下のように与えられる。

$$E[EV_s|\xi_s] = \sum_x EV(Q(x; \xi_s); q_0, y) \pi_s(x) \quad (4)$$

現況の整備状況を ξ_0 、プロジェクト実施後の整備状況を ξ_1 とすれば、プロジェクト実施の効果は期待等価変分の変化分 $(\Delta E[EV])$ として評価される。ここで、 q_0 は環境の平常時の水準を表すから、これらの指標はプロジェクトの実施に伴う被害の期待軽減額（利得の期待増加額）であると解釈できる。

$$\begin{aligned} \Delta E[EV] &= E[EV_1|\xi_1] - E[EV_0|\xi_0] \\ &= \sum_x EV(Q(x; \xi_1); q_0, y) \pi_1(x) \\ &\quad - \sum_x EV(Q(x; \xi_0); q_0, y) \pi_0(x) \end{aligned} \quad (5)$$

3.3 整備状況の違いに対する支払意思額を用いる方法

(1) 等価的 option price

Weisbrod (1967)の問題提起を契機に、厚生経済学の分野では不確実性下の経済的評価指標に関して多くの研究が進んだ。option priceはoption valueの研究過程で提案されてきた (Cicchetti and Freeman 1971; Schmanensee, 1972; Bohm 1975; Bishop, 1982)。Cicchetti and Freeman (1971)はoption valueをoption priceと期待支払意思額の差として定義した。通常、事後的な支払意思額は実現するシステムの状態に依存する。option valueは不確実性を有する財に対しての事前の支払意思額(option price)から、事後的な支払意思額の期待値を差し引いた金額となる。Bishop (1982)は、不確実性の発生する原因が必要者側にあるのか供給者側にあるのかによってdemand side option priceとsupply side option priceを区別し、supply side option priceの定式化を行っている。ここで、供給者側に起因する不確実性要因としては財の価格や公共財等の環境条件が上げられる。また、需要者側の不確実性要因としては所得や状況依存的

な選好等がある。Bishopの研究は、その後Freeman (1985)やPlummer(1986)等によって一般化された。さらに、Graham-T and Myers (1991)はsupply side option priceをHicks-Kaldorの等価変分、補償変分に倣って等価的option priceと補償的option priceを定式化した。

等価的option priceを定式化しよう。いま、整備後のプロジェクトの整備状況を ξ_s とすると、代表的家計はプロジェクト整備後には $EU(\xi_s)$ の水準の厚生を得る。システムの状態が実現値 x をとる場合の支払意思額を $s(x)$ とおこう。このとき、式(3)と同様に次の関係が成り立つ。

$$E[V(y + s(x), Q(x; \xi_0)) | \xi_0] = EU_s(y) \quad (6)$$

したがって、整備後の厚生水準と整備前の厚生水準を同じ水準にするような支払意思額の組 $s = \{s(x)\}$ は無数に存在する。なお、 $E[|\cdot|]$ は、プロジェクトの整備水準が ξ であるという条件の下での状態変数 x に関する期待値を表す。

ここで、option priceは実現する水資源システムの状態 x とは独立な渇水対策プロジェクトの整備に対する確定的支払意思額である。このことは、任意の相異なる x_0, x_1 に対して $s(x_0) = s(x_1) = \text{const.}$ となることを意味している。そこで、上式において $s(x) = OP_s$ とおけば、次式が成り立つ。

$$E[V(y + OP_s, Q(x; \xi_0)) | \xi_0] = EU_s(y) \quad (7)$$

この支払意思額 OP_s がEV系のoption price(等価的option price)である。

(2) Certainty point, Fair bet point

上述したように、支払意思額がシステムの状態に依存することを許さない場合には、プロジェクト実施前の期待効用を実施後の期待効用の水準に等しくするような支払意思額は、(等価的)option priceとなる。これに対し、支払意思額がシステムの状態に依存することを許せば、プロジェクト実施前と実施後の期待効用の水準を等しくするような支払意思額の組み合わせは無数に存在する。このうち、すべてのシステムの状態における家計の効用が等しい水準であるという条件を満たす支払意思額の組み合わせがcertainty point $c_s = \{c_s(x)\}$ であり、期待支払意思額を最小とする支払意思額の組み合わせがfair point $f = \{f(x)\}$ である。

したがって、certainty point $c_s = \{c_s(x)\}$ は次式の解として定義される。

$$E[V(y + c_s(x), Q(x; \xi_0)) | \xi_0] = E[V(y, Q(x; \xi_s)) | \xi_s] \quad (8)$$

$$V(y + c_s(x), Q(x; \xi_0)) = u_0 (= \text{const.}) \quad (9)$$

ここで、式(9)は、certainty pointにおいては、任意の状態変数の実現値 x に対して間接効用値が一定値(u_0)をとるという条件を表す。

同様に、fair bet point $f_s = \{f_s(x)\}$ は次の問題の解として定義される。

$$m(EU_s; \xi_0) = \min E[f_s(x) | \xi_0]$$

$$\text{subject to } E[V(y + f_s(x), Q(x; \xi_0)) | \xi_0] = EU_s \quad (10)$$

ここで、certainty point c_s 及び、fair bet point f_s は、ベクトルとして定義されているためにそのままでは便益評価指標として用いることはできない。いま、仮に家計は、整備が行われる前に行政主体にプロジェクトの整備に対する支払を行うものと仮定する。ただし、行政に支払われる金額は生起するシステムの状態 x に依存するものとする。このとき、行政主体が受け取る金額の期待値は、これらの支払意思額の期待値となる。したがって、行政主体はこの支払意思額の期待値と整備費用とを比較して整備を行うかどうかを判断できる。このように考えると、certainty point c_s 及び、fair bet point f_s の期待値は代表的家計の享受便益の候補としての資格を有するものと考えられる。

そこで、次式のようにcertainty point c_s 及び、fair bet point f_s の期待値 EC 及び EF を定義し、期待被害軽減額 $\Delta E[EV]$ 、等価的option priceとともに、4で考察を加えることとする。

$$EC_s = E[c_s(x) | \xi_0] \quad (11)$$

$$EF_s = E[f_s(x) | \xi_0] \quad (12)$$

3.4 Option price, fair bet point, certainty pointの図解

ここでは、プロジェクトの実施が、1)システムの状態と家計の直面する環境との関係に影響を及ぼさず、2)システムの状態がただ2つの状態 x_0, x_1 のみをとる場合を想定してOption price, fair bet point, certainty pointを図解によって示すこととする。したがって、家計が直面する環境はシステムの状態に依存して $q_0 = Q(x_0), q_1 = Q(x_1)$ のいずれかが実現する。

Fig. 2の第1象限の横軸は所得 y と状態 x_0 における支払意思額 $s(x_0 | \xi)$ の和 $y_0 = y + s(x_0)$ を表し、縦軸も同様に所得 y と状態 x_1 における支払意思額 $s(x_1)$ の和 $y_1 = y + s(x_1)$ を表す。以下、これらを状態 x_i ($i = 0, 1$)における所得という。第1象限の2つの曲線はそれぞれ原点に近いほうから

$$E[V(y + s(x_i), Q(x_i)) | \xi_0] = EU_0(y) \quad (13)$$

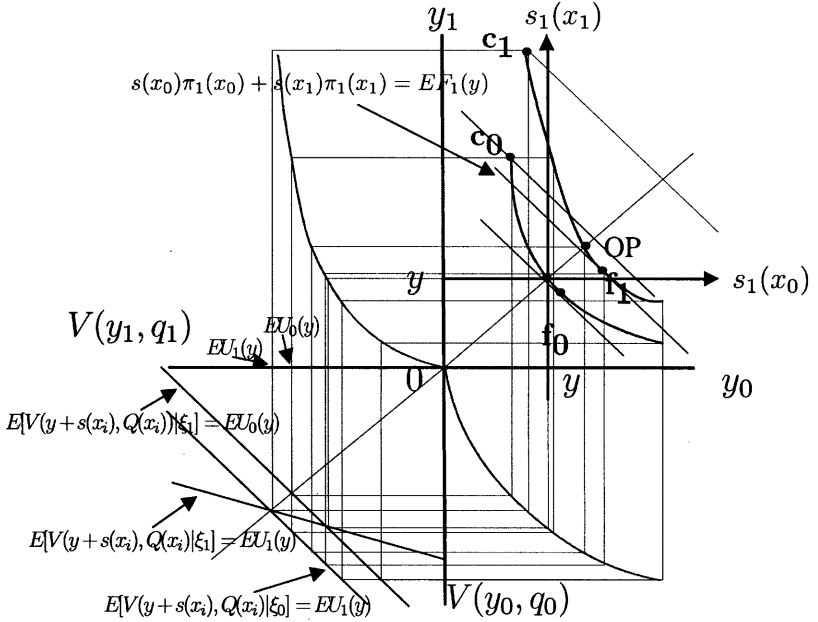


Fig. 2 Graphical representation of option price, fair bet point and certainty point

$$E[V(y + s(x_i), Q(x_i)) | \xi_0] = EU_0(y) \quad (14)$$

を満たす点 $(y + s(x_0), y + s(x_1))$ の軌跡である。第2象限の横軸、第4象限の縦軸はそれぞれ状態 x_i ($i = 0, 1$) における間接効用の値 V_1, V_0 を示している。したがって、第2象限、第4象限の曲線は状態 x_i における所得 y_i ($i = 0, 1$) と間接効用の関係を表している。第3象限の3本の直線は、それぞれ

$$E[V(y + s(x_i), Q(x_i)) | \xi_0] = EU_0(y) \quad (15)$$

$$E[V(y + s(x_i), Q(x_i)) | \xi_1] = EU_1(y) \quad (16)$$

$$E[V(y + s(x_i), Q(x_i)) | \xi_0] = EU_1(y) \quad (17)$$

を与える間接効用値 $(V(y + s(x_0), Q(x_0)), V(y + s(x_1), Q(x_1)))$ の奇跡である。第3象限のこれらの直線はシステムの状態の生起確率 $(\pi_0(x_0), \pi_0(x_1))$ が法線ベクトルとなる直線であり、この直線上では期待効用は一定である。仮定から、整備水準の変化はシステムの状態の生起確率の変化に他ならないから、整備水準が ξ_0 から ξ_1 に変化すると、それに対応してシステムの状態の生起確率も $(\pi_0(x_0), \pi_0(x_1))$ から $(\pi_1(x_0), \pi_1(x_1))$ に変化する。この変化によって期待

効用値も変化し、 $EU_0(y)$ から $EU_1(y)$ へと変化する。この変化は、第4象限上では直線 (15) から直線 (16) への変化として表される。

ここで、式 (33) と式 (15)、式 (14) と式 (17) は全く同じであることに注意されたい。このことは、第1象限の曲線と第3象限の直線が同じ内容を示していることを示している。すなわち、第4象限の直線 (15) 上の点を構成する間接効用値の組 (V_0, V_1) を実現するような点を第1象限にプロットするとそれが曲線 $(c_0 - f_0)$ となり、第4象限の直線 (17) 上の点を構成する間接効用値の組 (V_0, V_1) を実現するような点を第1象限にプロットするとそれが曲線 $(c_1 - OP - f_1)$ となるのがわかる。従って、原点を第1象限の (y, y) に移動すると曲線 $(c_1 - OP - f_1)$ はこのプロジェクトに対する支払意思額曲線、すなわち $(s(x_0), s(x_1))$ の奇跡を与えることになる。

定義からオプション価格、certainty point, fair bet point がそれぞれ点 $OP(OP_e, OP_e)$ 、点 $c_1(c_1(x_0), c_1(x_1))$ 、点 $f_1(f_1(x_0), f_1(x_1))$ によって定まる。

オプション価格 $OP(OP_e, OP_o)$ に関しては、支払意思額曲線上でいずれの状態が生起しても等しい金額を与える点であるから、第1象限に45度線を引き、支払意思額曲線とこの45度線との交点に対応する。certainty point $c_1(c_1(x_0), c_1(x_1))$ は、いずれの状態においても効用が等しくなるような支払意思額であるから、第3象限に45度線を引き、直線 (17) との交点がこのような効用に相当する。従って、その効用に対応する点を第1象限上で求めればそれが c_1 となる。最後に、fair bet point $f_1(f_1(x_0), f_1(x_1))$ は支払意思額曲線上で期待支払い金額 $s(x_0)\pi_1(x_0) + s(x_1)\pi_1(x_1)$ を最小にする点であるから、直線 $s(x_0)\pi_1(x_0) + s(x_1)\pi_1(x_1) = EF_1(y)$ と支払意思額曲線との接点として求められる。

4. 不確実性下の家計の享受便益評価指標の符号保存性、順序保存性に関する考察

4.1 符号保存性、順序保存性

1.でも述べたように、不確実性下の便益評価指標は、プロジェクトの整備に対する地域住民の選好と整合的な評価を与えることがある必要がある。このためにはこれらの指標が「符号保存性」及び「順序保存性」を有する必要がある。ここで、「符号保存性」とは「プロジェクトの実施に伴って生じる期待効用の変化の符号と当該評価指標の符号が一致する性質」である。また、「順序保存性」とは「複数のプロジェクトに対する期待効用による序列と当該評価指標による序列が一致するという性質」である。

Johansson (1988) は、supply side option value の有効性を示すためには、supply side option value の符号のみでなく、少なくとも期待効用の変化の符号と option price の符号及び期待支払意思額の変化の符号が一致すること（「符号保存性」）が必要であると指摘している。環境が2状態のみをとるケースを想定する限りにおいては、期待支払意思額は期待効用によるプロジェクトの序列と一致した序列を与える（「順序保存性」）(Johansson, 1987; Tatano, 1991)。したがって、この場合、符号保存性が成り立つ。しかしながら、Helms (1985) は環境が3状態以上の状態をとる場合には期待支払意思額は符号保存性、順序保存性を有さないことを示した。

一方、Graham-T and Myers (1991) は、Johansson の問題提起に応じて彼らの提案した等価的 option price が有効であることを示唆している。また、森杉ら (1979) も独自に同様の指摘を行っている。しかしながら、これらの研究ではプロジェクトの実施は環境とシステムの状態の関係を記述する関数に影響を及ぼすか、システムの状態の確率分布に影響を及ぼ

すかのいずれかが仮定されているために一般性を有する考察とはなっていない。一般にはプロジェクトの整備水準 ξ_0 の変化はシステムの状態の確率分布 $\pi_0(x)$ 並びに環境とシステムの状態の関係を記述する関数 $Q(x; \xi_0)$ の双方に影響を及ぼす。したがって、不確実性下の家計の享受便益の評価指標として、option price 指標が評価の整合性を有するか否かに関しては改めて考察する必要がある。

また、certainty point 及び fair bet point に関しては、森杉 (1979) がその研究の中で符号保存性及び順序保存性を有するという言及を行っているが、これは厳密に確かめられたものではない。したがって、これについても、新たに考察を加える必要がある。以下で示すように、certainty point 及び fair bet point は符号保存性及び順序保存性の両者の性質を一般には満足しない。

4.2 期待被害軽減額指標の符号保存性と順序保存性

ここでは、期待被害軽減額指標 $\Delta E[EV]$ の評価の整合性について考察する。先述したように、Helms (1985) は、期待支払意思額指標は一般には符号保存性・順序保存性を有さないことを示している。可測効用関数は正の線形変換を除いて一意である。したがって、期待被害軽減額指標 $\Delta E[EV]$ が、プロジェクトによってもたらされる期待効用の変化と整合性を持つためには、等価変分 EV 及び補償変分 CV は間接効用関数の正の1次変換であることが必要である。しかしながら、等価変分 EV 及び補償変分 CV は間接効用関数の単調変換であるが、一般には線形変換ではない。例えば、間接効用関数が所得に関して1次同次関数であるとき、等価変分 EV は間接効用関数の正の線形変換となる。このような1次同次性の仮定は、財の需要が相対拡大的であることを仮定することと等しく、各財の需要の所得弾力性は1になる。このことは、一般には、現実的に妥当な仮定とは言えない。したがって、期待支払意思額指標は適当な指標ではないということができよう。

4.3 Option price の符号保存性と順序保存性

期待効用の変化 $\Delta_{0e}EU$ 及び等価的 option price OP_e の間には以下の関係がある。

$$\Delta_{0e}EU = E[V(y + OP_e, Q(x; \xi_0)) - V(y, Q(x; \xi_0))] \xi_0 \quad (18)$$

間接効用関数 $V(y, Q(x; \xi))$ は所得 y に関して単調非減少関数であるから、上式より、期待効用変化の符号と等価的 option price OP_e の符号が一致することが

わかる。したがって、等価的 option price OP_e は一般的に符号保存性を有する。

次に順序保存性について考察しよう。いま、プロジェクトの代替案1及び代替案2の整備効果を比較する場合を想定する。これらの代替案によって実現する整備状況をそれぞれ ξ_1 及び ξ_2 とおき、対応する等価的 option price をそれぞれ OP_e^{01} 、 OP_e^{02} と表現しよう。このとき、式(18)と同様にして、整備状況 ξ_2 と整備状況 ξ_1 とに対する期待効用の差 $\Delta_{21}EU$ は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \Delta_{21}EU &= E[V(y + OP_e^{01}, Q(x; \xi_0)) - V(y + OP_e^{02}, Q(x; \xi_0)) | \xi_0] \\ &= E[V(y + OP_e^{01}, Q(x; \xi_0)) - V(y + OP_e^{02}, Q(x; \xi_0)) | \xi_0] \end{aligned} \quad (19)$$

間接効用関数は所得 y に関して非減少関数であるから、 $\Delta_{21}EU$ と $OP_e^{01} - OP_e^{02}$ は同符号である。したがって、 OP_e は順序保存性を有する。

4.4 Certainty point の期待値

既に示したように、certainty point c は式(8)、式(9)の連立方程式の解として与えられる。ここで、式(9)を式(8)に代入すると、 u_0 は定数だから、次式を得る。

$$u_0 = E[V(y, Q(x; \xi_s)) | \xi_s] \quad (20)$$

上式より、 u_0 は整備後の期待効用値を与えることがわかる。ここで、支出関数を $e(u, Q(x; \xi_s))$ と定義すると、certainty point $c_s = \{c_s(x)\}$ は式(9)より、

$$c_s(x) = e(u_0, Q(x; \xi_0)) - y \quad (21)$$

のように与えられる。したがって、式(20)及び式(21)より、 $c_s(x)$ は、現況の整備水準 ξ_0 の下でシステムの状態が実現値 x をとった場合に、整備後の期待効用水準と等しい効用を得るために与えるべき最小の金額を与えていることがわかる。

ここで、certainty point c_s の期待値 EC は、その定義より次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} EC &= E[c_s(x) | \xi_0] \\ &= E[e(E[V(y, Q(x; \xi_s)) | \xi_s], Q(x; \xi_0)) | \xi_0] - y \end{aligned} \quad (22)$$

ここで、 $EU_i = E[V(y, Q(x; \xi_i)) | \xi_i]$ とおくと、支出関数 $e(\cdot)$ の性質より、上式は以下のように書き換えられる。

$$E[c(x) | \xi_0] = E[e(EU_s, Q(x; \xi_0)) | \xi_0] - y \quad (23)$$

いま、式(23)を満たす $c_s(x)$ を $c(x|EU_s)$ とおくと、

$$\begin{aligned} E[c(x|EU_2) | \xi_0] &- E[c(x|EU_1) | \xi_0] \\ &= E[e(EU_2, Q(x; \xi_0)) | \xi_0] - E[e(EU_1, Q(x; \xi_0)) | \xi_0] \\ &= E[e(EU_2, Q(x; \xi_0)) - e(EU_1, Q(x; \xi_0)) | \xi_0]. \end{aligned} \quad (24)$$

支出関数は効用値に対して単調非減少であるから、上式より次の関係が成り立つ。

$EU_2 \geq EU_1$ のとき

$$E[c(x|EU_2) | \xi_0] \geq E[c(x|EU_1) | \xi_0] \quad (25)$$

したがって、certainty point の期待値 EC は順序保存性を有する。

次に符号保存性について考察しよう。ここで、

$$E[c(x|EU_0) | \xi_0] = E[e(EU_0, Q(x; \xi_0)) | \xi_0] - y \quad (26)$$

であるから、 $E[c(x|EU_0) | \xi_0]$ の値は必ずしも0ではない。(Fig.2参照。)このことは、 EC は符号保存性を有さないことを示している。 EU_0 は現況のプロジェクトの整備水準 ξ_0 における期待効用の水準を示している。したがって、 $E[c(x|EU_0) | \xi_0]$ の値が0でないということは、現況の整備水準 ξ_0 においてもcertainty pointの期待値 $[EC]$ は正の値をとることになる。このことは、現況の整備水準 ξ_0 よりも期待効用の水準を増加させるようなプロジェクト ξ の便益を負として評価する恐れがあることを示している。したがって、certainty pointの期待値 EC は、順序保存性を有すが、符号保存性を有さない。

4.5 Fair bet point の期待値

既に示したように、Fair bet point は問題(10)の解として定義される。問題(10)の1階条件は、ラグランジュ乗数 λ として以下のように求まる。

$$\partial V(y + f_s(x), Q(x; \xi_0)) / \partial y = \lambda^{-1} \quad (27)$$

$$E[V(y + f_s(x), Q(x; \xi_0)) | \xi_0] = EU_s \quad (28)$$

ここで、 $m(EU_s)$ は、上間の解 $f_s^*(x) = f(x|EU_s)$ を所与とすれば、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} m(EU_s; \xi_0) &= E[f(x|EU_s) | \xi_0] \\ &= \sum_x f(x|EU_s) \pi_0(x) \end{aligned} \quad (29)$$

式(29)から、

$$\frac{\partial m(EU_s; \xi_0)}{\partial EU_s} = \sum_x \frac{\partial f_s(x|EU_s)}{\partial EU_s} \pi_0(x) \quad (30)$$

問題(10)の1階条件を用いて、上式を変形すると次式を得る。

$$\frac{\partial m(EU_s; \xi_0)}{\partial EU_s} = \lambda \quad (31)$$

ここで、一般に間接効用関数は所得に関して単調非減少であるから、式(27)より、 $\lambda > 0$ となる。

したがって、式(29)及び式(31)より、 $EU_2 \geq EU_1$ のとき、

$$E[f(x|EU_2)]\xi_0 \geq E[f(x|EU_1)]\xi_0 \quad (32)$$

となり、fair bet pointの期待値EFは順序保存性を有する。

次に、符号保存性について考察しよう。問題(10)において、 EU_s を EU_0 とおこう。さらに、これに対応するfair bet pointを $f_0 = \{f(x|EU_0)\}$ とおこう。fair bet pointの期待値EFが符号保存性を有するとき、 $f_0 = \{f(x|EU_0)\}$ の期待値 $E[f(x|EU_0)]\xi_0$ は0である必要がある。しかしながら、これは定義から明らかに一般には満たされない。(Fig.2参照。)したがって、fair bet pointの期待値EFは符号保存性を有さない。

以上の考察結果から、fair bet pointの期待値EFは、順序保存性を有すが、符号保存性を有さない。

4.6 原点補整後のCertainty point 及びFair bet pointの期待値

$$E[V(y + s(x_i), Q(x_i; \xi_0))]\xi_0 = EU_0(y) \quad (33)$$

を満たす支払意思額 $s_0 = \{s(x)\}$ の集合は0を含むが、他にも無数の点を含んでいる。問題(9)及び(10)で EU_s を EU_0 で置き換え、それらの解をそれぞれ c_0 、 f_0 とおこう。そしてこれらの期待値を $EC_0 = E[c_0(x_i)]\xi_0$ 、 $EF_0 = E[f_0(x_i)]\xi_0$ とおく。Fig.2に示したように、 c_0 、 f_0 は0には一致せず、一般には $EC_0 \neq 0$ 、 $EF_0 \neq 0$ である。

いま、 EC_0 、 EF_0 を用いた EC'_s 及び EF'_s を以下のように定義しよう。

$$EC'_s = EC_s - EC_0 \quad (34)$$

$$EF'_s = EF_s - EF_0 \quad (35)$$

EC'_s 及び EF'_s は、 EC_s 及び EF_s が符号保存性を持たないのは、常に $EC_0 = 0$ $EF_0 = 0$ が保証されるわけではないからであるという点に着目し、これらの指標が符号保存性を有するように補整した指標となっている。定義から明らかなように、 $EC'_0 = 0$ 及び $EF'_0 = 0$ が常に成り立つ。また、

$$EC_2 - EC_1 = EC'_2 - EC'_1 \quad (36)$$

$$EF_2 - EF_1 = EF'_2 - EF'_1 \quad (37)$$

であるから、 EC'_s 及び EF'_s によって表されるプロジェクトの選好順序は EC_s 及び EF_s によるそれと完全に一致する。ここで、 EC_s 及び EF_s は順序保存性を有するから、 EC'_s 及び EF'_s も同様に順序保存性を有す

る。更に、 $EC'_0 = 0$ 及び $EF'_0 = 0$ が常に成り立つことから、符号保存性も有することがわかる。

以上の結果から、整備前の状態で、システムの状態毎に異なる指標を用いることが適当な場合には、 $cs - c_0$ や $fs - f_0$ を用いて整備をあきらめたことによって生じる機会費用をシステムの状態毎に生じる整備の便益として算定し、その期待値を用いれば良いことがわかる。

5. おわりに

以上の考察結果をとりまとめると以下のようである。

1. 期待被害軽減額指標 $\Delta E[EV]$ は、符号保存性、順序保存性ともに有さない。
2. 等価的option price指標 OP_e は、符号保存性、順序保存性ともに有する。
3. certainty pointの期待値 EC_s 及びfair bet pointの期待値 EF_s は順序保存性を有するが、符号保存性は有さない。
4. 原点補整後のcertainty pointの期待値 EC'_s 及びfair bet pointの期待値 EF'_s は順序保存性、符号保存性をともに有する。

したがって、符号保存性、順序保存性という観点からは、等価的option price指標及び原点補整後のcertainty pointの期待値 EC'_s 及びfair bet pointの期待値 EF'_s が不確実性下の家計の享受便益評価指標として適当な指標であるという結論が導かれる。

参考文献

- 建設省土木研究所(1978): 湯水時の水管理に関する計画的な研究, 土木研究所資料, No.1509.
- 建設省土木研究所(1979): 湯水被害の計測について, 土木研究所資料, No.1502.
- 多々納裕一(1991): 利水用貯留施設整備の便益評価法に関する研究, 鳥取大学工学部研究報告, Vol.22 No.1, PP.349-356.
- 森杉寿芳・大島伸弘(1979): 湯水頻度低下による世帯享受便益の評価法の提案, 土木学会論文集, Vol.359/IV-3, pp.91-98.
- Bishop, R.C. (1982): Option value: An exposition and extension, Land Economics, 58, pp.1-15.
- Bohm, P. (1975): Option demand and consumer's surplus: Comment, American Economic Review, 65, pp.733-736.
- Cicchetti, C.J. and Freeman, A.M. III. (1971): Option demand and consumer surplus: Further comment, Quarterly Journal of Economics, 85, pp.528-539.

- Freeman, A.M. III. (1985): Supply uncertainty, option price and option value, *Land Economics*, 61, pp.176-181.
- Graham, D.A. (1981): Cost-benefit analysis under uncertainty, *American Economic Review*, 71, pp.715-725.
- Graham-T., T. and Myers, R.J.(1991) : Supply-side option value(1990): Further discussion, *Land Economics*, 66, pp.425-429.
- Helms, J.L. (1985): Expected consumer surplus and the welfare effects of price stabilization, *International Economic Review*, 26, pp.603-617.
- Johansson, P.-O. (1987): *The Economic Theory and Measurement of Environmental Benefits*, Cambridge University Press.
- Johansson, P-O (1988): Option value: Comment, *Land Economics*, 64, pp.86-87.
- Morisugi, H. and Iwase H. (1987): Measurement of household damage costs from ground subsidence, *Papers of the Regional Science Association*, Vol.63, pp.13-29.
- Plummer, M. (1986): Supply uncertainty, option price and option value: An extension, *Land Economics*, 62, pp.313-318.
- Schmanlensee, R. (1972): Option demand and consumer's surplus: Valuing price changes under uncertainty, *American Economic Review*, 62, pp.813-824.
- Weisbrod, B.A. (1967): Collective consumption services of individual consumption goods, *Quarterly Journal of Economics*, 81, pp.351-352.

Some Considerations on Benefit Measures under Uncertainty

Hirokazu TATANO

Synopsis

This paper investigate the conditions for WTP measures under uncertainty to have consistency. Conditions of consistency are defined by sign preservation and rank preservation for expected utility. A list of consistent WTP measures is presented. The paper shows that equivalent option price, expected values of fair bet point and certainty point adjusted in their origins are the sign and rank preserving WTP measures.

Keywords : uncertainty; willingness to pay; option price; fair bet point; certainty point