数理解析研究所講究録
第 1584 巻 2008 年 8-20

プロ野球チームの攻守別戦力の推定と戦力補強の分析

静岡大学大学院 河合 清登 (Kiyoto Kawai), 静岡大学 関谷 和之 (Kazuyuki Sekitani)
Systems engineering,
Shizuoka University

1 はじめに

日本プロ野球では 3 月末から 10 月末まで熱戦が日本一を目指し，セパ両リーグで熱戦が展開されている．2006 年では日本ハムが劇的な日本シリーズ優勝で幕を閉じた．2007 年の日本シリーズでは，昨年優勝の日本ハムを中日が破り，53 年ぶりの日本一に輝いた．頂点を目指した激しい競争世界における優勝球団のチーム運営と人材育成という側面に企業経営の現場や管理者のあるべき姿を重ね合わすこと [1, 2, 3, 4] はよくある．

日本プロ野球に関する定量分析の研究は選手個人の活動評価 [9, 10, 11, 12]，最適打順決定 [8]，監督の管理能力の算定 [6] などがある．本研究では，球団としての攻守別活動評価と戦力の有効活動評価に注目する．特に，ライバル球団の投手陣 (打線) との対戦で打線 (投手陣) の活動結果が生じる点に着目して，球団としての攻守別活動評価をする．つまり，各打席の対戦は投手陣と打線が互いに評価する場とみなす．

本研究では，2006 年プロ野球セ・パ両リーグのペナントレースでの 12 球団の投手陣と打線の対戦成績から各球団の攻守別戦力，すなわち攻撃力と投手力を分析する．そして，各球団の攻守別戦力が勝敗にどれくらい有効に結びついたかを測定する．この定量分析では，統計分析と Data Envelopment Analysis (DEA) [13] を用いる．12 球団の投手陣と打線の各打席での対決結果に対して Bradley-Terry(BT) モデル [7] を想定し，その下での統計的推定と適合度検定を行い，攻守別戦力を算定する．そして，DEA を用いて，算定された攻守別戦力から勝敗への有効活用の程度を球団毎に測定する．

これらの分析測定結果を用いて，巨人の 2007 年への戦力補強に関して検討する．巨人がシーズンオフに戦力の大型補強を行う記事はスポーツ新聞の第 1 面を毎年飾り，その賛否に関して多くの議論 [5] を生む．このような社会的注目の集まる出来事に対して DEA の枠組みによる評価分析の結果を報告する．

2 BT モデルによる攻守別戦力算定

2.1 チーム防御率とチーム打率の問題点

野球において守備の戦力は投手力，攻撃の戦力は打力として表現されることが多い．そこで，攻撃の戦力である打力と守備の戦力である投手力をプロ野球 12 球団の 2006 年度の対戦実績から分析する．通常，各球団の投手力・打力それぞれはチーム防御率，チーム打率で評価される．しかし，チーム打率，チーム防御率の値は各球団の対戦相手の違いを考慮していない．同球団内での投手陣と打線の対戦は無いので，各球団の対戦相手は必ず異なる．

表 1 を見ると，ソフトバンクと楽天の打率それぞれは.259 と.258 であり，わずかにソフトバンクが上回る．ソフトバンクの打線は両リーグ通じて最悪の防御率の楽天の投手陣と対戦し，両リーグ通じて 3 位の防御率を誇るソフトバンクの投手陣とは対戦しない．一方，楽天はソフトバンクの投手陣と対戦し，楽天の投手陣とは対戦しない．チーム打率は一言で言うと，当該球団のペナントレースでの総安打数を総打数 [1] で割った値である．打率の計算では楽天の打線がソフトバンクから得た 1 安打もソフトバンクの打線が楽天投手陣から得た 1 安打も，同じ 1 安打であり，区別されない．打率を打力とみなすと，ソフトバンクの

[1] 打席数から四死球，犠打，犠飛，守備・打撃妨害の数を除いたもの

表 1: 12 球団の 2006 年ペナントレースの最終成績

	順位	球団	試合数	勝	負	分	最終勝率	勝差	打率	防御率
セ	1	<u>中日</u>	146	87	54	5	.617	-	.270	3.10
リ	2	阪神	146	84	58	4	.592	3.5	.267	3.13
ー	3	ヤクルト	146	70	73	3	.490	14.5	.269	3.91
グ	4	巨人	146	65	79	2	.451	5.5	.251	3.65
	5	広島	146	62	79	5	.440	1.5	.266	3.96
	6	横浜	146	58	84	4	.408	4.5	.257	4.25
パ	①	<u>日本ハム</u>	136	82	54	0	.603	-	.269	3.05
リ	2	西武	136	80	54	2	.597	1.0	.275	3.64
ー	3	ソフトバンク	136	75	56	5	.573	3.5	.259	3.13
グ	4	ロッテ	136	65	70	1	.481	12.0	.252	3.78
	5	オリックス	136	52	81	3	.391	12.0	.253	3.84
	6	楽天	136	47	85	4	.356	4.5	.258	4.30

○は日本一，下線はリーグ優勝を示す．

打力は楽天の打力と同等以上であることが導かれる．しかし，打率はこのように対戦相手の違いを区別しない計算結果であるから，この打力判定は直ちには受け入れ難いであろう．

そこで，対戦相手の違い (同じ対戦相手でも対戦数の違い) を考慮した「打力」もしくは「投手力」を計算するために，BT モデルに基づいて 2006 年ペナントレースの投手陣対打線の対決結果から攻守別戦力を評価する．

2.2 戦力格差なしの適合度検定

リーグ戦等で互いに何回か対戦し，その結果から各球団の勝つ確率を求めるモデルとして，BT モデル [7] が広く知られている．

ここでの BT モデルは，打者と投手との対戦を考える．全 12 球団の各投手陣，各打線の「強さ」を示す値 $\xi_1 = (x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{112}), \xi_2 = (x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{212})$ の存在を仮定し，球団 i の打線が球団 j の投手陣に勝つ確率 p_{ij}，球団 i の投手陣が球団 j の打線に勝つ確率 q_{ij} それぞれは

$$p_{ij} = \frac{x_{2i}}{x_{2i} + x_{1j}}, q_{ij} = \frac{x_{1i}}{x_{2j} + x_{1i}} \qquad (i \neq j) \tag{1}$$

であると想定する．打線が投手陣に勝つ状態をホームラン，ヒット，四死球 (敬遠を含む) で打者が出塁した状態とする．一方，投手陣が打線に勝つ状態を投手が打者を打ち取った状態にする．失策による出塁は打ち取った数に含めることにする．球団 i の打線と球団 j の投手陣との対戦数は n_{ij} とし，ホームラン，ヒット，四死球 (敬遠を含む) で出塁した回数を r_{ij} とし，球団 i の投手陣が球団 j の打線を打ち取った回数は $s_{ij}(= n_{ij} - r_{ji})$ とする．

2006 年のセパ両リーグのペナントレース [2] の 12 球団の投手陣と打線の対決結果 (r_{ij}, s_{ij}) を表 2 に与える．表 2 左で中日の行と阪神の列との 579 は，中日投手陣が阪神打線を 579 打席打ち取ったことを示す．一方，表 2 右で中日の行と阪神の列との 293 は，中日打線が阪神投手陣を 293 打席で出塁したことを示す．

[2] 交流戦を含むが，パのプレーオフ，日本シリーズは除く

表 2: 2006 年ペナントレースの投手陣と打線との対戦 12 球団別成績

打取回数 (s_{ji})	球団:打線											
	セ・リーグ						パ・リーグ					
球団:投手陣	中日	阪神	ヤクルト	巨人	広島	横浜	日本ハム	西武	ソフトバンク	ロッテ	オリックス	楽天
中日	0	579	576	580	586	579	165	162	151	154	150	153
阪神	557	0	581	578	552	555	158	163	151	149	156	153
ヤクルト	592	577	0	560	553	590	154	157	162	153	160	159
巨人	568	573	575	0	555	569	161	149	146	156	155	149
広島	585	538	552	555	0	571	151	152	154	157	151	160
横浜	560	544	582	566	578	0	150	148	150	153	151	152
日本ハム	164	162	152	165	146	152	0	508	525	501	521	522
西武	164	164	150	150	154	154	521	0	533	538	526	517
ソフトバンク	152	150	159	151	152	157	525	515	0	510	541	534
ロッテ	154	142	152	163	161	158	502	531	509	0	522	525
オリックス	144	151	155	149	148	155	510	524	522	514	0	504
楽天	157	158	157	156	159	158	517	523	529	514	517	0

出塁回数 (r_{ij})	球団:投手陣											
	セ・リーグ						パ・リーグ					
球団:打線	中日	阪神	ヤクルト	巨人	広島	横浜	日本ハム	西武	ソフトバンク	ロッテ	オリックス	楽天
中日	0	293	267	272	280	285	74	72	69	55	68	87
阪神	225	0	307	233	278	303	75	51	75	60	80	86
ヤクルト	248	244	0	260	251	279	73	87	90	84	85	84
巨人	234	238	265	0	218	277	70	68	56	64	70	70
広島	276	247	244	237	0	248	64	59	60	64	65	83
横浜	247	240	258	243	248	0	77	71	73	61	67	79
日本ハム	68	60	63	89	72	67	0	204	216	242	265	264
西武	73	78	64	65	70	82	260	0	267	275	265	272
ソフトバンク	60	75	79	69	78	81	178	270	0	226	258	257
ロッテ	50	64	87	79	83	58	236	224	206	0	216	280
オリックス	53	66	77	53	65	75	226	268	205	218	0	253
楽天	71	77	59	73	78	76	236	240	219	236	244	0

出塁した回数 r_{ij} を確率変数とするならば，r_{ij} の出現確率は n_{ij} と p_{ij} の 2 項分布 (2) に従う．

$$\Pr(r_{ij}) = \binom{n_{ij}}{r_{ij}} p_{ij}^{r_{ij}} (1 - p_{ij})^{n_{ij} - r_{ij}} \tag{2}$$

このとき，$\{r_{ij}\}$ 全体に対するモデル (1) の適合度を示す指標の 1 つに以下のピアソンの適合度がある．

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j \neq i}^{12} \frac{\left(r_{ij} - n_{ij} \frac{x_{2i}}{x_{2i}+x_{1j}}\right)^2}{n_{ij} \frac{x_{2i}}{x_{2i}+x_{1j}}} + \frac{\left(s_{ji} - n_{ji} \frac{x_{1j}}{x_{2i}+x_{1j}}\right)^2}{n_{ji} \frac{x_{1j}}{x_{2i}+x_{1j}}} \tag{3}$$

(3) を最小化することによる投手力 ξ_1 と打力 ξ_2 の推定を最小 χ^2 推定と呼ぶ．式 (3) の値は n_{ij} が十分大きいと χ^2 分布に漸近する．したがって，式 (3) の値は適当な自由殿 χ^2 分布下での統計量として検定に用いられる．

両リーグを通じて，各球団の投手力と打力それぞれに対して球団格差の有無を調べる．すなわち，帰無仮説 H_0 をある正数 x_1, x_2 が存在して

$$H_0: \begin{array}{l} x_{11} = x_{12} = \cdots = x_{112} = x_1, \\ x_{21} = x_{22} = \cdots = x_{212} = x_2 \end{array} \tag{4}$$

が成立するものとして，この仮説 H_0 を検定する．ここで，パラメータ $\xi_1 = x_1, \xi_2 = x_2$ は (3) の最小化で与える．すなわち，最小 χ^2 推定によるパラメータ x_1, x_2 で仮説 H_0 が棄却されたならば，いかなる推定法によるパラメータ x_1, x_2 でも仮説 H_0 は棄却される．

最小 χ^2 推定法による x_1, x_2 の推定は (4) から

$$\left(\sum_{i=1}^{12} \sum_{j \neq i}^{12} \frac{r_{ij}^2}{n_{ij}}\right) \frac{x_1}{x_2} + \left(\sum_{i=1}^{12} \sum_{j \neq i}^{12} \frac{s_{ji}^2}{n_{ij}}\right) \frac{x_2}{x_1} \tag{5}$$

の最小化問題に帰着する。最小化問題 (5) は 2 次の既約行列

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \sum_{i=1}^{12}\sum_{j\neq i}^{12} \frac{r_{ij}^2}{n_{ij}} \\ \sum_{i=1}^{12}\sum_{j\neq i}^{12} \frac{s_{ji}^2}{n_{ij}} & 0 \end{bmatrix}$$

に対する行列バランシング問題である．したがって，行列 A の第 (i,j) 成分を a_{ij} とし，最小化問題 (5) の最小解を x^* とすると，行列 $[a_{ij}x_j^*/x_i^*]$ の第 i 行の行和と第 i 列の列和が等しい．この事実から次の式 (6)

$$\left(\sum_{i=1}^{12}\sum_{j\neq i}^{12} \frac{r_{ij}^2}{n_{ij}}\right)\frac{x_1^*}{x_2^*} = \left(\sum_{i=1}^{12}\sum_{j\neq i}^{12} \frac{s_{ji}^2}{n_{ij}}\right)\frac{x_2^*}{x_1^*} \tag{6}$$

が成立する．表 2 と式 (6) から計算した最小 χ^2 推定結果を以下に与える．

$$x_1^* = 5.709, \quad x_2^* = 2.624, \quad \text{式 (3) の値} = 172.473 \tag{7}$$

仮説 H_0 では，式 (3) の値は近似的に自由度 $131(= 12 - (2-1))$ の χ^2 分布に従う．自由度 131 の χ^2 分布の上側 5% 点は 158.712 であるので，帰無仮説 H_0「投手力と打力それぞれに対して球団格差はない」は棄却される．なお，自由度 131 の χ^2 分布の上側 1% 点は 171.567 であるので，有意水準 1% でも棄却される．この検定結果は最小 χ^2 推定以外のいかなる推定法でも成立する．そこで，本研究では，投手力または打力で球団格差は存在すると見なす．

2.3 最尤法による攻守別戦力の算定

BT モデルに基づいて「強さ」を推定するには最尤法がよく用いられる．本研究では最尤推定から 12 球団の投手力と打力を与える．

最尤法は同時確率最大化を与えるパラメータ ξ_1, ξ_2 の推定である．(2) の同時確率を尤度関数 L とすると，L は以下の式で与えられる．

$$L = \prod_{i=1}^{12}\prod_{i\neq j}\binom{n_{ij}}{r_{ij}}\left(\frac{1}{x_{2i}+x_{1j}}\right)^{n_{ij}}\prod_{l=1}^{12}x_{2l}^{u_l}\prod_{k=1}^{12}x_{1k}^{v_k} \tag{8}$$

ここで，u_l, v_k は球団 l の打線，球団 k の投手陣それぞれの総勝数，$u_l = \sum_{j\neq l} r_{lj}$, $v_k = \sum_{j\neq k} s_{jk}$ である．最尤法は尤度関数 L を対数変換した関数の極値を求めることでパラメータ ξ_1, ξ_2 を推定する方法である．BT モデルに対する最尤推定の計算手続きは廣津 [7] に詳しい．表 2 の対決結果から最尤法で求めた全 12 球団の投手力 ξ_1 と打力 ξ_2 を表 3 に与える．どの球団間の投打の対決数も同一であり，総打席数と総打数が一致すれば，球団 i のチーム打率は最尤推定量 (ξ_1, ξ_2) を用いて次のように与えられる．

$$\frac{\sum_{j\neq i} n_{ij}\frac{x_{2i}}{x_{1j}+x_{2i}}}{\sum_{j\neq i} n_{ij}}$$

本研究では，BT モデル成立を前提にしているが，念のために，表 3 に与えた推定パラメータ ξ_1, ξ_2 の下での BT モデルに成立に関する対数尤度比検定をする．最尤推定法による対数尤度比検定量は 112.181 である．この対数尤度比検定量は n_{ij} が大きければ近似的に自由度 $109(= 12 \times 11 - (24-1))$ の χ^2 分布に従う．自由度 109 の χ^2 分布の上側 5% 点は 134.369 であるので，「表 2 の対決結果に対して BT モデルは成立する」は棄却されない．さらに，自由度 109 の χ^2 分布の上側 10% 点は 128.298 であり，有意水準 10% でも棄却されない．

表 3 の投手力と打力，表 1 のチーム防御率とチーム打率それぞれによるリーグ別球団順位を表 4 に与える．

表 3: 12 球団の 2006 年の最尤法による投手力，打力

セリーグ			パリーグ		
球団	投手力 (x_1)	打力 (x_2)	球団	投手力 (x_1)	打力 (x_2)
中日	6.202	2.718	日本ハム	5.883	2.589
阪神	5.799	2.710	西武	5.720	2.846
ヤクルト	5.604	2.706	ソフトバンク	6.058	2.596
巨人	5.915	2.463	ロッテ	5.837	2.557
広島	5.686	2.524	オリックス	5.444	2.509
横浜	5.350	2.537	楽天	5.111	2.634

表 4: チーム防御率・チーム打率，投手力，打力による球団順位

	順位	守備		攻撃	
		チーム防御率	投手力 (x_1)	チーム打率	打力 (x_2)
	1	中日	中日	中日	中日
セ	2	阪神	巨人	ヤクルト	阪神
リ	3	巨人	阪神	阪神	ヤクルト
｜	4	ヤクルト	広島	広島	横浜
グ	5	広島	ヤクルト	巨人	広島
	6	横浜	横浜	横浜	巨人
	1	日本ハム	ソフトバンク	西武	西武
パ	2	ソフトバンク	日本ハム	日本ハム	楽天
リ	3	西武	ロッテ	ソフトバンク	ソフトバンク
｜	4	ロッテ	西武	楽天	日本ハム
グ	5	オリックス	オリックス	オリックス	ロッテ
	6	楽天	楽天	ロッテ	オリックス

表 4 に関する球団順位では，チーム防御率による順位と投手力による順位は異なる．また，攻撃に関する球団順位でも，打率の順位と打力の順位は異なる．ここで，守備，攻撃それぞれに関する 2 つの球団順位付けで順位差が 2 以上開く球団に注目すると，守備に関する球団順位付けでは該当する球団は存在せず，攻撃に関する順位付けでは，表 4 の下線で示した 3 球団が存在する．セリーグの攻撃に関する順位付けでは，横浜が打率の順位で最下位であったのが，打力の順位では 4 位である．パリーグの攻撃に関する順位付けでは，打率の順位で 2 位であった日本ハムは打力の順位では 4 位であり，打率の順位で 4 位であった楽天は打力の順位では 2 位であった．つまり，日本ハムと楽天で順位の入れ替えがあった．この 2 球団の順位の入れ替えはソフトバンクを挟む．そのため，打率では楽天はソフトバンクよりも上位であるという結果を得た．

横浜と楽天は守備に関する 2 つの順位付けで共にリーグ最下位であり，これら 2 球団自身の弱体投手陣と対戦しないことから，横浜と楽天の打線は打率の順位より打力の順位で 2 つ上位に順位付けられたと推察される．一方，パリーグの守備に関する順位付けで，1，2 位を占める日本ハムでは，自身の投手陣と打線が対戦しないため，日本ハム打線は打率の順位から打力の順位で 2 つランクを下げたのであろう．守備と攻撃の全 4 種類の順位付けで不動のリーグ 1 位を誇る中日は，自身の投手陣と打線が対戦しないことの影響を全く受けない．これは中日の投打の両戦力が突出していたことを示唆する．

図 1 左は表 3 で与えた 12 球団の攻守別戦力をプロットしたグラフである．ここで，図 1 左では失策を打

者の負けで投手の勝ちとして打席対決の勝負を定義した表 2 から得た投手力と打撃力である．失策を打者と投手で引き分け (0.5) の場合，失策は打席対決から抜く場合という 2 通りで表 3 と同じ表をそれぞれの場合で作成し，投打力を最尤推定した．その結果を図 1 左に加えたものが図 1 右である．図 1 から，中日ま

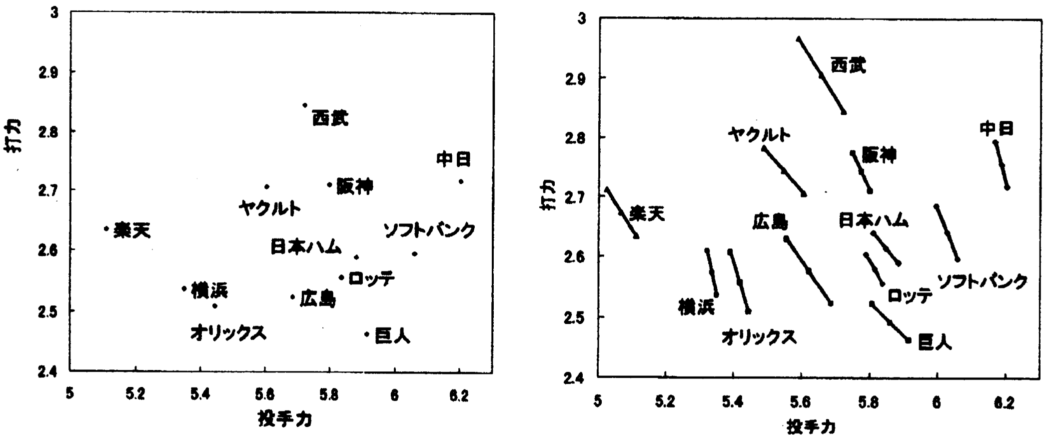

図 1: 12 球団の投手力と打力

たは西武を凌ぐ投手力と打力を兼ね揃えた球団は存在しないことがわかる．2006 年日本シリーズの覇者である日本ハムは中日やソフトバンクの攻守の両戦力を下回り，全 12 球団中で格段に優れた戦力を有していないことも分かる．つまり，戦力だけで勝敗が決しないことを示唆する．

3 現有戦力による最大勝率と余剰戦力

図 1 で示したように西武と中日が突出した投打の戦力を誇ることが裏付けられた．しかしながら，日本一は日本ハムで，この 2 球団ではない．また，「勝負に勝って試合に負ける」という言葉があるように，試合内容と勝敗という結果は必ずしも一致しない．そこで，戦力と勝率を対比させ，戦力をいかに有効に勝率へ結びついたかを DEA の分析枠組みを考察しよう．

活動主体が各球団であり，これが DEA の事業体に対応する．どの球団も，個々の現有戦力 (投手力と打力) を活用して試合での勝利に向けて戦う．対戦が生産活動であり，活動の結果 (産出) は勝率もしくは勝利試合数であり，活動の結果を得るための投入は投手力と打力である．つまり，DEA では各球団の現有戦力の有効活用の程度を計測するのである．

各球団のペナントレース中の対戦で実現可能な戦いぶりから DEA の生産可能集合を規定する．生産可能集合を規定する際に注意すべきことは，勝率は 1 を超えないことである．さらに，勝率 1 を現実で達成することはないであろう．そこで，最近数年間におけるリーグ首位のペナントレース終了時の勝率を調べ，その最大値 γ を超えることはないとする．そして，非効率な事業体の改善活動に対して生産可能集合が不変であるという仮定の下で，各球団の戦力活用度の測定を行う．

球団 k の投手力を x_{1k}，打力を x_{2k} とし，2006 年の最終勝率を y_k とする．球団 k の入力ベクトル $\boldsymbol{x}_k$ を (x_{1k}, x_{2k}) とする．γ を勝率上限値と呼び，パラメータ γ により生産可能集合 $P(\gamma)$ を式 (9) で与える．

$$P(\gamma) \equiv \left\{ (\boldsymbol{x}, y) \middle| \begin{array}{l} \boldsymbol{x} \geq \sum_{j=1}^{12} \boldsymbol{x}_j \lambda_j,\ y \leq \sum_{j=1}^{12} y_j \lambda_j \\ y \leq \gamma,\ \lambda_j \geq 0\ j = 1, \ldots, 12 \end{array} \right\} \tag{9}$$

生産可能集合 (9) では，戦力微増は球団の保有する戦力の規模に寄らず一定の勝率上昇率 (ただし，勝率が γ 以内) を与えることを仮定する．

この生産可能集合を用いて，各球団が現有戦力のままでどれぐらいまでの勝率を得たであろうか？ この求めたい勝率を最大勝率と呼ぶ．球団 k の最大勝率を求めるには次の最大化問題 (10) を解けば良い．

$$\max\{\phi y_k \,|(x_k, \phi y_k) \in P(\gamma)\} \tag{10}$$

最大化問題 (10) の最適値が球団 k の最大勝率を与える．(10) の最適解を ϕ^* とすると，$1/\phi^*$ が DEA での効率値であり，$1/\phi^*$ を球団 k の戦力活用度と呼ぶ．

表 5: 各球団の勝率，戦力活用度と参照球団

	球団	最終勝率	最大勝率	$1/\phi^*$	参照集合
	中日	.617	.630	.979	日本ハム
セ	阪神	.592	.600	.987	日本ハム，西武
リ	ヤクルト	.490	.582	.842	日本ハム, 西武
｜	巨人	.451	.574	.786	日本ハム
グ	広島	.440	.584	.754	日本ハム, 西武
	横浜	.408	.554	.736	日本ハム, 西武
	日本ハム	.603	.603	1	日本ハム
パ	西武	.597	.597	1	西武
リ	ソフトバンク	.573	.605	.948	日本ハム
｜	ロッテ	.481	.596	.808	日本ハム
グ	オリックス	.391	.562	.696	日本ハム, 西武
	楽天	.356	.533	.667	西武

生産可能集合 $P(\gamma)$ の γ 設定では，各リーグでの表 6 で示した過去 5 年間の最高最終勝率を参考に，セリーグ各球団の最大勝率測定には $\gamma = .630$，パリーグ各球団の最大勝率測定には $\gamma = .664$ を用いた．

表 6: ペナントレース首位球団の最近 5 年の勝率

年	セリーグ		パリーグ	
	球団	勝率	球団	勝率
2002	巨人	.623	西武	.647
2003	阪神	.630	ダイエー	.599
2004	中日	.585	ソフトバンク	.597
2005	阪神	.617	ソフトバンク	.664
2006	中日	.617	日本ハム	.603
平均		.614		.622

表 5 の戦力活用度 $1/\phi^*$ の値に注目する．戦力活用度の大きい順に球団を並べると，日本ハム (1)，西武 (1)，阪神 (.987)，中日 (.979)，ソフトバンク (.948)，ヤクルト (.842)，ロッテ (.808)，巨人 (.786)，広島 (.754)，横浜 (.736)，オリックス (.696)，楽天 (.667) の順であり，5 番目のソフトバンクと 6 番目のヤクルトの間に 0.1 以上の最大差がある．戦力活用度のベスト 5 の球団は，セリーグでは中日と阪神，パリーグでは日本ハム，西武とソフトバンクである．表 1 で示したように，中日と阪神はセリーグ最終順位 1，2 位であり，ペナントレース最終成績ではその差は 3.5 ゲームであった．最終順位 2 位の阪神と最終順位 3 位のヤクルトとの間には 14.5 ゲームという大差がついた．セリーグのトップ集団は中日と阪神であった．パリー

グはペナントレースで上位3球団がプレーオフに進出する．表1で示したように，パリーグ上位3球団は日本ハム，西武とソフトバンクであった．日本シリーズ進出の可能性があったこの5球団は勝つこと(勝率)に拘った戦力の活用，戦いぶりであったことを表5の戦力活用度は示す．なお，$\gamma = .630$ を .664 に変更してセリーグの戦力活用分析した場合，中日の最大勝率が .633，その戦力活用度が .975 に変化し，これ以外のセリーグ球団に関しては，不変であった．つまり，現実的な範囲で γ を取れば，戦力活用度の計算結果は表5からほとんど変化しない．

戦力活用度が1である球団は日本ハムと西武である．つまり，現有戦力を最大限に活かして最終勝率を得た球団は日本ハムと西武である．球団 k に対する参照集合を

$$\left\{ j \,\middle|\, \phi^* y_k = \sum_{j=1}^{12} y_j \lambda_j,\ x_k \geq \sum_{j=1}^{12} x_j \lambda_j,\ \lambda_j > 0 \right\} \tag{11}$$

とする．各球団の参照集合には日本ハムもしくは西武が登場する．つまり，残りの10球団は日本ハムと西武，またはどちらか一方の戦力活用法を参考にすることで，自チームの最終勝率以上の勝率(最大勝率)を得る．例えば，ソフトバンクは現有戦力を持って日本ハムの戦力活用法を参考にすれば，勝率 .605 を勝ち得るのである．これはパリーグ首位の最終勝率 .603 を超える．つまり，ソフトバンクは現有戦力をうまく活用することでペナントレース首位を獲得できたかもしれない．ソフトバンクが現有戦力を最大限に活かせなかった理由の1つとしてシーズン終盤での監督不在の期間があるかもしれないが，この点に関してはさらなる検討を要する．

一方，中日を除くセリーグの各球団の最大勝率はセリーグ首位の最終勝率 .617 を超えることはない．つまり，リーグ首位を狙うにはセリーグ5球団はそれぞれの現有戦力では不十分である．中日を除くセリーグ5球団が2006年リーグ優勝を逸したのは監督の采配，戦術などの戦力活用法が至らなかったわけではない．

セリーグ首位の中日は日本ハムと西武の戦力活用法を参考にして現有戦力を有効に活かせば，さらなる勝率を獲得し，過去5年間のセリーグ最高最終勝率までも達成可能である．2006年の中日は他のセリーグ5球団から突出した戦力をゆとりある活用でペナントレースを制したことを示唆する．実際，中日は6月の交流戦終了時に首位に立ってから，それ以降シーズン終了まで単独首位を走り続けた．

中日のように，最大勝率に達成しても未だ余力のある戦力が存在する場合がある．ここでは，各球団の最大勝率に寄与しない戦力を余剰と見なす．各球団は余剰となる戦力を抱えているのであろうか? (10)の最適解を ϕ^* とすると，球団 k の余剰戦力の存在は以下の問題を解くことで判定できる．

$$\max\{d_1 + d_2 \,|\, (x_k - d, \phi^* y_k) \in P(\gamma)\} \tag{12}$$

ここで，d は非負ベクトル (d_1, d_2) である．(12)の最適値が正であれば球団 k が余剰戦力を持ち，0であれば余剰は無い．余剰戦力が存在するならば投手力，打力どちらかの戦力もしくは両戦力で余剰が発生する．発生源を特定するために，(12)の目的関数 $d_1 + d_2$ を d_1 もしくは d_2 に置き換えた最大化問題それぞれを(12)とともに解く．表7に，余剰が発生した5球団とその余剰を与える．

中日以外の4球団の余剰戦力はそれぞれ一意である．巨人，ソフトバンク，ロッテでは投手力が余剰であり，打力には余剰がない．楽天では，打力に余剰があるが投手力には余剰がない．

中日の戦力余剰は一意でない．その余剰戦力は線分 $\{\lambda(.0363, .0039) + (1-\lambda)(.0378, 0) | 0 \leq \lambda \leq 1\}$ に含まれる任意の戦力である．つまり，中日は投手力には余剰を必ず含み，投手力の余剰の一部が打力の余剰に代替可能である．中日の余剰が一意でないのは，中日の最大勝率が $\gamma = .630$ に一致するからである．中日は過去5年間のセリーグ最高最終勝率 $\gamma = .630$ を達成しても，その戦力は投打ともに余剰を抱えている．

表7に出現しない7球団(阪神，ヤクルト，広島，横浜，日本ハム，西武，オリックス)全ては余剰を含まない．つまり，戦力活用度が1である日本ハムと西武はDEAとして効率的である．この2球団は2006年のパリーグペナントレース最終試合までもつれた首位レース争いの当事者であった．このような激しい競争的環境はこの2球団が効率的であるという結果をもたらした要因の1つであろう．

表 7: 余剰な戦力を持つ球団

球団	余剰					
	$\max d_1 + d_2$		$\max d_1$		$\max d_2$	
	投	打	投	打	投	打
中日	.0363	.0039	0	.0039	.0378	0
巨人	.3181	0	0	0	.3181	0
ソフトバンク	.1599	0	0	0	.1599	0
ロッテ	.0267	0	0	0	.0267	0
楽天	0	.0908	0	.0908	0	0

4 巨人の戦力補強

4.1 目標勝率達成の戦力補強

各球団は来シーズンの成績目標を念頭に戦力の整備をシーズンオフに行う．シーズンオフ毎に巨人が大型補強を敢行し，その話題の中心となる．巨人は球界盟主としての宿命によりリーグ優勝の目標を常に背負うことから大型補強に走り，また親会社の豊富な資金源といわゆる巨人ブランドからその大型補強を実現可能にせしめると言われている．

ここでは，2007 年のシーズンに向けた巨人の戦力補強を生産可能集合 $P(\gamma)$ と来シーズンでの巨人の目標勝率を用いて分析する．補強にあたり，2007 年のペナントレースにおける巨人の目標勝率を α_G と記す．ここでは，リーグ優勝を目指す巨人の来シーズンの目標勝率 α_G は優勝可能な勝率である．巨人が目標勝率 α_G を達成するために，必要となる戦力補強を $\boldsymbol{d} = (d_1, d_2)$ とする．ただし，$\boldsymbol{d} = (d_1, d_2)$ には非負制約は課さない．つまり，現有戦力削減も可能である．2006 年ペナントレースの巨人の戦力を $\boldsymbol{x}_G = (x_{1G}, x_{2G})$ とすると，戦力補強後の巨人の戦力は $\boldsymbol{x}_G + \boldsymbol{d} = (x_{1G} + d_1, x_{2G} + d_2)$ である．来シーズンの生産可能集合が $P(\gamma)$ であると仮定すると，戦力補強後の巨人の戦力 $\boldsymbol{x}_G + \boldsymbol{d}$ が目標勝率 α_G を達成することは $(\boldsymbol{x}_G + \boldsymbol{d}, \alpha_G) \in P(\gamma)$ であり，その逆も成立する．したがって，巨人における最小限度の戦力補強 $\boldsymbol{d}$ はパラメータ $\beta \in [0, \infty)$ を目的関数に含むパラメトリック線形計画問題 (13) で与えられる．

$$\min \{d_1 + \beta d_2 \,|(\boldsymbol{x}_G + \boldsymbol{d}, \alpha_G) \in P(\gamma)\} \tag{13}$$

β は補強における投手力 (打力) 重視の程度を示すパラメータである．$\beta > 1$ であれば投手重視の補強であり，$\beta < 1$ であれば打力重視の補強である．また，絶対値 $|\beta - 1|$ が大きくなればなるほど，その重視傾向は強まる．

平面 $y = \alpha_G$ 上の生産可能集合 $P(\gamma)$ と巨人の戦力を図 2 に与える．図 2 を用いて，目標勝率 α_G を実現するために必要となる最小限度の巨人の戦力補強を説明する．前節で述べたように 2006 年ペナントレースで効率的であった球団は西武と日本ハムである．日本ハムの入出力ベクトルを $(\boldsymbol{x}_H, y_H)$ とする．超平面 $y = \alpha_G$ 上の生産可能集合 $P(\gamma)$ は 2 個の頂点を持ち，そのうち 1 個の頂点は原点と日本ハムの入出力ベクトル $(\boldsymbol{x}_H, y_H)$ を通る直線と平面 $y = \alpha_G$ との交点 $\alpha_G/y_H(\boldsymbol{x}_H, y_H)$ である．この交点の x 座標 $\alpha_G/y_H\boldsymbol{x}_H$ を日本ハムの射影点と呼ぶ．同様に，西武の入出力ベクトル $(\boldsymbol{x}_S, y_S)$ とすると，超平面 $y = \alpha_G$ 上の生産可能集合 $P(\gamma)$ のもう一方の頂点は $\alpha_G/y_S(\boldsymbol{x}_S, y_S)$ であり，$\alpha_G/y_S\boldsymbol{x}_S$ を西武の射影点と呼ぶ．

表 6 より，過去 5 年間のセリーグ優勝球団の最終勝率平均は.614 である．そこで，巨人の目標勝率を $\alpha_G = 0.614$ とする．問題 (13) の最適解を $\boldsymbol{d}^*$ とし，$\beta^* = 0.3686$ とする．$\beta \in [0, \beta^*)$ であれば，西武の射影点は巨人の最小限度の補強後戦力 $\boldsymbol{x}_G + \boldsymbol{d}^*$ である．つまり，戦力補強の方針が $\beta \in [0, \beta^*)$ 程度での打力増強重視であれば，その最適な補強は $d_1^* < 0$，$d_2^* > 0$ である．したがって，現有投手力 x_{1G} を削減して打力 x_{2G} の補強を推進することで目標勝率 α_G が無駄無く達成可能になる．

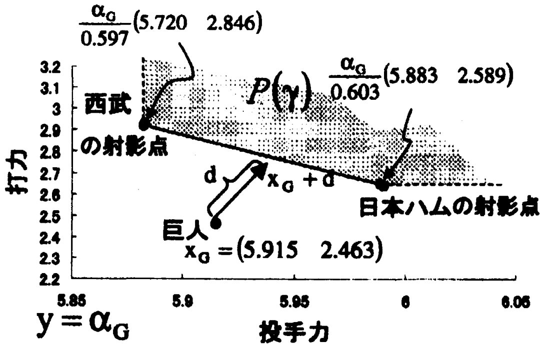

図 2: 平面 $y = \alpha_k$ 上の $P(\gamma)$ と巨人の戦力

$\beta = \beta^*$ であれば，西武の射影点と日本ハムの射影点を結ぶ線分の任意の点が巨人の最小限度の補強後戦力 $x_G + d^*$ である．$\beta = \beta^*$ での打力増強重視では，現有投手力 x_{1G} を削減しても打力 x_{2G} の補強を推進しても良いし，現有投手力維持のまま打力補強を推進しても良いし，現有投手力と打力を同時に増強しても良い．

$\beta > \beta^*$ であれば，日本ハムの射影点は巨人の最小限度の補強後戦力 $x_G + d^*$ である．したがって，戦力補強の方針が $\beta > \beta^*$ 程度での投打力増強重視であれば，$d_1^* > 0$ かつ $d_2^* > 0$ である．つまり，日本ハムの射影点を目指して現有投手力と打力を同時に増強することで，目標勝率 α_G が達成可能になる．

巨人の戦力補強後の戦力が西武の射影点と日本ハムの射影点を結ぶ線分に存在すれば，何らかの補強方針 (β) の下で無駄無く $\alpha_G = 0.614$ を達成する．

西武の射影点と日本ハムの射影点を結ぶ線分が巨人の戦力より上に位置するので，いかなる補強方針 β でも打力の補強が $\alpha_G = 0.614$ 達成に必要不可欠である．さらに，投手力と打力の戦力補強は代替可能であり，打力 (投手力) の補強削減分は投手力 (打力) 補強増加で補える．また，$\beta \in [0, \beta^*]$ の場合で述べたように，補強は現有戦力から増加だけでなく，現有戦力の投手力削減と現有戦力からの打力補強を同時にうまく行うことで，目標勝率 $\alpha_G = 0.614$ 達成が可能となる．つまり，目標勝率 $\alpha_G = 0.614$ であれば，現有投手力削減まで含めた様々な戦力補強の方向性がある．

α_G を大きくすると，西武の射影点と日本ハムの射影点を結ぶ線分は右上に平行移動する．西武の射影点と日本ハムの射影点を結ぶ線分が巨人の戦力より右上に位置する時の α_G は以下を満たす．

$$\frac{\alpha_G}{0.597} \times 5.72 \geq 5.915 \tag{14}$$

式 (14) から $\alpha_G \geq 0.6174$ であれば西武の射影点と日本ハムの射影点を結ぶ線分が巨人の戦力より右上に位置する．つまり，目標勝率 .6174 以上であれば，戦力補強は投手力と打力の同時増強以外ない．目標勝率を高ければ，戦力補強の方向性が限られる．

4.2 補強後戦力による最大勝率算定

2006-07 年シーズンオフに巨人は工藤と桑田のベテラン両投手が去る一方で，日本ハムの小笠原選手を始めとする他球団の有力選手を獲得した．

表 8 は 2006 年–07 年シーズンオフに巨人へ入団し 2007 年 4 月中に試合出場した選手，2006 年に試合出場しシーズンオフに巨人から退団した選手のリストである．

表 8 の入団した 9 選手中で，ドラフトまたは MLB から獲得した 4 選手は 2006 年シーズンの対戦実績は無い．2006 年シーズンの対決数が 0 であった長田昌浩と金刃憲人，深町亮介，ゴンザレス，ホリンズ，大須賀允を除く表 8 の 12 選手の 2006 年シーズンの対決実績を表 9 に与える．表 9 の谷選手と中日には 5 と

表 8: 06-07 年シーズンオフの巨人の入退団主力選手

入団			退団		
選手	投/野	転入元	選手	投/野	転出先
谷佳知	野	オリックス	鴨志田貴司	投	オリックス
金刃憲人	投	ドラフト	長田昌浩	野	オリックス
吉武真太郎	投	ソフトバンク	小久保裕紀	野	ソフトバンク
門倉健	投	横浜	工藤公康	投	横浜
小田嶋正邦	野	横浜	仁志敏久	野	横浜
小笠原道大	野	日本ハム	黒田哲史	野	西武
深町亮介	投	ドラフト	佐藤宏志	投	楽天
ゴンザレス	野	MLB	大須賀允	野	広島
ホリンズ	野	MLB	桑田真澄	投	MLB

投/野は投が投手，野は野手を意味する

表 9: 巨人の入退団主力選手の 2006 年シーズン実績

出塁回数 r_{ij} (対決数)	対戦球団											
	セ・リーグ						パ・リーグ					
選手	中	阪	ヤ	巨	広	横	日	西	ソ	ロ	オ	楽
谷佳知	5	4	9	5	10	10	18	25	14	21	0	27
(対決数)	23	20	26	24	25	26	61	71	58	70	0	68
小笠原道大	8	9	9	9	12	12	0	27	42	29	38	35
(対決数)	27	25	25	25	26	25	0	85	87	79	88	87
小田嶋正邦	0	0	1	2	4	0	2	1	0	2	1	0
(対決数)	2	6	4	10	8	0	2	3	3	6	5	3
門倉健	2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
(対決数)	12	9	8	6	3	0	3	3	0	0	2	0
小久保裕紀	19	15	20	0	8	26	7	3	3	3	5	2
(対決数)	52	58	54	0	47	52	26	16	12	11	8	8
仁志敏久	4	3	7	0	3	1	7	1	3	0	2	4
(対決数)	22	12	22	0	9	12	16	7	13	3	11	10
黒田哲史	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
(対決数)	3	0	3	0	1	5	1	0	0	0	0	0
工藤公康	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2
(対決数)	1	3	3	0	4	0	0	3	0	3	0	2
桑田真澄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(対決数)	0	0	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0

打取回数 s_{ij} (対決数)	対戦球団											
	セ・リーグ						パ・リーグ					
選手	中	阪	ヤ	巨	広	横	日	西	ソ	ロ	オ	楽
門倉健	109	79	91	49	26	0	23	29	0	6	32	6
(対決数)	155	127	139	68	50	0	31	51	0	6	54	10
吉武真太郎	6	15	11	9	9	14	20	21	0	26	35	29
(対決数)	10	18	18	11	14	21	32	35	0	35	49	45
佐藤宏志	0	0	0	0	0	0	12	0	4	7	4	0
(対決数)	0	0	0	0	0	0	18	0	5	8	6	0
工藤公康	16	35	22	0	28	0	0	23	0	40	8	32
(対決数)	33	51	26	0	43	0	0	29	0	56	9	48
桑田真澄	0	0	15	0	20	0	0	0	0	0	0	0
(対決数)	0	0	24	0	31	0	0	0	0	0	0	0
鴨志田貴司	2	0	12	0	0	3	11	3	1	6	0	0
(対決数)	4	0	17	0	0	7	23	3	4	9	0	0

下線の選手は 2006-07 年シーズンオフに巨人に入団

23 の値があるが，これは谷選手は中日戦では 23 打席で中日投手陣と対決し，その内出塁回数が 5 であることを示す．投手である門倉選手と中日には 109 と 155 の値があるが，門倉投手は中日打線に 155 打席で対決し，その内 109 打席打ち取ったことを示す．

巨人における 2006 年の戦力からの戦力増強分を算定するために，表 9 の対決成績を表 2 に組み込む．例えば，オリックスから移籍した谷選手は中日戦で出塁回数が 5，対決数が 23 なので，中日投手陣に対して 5 打席打ち勝ち，18 打席打ち取られた．谷選手がオリックスを退団したので，オリックス打線の中日投手陣に対する出塁回数から 5 を引き，中日投手陣のオリックス打線に対する打取回数から 18 を引く．谷選手が巨人に入団したので，巨人打線の中日投手陣に対する出塁回数に 5 を加え，中日投手陣の巨人打線に対する打取回数に 18 を加える．すなわち，巨人に入団した選手は表 2 の巨人の対戦結果にその選手の表 9 の対決成績を追加し，退団した球団からその選手の対決結果を除く．同様に巨人から退団した選手は表 2 の巨人の対戦結果からその選手の表 9 の対決成績を除き，その選手の入団した球団があれば，その球団にその選手の対決結果を追加する．なお，上記修正により，巨人内での投手陣と打線との対決結果が生じるが，

巨人内の対決結果は他の球団との対決結果に比例配分して相殺する．

巨人の補強後戦力算定では，表 2 において巨人の戦力補強による変更以外は無いと考え，MLB やドラフトからの入団選手が寄与する戦力は実績が無いので検討対象としない．巨人の補強後戦力を $\bar{x}_G = (\bar{x}_{1G}, \bar{x}_{2G})$ とする．表 9 の対決成績を組み込んだ表 2 から最尤法による $\bar{x}_G$ の算定結果を以下に与える．

$$(\bar{x}_{1G}, \bar{x}_{2G}) = (5.923, 2.642) \tag{15}$$

補強後の巨人の戦力は投手力で 0.008，打力で 0.149 増加し，2006 年オフの巨人の戦力補強は打力重視である．12 球団で最下位であった巨人の打力が補強により 6 位まで上昇したが，中日の現有の投打の戦力には及ばない．$\bar{x}_G$ が中日の現有戦力を完全に下回ることから，補強後の巨人の最大勝率は表 1 で示した中日の最大勝率.630 未満である．そこで，$\gamma = .630$ として補強後の巨人の最大勝率を以下の最大化問題 (16) から求める．

$$\max\{\alpha \,|(\bar{x}_G, \alpha) \in P(\gamma)\} \tag{16}$$

問題 (16) の最適解と第 3 節と同様の分析から求めた余剰戦力を表 10 に与える．表 10 で示した補強後の巨人の最大勝率.608 は中日の現有戦力で実現した優勝勝率.617 には及ばず，過去 5 年間のセリーグ首位の平均勝率 0.614 にも及ばない．しかし，2006 年セリーグ 2 位阪神が現有戦力で達成した勝率.592 を超える．

表 10: 補強後の巨人の最大勝率と余剰戦力

最大勝率	参照集合	余剰戦力	
		投手力	打力
.608	日本ハム，西武	0	0

次に，巨人が補強後戦力を最大限活用しない場合を考える．戦力補強後の巨人の戦力活用度が 0.973(= 0.592/0.608) 以上であれば，阪神の現有戦力での最大勝率.592 を超える．表 5 より，日本シリーズ出場可能性のあった球団 (中日，阪神，日本ハム，西武，ソフトバンク) の戦力活用度最低は 0.948 であるので，補強後の巨人が 0.948 で戦力活用すると考える．このときの巨人の勝率は.576 である．この勝率.576 は 2006 年パリーグの 3 位のソフトバンクの勝率.573 を超える．

2004 年から，パリーグはペナントレース終了後での上位 3 球団による勝ち抜き戦プレーオフによりパリーグ優勝を決定した．この勝ち抜き戦プレーオフの名称がクライマックスシリーズに変更され，2007 年セリーグでもクライマックスシリーズが採用された．したがって，2007 年にはセ・リーグ戦上位 3 チームにセリーグ優勝の可能性がある．戦力活用度が 0.973 以上であれば 2006 年 2 位の阪神の勝率以上であり，0.948 であれば 2006 年パリーグの 3 位のソフトバンクの勝率を超えることから，補強後の戦力をほぼ最大限に活用すれば，巨人はセリーグクライマックスシリーズに進める．そして，リーグ優勝する可能性は十分にある．

5 おわりに

2006 年セ・パ両リーグペナントレースの投打の対決成績 (表 2) から 12 球団の投打の戦力を測定し，各球団の戦力活用度を評価した．さらに，生産可能集合 (9) を用いて戦力補強について分析した．これら一連の分析評価結果は以下の 5 点にまとめられる．

1. 2006 年ペンナントレースで，中日は投打の戦力で突出した存在であった (図 1，表 7)．
2. 2006 年ペンナントレースにおいて，セ・リーグの各球団の現有戦力では中日の優勝勝率を超えることは不可能であった (表 5)．

3. 2006 年リーグ優勝に係わった球団，すなわち，日本ハム，西武，ソフトバンク，中日，阪神の戦力活用度は高い（表 5）．

4. 2007 年巨人のセ・リーグ優勝には打力補強は不可欠である（図 2）．

5. 2006 年–2007 年シーズンオフのトレードによる補強後の巨人の戦力はリーグ戦単独首位の勝率を得ない（表 6, 10）．しかし，2007 年セ・リーグクライマックスシリーズに出場可能な位置にある（表 5, 10）．

将来の研究課題に関して以下に述べる．

1. 各球団の攻守別戦力に対する戦力推定により，戦力を不確定な値として取り扱い，確率的フロンティアを持つ DEA で戦力活用度，最大勝率を求める．

2. 球団のペナントレースにおける活動の目標はリーグ優勝以外にも人気獲得，若手育成がある．若手育成や人気に関する出力項目，例えば，新人の出場回数や観客動員数を追加して各球団の活動を分析する．

最後に，本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金基盤 (C) No.18510121 の援助による．ここに感謝する．

参考文献

[1] 池井優, 山下重定：プロ野球名監督に学ぶチーム・マネジメントの研究: 人を活かし、燃える組織に変える (HBJ 出版局, 1988)

[2] 別冊宝島編集部編：プロ野球『勝つ組織・勝つ管理』(宝島社, 2000)

[3] 高木徹：バレンタイン流マネジメント (講談社,2006)

[4] 広岡達朗, 長島茂雄：勝者の組織論 (講談社, 1989)

[5] 新潮社,「小笠原から谷まで」大型補強で巨人の優勝確率，週刊新潮, (2006) 12/07 号，157-158

[6] 大竹文雄，安井健悟：「プロ野球監督の能力」，日本労働研究雑誌，537 (2005) 23-25.

[7] 廣津千尋:第 5 章 適合度検定，東京大学教養学部統計学教室編「自然科学の統計学」(東京大学出版会, 1991)

[8] 廣津信義，宮地力：「野球チームのラインナップ選定のための数理的一手法ー日本代表チームの選定を例としてー」，オペレーションズ・リサーチ，49 (2004) 380-389.

[9] 末吉俊幸，山岸晋作：「DEA/OERA に基づく野球選手評価」経営システム，7 (1997) pp.41-51.

[10] 木下栄蔵：「野球における打者・投手の評価」オペレーションズ・リサーチ，38 (1987) 689-697.

[11] 上田徹，住舎俊宏：「どの野球選手の攻撃力が優れているだろうか」オペレーションズ・リサーチ，47 (2002) 137-141.

[12] 橋本昭洋：「DEA による野球打者の評価」オペレーションズ・リサーチ，38 (1993) 146-153.

[13] 刀根薫：経営効率性の測定と改善，(日科技連，1993)