

氏名	宮本宗實 みやもとむねみ
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第716号
学位授与の日付	昭和56年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	Spitzer's Markov chains with measurable potentials (スピッツァーのマルコフ連鎖)

論文調査委員 (主査) 教授 渡辺信三 教授 吉沢尚明 教授 山口昌哉 教授 池部晃生

### 論文内容の要旨

Gibbs 分布は統計力学における平衡状態を記述する重要な概念である。Gibbs 分布の数学的研究、特に与えられた相互作用ポテンシャルに対応する Gibbs 分布がどのように存在するかということに関しての研究が近年さかんに行われている。これらの研究の多くは格子点上のスピン（その状態も多くは+、-の2つの場合）に関するものであるが、格子をより一般のグラフでおきかえたり、スピンの状態空間を2点空間より一般にして考えたり、又相互作用の与え方によって多くのパラエティが生ずる。

Spitzer は状態空間が2点空間のとき、tree を“時間パラメーター”とするマルコフ連鎖を導入しこれが tree 上の配置に関する Gibbs 分布になるための条件を決定した。申請者の研究は状態空間がより一般の compact な測度空間（例えばスピンの連続的に回転する場合には状態空間としては球面を考えるのが自然）、すなわち Radon 測度の与えられた compact 距離空間の場合に Spitzer の研究を拡張したものである。まずこの状態空間に値をとり、方向づけられた無限の tree (Spitzer の場合では方向づけの必要はない) を時間パラメーターとするマルコフ連鎖の概念を定義し、それが与えられた相互作用ポテンシャル  $F$  をもつこの tree 上の配置に関する Gibbs 分布になるための必要十分条件をもとめた。この条件は  $F$  より定まる Hammerstein 型の非線型積分方程式によって記述され、この解をしらべることによりマルコフ連鎖のあり方がわかる。特に逆数温度のパラメーターの値によってこのマルコフ連鎖が一意的に存在する場合と多様に存在する場合があることが示されている。Spitzer の場合は対応するマルコフ連鎖はすべて可逆的（すなわち時間の反転でその法則が不変）となるが一般の状態空間ではそうなるとはかぎらない。そこでこのマルコフ連鎖が可逆的になるためのポテンシャル  $F$  の条件がもとめられている。又こうして得られる Gibbs 分布の例によって、Dobrushin-Schlosman が格子モデルの場合に得た1次元球面（円周）を状態空間とする Gibbs 分布に関する回転不変性についての定理は、tree 上のモデルではもはや成立しないことが示された。

参考論文は物理学や生態学にその動機をもつ確率モデルについてそれぞれ興味ある結果をもった研究である。

## 論文審査の結果の要旨

申請者の研究は Spitzer が行った tree 上のスピンの配置に関するマルコフ連鎖及び Gibbs 分布の研究をスピンの状態空間が 2 点空間より一般の compact 空間の場合に一般化して考察したものであるが、それは単なる一般化でなく Spitzer の場合と本質的に異なる現象があらわれることが示されている。そしてこれは Gibbs 分布の数学的研究に豊富な例を提供するものとして注目される。このような例によって、格子モデルの場合に得られていた状態空間が円周のときの Dobrushin-Schlosman によるある回転不変性の定理は、tree 上のモデルではもはや成立しないことが示された。このことも本論文の興味ある結果の一つである。このようにこの研究は Gibbs 分布の数学的研究に興味ある重要な知見をもたらし、この方面の研究に大きな貢献をあたえたものと評価できる。又参考論文は、物理学や生物学における確率モデルに関し興味ある結果を与えた質の高い論文であり、申請者がこうした自然現象より生じる数学的問題の研究に優れた能力を有することを示している。

よって本論文は理学博士の学位論文として充分の価値があるものと認められる。