

氏名 泉 脩 藏
いずみ しゅう ぞう
 学位の種類 理学博士
 学位記番号 論理博第908号
 学位授与の日付 昭和60年7月23日
 学位授与の要件 学位規則第5条第2項該当
 学位論文題目 A measure of integrity for local analytic algebras
 (局所解析環に対する整域性の尺度)

論文調査委員 (主査)
 教授 永田雅宜 教授 戸田 宏 教授 中野茂男

論文内容の要旨

申請者は、複素数体 \mathbb{C} 上の解析的集合 X の一点 ξ における解析関数の芽の環 \mathcal{O} を考え、 \mathcal{O} の各元に対する次の三つのものを考察している。

- (1) algebraic order $\nu_{\xi}(f) : \mathcal{O}$ の極大イデアルを \mathfrak{m} で表すとき、 $f \in \mathfrak{m}^p, f \notin \mathfrak{m}^{p+1}$ となる p が $\nu_{\xi}(f)$
- (2) reduced order $\bar{\nu}_{\xi}(f) = \lim_{k \rightarrow \infty} \nu_{\xi}(f^k)/k$
- (3) analytic order $\mu_{A, \xi}(f)$ along A [$A \subseteq X, (A \text{ の閉包}) \ni \xi$] : $\mu_{A, \xi}(f) = \sup \{p | \alpha > 0, \alpha U = U(\xi)$
 (近傍), $U \cap A$ において、つねに $|f(x)| \leq \alpha |x - \xi|^p$]

明らかに $\mu_{A, \xi}(f) \geq \bar{\nu}_{\xi}(f) \geq \nu_{\xi}(f)$ であり、また解析集合の射 $\Phi : Y \rightarrow X$ ($\Phi(\eta) = \xi$) について、 $\nu_{\eta}(f \circ \Phi) \geq \nu_{\xi}(f)$ である。

D. Rees によって \mathcal{O} がベキ零元をもたないときには、 f を動かしたとき、 $\bar{\nu}_{\xi}(f) - \nu_{\xi}(f)$ が有界であることが示された。

申請者は \mathcal{O} が整域である場合について、次の三種の不等式を証明するとともに、実解析的である場合へのこの不等式の一般化をも与えている。

(CI₁) 適当な $a_1 \geq 1, b_1 \geq 0$ をえらべば、

$$\nu_{\xi}(fg) \leq a_1(\nu_{\xi}(f) + \nu_{\xi}(g)) + b_1$$

が、すべての $f, g \in \mathcal{O}$ について成り立つ。

(CI₂) 解析空間の射 $\Phi : (Y, \eta) \rightarrow (X, \xi)$ において、 $\dim X_{\xi} = \inf \{ \dim \Phi(V) | V = V(\eta) \}$ であれば、適当な $a_2 \geq 1, b_2 \geq 0$ により

$$\nu_{\eta}(f \circ \Phi) \leq a_2 \nu_{\xi}(f) + b_2$$

が、すべての $f \in \mathcal{O}$ について成り立つ。

(CI₃) 解析的開集合 A の閉包が ξ を含めば、 A に依存する定数 $a_3 \geq 1, b_3 \geq 0$ によって、

$$\mu_{A, \xi}(f) \leq a_3 \nu_{\xi}(f) + b_3$$

が、すべての $f \in \mathcal{O}$ について成り立つ。

これらの不等式において、 a_1, a_2, a_3 はそれぞれなるべく小さい方が不等式として強いものといえるから、 $\inf a_1, \inf a_3$ は環 \mathcal{O} の構造の反映として注目されるものであり、また $\inf a_2$ は写像 Φ の性質の反映の一つである。

申請者は、これらの不等式の応用として、

- (1) \mathbf{C} 上の収束べき級数環 $\mathbf{C}\{x_1, \dots, x_m\}$ において、 u が P 乗根 (P は素数) に開けない元であるとき、 $f, g \in \mathbf{C}\{x_1, \dots, x_m\}$ によって、 $\nu_0(f^Pu - g^P)$ (ただし 0 は原点) を大きくしようとすれば、必然的に $\nu_0(f), \nu_0(g)$ も大きくなることを示し、
- (2) $\mathbf{C}\{x_1, \dots, x_m\}$ の元 u が、 P 乗根に開ける元にとどの程度近いかを示す数値を与え、
- (3) 1963年に Malgrange が発表した予想 [Bull. Soc. Math. France, Tom. 91] を肯定的に解決した。

論文審査の結果の要旨

申請者の研究は解析的集合の局所的性質を研究するために有効な結果を多く含んでおり、特に主論文において、三種類の不等式を証明するとともに、それらの有効性を示すいくつかの新しい結果および Malgrange 予想の肯定的解決を与えた。

また、扱われた話題に盛り込まれた着想はすぐれており、今後のこの方面の研究に大きく寄与するものと思われる。

以上により、本論文は理学博士の学位を授与するに値すると認める。

なお、主論文及び参考論文に報告されている研究業績を中心とし、これに関連した研究分野について試問した結果、合格と認めた。