

氏名	大槻 舒一 おおつき のぶかず
学位の種類	理学博士
学位記番号	論理博第916号
学位授与の日付	昭和60年11月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	Lyapunov-like functions and geodesic flows (リアプノフ様関数と測地流)

(主査)
論文調査委員 教授 吉沢尚明 教授 池部晃生 教授 渡辺信三

論文内容の要旨

申請論文は、リーマン空間における力学系の構造に関するものである。その主要な結果は、測地流がいわゆる Anosov の力学系となる条件について得られたものであるが、そのために申請者は幾何学と函数解析の手法によって、種々の定理を証明している。

主要な結果は以下の通りである。

1. コンパクト距離空間とベクトル束について、“ベクトル束位相同型”なる概念を定義した上で、次の定理が証明されている。

(A) ベクトル束上の2次形式で、 $Q(\Phi v) - Q(v) > 0$ なるものが存在することと、ベクトル束位相同型 (Φ, ζ) が準双曲型 (すなわち $\Phi^n v$ が有界ならば $v=0$) であることは同値である。

一方、1970年代の Sacker-Sell 及び Selgrade の理論によって、準双曲型と双曲型とは一致することが知られているので、(A)は双曲型であること、即ちアノソフ性をもつことの判定条件として、測地流に対して応用できることとなる。

2. コンパクト・リーマン多様体上のベクトル場によって生成された流れ $\zeta(t)$ を、その空間の測地流と称する。このとき、次の定理が証明される。

(B) $\langle AT\zeta, \zeta, T\zeta, \zeta \rangle$ の $(0, T)$ 上の積分が正值であるような T が存在すれば、測地流はアノソフ流である。

この結果から直ちに次のことが導かれる。

(C) Y が負の (=非正の) 曲率をもつコンパクト・リーマン多様体であって、曲率が0となる Y の点の集合が測地線を含まない場合は、 Y 上の測地流はアノソフ流である。

3. 申請者は更に、定理(B)に対応する結果を、函数空間 L^2 の枠で表わすことにより、次の形の定理を得ている。

(D) (L^2) を束 E 上に作られた函数空間とし、その単位球面上で、定理(B)の積分が正值をとるならば、測地流はアノソフ流である。

この定理から Chicone (1981) の次の結果が直ちに導かれる。
曲率 $K_0(Y)$ が負ならば、 Y 上の測地流はアノソフ流である。

論文審査の結果の要旨

申請論文の具体的な結果について評価は次のとおりである。

1 のベクトル束位相同型は、多様体上の力学系の研究の他、常微分方程式の dichotomy の存在の研究や shift をもつ積分方程式の研究等でも表れるもので、これらを統一した概念をここで規定したことは、以後の推論に対して有効である。

定理(A)は、測地流の双曲性の判定条件として、従来得られているものを含む有用なものである。

定理(C)は Lewowicz が 1981年に 2次元の場合に証明しているが、一般の次元のリーマン空間に対しては、申請者の方法が有効である。また(B)は、ヤコビ場を用いた判定条件であるが、直接的に曲率と関係したものである点は、特に従来の判定条件に比してすぐれている。(D)は Chicone が、生成作用素のスペクトルの計算という微妙な方法によって得たものであるが、申請者の証明は極く自然なもので、理論の内容を明らかにするものである。

リーマン空間上の測地流のアノソフ性は、この種の力学系の理論において中心的な重要なものであるが、申請論文はこの問題に対して、従来多くの研究者が与えたよりも自然な見易い枠と方法によって、より深いかつ有用な結果を得ている。これによって、この方面への貢献が大きいとすることができる。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。

なお、主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心として、これに関連した研究分野について試問した結果、合格と認めた。