【 65 】

氏　　　　名	西　山　　享（にし　やま　きょう）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	理　博　第　949　号
学位授与の日付	昭 和 61 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
研究科・専攻	理学研究科数学専攻
学位論文題目	Representations of Weyl groups and their Hecke algebras on virtual character modules of a semisimple Lie group （半単純リー群の指標加群上の Weyl 群とその Hecke 環の表現）
論文調査委員	(主査) 教授 吉沢尚明　教授 土方弘明　教授 戸田　宏

論文内容の要旨

本申請論文の目的は，半単純リー群の既約表現を，Weyl 群または Hecke 環の作用によって分類し記述することである。本論文の主要な内容は，従来の結果との関連を含めて，以下のとおりである。

1.　申請者が考察している群は，半単純リー群で，中心有限のものである。このような群Gの既約表現で次の条件(イ)，(ロ)を満たすものを，既約認容表現（admissible 表現）と定義する。

(イ)　バナッハ空間上の強連続表現。

(ロ)　Kを群Gの極大コンパクト部分群とするとき，K有限なベクトルのなす部分空間に制限した表現は，Kの表現として，各既約成分が有限の重複度をもつ。

このような既約認容表現は重要であって，これまでも研究されている。特に Langlands, Knapp-Zuckerman 等がその分類を行ったが，彼等の用いたパラメータは非常に複雑である。別に，零化イデアルを用いる分類も考察されているが，これは分類としては粗いものである。

2.　申請者は，既約認容表現（以下，単に「既約表現」と称する）のうち非退化表現については，既に参考論文において研究している。これは本申請論文の結果の基礎となるものであるから，ここに併せて述べる。

表現が非退化とは，群Gに付属する展開環（すなわち，群のリー環の複素化の展開環）の中心の作用が，非縮退固有値を持つことである。このような非退化既約表現の作る加群を Grothendieck 加群と称するが，この上に Weyl 群の表現を定義して，表現の構造を明らかにした。ここでは，この加群が群Gの指標をなす加群と同型であることによって，指標についての詳しい結果が用いられている。

3.　本論文では，退化した既約表現の場合に，Wely 群に代って Hecke 環が主要な役割を果たすことを示している。すなわち群Gの退化した既約表現の作る Grothendieck 加群の上に，Hecke 環の作用を定義できることが示されている。これは，非退化表現の場合の Weyl 群の表現の極限と考えることができることが，Zuckerman の translation functor を用いて示される。

4. 特にG群U(3，1)の場合に，前述の Hecke 環の表現が具体的に構成されている。

5. 上述の Weyl 群またはその Hecke 環の表現を応用して，Gの退化既約表現の個数が，代数的に記述されている。

6. 非退化表現の中で退化度を表す1つの不変量が知られているが，その不変量を代数的に記述すること，及びそこから既約表現の性質を導くことについて，広い結果が得られている。

論文審査の結果の要旨

本申請論文の内容は，特に以下の諸点において評価される。

(1) 1に述べたように，認容表現の分類は，これまで Langlands や Knapp-Zuckermann 等によって考察されているが，それに比べて，申請者の得た結果は，統一的かつ明瞭であり，これから種々の結果，特に4，5，6に述べたようなことを導くことができる。表現の分類は，表現論において基本的な問題であるが，申請者の結果は，表現論の今後の発展にとって重要なものである。

(2) 前項と関連して，申請者自身が，今後の課題となるものを幾つか指摘しているが，このような発展が予想され，またこれは本論文の方法と結果の妥当性と重要性を示している。指摘されている課題には次のようなものがある。

(イ) 零化イデアルからきまる或種の多項式と Weyl 群の表現を決定すること。

(ロ) 表現あるいは零化イデアルと Gelfand-Kirillov 次元との関連を調べること。

(ハ) 既約表現に対応する指摘加群の要素を，代数的に特徴づけること。

(3) 3において退化既約表現が非退化既約表現の極限と考えられることが指摘されているが，このことは興味あることであり，また表現論において一般的な重要性をもっている。申請者の考察した操作は次のとおりである。

$V(\lambda)$ を退化パラメータ λ をもつ指標加群とし，$V(\lambda_0)$ を非退化パラメータ λ_0 をもつ指標加群とする。ここで λ と λ_0 はともに dominant であり，また $\lambda_0-\lambda$ は dominant integral とする。さらに対応 $V(\lambda)\to V(\lambda_0)$ 及び $V(\lambda_0)\to V(\lambda)$ をそれぞれ Zuckerman の translation functor φ, ψ とする。このとき Hecke 環の表現は，Weyl 群の表現から，φ 及び ψ (及びある定数) を用いて表される。

この操作によって，Weyl 群，Hecke 環の表現が具体性をもって記述される。このことは重要である。

以上のように，本申請論文の結果は，表現論に対し，また表現論が関連する分野に対して，重要な寄与をなすものであり，理学博士の学位を授与されるのに充分の価値をもつものと判断される。

また，申請論文及び参考論文に含まれている研究結果及びこれに関連する分野について試問した結果，合格と判定された。