

新制
理
618
京大附図

学位申請論文

加藤 勝

学位申請論文

異方的超伝導とスピン密度波との共存競合

京都大学 理学部 物理系専攻

加藤 勝

要旨

2次元 tight binding model の上で 超伝導とスピン密度波との共存競合を考察する。そのとき order parameter の対称性により 超伝導が 2つのタイプに分けられることを示す。そして その共存、競合状態をそれぞれ T_c (超伝導転移温度) $>$ T_N (スピン密度波転移温度) $T_N > T_c$ の場合に分けて論じる。特に異方的超伝導はスピン密度波不安定性を内在することを示す。またスピン密度波により T_c が増加する可能性を指摘する。

この理論に基づいて重い電子系、酸化物超伝導体での、超伝導とスピン密度波の、共存競合状態を論じる

目次

	ページ
第1章 序論	1
1-1 重電子系における異方的超伝導と反強磁性	2
1-2 酸化物超伝導体	13
第2章 スピン密度波状態からの超伝導転移	
2-1 これまでの理論の概観	17
2-2 Model	21
2-3 Cooper pair の対称性	26
2-4 共存型の Cooper pair	32
2-5 競合型の Cooper pair	42
第3章 異方的超伝導のスピンドensity波不安定性	
3-1 Model と動力学	48
3-2 α -波超伝導 ($E, 0$) の場合	51
3-3 p -波超伝導 ($0, 0$) の場合	57
第4章 スピンドensity波、若しくはスピンのゆがみによる超伝導転移温度の増加	
4-1 スピンドensity波秩序相の場合	62
4-2 スピンのゆがみによる場合	66

第5章 議論と結論

- 5-1 実験との比較
- 5-2 結論

73

78

謝辞

79

Appendix A

80

Appendix B

81

Appendix C

82

参考文献

84

第1章 序論

重い電子系や酸化物高温超伝導体では磁性(特に反強磁性)と超伝導とのからみ合いが面白い問題となっている。この問題は長い間他のいろいろな系で議論されてきたが(理論の概観については第2章を参照のこと)、重い電子系は超伝導を起す電子の Cooper pair が p -波, d -波 となっている様な異方的超伝導状態になると考えられているので、異方的超伝導と反強磁性との共存競合という新しい側面が生じている。本論文では、簡単な model に立て、この問題の重要な点、特に実現している異方的超伝導の種類を確定できるかという事を議論する。また反強磁性秩序相だけでなく spin の揺らぎが、超伝導にどんな影響を与えるか、(電子間の引力も含めて)という事も重い電子系、や酸化物超伝導体で問題になっているのでこのことも

議論する

まずこの章では重い電子系を中心に実験事実を概観する。

1-1 重い電子系における異常的超伝導と反強磁性

重い電子系は、その低温での非常に大きな電子比熱¹⁾によって特徴づけられる。

$C = \gamma T + \beta T^3$ とした時の (C : 比熱, T : 温度) 係数 γ は $1 \text{ J/mol}\cdot\text{K}^2$

程度になる。(通常の金属では $1 \text{ mJ/mol}\cdot\text{K}^2$ 程度) γ は 状態密度

、電子の有効質量に比例するので、有効質量 $m^* = 200m_e$ (m_e : 自由電子の質量)

にもなる。超伝導を示す系 (UBe_{13} , CeCu_2Si_2 , UPt_3 , URu_2Si_2) では、転移的

温度における比熱のよみが、高温側での電子比熱と同じ order であり、

(BCS理論によれば $\frac{\Delta C}{\gamma T_c} = 1.43$) この重くなるに電子が、Cooper pair をつくる

いる事になり注目を集めた。更に転移点以下で、様々な物理量 (比熱、

核磁気緩和時間、など) に S-波超伝導の時の T の指数関数的振舞と異なる

T のべき則が観測され energy gap に node のある異常的超伝導

の可能性が指摘されてきた。²⁾ これらの系では、 $\text{U}(\text{Ce})$ の 5(4) f 電子が

重い電子の起源になっているが、f 電子間には各 $\text{U}(\text{Ce})$ site 上で、強い

Coulomb 斥力が働き重い電子を形成した時もこの斥力が残っていると

考えられる。この斥力は、S-波超伝導を壊わし、したがって異常的超伝導が

生じると考えられている。また、反強磁性を生じる物質 (NpBe_{13} , U_2Zn_{17} , UCd_{11} など)

では、この斥力 が磁性出現の原因となっている。

以下で 超伝導と反強磁性 とか” からみあ、た系として, URu_2Si_2 ,

$U_xTh_{1-x}Be_{13}$, $U_{1-x}Th_xPt_3$ と $U(Pt_{1-x}Pd_x)_3$ を取り上げ 実験をまとめてみる。

3)~19)

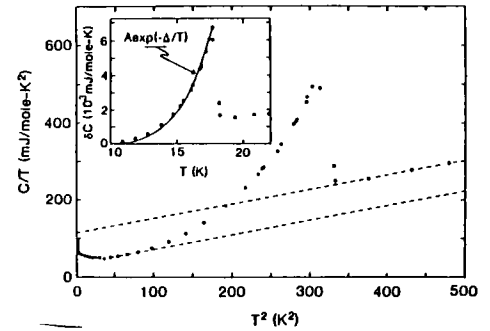
URu_2Si_2 : URu_2Si_2 は $CaCu_2Si_2$ と同じ 結晶構造で U 原子は、体心

正方格子に並ぶ。低温での電子比熱の係数は

$$\gamma = 180 \text{ mJ/mol}\cdot\text{K}^2 \sim 70 \text{ mJ/mol}\cdot\text{K}^2 \text{ である。}$$

他の例えは UBe_{13} に比べて小さい。有効質量は

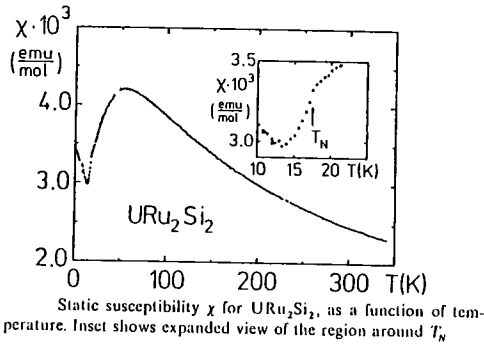
$m^* \approx 50 m_e$ と見積られている。⁵⁾ (図(1-1)を参照)



Specific heat C divided by temperature T vs T^2 for URu_2Si_2 between 0.6 and 500 K². The meaning of the dashed lines is explained in the text. Inset: Estimated specific heat δC vs T associated with the apparent CDW or SDW transition at ~ 17.5 K. The solid line represents the function $A \exp(-\Delta/T)$ with values for A and Δ given in the text.

図(1-1)

(H.B. Maple et al. 文献4より転載)



図(1-2)

(W. Schlitz et al. 文献5より転載)

帯磁率は図(1-2)のように温度変化し

$T > 100\text{K}$ では有効moment $\mu_{\text{eff}} = 3.5 \sim 3.3 \mu_B$

$T < T_N$ Curie-Weiss 温度 $\theta = -250 \sim 80\text{K}$

の Curie Weiss 則に従う。この μ_{eff} の値は U^{3+} (U^{4+}) イオンの moment の値に

にほぼ等しい。50K ぐらいから、 χ は減少し $T_N \approx 18 \sim 17\text{K}$ で

kink があり、反強磁性への転移を示している。

抵抗は $T > 100\text{K}$ では近藤効果的振

舞 ($\rho = \rho_0 T$) を示し、 $T \lesssim 50\text{K}$ では

いわゆる Coherent Kondo 状態にほいり

スピンの揺らぎが押さえられるため抵抗

が減少する。 $T = T_N (= 17 \sim 18\text{K})$ で

Cr のスピニ密度波転移の時と同じように抵抗に cusp が生じる。

そしてその前後で Carrier の減少に伴う抵抗の増加がみられる。図(1-1)の

比熱も $T \sim 17\text{K}$ で kink があり、その前後の温度で、電子比熱の係数

γ の値が変化し、Fermi 面の一部が $T = T_N$ で消失した事を示す。消失した

Fermi 面は全体の 40% (Hall 係数の測定から 95% という概算もある¹⁸⁾) と見積もられ

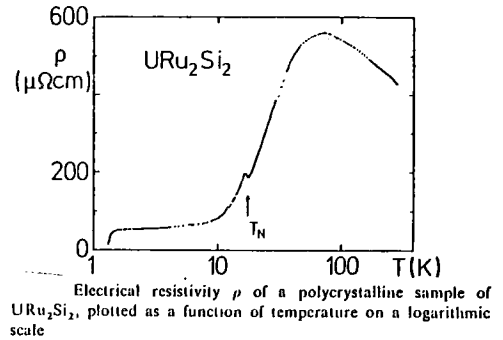
ている。中性子散乱では、図(1-4)のように $T \sim 17\text{K}$

で (100) の Bragg peak が現われる。対応する

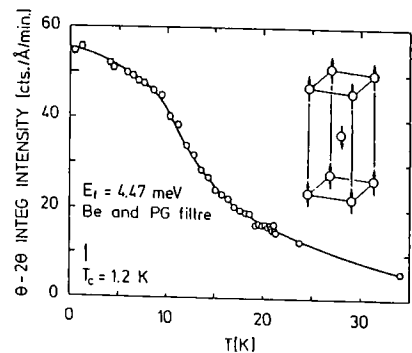
磁気構造は図(1-4)の中に描かれている。

磁気moment は $0.5\mu_B$ で $(0.03 \pm 0.01)\mu_B$ と、

高温側での有効moment と較べて非常に小さい。



図(1-3)
(W. Schlitz et al. 文献より転載)



Integrated elastic-magnetic Bragg scattering at (100) as a function of temperature, and the corresponding antiferromagnetic structure.

図(1-4)
(C Broholm et al. 文献14より転載)

$T \lesssim T_N$ での比熱は $A \exp(-\delta/T)$ で $\delta = 129 \text{ K} = 7.2 T_N$ とすると良く合います。

フェルミ面の一部が SDW の energy gap によって gap されていることを表わす。また

$T = T_N$ での比熱のとびは $\Delta C / \gamma T_N = 2.9$ となり、重い電子が、この

相転移にかかわっていることを表わす。(ただし、平均場近似から得られる

$\Delta C / \gamma T_N = 1.43$ よりはずかしい。) 以上から 反強磁性

は重い電子がなるスピニ密度波状態と結論される。

(moment の小さい事に対して確かな説明はない。)

$T \approx 1.5 \text{ K}$ で 相転移は 0 になり、比熱も

とびを示し、超伝導状態へ二次相転移する。

$T < 1.5 \text{ K}$ ではスピニ密度波と超伝導との

共存相になっている。比熱のとびと電子比熱

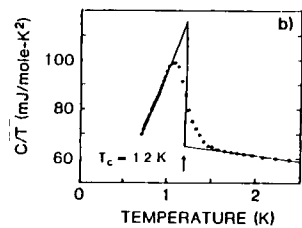
との比は $\Delta C / \gamma T_c \approx 0.6$ (図(4-5)) で BCS 理論値

1.43 よりはずかしいが、ほぼ "1 のオーダーで"

Cooper pair を成しているのは重い電子だと

言える。Kohara et al¹⁹⁾ による ^{29}Si NMR

の緩和時間 T_1 の規則性は $T < T_c$ で

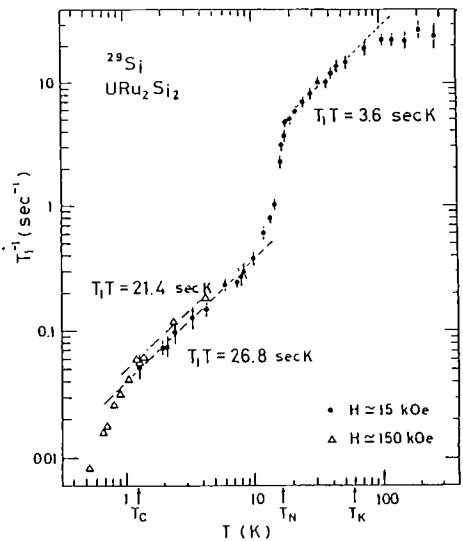


Specific heat C divided by temperature T vs T for URu_2Si_2 .

図(4-5)

(M.B. Maple et al.

文献 4 より転載)



Temperature dependence of $1/T_1$.

図(4-6)

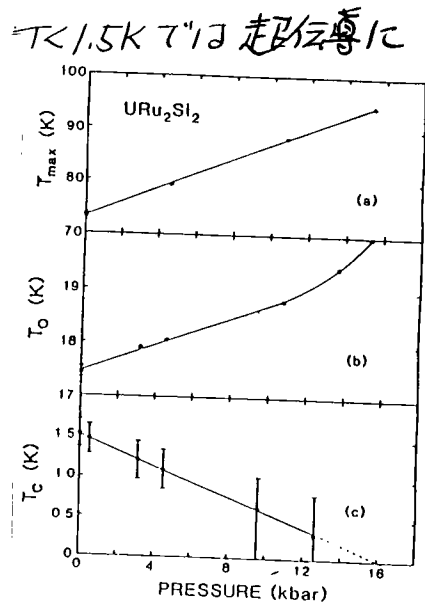
(T. Kohara et al.

文献 19 より転載)

超伝導の order parameter $\Delta(k)$ が線状の node を持つ triplet pairing と良く一致している。¹⁹⁾ したがって $T < T_c$ で Fermi 面が線状に残っている可能性がある。(また Onuki et al. ¹⁸⁾ による超伝導が異方的である積極的証拠がないという指摘もある。) 超伝導の種類を同定するのが一つの問題となっている。

Kohara et al. による ^{29}Si NMR の T_1 の測定はこの系の全体像を明確にしていく。(図(1-6)) すると $T > 60\text{K}$ では T_1 は温度に依る。これは局在した U の moment の揺らぎによる緩和を表わし、 $17\text{K} < T < 60\text{K}$ では $T_1 T = \text{const}$ という Korringa の関係を満たして Fermi 流体 (重い電子) の形成を示し、 $9\text{K} < T < 17\text{K}$ ではスピン密度波の energy gap による指数関数則 ($T_1^{-1} \sim e^{-\Delta/T}$) をみたし、 $1.5\text{K} < T < 9\text{K}$ ではまた $T_1 T = \text{const}$ をみたして Fermi 流体が残っている事を示し、 $T < 1.5\text{K}$ では超伝導による T_1^{-1} が急激に減少する。

他にも圧力による抵抗の最大値を与える温度 (T_{max}) スピン密度波転移温度 (T_0) 超伝導転移温度 (T_c) の変化も調べられている。¹¹⁾ (図(1-7)) 特に注意すべきなのは、圧力が増加すると T_0 と T_c が



Pressure dependence of T_{max} , T_0 , and T_c . For (a) and (b), exemplary error bars are given at 1 bar.

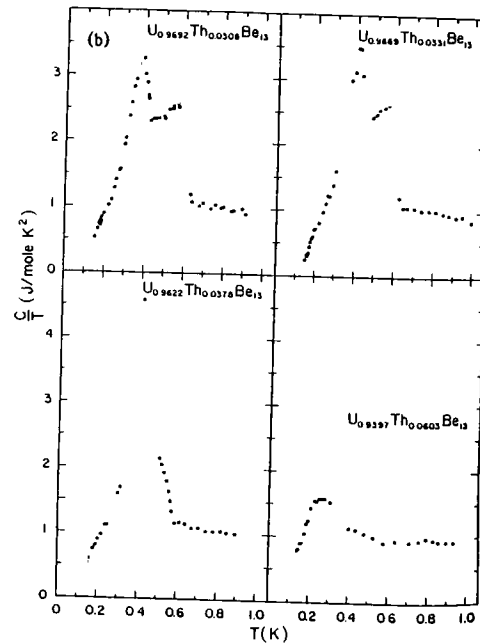
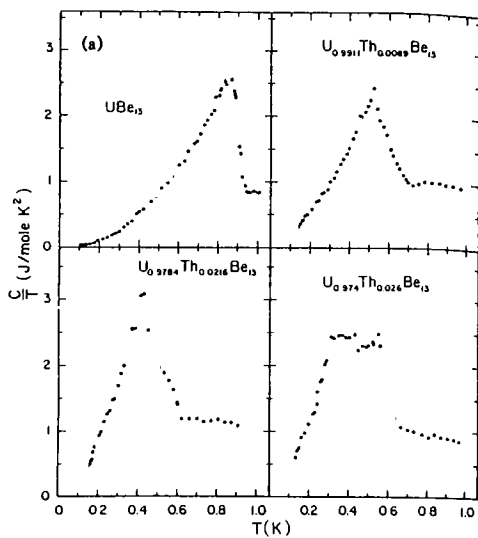
図(1-7) (M.W. McElfresh et al. 1991)

離れていく点である。これは第5章で議論する。

以上の様に、 URu_2Si_2 はスピ密度波と超伝導が共存する重い電子系の最初の系だが、その超伝導の種類が他の重い電子系と同様に問題となり第2章、第5章の議論の中心となる。

^{20)~32)}
 $U_{1-x}Th_xBe_{13}$: UBe_{13} は重い電子系で超伝導を示す代表的な物質であるが、Uの代わりにThをdopeしたこの系は超伝導転移した後に、 α 2の秩序相に2次転移するので関心を集めている。図(1-8)に比熱の

測定結果(文献20)を示す。

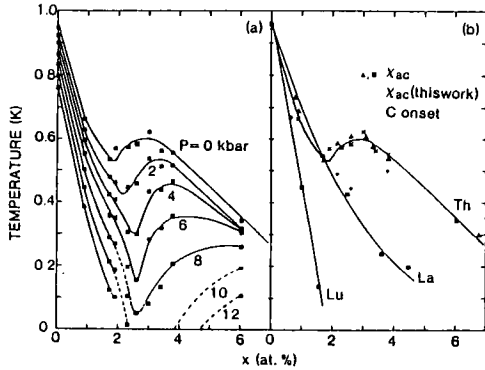


(a),(b) Specific heat of various $U_{1-x}Th_xBe_{13}$ compounds, plotted as c_p/T vs T for temperatures between 0.15 and 1 K.

図(1-8) (H.R. Ott et al
 文献20より転載)

$x=0.02$ 程度から比熱が2回とびのがみとれる。相図にまとめた

のが図(1-9)²⁸⁾である。(a)は最初の転移の圧力依存性を示している。



Phase diagram of superconducting transition temperature T_c vs composition x for $(U_{1-x}M_x)Be_{13}$. (a) The variation of T_c vs x for $M=Th$ at various pressures determined from the data in Fig. 1. The lines are guides to the eye, and dashed lines indicate extrapolations of the data to low temperature. (b) Data for $T_c(x)$ determined from ac magnetic susceptibility for $M=La, Lu,$ and Th compared with the results of this work for $M=Th$. The pluses show the onset temperature of a feature in the specific heat which indicates a second phase transition in the superconducting state for several values of x .

1b)は交流帯磁率と比熱による
転移温度のThのdopingの1%程度に
よる変化を表わしている。特徴的なのは

◦ x が小さい所で T_c が急激に下がる。

◦ $x=2-4$ at% で T_c は、なだらか

な peak をもつ。

◦ 上と同じ x の値で、 T_c 転移が

下に凸に生じる。

四 (1-9)

(S.E. Lambert et al.

元献28より転載)

◦ 圧力をかけると $x < 2$ at% での T_c と $x > 2$ at% での T_c とは

分離してしまう ことである

T_c 転移は何かということが問題になるか B. Barlogg et al.²¹⁾は、超音波

吸収実験において、 T_c 転移温度 (T_{c2}) において π -形の吸収係数

の peak を見出し、反強磁性転移によるものとして議論した。(磁場をかける

ると peak の幅は小さくなる事、音速が転移点付近で dip を示す事、peak の

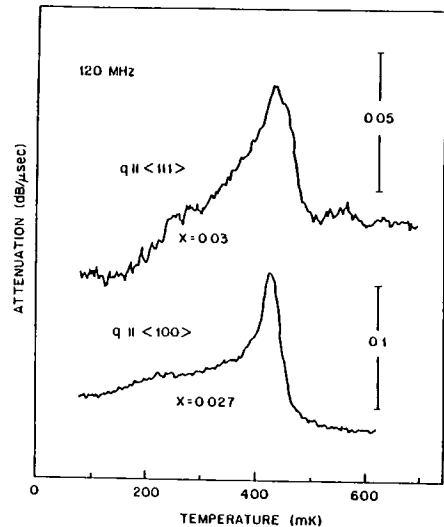
音速の振動数依存性が線型である事) しか、peak の値は普通の磁気転移

によるものよりかなり小さい(準粒子散乱による(た値よりは2桁大きい))

事が、moment がかなり小さい事を指摘し、比熱のとびから moment を $(0.02 \sim 0.05) \mu_B$ と見積った。

これに対し、R. Joynt et al.³³⁾ は転移は第1転移とは異なる対称性をもつ超伝導であるとし、 T_{c2} における吸収係数の peak はあるたに出来た超伝導が正方対称の歪みを立方格子に引き起し、結晶内が超伝導の異方性に関し domain に分かれその domain wall の運動が超音波と結合して、転移点で吸収係数が peak をもつとした。この機構によれば

(111)方向の縦波の超音波に対して peak はないことになるが D. Bishop et al. による実験により、他の方向と同じホーンで (111)方向にも peak が観測され上記の機構は否定された。(図(1-10))



Ultrasound absorption in superconducting $U_{1-x}Th_xBe_{13}$ ($x=0.03$) for (111) and (100) propagation. The two peaks associated with T_{c2} are of comparable magnitudes. Coupling of tetragonally strained domains, due to anisotropic superconductivity coupling to the lattice, would not give rise to absorption for (111) propagation.

R.H. Heffner et al.³²⁾ は μSR の

零磁場でのスペクトルの線幅が T_{c2} で

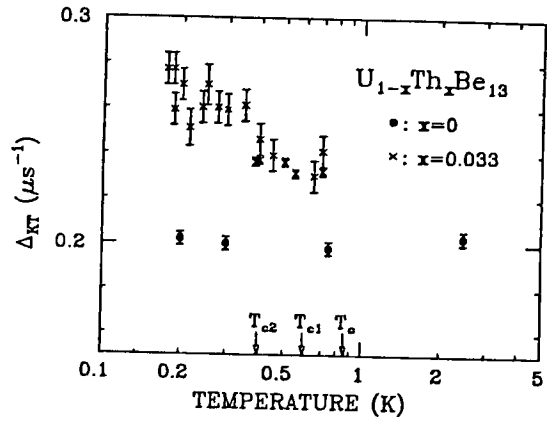
図(1-10)

増加する事を観測した。これは内部磁場が

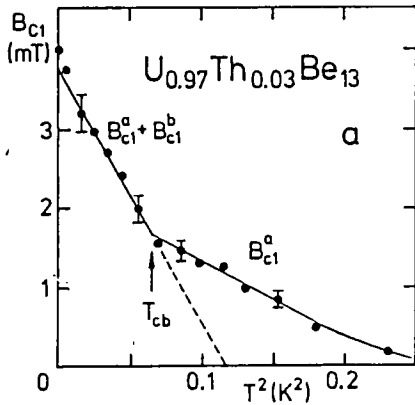
(D. Bishop et al. 文献29より転載)

磁気momentにより空間的に変化している事を意味するか その order した moment

の大きさは $10^3 \mu_B$ と異常に小さくなる。この moment は反強磁性によるものもしくは moment を持たない超伝導の Cooper pair によるものとされている。



Temperature dependence of the zero-field relaxation rate Δ_{KT} in superconducting $U_{1-x}Th_xBe_{13}$, $x = 0$ (•) and 0.033 (x). The superconducting transition temperature T_c for $x = 0$, and transition temperatures T_{c1} (superconducting) and T_{c2} for $x = 0.033$, are shown by arrows.



図(1-11)

(H.R. Helmer et al, 文献32より転載)

31)

U. Rauchschwalbe et al は $U_{0.97}Th_{0.03}Be_{13}$

において T_{c2} で下部臨界磁場の T^2 に

図(1-12) (U. Rauchschwalbe et al 文献31より転載)

に対す比例係数が増加する事を観測し、

ある異なる異方的超伝導が $T_{c2} (= T_{cb})$ で"生じ"ると議論した。(図(1-12))

以上の様に転移が何であるかは 2つの可能性があり確定していないが、

反強磁性転移である場合 転移における超伝導は、どういふ対称性を

持つかという問題がある 第3章ではこの点を中心に議論する。

34), 35)

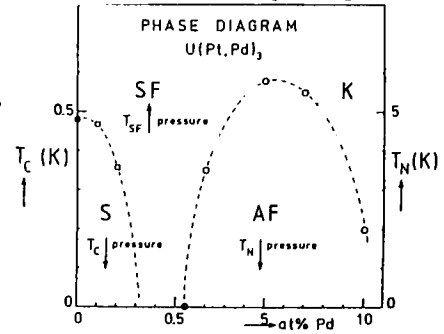
36)~39)

$(U_{1-x}Th_x)Pt_3$ と $U(Pt_xPd_{1-x})_3$; UPt_3 も UBe_{13} と同様に重い電子系

で"超伝導"になる代表的な系で、他の重い電子系とは異なり近藤効果を示さず

むしろスピンの揺らぎの大きな系として記述される。

UをThに PtをPdに置き代えると、急激に T_c が減少する。(UPt₃では $T_c=0.5K$)。そして濃度を増加させるヒスピン密度波転移。E $T \sim 5K$ で起こす。図(1-13)



T_c and T_N as function of Pd concentration for the $U(Pt_{1-x}Pd_x)_3$ system up to 10 at. % Pd. S indicates the superconducting phase, AF the antiferromagnetic phase, K the Kondo regime, and SF the spin-fluctuation region which persists into the AF region. The arrows indicate the sign of the pressure effect on T_c , T_{SF} , and T_N . Note the expanded scale for Pd concentrations below 0.5 at. %.

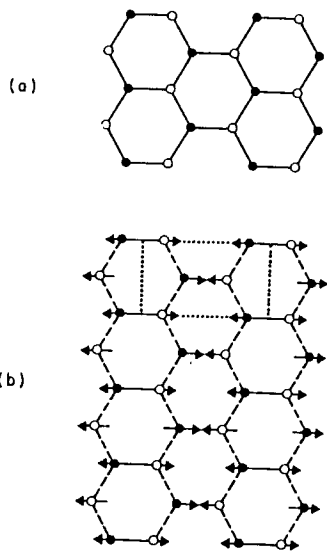
に $U(Pt_{1-x}Pd_x)_3$ に対する相図を示した。

図には、圧力による T_c , T_N , T_{sf} (スピンの揺らぎの特徴的の温度) の変化も記してある。

図(1-13)

(J.J.M. Franse et al.

磁気構造は中性子線回折により得られており。文献39より転載)



(a) The open and closed circles denote the positions of U atoms in two adjacent basal planes, respectively, of UPt₃ (Ref. 11). The planes are a distance $c/2$ apart. (b) The magnetic structure of U_{0.95}Th_{0.05}Pt₃ is determined in this work. Arrows denote the spin directions.

図(1-14)

(A.I. Goldman et al. 文献35より転載)

図(1-14)に描かれている。³⁵⁾ ((U,Th)Pt₃)

に対してたか $U(Pt, Pd)_3$ でも同じ構造

を持つ⁴⁰⁾ order L₁momentの

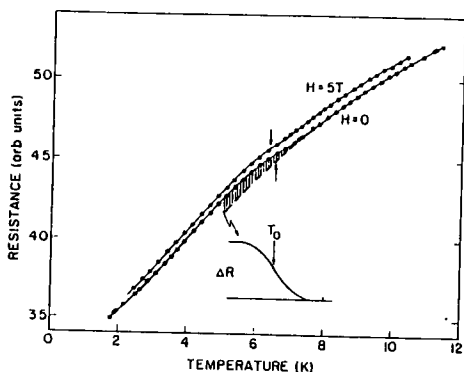
大きさは $0.65 \mu_B$ と見積られている。

この反強磁性は Fermi面の不安定

性によるもの(スピニ密度波)である証拠

は $T=T_N$ における抵抗の Carrier

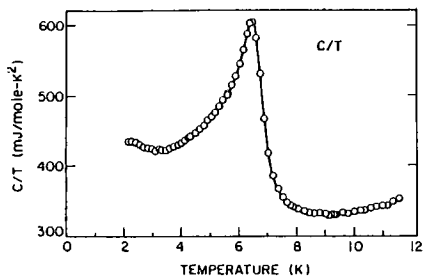
の減少による増加(図(1-15)),



The resistance of $U_{0.95}Th_{0.05}Pt$ as a function of temperature for 0 and 5 T, with the minima in dR/dT denoted by arrows. Inset: Growth of the hatched region for the zero-field curve, obtained by subtracting off the expected behavior for pure UPt_3 .

図(1-15)

(A.P Ramirez et al., 文献34より転載)



Comparison of the susceptibility, dR/dT , and C/T for the 5% Th-doped sample. Note that the peak in the specific heat, the local minimum in dR/dT , and the inflection point in the susceptibility all coincide, indicating an itinerant-electron antiferromagneticlike transition.

図(1-16)

(A.P Ramirez et al., 文献34より転載)

比熱の温度に対する指数関数依存性 (図(1-16)) である。

これからの Fermi 面の一部が gap された事が判る。転移前に

関与した Fermi 面は 約 10% と

見積られている。また比熱を

$$\delta C = A e^{-\delta/T}$$

$$\frac{\delta}{T_0} = 4.0 (> 1.73) \text{ となる。}$$

以上の様にこの系では超伝導と

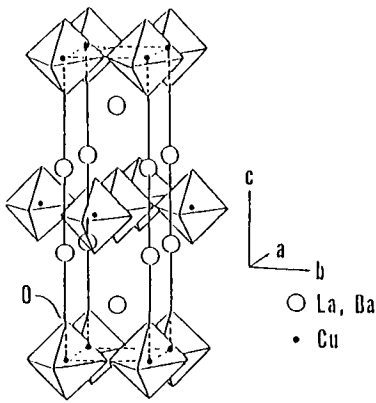
スピン密度波が互いに避け合っている

と結論される。

1-2 酸化物超伝導体

Bednorz & Müller⁴¹⁾ が $(La, Ba)_2CuO_4$ 系で超伝導を見つけてから
 莫大な数の論文が出版され $(La, M)_2CuO_4$ 系, $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ 系の
 実験を網羅した概観をするのは困難なので, こゝでは, 反強磁性
 と超伝導がどう関係しているかという点のみをまとめてみる。

$(La, M)_2CuO_{4-\delta}$; 結晶構造は層状ペロブスカイト構造⁴²⁾で $Cu-O$ の八面



K₂NiF₄-Type
 Crystal structure of layered type Perovskite oxide.

体が立心正方格子に並び, La (またはLaを置換した
 BaやSr)がその間に位置する。バンド計算⁴⁴⁾が成されており
 $Cu 4d-O 2p$ 間のbondの電子がFermi面付近の
 準位にあり, 2次元性の強い物質である事が判っている。

図(1-17)

(S. Tanaka 文献43から
 転載)

Baなどをdopeした $La_2CuO_{4-\delta}$ (δ は酸素欠陥

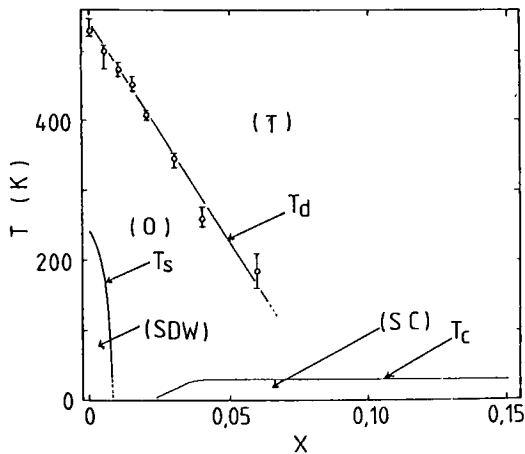
を表す。) は $T_N \sim 240K$ で反強磁性転移

⁴⁵⁾ する。Ba, Sr. をdopeしていくと転移温度は急激に

下がる, $(La_{1-x}Ba_x)_2CuO_{4-\delta}$ としたときの $x \sim 0.02$ から超伝導転移をし,

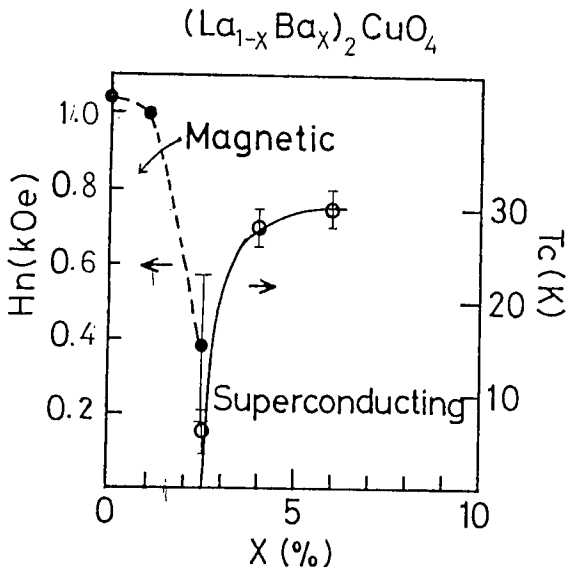
転移温度 T_c は $x \sim 0.075$ で最大値をとる。⁴⁶⁾ (図(1-18)) Ba, Sr の doping は

電子の filling を変える事を意味し, T_N の変化は2次元バンドで電子数を変えて



Phase diagram of $(La_{1-x}Ba_x)CuO_{4-x}$. The transition temperature T_d , T_s and T_c were determined by X-ray diffraction, magnetic susceptibility and electrical resistance measurements respectively.

図(1-18)
(T. Fujita et al
文献46より転載)



図(1-19)
(Y. Kitaoka et al
文献49より転載)

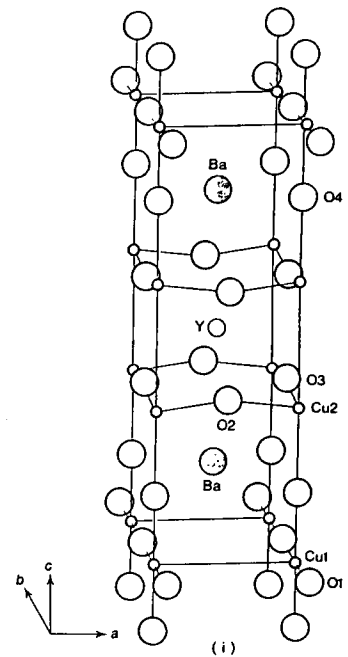
いく事⁴⁷⁾で説明されている。他にも La_2CuO_4 では 300K で 2次元的な反強磁性のゆらぎ⁴⁸⁾がある事か 中性子散乱の実験から報告されている。磁気相と超伝導相の境界は NAR⁴⁹⁾ により調べられた図(1-19)の様相図が得られている。図で磁気相については $T=1.3K$ で NAR が得られた内部磁場 (Cu の moment か 比例する) を描いてある。この様に反強磁性と超伝導が近接して、高い転移温度の要因にスピンの揺らぎ⁵⁰⁾が指摘されている

$YBa_2Cu_3O_{7-x}$: 超伝導転移温度が 90K を越えるこの物質の構造は 図(1-20)に

示してあるように、アロブスカイト構造 から Y と同じ ab 面内の酸素が抜け
図中の底面の Cu のまわりの酸素のうち b 軸方向のものが抜けている。^{51), 52)}

伝導電子は a 軸にのびた $Cu-O$ 鎖の電子と、酸素の抜けていない $Cu-O$ 平面

の電子からなっているが、超伝導に参与しているのは Cu-O 平面の電子である事が実験的に確かめられている。⁵⁴⁾ (La, Ba)₂CuO_{4-x} 系でも^{55)~57)} 同様であるがこの系でも酸素欠陥が重要である。酸素欠陥が少ないと Cu-O 鎖が残り a 軸と b 軸とが非対称となり、斜方晶となり、夕夕と。正方晶となる。高い転移温度を示すのは斜方晶である。

高温超伝導体 Ba_{1-x}Y_xCu₂O₇ の結晶構造

これらの系の帯磁率の温度変化は 低い転移温度を示す系は Curie-Weiss 則に従い (欠陥がさらに多いと反強磁性となる) 高い転移温度をもつ系はほとんど温度に依らずにほぼ一定に振舞う。このようにこの系では酸素欠陥により反強磁性と超伝導が切りかわり、超伝導を示す系でもスピンの揺らぎがある。このことを踏まえて、第4章では転移温度のスピンの揺らぎによる土着の可能性を議論する。

図(1-20)

(石川 文献53より転載)

また超伝導の種類についても、CuのNMRの緩和率 $1/T_1$ の温度変化

が BCS理論 ($e^{-4/T}$) に従わず、 T^5 というべき則に従い 等方的な

超伝導とは異なるものが実現している可能性が指摘されている⁵⁸⁾

第2章 スピン密度波状態からの超伝導転移

2-1 これまでの理論の概観

磁性と超伝導

磁性と超伝導との関係は古くは超伝導体中の磁性不純物の影響の研究があり⁵⁹⁾ 更に最近では希土類三元化合物や有機導体などで⁶⁰⁾の強磁性や反強磁性状態と超伝導との共存・競合の研究がある。磁性が局在momentからなる場合と itinerant 電子からなる場合と両者とも調べられている。これらの理論では超伝導はすべて等方的s-波の singlet-pairing 若しくは, He の超流動状態の様な, p-波 pairing に仮定されていた。

局在momentによる磁性状態を考える時は, 局在した f-電子と伝導電子間の s-f 交換相互作用が出发点となる。

$$H_{sf} = \frac{I}{2N} (g-1) \sum_{\substack{i, \mu, \nu \\ k, k'}} J_i \sigma_{\mu\nu} C_{k\mu}^+ C_{k\nu} e^{i(k-k')R_i} \quad (2-1)$$

ここで I は交換積分, g は Landé の g 因子, J_i は局在momentの角運動量演算子, $C_{k\mu}$ は波数を k スピンの向きが μ の伝導電子の消滅演算子。

磁性状態が既に生じている場合を考えるので, 磁性状態に対し

平均場近似を行う。強磁性, 反強磁性の各々の場合に対して。

$$H_{sf} = \begin{cases} \sum_{k\sigma} (\sigma h_0 c_{k\sigma}^\dagger c_{k+\sigma} + h.c.) & (\text{反強磁性}) \\ \sum_{k\sigma} (\sigma h_0 c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + h.c.) & (\text{強磁性}) \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\text{ここで} \quad \begin{cases} h_0 = \frac{J}{2N} (g_J - 1) \langle J_0 \rangle & (\text{反強磁性}) \\ h_0 = \frac{J}{2N} (g_J - 1) \langle J_0 \rangle & (\text{強磁性}) \end{cases}$$

と近似される。\$h_0\$ (\$h_0\$) は (反)強磁性の分子場⁶¹⁾で, \$Q\$ は反強磁性の

特性波数である。この平均場の下での超伝導⁶²⁾か, Chevrel化合物

(RE)Mo₆X₈ (X=S または Se) や rhodium boride (RE)Rh₄B₄ に

対して議論された。

遍歴電子磁性の場合には, 二次元性の強い (TMTSF)₂X (X=PF₆,

AsF₆, SbF₆, BF₄, NO₃ や ClO₄) を念頭においた K. Machida et al⁶²⁾ や

E.W. Fenton et al.⁶³⁾ の研究がある。更に最近では M.E. Palistrant and

I.V. Pédure⁶⁴⁾ と M. Gulácsi and Zs. Gulácsi⁶⁵⁾ の理論がある。

これらに加えて 遍歴電子反磁性 (スピン密度波) と超伝導とをともに平均

場近似で扱っている, C.A. Balseiro and L.M. Falicov⁶⁶⁾ と G. Bilbro

and W.L. McMillan⁶⁷⁾ の電荷密度波と超伝導との共存競合を調⁶⁸⁾を調

一つの model の発展となり、また他にも 2 つの結合した order parameter の系として Ginzburg-Landau 展開した free energy を用いて言明⁶¹⁾ されている。

Machida et al と Fenton et al は、単-band を考え、Fermi面を nesting した領域とそれ以外に分け、nest した Fermi面付近の電子は、スピン密度波 (SDW) と超伝導との 2 つを共に担い、もう一方の Fermi面付近の電子は超伝導のみに参与する という model に基づいている。

ここで超伝導は、やはり等方的 S-波 singlet Cooper pair から成ると仮定される。例えば Hamiltonian は次のように表わされる。⁶²⁾

$$H = H_0 + H_{sc} + H_{SDW}$$

$$H_0 = \sum_{\mathbf{k}} \epsilon_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma}$$

$$H_{sc} = -\Delta \sum_{\mathbf{k}} (c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow} + \text{h.c.})$$

$$H_{SDW} = -M \sum_{\mathbf{k} \in \text{領域1}} \sum_{\sigma} (\alpha c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}+\theta\sigma} + \text{h.c.}) \quad (2.3)$$

ここで $\Delta = \sum_{\mathbf{k}} \langle c_{\mathbf{k}\uparrow} c_{-\mathbf{k}\downarrow} \rangle$ は超伝導の order parameter,

$M = \sum_{\mathbf{k}} \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{\mathbf{k}+\theta\uparrow} - c_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{\mathbf{k}+\theta\downarrow} \rangle$ は SDW の order parameter, (θ は

nesting vector) $\sum_{\mathbf{k} \in \text{領域1}}$ は $\epsilon_{\mathbf{k}} = -\epsilon_{\mathbf{k}+\theta}$ をみたす波数領域について

のみの和を意味する。この model に基づいて例えば "nest している Fermi 面と全体の Fermi 面との比をパラメータにした相図などが求められた。

Palistrant and Péduce⁶⁴⁾ は擬次元系において同様な計算を行い Gulacsi's⁶⁵⁾ は 2-band model にたつて 電荷密度波と SDW, 超伝導の共存状態を調べ、 $T=0$ の各の秩序相の order parameter の大きさの比対温度の相図を得ている。

異方的超伝導

第1章で述べた様に重い電子系の超伝導状態では、物理量の温度に対する性質がみつかつたから order parameter に node を持つ異方的超伝導の可能性が調べられてきた。^{70), 71)} ^3He の超流動状態と同じ P-波 pairing や, d-波 pairing 更に異方的 S-波 pairing ($\Delta(k) = \Delta(\cos k_x + \cos k_y + \cos k_z)$) が候補となっている。また、結晶の対称性(主に点群)^{72), 73)} の下で可能な Cooper pair の分類が軌道-スピン結合の強い場合と⁷⁴⁾ ない場合とによって調べられている。

2-2 Model

この節ではこれから扱っていく model を定義する。⁷⁵⁾ 超伝導として
 等方的 S-波 やそれ以外の異方的 Cooper pair を考えたものの model も必然的に結晶構造からくる異方性を備えなければならぬ。
 最も簡単にその目的を満たすために 2次元正立方格子上の tight binding
 model をとる。その transfer integral は最近接のもの (t_0) と
 次近接サテライトのもの (t_1) をとり入れる。重い電子系に適用する時は、
 考えている温度が近藤温度 (T_K) より十分低く、いわゆる Coherent
 近藤状態になり、準粒子 (重い電子) を特徴的に狭い band
 中の tight binding model で記述したと考える。酸化物超伝導体
 では 2次元性が band 計算や伝導度や Hall 係数に表われていて、
 良い記述ができると考えられる。電子間の相互作用としては on-site Coulomb
 斥力と Cooper instability を引き起こす引力を考える。重い電子系では
 重い電子を成す f 電子間の元々の on-site Coulomb 斥力が重い電子
 間にも働くと考える。実際に、遍歴電子反強磁性を示す系はいくつかあり、
 この斥力が元となっていると思われる。酸化物超伝導体では Cu イオン上で

d -電子間に強い斥力が働いている事が理論的にも、実験的にも指摘されている。引力は両方の系に対して、その起原が"phonon"によるものなのか、spin fluctuationによるものなのか、charge fluctuationによるものなのか(議論があり)、第5章で"spin fluctuation"の場合について議論するが、ここではそれは問わない。異方的な Cooper pair を考えるために、引力は一般に異方的であるとする。異方的な引力というのは例えば、最近接 site 間で強く引力が生じる。

$$H_{int} = -\sum g(\mathbf{k}-\mathbf{k}') C_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger} C_{-\mathbf{k}\downarrow}^{\dagger} C_{-\mathbf{k}\downarrow} C_{\mathbf{k}\uparrow} \quad (2-4)$$

ここで $g(\mathbf{k}-\mathbf{k}') = g \{ \cos(k_x - k'_x) + \cos(k_y - k'_y) \}$ (site 間距離 = 1)

$g(\mathbf{k}-\mathbf{k}')$ は簡単に分離でき

$$g(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{g}{2} (\cos k_x + \cos k_y) (\cos k'_x + \cos k'_y) + \frac{g}{2} (\cos k_x - \cos k_y) (\cos k'_x - \cos k'_y) \\ + \frac{g}{2} (\sin k_x + \sin k_y) (\sin k'_x + \sin k'_y) + \frac{g}{2} (\sin k_x - \sin k_y) (\sin k'_x - \sin k'_y)$$

となり、 $\Delta(\mathbf{k}) = \cos k_x + \cos k_y, \cos k_x - \cos k_y, \sin k_x + \sin k_y, \sin k_x - \sin k_y$

という Cooper pair に対し引力が働く事が判る。以下の議論では分離できた引力の1つだけを考える。2種以上の Cooper pair の共存競合については問わない。(それ自身が1つの問題であって、今のSDW

との関わり合いの中でこの問題を複雑にしてしまふ本質を見失うからである。)

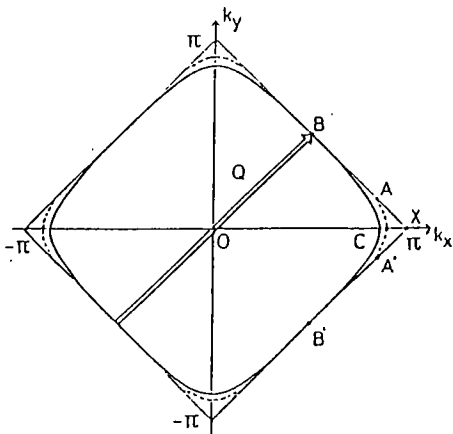
以上の議論からこれから考えていく model Hamiltonian は次の様になる。

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + H_U + H_g \\
 \left\{ \begin{aligned}
 H_0 &= \sum_{k\sigma} \epsilon_k C_{k\sigma}^\dagger C_{k\sigma} \\
 H_U &= U \sum_{k_1, k_2, k_3} C_{k_1 \uparrow}^\dagger C_{k_2 \downarrow}^\dagger C_{k_3 \downarrow} C_{k_1 + k_2 - k_3 \uparrow} \\
 H_g &= - \sum_{k, k'} g_{\sigma\sigma'\tau\tau'}(k, k') C_{k\sigma}^\dagger C_{-k\sigma'}^\dagger C_{-k'\tau} C_{k'\tau'}
 \end{aligned} \right. \quad (2-5)
 \end{aligned}$$

ここで $\epsilon_k = \gamma_k + \delta_k$, $\gamma_k = -t_0(\cos k_x + \cos k_y)$, $\delta_k = -t_1 \cos k_x \cos k_y$ (2-6)

$$g_{\sigma\sigma'\tau\tau'}(k, k') = g \tau(k) \tau(k') \omega_{\sigma\sigma'} \omega_{\tau\tau'} \quad (2-7)$$

(ω : spin matrix, $\tau(k)$: Cooper pair の波動関数)



図(2-1)に Fermi 面を明示した。

式(2-5)に平均場近似をとする。SDWとしてこれから longitudinal のみを考える。

図(2-1)から分かるように、Fermi 面は nesting

vector $\vec{Q} = (\pi, \pi)$ で nest している。重なり電子系

The Fermi surface (FS) in the normal phase (solid curve) and in the SDW phase (dashed curve; $M/I_1=0.80$, $t_0/I_1=10$). $\vec{Q}(\pi, \pi)$ is the nesting wave vector.

図(2-1)
(文献[15])

や 酸化物超伝導体で見つかっている SDW はすべて格子に整合して

るので、この nesting vector に止めておく。式 (2-5) で SDW に関する

相互作用は H_U の U と H_g の $-4g(k, k+Q)\omega_{\uparrow\downarrow}$ の 2 つがあるか。

それらをまとめて U と再定義すれば、SDW の order parameter は

$$M = \frac{U}{2} \sum_{\mathbf{k}} \langle C_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger C_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\uparrow} - C_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger C_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\downarrow} \rangle \quad (2-8)$$

超伝導に関する order parameter $\Delta(k)$ は

$$\begin{aligned} \Delta_{\sigma\sigma'}(k) &= g \sum_{\mathbf{k}'} \tau(k) \tau(k') \omega_{\sigma\sigma'} \omega_{\tau\tau'} \langle C_{\mathbf{k}'\tau}^\dagger C_{-\mathbf{k}\tau'} \rangle \\ &= \Delta \tau(k) \omega_{\sigma\sigma'} \end{aligned}$$

で定義する。 $\sum_{\mathbf{k}}$ は 2次元の第 1 Brillouin zone にわたる和。ここで ω は Pauli matrix

$$\text{singlet} \quad \omega = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{triplet} \quad \omega = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \quad (2-9)$$

である。以上の平均場近似を施した Hamiltonian は

$$H = H_0 + H_{sc} + H_{SDW}$$

$$H_{sc} = - \sum_{\mathbf{k}, \sigma\sigma'} \Delta_{\sigma\sigma'}(k) (C_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger C_{\mathbf{k}\sigma'} + \text{h.c.}) \quad (2-10)$$

$$H_{SDW} = - \sum_{\mathbf{k}} M (C_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\uparrow}^\dagger C_{\mathbf{k}\uparrow} - C_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\downarrow}^\dagger C_{\mathbf{k}\downarrow})$$

となり, 以下この Hamiltonian を考察する

2.3 Cooper pair の対称性

2-2で議論したように、以下では Cooper pair は1種類に仮定し、

超伝導相互の共存競合は問わない。その仮定される order parameter

の対称性について、この節で考える。2次元正方格子上で nesting vector

$\vec{\pi}=(\pi,\pi)$ の SDW が生じている時の超伝導の Cooper pair の分類は

M. Ozaki によって成されてくる。それが表(2-1), (2-2)である。

Representation ^a	Basis ^b	Symmetry
$A_{1g} \times \tilde{\lambda}^0$	τ_0	(E, E)
$A_{1g} \times \tilde{\lambda}^0$	$(\cos k_x + \cos k_y)\tau_0$	(E, O)
$A_{1g} \times \tilde{\lambda}^0$	$\cos k_x \cos k_y \tau_0$	(E, E)
$B_{1g} \times \tilde{\lambda}^0$	$(\cos k_x - \cos k_y)\tau_0$	(E, O)
$B_{1g} \times \tilde{\lambda}^0$	$\sin k_x \sin k_y \tau_0$	(E, E)

表(2-1)は singlet pairing に対して 2次元

正方格子上に SDW があつた時の対称操作群の

^aThe notation is found in Ref. 45, e.g., $\tilde{\lambda}^0(\tilde{\lambda}^1)$ is the identity (two-dimensional) representation of $A(e_i)$.
^b $\tau_j = i\sigma_j$ (σ_j : Pauli matrix).

既約表現とその基底 (Cooper pair の

表(2-1) singlet pairing.

波動関数)が^m記してある。

Representation ^a	Basis ^b	Symmetry	
		$e_1 = \sin k_x$ $e_2 = \sin k_y$	$e_1 = \sin k_x \cos k_x$ $e_2 = \sin k_y \cos k_y$
$E_u \times \tilde{\lambda}^0$	$e_1 \tau_x$	(O , O)	(O , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^0$	$(e_1 + e_2)\tau_x$	(O , O)	(O , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^0$	$(e_1 + ie_2)\tau_x$	(O , O)	(O , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^1$	$e_1 \tau_x$	(O ₁ , O)	(O ₁ , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^1$	$i(e_1 + e_2)\tau_y$	(O ₁ , O)	(O ₁ , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^1$	$i(e_1 + ie_2)\tau_y$	(O ₁ , O)	(O ₁ , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^1$	$e_1(\tau_x + i\tau_y)$	(O ₁ , O)	(O ₁ , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^1$	$(e_1 + e_2)(\tau_x + i\tau_y)$	(O ₁ , O)	(O ₁ , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^1$	$(e_1 + ie_2)(\tau_x + i\tau_y)$	(O ₁ , O)	(O ₁ , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^1$	$e_1 \tau_x + e_2 \tau_y$	(O ₁ , O)	(O ₁ , E)
$E_u \times \tilde{\lambda}^1$	$e_1 \tau_x + e_2 \tau_y$	(O ₁ , O)	(O ₁ , E)

^aThe notation is found in Ref. 45.

^b $\tau_j = i\sigma_j$.

表(2-2) triplet pairing (文献75)

表(2-2)は triplet pairing に対するものである。

この表の中の pairing は SDW との共存競合に関し、2つのタイプに分かれる事が以下で説明される。その時大事な対称性が2種類

ある。1つは空間反転対称性 (パリティ) $\Delta(-k) = \pm \Delta(k)$ と SDW の

nesting vector $\theta = (\pi, \pi)$ ための波数空間での並進対称性

$\Delta(k+\theta) = \pm \Delta(k)$ である。その2つが偶か奇かを表に書いてある。

(例えば $(E, 0)$ は パリティが偶で、 θ の並進に関し奇であることを表わす。)

その2つのタイプの違いは (2-10) の Hamiltonian を対角化する事によ

りて理解されるので、pair の対称性の各々の場合に以下で対角化する。

Green 関数を以下のように定義する。

$$\langle C_k; C_k^\dagger \rangle_\tau = -\text{Tr} T_\tau (e^{-\beta H} C_k(\tau) C_k^\dagger(0)) \quad (2-11)$$

ここで T_τ は虚時間順序積を意味し、 $\beta = \frac{1}{T}$, $C_k(\tau)$ は Heisenberg

表示の演算子。他の Green 関数も同様にして定義する。

まず singlet pair について考える。normal Green 関数の運動方程式から

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \langle C_{k\uparrow}; C_{k\downarrow}^\dagger \rangle = -\text{Tr} (T_\tau e^{-\beta H} \frac{\partial C_k}{\partial \tau} C_k^\dagger(0)) + \delta(\tau)$$

$$= -\text{Tr} (T_\tau e^{-\beta H} [H, C_k] C_k^\dagger(0)) + \delta(\tau)$$

$$\begin{aligned}
&= -E_k \langle\langle C_{k\uparrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\tau + M \langle\langle C_{k-\theta\downarrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\tau \\
&\quad + \Delta u(k) \langle\langle C_{k\downarrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\tau - \delta(\tau) \quad (2-12)
\end{aligned}$$

虚数時間により Fourier 変換して

$$\langle\langle C_{k\uparrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\tau = \frac{1}{2} \int_{-\beta}^{\beta} d\tau e^{-i\omega_n \tau} \langle\langle C_{k\uparrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\omega$$

$$\begin{aligned}
-i\omega_n \langle\langle C_{k\uparrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\omega &= -E_k \langle\langle C_{k\uparrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\omega + M \langle\langle C_{k-\theta\downarrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\omega \\
&\quad + \Delta u(k) \langle\langle C_{k\downarrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\omega - 1
\end{aligned}$$

$$\text{ここで } i\omega_n = i2\pi T(n + \frac{1}{2})$$

同様にして $\langle\langle C_{k\uparrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle_\omega$ と couple する他の Green 関数の運動方程式もたてられ、次のようにまとまる。

$$\begin{pmatrix} i\omega_n - E_k & M & \Delta u(k) & 0 \\ M & i\omega_n - E_{k-\theta} & 0 & \Delta u(k-\theta) \\ \Delta u(k) & 0 & i\omega_n - E_k & M \\ 0 & \Delta u(k-\theta) & M & i\omega_n - E_{k+\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle\langle C_{k\uparrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{k-\theta\downarrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{k\downarrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{k+\theta\downarrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-13)$$

triplet の場合には、3種類の pairing があ) $C_{k\uparrow}^\dagger C_{k\downarrow}$ という τ_z

pairing に対しては、 $\langle\langle C_{k\uparrow} : C_{k\uparrow}^\dagger \rangle\rangle$ の満足する方程式は (2-13) に等しい。

但し $\Delta u(k)$ の k 依存性は異なる。また $C_{k\uparrow}^\dagger C_{k\uparrow} + C_{k\downarrow} C_{k\downarrow}^\dagger$, τ_y pairing に対して

$\langle\langle C_{k\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle$ の満たす方程式は

$$\begin{pmatrix} i\omega_n - \epsilon_k & M & \Delta(k) & 0 \\ M & i\omega_n - \epsilon_{k-\theta} & 0 & \Delta(k-\theta) \\ \Delta(k) & 0 & i\omega_n + \epsilon_k & -M \\ 0 & \Delta(k-\theta) & -M & i\omega_n + \epsilon_{k+\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle\langle C_{k\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{k-\theta\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{k\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{k+\theta\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2-14)$$

となる。 τ_x -pairing, $C_{k\uparrow}^+ C_{k\uparrow} - C_{k\downarrow}^+ C_{k\downarrow}$ に対して (2-14) が成立つ。

(τ_z -pairing は Cooper pair の全スピンの量子化されている軸が z である。

pairing を意味する。)

したがって $\Delta(k-\theta)$ と $\Delta(k)$ との関係が相互に等しいならば、

singlet pairing と triplet τ_z -pairing が SDW との共存で同じような

振舞いをする、triplet τ_x, τ_y -pairing が同じように振舞う。(Cooper

pair のスピンの向きが、SDW の偏極している軸に成分をもつことで分類される。)

(2-13) を解いて $\Delta(k-\theta) = \pm \Delta(k)$ を用いると、

$$\langle\langle C_{k\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle = \frac{-1}{D_{\pm}} \left\{ (i\omega_n + \epsilon_k)(\omega_n^2 + \epsilon_{k-\theta}^2 + \Delta^2(k)) + M^2(i\omega_n - \epsilon_{k-\theta}) \right\}$$

$$\langle\langle C_{k-\theta\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle = \frac{-M}{D_{\pm}} \left\{ (i\omega_n + \epsilon_k)(i\omega_n + \epsilon_{k-\theta}) \pm \Delta^2(k) - M^2 \right\}$$

$$\langle\langle C_{k\downarrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle = \frac{\Delta(k)}{D_{\pm}} \left\{ (\omega_n^2 + \epsilon_{k-\theta}^2) + \Delta^2(k) \mp M^2 \right\}$$

$$D_{1\pm} = (\omega_n^2 + \epsilon_k^2)(\omega_n^2 + \epsilon_{k-\theta}^2) + \Delta^2(k) (2\omega_n^2 + \epsilon_k^2 + \epsilon_{k-\theta}^2) \\ + 2M^2(\omega_n^2 - \epsilon_k \epsilon_{k-\theta}) + \{M^2 \mp \Delta^2(k)\}^2 \quad (2-15)$$

また (2-14) を $\Delta(k-\theta) = \pm \Delta(k)$ を用いて解くのは

$$\langle\langle C_{k\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle = \frac{-1}{D_{2\pm}} \{ (i\omega_n + \epsilon_{k\uparrow})(\omega_n^2 + \epsilon_{k-\theta}^2 + \Delta^2(k)) + M^2(i\omega_n - \epsilon_{k-\theta}) \}$$

$$\langle\langle C_{k-\theta\uparrow}; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle = \frac{-M}{D_{2\pm}} \{ (i\omega_n + \epsilon_{k\uparrow})(i\omega_n + \epsilon_{k-\theta}) \mp \Delta^2(k) - M^2 \}$$

$$\langle\langle C_{k\uparrow}^+; C_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle = \frac{\Delta(k)}{D_{2\pm}} \{ \omega_n^2 + \epsilon_{k-\theta}^2 + \Delta^2(k) \pm M^2 \}$$

$$D_{2\pm} = (\omega_n^2 + \epsilon_k^2)(\omega_n^2 + \epsilon_{k-\theta}^2) + \Delta^2(k) (2\omega_n^2 + \epsilon_k^2 + \epsilon_{k-\theta}^2) \\ + 2M^2(\omega_n^2 - \epsilon_k \epsilon_{k-\theta}) + \{M^2 \pm \Delta^2(k)\}^2 \quad (2-16)$$

明らかに (2-15) で $\Delta(k) = \Delta(k-\theta)$ と (2-16) で $\Delta(k) = \Delta(k-\theta)$

で対応する Green 関数は一致する。逆も成立つ。以上から

SDW との共存において超伝導の Cooper pair は次の2つの型に分けられる。

$$\text{I) } (E, 0), (0_{\parallel}, 0), (0_{\perp}, E)$$

$$\text{II) } (E, E), (0_{\parallel}, E), (0_{\perp}, 0)$$

ここで (x, y) は x が空間反転対称性, y が波数空間で nesting

vector に対する並進に対する対称性を表わし, E は even 0 は

oddを意味する。//, ⊥は triplet pairingの場合にその pair のスピンの量子化軸が SDW の磁気モーメントの偏極の方向に対し平行か垂直かを表わす。(この章以下では常に磁気モーメントが偏極している方向を z 軸にとる。)

以前から調べられてきた等方的 S-波は (E, E) でタイプ II) に属する。また電荷密度波と等方的 S-波との関係はタイプ I) に属している。

以下 2つのタイプごとに SDW と超伝導との共存関係を調べていくが、この章では SDW 転移温度 (T_N) が超伝導転移温度 (T_C) より高い場合を考えていく ($T_N > T_C$)

2-4 共存型の Cooper pair

この節では 2-3 で述べた 2つの Cooper pair のタイプのうち I) について議論する。このタイプは SDW と共存的である。共存的である事の意味は後に明らかになる。

2-3 で求めた Green 関数から self-consistent 方程式

$$\Delta(k) = \sum_{k'} g(k, k') \langle C_{k\uparrow}^\dagger C_{-k\downarrow} \rangle$$

$$\text{または } \sum_{k'} g(k, k') \langle C_{k\uparrow}^\dagger C_{-k\uparrow} \rangle$$

$$M = \sum_{k'} \frac{U}{2} \langle C_{k+\theta\uparrow}^\dagger C_{k\uparrow} - C_{k+\theta\downarrow}^\dagger C_{k\downarrow} \rangle \quad (2-16)$$

を求めると

$$\frac{1}{g} = T \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{\mathcal{L}^2(k)}{D(k, \omega_n)} \{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2 + \Delta^2 \mathcal{L}^2(k) \}$$

$$\frac{1}{U} = T \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{1}{D(k, \omega_n)} \{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 - \delta_k^2 + M^2 + \Delta^2 \mathcal{L}^2(k) \}$$

$$D(k, \omega_n) = \{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2 + \Delta^2 \mathcal{L}^2(k) \}^2 - 4 \delta_k^2 (\gamma_k^2 + M^2) \quad (2-17)$$

を得る。 E_C, E_B はそれぞれ超伝導の引力と SDW の斥力の Cutoff

energy である。(Δ, M は E_C, E_B より小さい energy で有限一定値をとる)

与えられた温度 T で 2つの order parameter がこの 2式の解として求まる。

SDW が存在する下での超伝導との共存相の転移温度 T_c を決定する

方程式は (2-4-2) で $\Delta \rightarrow 0, T \rightarrow T_c$ として得られる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{g} &= T_c \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{\tau^2(k)}{D(k, \omega_n)} (\omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2) \\ \frac{1}{U} &= T_c \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{1}{D(k, \omega_n)} (\omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2) \end{aligned} \right.$$

$$D(k, \omega_n) = (\omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2)^2 - 4\delta_k^2(\gamma_k^2 + M^2) \quad (2-18)$$

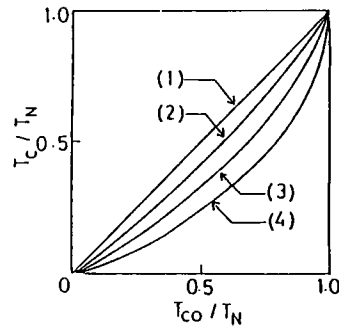
この2方程式を T_c と M について解けば良い。

Symmetry	k dependence	T_c^*	Nodes ^b
(O ₁ , E)	$\sin(k_x + k_y)$	(1)	A, B, B'
(E, O)	$(\cos k_x - \cos k_y)/2$	(1)	B, B'
(E, O)	$(\cos k_x + \cos k_y)/2$	(1)	A, A', B, B'
(E, E)	1	(2)	none
(O ₁ , O)	$(\sin k_x + \sin k_y)/2$	(3)	B', A'
(E, E)	$\sin k_x \sin k_y$	(4)	C

*The numbers correspond to those in Fig. (2.2)

^bThe letters correspond to those in Fig. (2.1)

表(2-3) (文献75)



Variations of the SC transition temperature T_c , normalized by T_N as a function of T_{c0}/T_N for various pairing states: (1) $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2$, $\tau(k) = \sin(k_x + k_y)$, and $\tau(k) = (\cos k_x + \cos k_y)/2$, (2) $\tau(k) = 1$, (3) $\tau(k) = (\sin k_x + \sin k_y)/2$, (4) $\tau(k) = \sin k_x \sin k_y$. (For detailed characterization of each pairing state, see Table(2-3))

表(2-3)にある異相的S-波

$\tau(k) = (\cos k_x + \cos k_y)/2$ (1),

図(2-2) (文献75)

d -波 $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2$ (1), f -波 $\tau(k) = \sin(k_x + k_y)$ (1) について

数値計算で解いた結果が 図(2-2) に描かれている。ここで T_{c0} は SDW が

ない時の超伝導転移温度で その関数として T_c を描いた。 (1) は ほとんど

$T_c = T_{c0}$ の直線に等しく (1) の中の相互の関係は

$T_c[\tau(k_x) = \sin(k_x t + k_y t_0)] > T_c[\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2]$

$> T_{c0} > T_c[\tau(k) = (\cos k_x + \cos k_y)/2]$ (2-19)

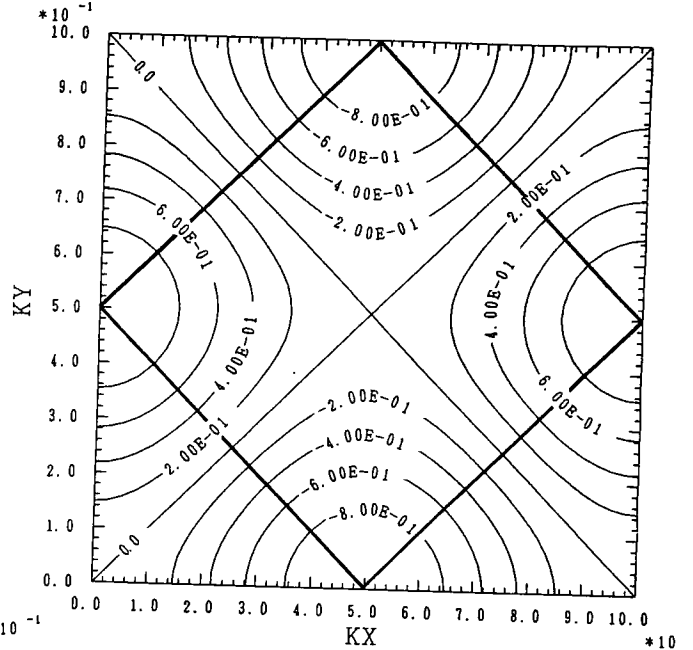
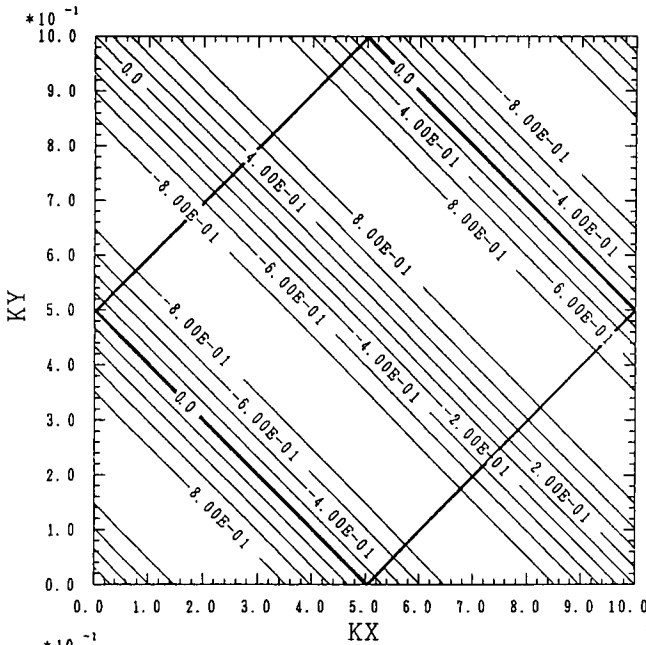
となり、その差は、図示で示す(1)と(2)の小さい。(parameterは

$t_0/2\pi T_N = 100, t_1/2\pi T_N = 10, E_c/2\pi T_N = 30, E_B/2\pi T_N = 50$ と T_{c0} .)

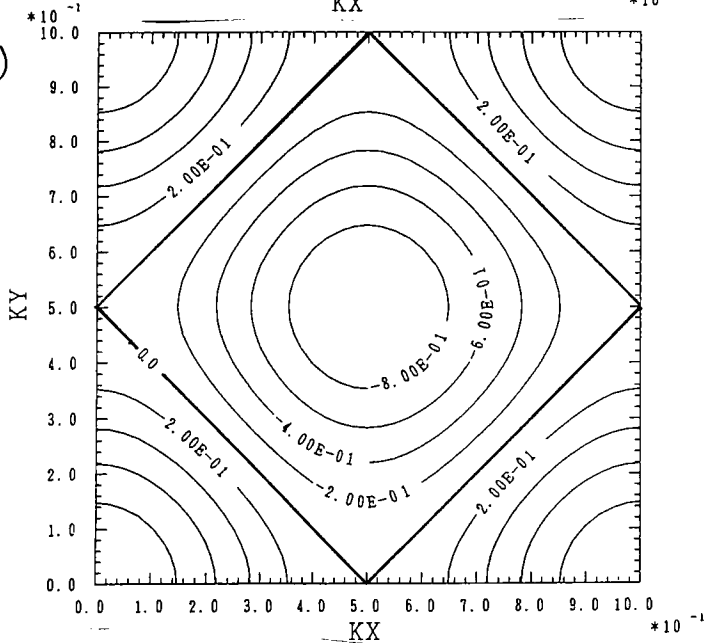
上の3つのpairの存在性が図(2-3)に図示してある。SDWがある

(a)

(b)



(c)



図(2-3) order parameter の存在性

(a) $\tau = \sin(k_x t + k_y t_0)$ (b) $\tau = (\cos k_x - \cos k_y)/2$ (c) $\tau = (\cos k_x + \cos k_y)/2$
 $t_1 = 0$ 位の時の Fermi 面が太線で示してある。

時には図(2-1)の点線で示してある

ように、SDWのenergy gapのため

残った Fermi 面は非常に異方的と

なっている。式(2-18)から判るよう

T_c の値は その異なる Fermi面について $\epsilon^2(k)$ の重みをかけた状態密度
 で決定される。したがって $\epsilon^2(k)$ の k 依存性, 特に k の node の位置
 が大事である。node が Fermi面と一致すれば T_c は低く, node
 が SDWの energy gapのあり位置にくわいば T_c はあまり低くならない。

具体的にその様子を上記の3つの pairing に対して考えてみる。node
 の位置は表(2-3)に記載してある。(2), (3), (4)は 2-57"指すタイプII)の
 pairing) $\epsilon(k) = (\cos k_x + \cos k_y)/2$ の T_c が最も低いのは nodeが
 Fermi面上にある事による。 f -波 $\epsilon(k) = \sin(k_x + k_y)$, d -波 $\epsilon(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2$
 に対しては f -波は Fermi面上の A' に nodeをもつか A, X 上で大きさが最大で
 d -波は $\widehat{AA'}$ 上に nodeはないが, AA' での大きさは最大の X 点より減少
 し A, A' が B, B' に一致すると 0になる。後述する様に A, A' では SDWに
 よって状態密度が増加しているため, (第4章参照)この点で order
 parameter の大きな方が T_c が高くなるので (2-19)の関係が
 理解される。Fermi面の領域が SDWの energy gap によって短く
 なるたにもかかわらず, T_c が T_{c0} とほとんど等しいのは A, A' のまわり
 における状態密度の増加のためで, この効果は第4章で詳しく議論される。

次に共存相1の2次転移, 以外の他の相 (SDW相, 超伝導相)

間の1次転移の可能性を調べる。まず, 2つの order parameter M, Δ

の関数として free energy を求める。Feynman の定理を使って

相互作用 g, U の関数として free energy は

$$F(g, U) - F(g=0, U=0) = \int_0^g \frac{\partial F(g', U)}{\partial g'} dg' + \int_0^U \frac{\partial F(g=0, U')}{\partial U'} dU' \quad (2-20)$$

となる。ここで

$$\frac{\partial F(g, U)}{\partial g} = \frac{1}{g} \langle \mathcal{H}_{SC} \rangle = - \frac{\Delta^2}{g^2}$$

$$\frac{\partial F(g, U)}{\partial U} = \frac{1}{U} \langle \mathcal{H}_{SDW} \rangle = - \frac{M^2}{U^2} \quad (2-21)$$

であるから ($\langle \dots \rangle$ は熱統計平均), 変数を (g, U) から (Δ, M) に変換すると

$$\delta F(\Delta, M) = F(\Delta, M) - F(0, 0)$$

$$= \int_0^{\Delta'} \left(- \frac{\Delta'^2}{g'^2} \right) \frac{\partial g'}{\partial \Delta'} d\Delta' + \int_0^M \left(- \frac{M'^2}{U'^2} \right) \left(\frac{\partial U'}{\partial M'} \right)_{\Delta=0} dM'$$

$$= - \int_0^{\Delta'} \Delta'^2 \frac{\partial}{\partial \Delta'} \left(\frac{1}{g'} \right) d\Delta' - \int_0^M M'^2 \frac{\partial}{\partial M'} \left(\frac{1}{U'} \right)_{\Delta=0} dM'$$

$$= \frac{\Delta^2}{g} - \int_0^{\Delta'} \frac{\Delta'}{g'} d\Delta' + \frac{M^2}{U} - \int_0^M \left(\frac{M'}{U'} \right)_{\Delta=0} dM' \quad (2-22)$$

となる。($()_{g=0}$, $()_{\Delta=0}$ は超伝導がない場合を表わす。) 2つの積分の

被積分関数で $\frac{1}{g}$, $(\frac{1}{U})_{\Delta=0}$ にそれぞれ self-consistent 方程式を適用すれば、

$$\begin{aligned} \delta F(\Delta, M) &= \frac{\Delta^2}{g} + \frac{M^2}{U} - \int_0^\Delta d\Delta' T \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{E_c}{D(k, \omega_n)} \frac{\Delta' \tau^2(k)}{D(k, \omega_n)} \{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2 + \Delta'^2 \tau^2(k) \} \\ &\quad - \int_0^M dM' T \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{E_B}{D(k, \omega_n)} \frac{M'}{D(k, \omega_n)} \Big|_{\Delta=0} \{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M'^2 \} \\ &= \frac{\Delta^2}{g} + \frac{M^2}{U} - T \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{1}{2} \ln \frac{D(\Delta^2, M^2)}{D(\Delta^2=0, M^2=0)} \end{aligned}$$

$$D(k, \omega_n) = D(\Delta^2, M^2) = \{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + \Delta^2 \tau^2(k) + M^2 \}^2 - 4\delta_k^2 (\gamma_k^2 + M^2) \quad (2-23)$$

(2-23) の正当性を確かめるために free energy が M, Δ に関して

極値をとる条件を求めると (2-17) の self-consistent 方程式と一致する。

$$\frac{\partial \delta F(\Delta, M)}{\partial (M^2)} = \frac{1}{U} - T \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{\omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + \Delta^2 \tau^2(k) + M^2}{D(\Delta^2, M^2)} = 0$$

$$\frac{\partial \delta F(\Delta, M)}{\partial (\Delta^2)} = \frac{1}{g} - T \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{\tau^2(k) \{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + \Delta^2 \tau^2(k) + M^2 \}}{D(\Delta^2, M^2)} = 0$$

((2-20) で $\{g=0, U=0\} \rightarrow \{g=0, U\} \rightarrow \{g, U\}$ という経路をとったが

もちろん $\{g=0, U=0\} \rightarrow \{g, U=0\} \rightarrow \{g, U\}$ でも結果は一致する。)

この free energy を用いて T vs. T_{c0} の相図を数値計算で求めた。

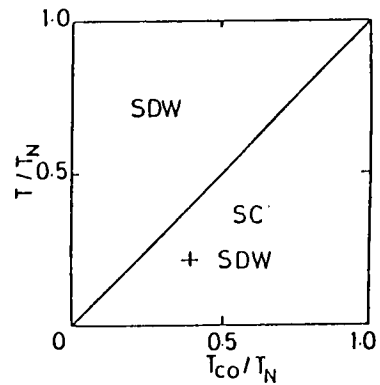
与えられた T_{c0} に対し 各々の温度 T で SDW 相の相, 超伝導相の相,

共存相の3つの相に対し (2-17) を解き、(解が存在する温度領域で)

得られた M, Δ に対して free energy を比較し、最低の energy をもつ安定な相を見つめるという手法をとった。 $t_0/2\pi T_N = 100$

$t_1/2\pi T_N = 10, E_c/2\pi T_N = 30, E_B/2\pi T_N = 50$

のときの $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2 = \bar{\tau}$ である



The phase diagram for $(E, 0)$ state with $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2$. The SDW phase always goes into the coexistence phase via a second order transition irrespective of the value of T_{c0}/T_N .

結果が 図(2-4) に描かれている。注意 図(2-4) (文献 75)

する1つは、① $T=0$ の基底状態は共存相であり ② 常に2次転移をして

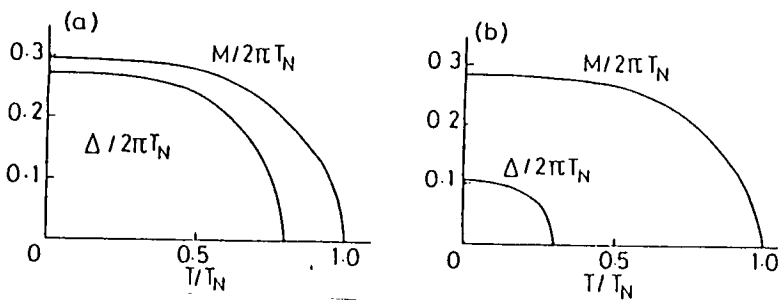
共存相にはいり、③ 他の相への1次転移はなく ④ 超伝導相の相は必ず

T である。(2-5参照) d -波 $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2, (E, 0)$ についての結果を

示したが、他のこのタイプ I) $(E, 0), (0, E), (0, 0)$ に属する pairing も

SDW相から共存相への2次転移以外に相転移はない。これが

タイプ I) を共存的と呼ぶ意味である。共存の様子を見るために Δ と M の



Temperature dependence of the SC ($\Delta/2\pi T_N$) and the SDW ($M/2\pi T_N$) order parameters for $(E, 0)$ state with $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2$. (a): $T_{c0}/T_N = 0.80, T_c/T_N = 0.801$. (b): $T_{c0}/T_N = 0.30, T_c/T_N = 0.302$.

図(2-5) (文献 75)

温度変化を 図(2-5) に示した。

(a) は $T_{c0}/T_N = 0.800, T_c/T_N = 0.801$

(b) は $T_{c0}/T_N = 0.300, T_c/T_N = 0.302$

の時のものである。2-5 節 T

タイプ II) と比較するが、共存相の転移した後でも M が超伝導により妨げられなことが特徴的である。d-波の場合 M が±増加させる。これは状態密度が増加するためである。(第3章と比較すること。)

次に共存相の二次転移点、付近での物理量を (2-23) の free energy を用いて求めよう。(2-23) を T_c の近くで Δ^2 について GL 展開すれば

$$\delta F(\Delta, M) = \delta F(M, 0) + a(T; M) \Delta^2 + \frac{1}{2} b(T; M) \Delta^4$$

$$a(T; M) = \frac{1}{g} - T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2} \frac{1}{D(0, M^2)} \frac{\partial}{\partial x} D(x, M^2) \Big|_{x=0}$$

$$b(T; M) = -\frac{1}{2} T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{D^2(0, M^2)} \left\{ \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \cdot D(0, M^2) - \left(\frac{\partial D}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)^2 \right\} \quad (2-24)$$

$$\Delta \text{ は } \frac{\partial \delta F(\Delta, M)}{\partial (\Delta^2)} = 0 \text{ より}$$

$$\Delta^2 = \frac{1}{b(T_c; M_c)} \left\{ -T_c \frac{\partial a(T; M)}{\partial T} \Big|_{T=T_c} - T_c \frac{\partial a(T_c, M_c)}{\partial M_c} \left(\frac{dM}{dT} \right)_{T=T_c} \right\} \frac{T - T_c}{T_c} \quad (2-25)$$

よって

$$\delta F(T) \approx -\frac{1}{2} \frac{1}{b(T_c; M_c)} \left\{ T_c \frac{\partial a(T; M)}{\partial T} \Big|_{T=T_c} + T_c \frac{\partial a(T_c, M_c)}{\partial M_c} \left(\frac{dM}{dT} \right)_{T=T_c} \right\}^2 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^2 \quad (2-26)$$

を得る。これから共存相の entropy は

$$S_{\text{coex}}(T) = -\frac{\partial \delta F}{\partial T} = + S_{\text{SDW}}$$

$$= \frac{1}{T_c b(T_c; M_c)} \left\{ T_c \frac{\partial a(T; M)}{\partial T} \Big|_{T=T_c} + T_c \frac{\partial a(T_c, M_c)}{\partial M_c} \left(\frac{dM}{dT} \right)_{T=T_c} \right\}^2 \frac{T - T_c}{T_c} \quad (2-27)$$

と求まる。 $T=T_c$ における比熱のとり方は

$$\begin{aligned} \Delta C(T_c) &= T_c \frac{\partial S_{\text{coex}}(T)}{\partial T} \\ &= \frac{1}{T_c b(T_c; M_c)} \left\{ T_c \left. \frac{\partial a(T; M)}{\partial T} \right|_{T=T_c} + T_c \frac{\partial a(T_c; M_c)}{\partial M_c} \left(\frac{dM}{dT} \right)_{T=T_c} \right\}^2 \quad (2-28) \end{aligned}$$

となる。更に臨界磁場は

$$H_c(T) = \sqrt{\frac{4\pi}{b(T_c; M_c)}} \left| T_c \left(\frac{\partial a(T; M)}{\partial T} \right)_{T=T_c} + T_c \frac{\partial a(T_c; M_c)}{\partial M_c} \left(\frac{dM}{dT} \right)_{T=T_c} \right| \frac{T-T_c}{T_c} \quad (2-29)$$

を得る。 $T_c, T_{c0} \ll T_N$ で $\left(\frac{dM}{dT} \right)_{T=T_c} \ll \frac{M(T_c)}{T_c}$ となる。 M が十分

飽和している時には

$$\Delta C(T_c) = \frac{T_c}{b(T_c; M_c)} \left(\frac{\partial a(T; M)}{\partial T} \right)_{T=T_c}^2 \quad (2-30)$$

となる。以上の式において

$$\begin{aligned} T_c \left(\frac{\partial a(T; M)}{\partial T} \right)_{T=T_c} &= T_c \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{\tau^2(k)}{D(0, M_c^2)} \left[-(\gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2)(\omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2)^2 \right. \\ &\quad \left. + 4\delta_k^2(\gamma_k^2 + M^2)(2\omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2) \right] \quad (2-31) \end{aligned}$$

$$T_c b(T_c; M_c) = T_c^2 \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{\tau^4(k)}{D^2(0, M_c^2)} \left\{ (\omega_n^2 + \gamma_k^2 + \delta_k^2 + M^2)^3 + 4\delta_k^2(\gamma_k^2 + M^2) \right\} \quad (2-32)$$

である。比熱のとり方を数値計算で求めると、 T_c にほとんど依存せず

$$\frac{\Delta C_d(M_c; T_c)}{\Delta C_{is}(M_c=0; T_c)} \approx 0.6 \qquad \frac{\Delta C_d(M_c; T_c)}{\Delta C_d(M_c=0; T_c)} \approx 1.0 \qquad (2-33)$$

となった。ここで $\Delta C_d(M_c; T_c)$ は d -波超伝導の T_c において SDW の order parameter が M_c の時の比熱のとりびを表わし、 $\Delta C_{is}(M_c; T_c)$ は同じ時の等方的超伝導の比熱のとりびを表わす。(異方的超伝導は node に自由電子が残るため等方的超伝導に比べ比熱は小さい。)

2-5 競合型の Cooper pair

この節では、2-3 で分類したタイプ II) $(E, E), (0, E), (0, 0)$ について調べる。競合型という名は後にその意味が明らかになる。

超伝導, と SDW とに対応する self-consistent 方程式は 2-4 と同様にして求まり)

$$\frac{1}{g} = T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{C^2(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k}, \omega_n)} \{ \omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 + \delta_{\mathbf{k}}^2 - M^2 + \Delta^2 C^2(\mathbf{k}) \}$$

$$\frac{1}{U} = T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{D(\mathbf{k}, \omega_n)} \{ \omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 - \delta_{\mathbf{k}}^2 + M^2 - \Delta^2 C^2(\mathbf{k}) \}$$

$$D(\mathbf{k}, \omega_n) = \{ \omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 + \delta_{\mathbf{k}}^2 + M^2 + \Delta^2 C^2(\mathbf{k}) \}^2 - 4\delta_{\mathbf{k}}^2(\gamma_{\mathbf{k}}^2 + M^2) - 4M^2\Delta^2 C^2(\mathbf{k}) \quad (2-34)$$

となる。 T_c を決定する方程式は $\Delta \rightarrow 0, T \rightarrow T_c$ として

$$\frac{1}{g} = T_c \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{C^2(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k}, \omega_n)} (\omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 + \delta_{\mathbf{k}}^2 - M^2)$$

$$\frac{1}{U} = T_c \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{D(\mathbf{k}, \omega_n)} (\omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 - \delta_{\mathbf{k}}^2 + M^2)$$

$$D(\mathbf{k}, \omega_n) = (\omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 + \delta_{\mathbf{k}}^2 + M^2)^2 - 4\delta_{\mathbf{k}}^2(\gamma_{\mathbf{k}}^2 + M^2) \quad (2-35)$$

を得る。注意すべき点は、(2-18) に比べ、超伝導の self-consistent

方程式の M^2 の符号のちが異なる事である。与えられた T_c の下で (2-35)

を数値計算で T_c, M について解いた結果が、図(2-2) の

(2) $\tau(k)=1$ (等方的S-波) (3) $\tau(k)=(\sin k_x + \sin k_y)/2$ (p-波)

(4) $\tau(k)=\sin k_x \cdot \sin k_y$ (d-波) に示してある。(パラメタは前と同じ)

1) と比べ (2), (3), (4) は、1) よりも T_c が低い。これはタイプ I) とタイプ II)

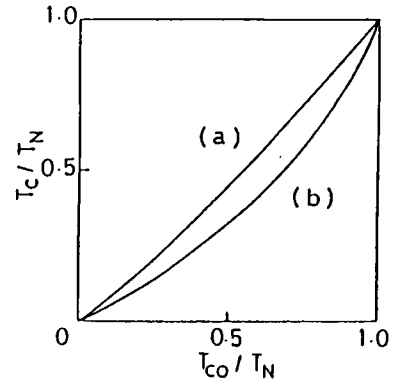
の差を表わしているが、もっと直接的に差をみるた

めに p-波 $\tau(k)=(\sin k_x + \sin k_y)/2$ で

(a) $(0\parallel, 0)$, (b) $(0\perp, 0)$ の2つの場合に

T_c を求めたのが、図(2-6) である。タイプ I)

(a) はタイプ II) (b) に対し、すなわち T_c の

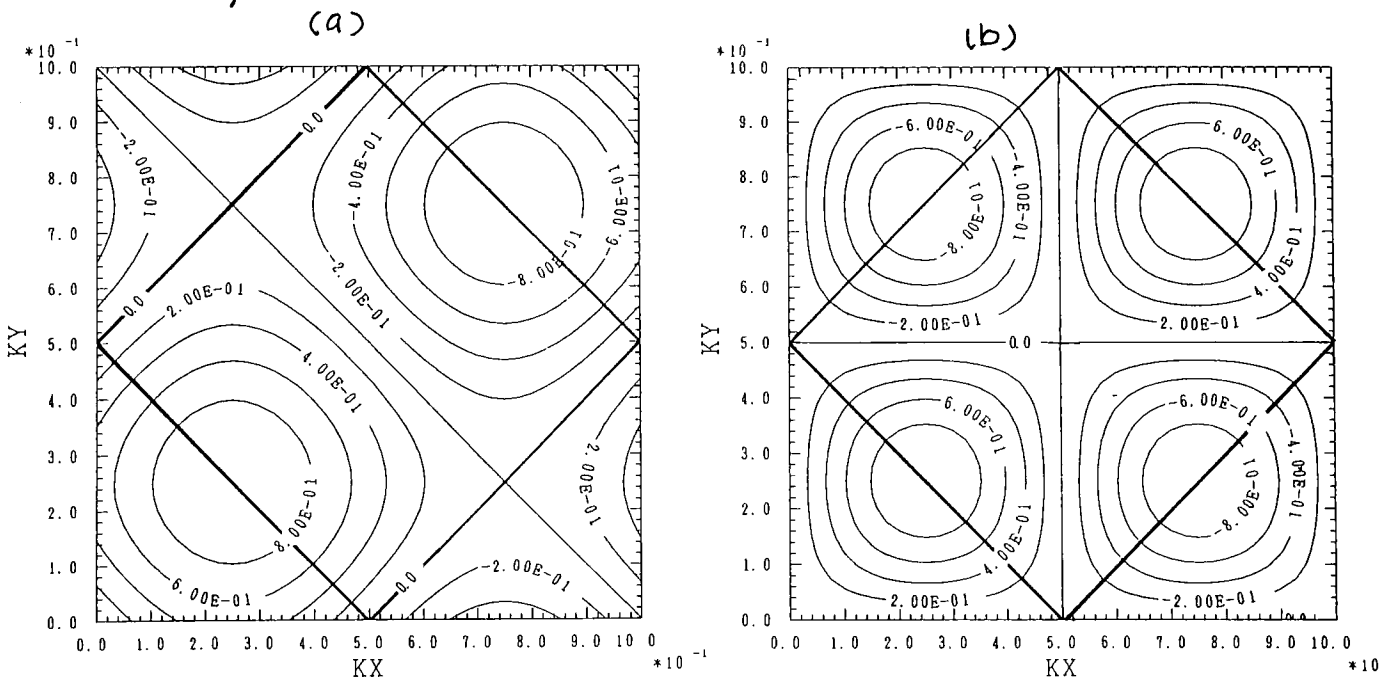


Variations of T_c/T_N as a function of T_{c0}/T_N two p-wave-like states with $\tau(k)=(\sin k_x + \sin k_y)/2$ but with the different spin-quantization axes: $(0\parallel, 0)$ [(a)] and $(0\perp, 0)$ [(b)].

図(2-6) (文献 75)

高い T_c を与えている。(2), (3), (4) の相互の関係は 2-4 節と同じく Fermi 面

での order parameter の大きさの比較で理解される。(図(2-7) 参照)



図(2-7) Order parameter の k 依存性

(a) $\tau(k)=(\sin k_x + \sin k_y)/2$ (b) $\tau(k)=\sin k_x \cdot \sin k_y$
太線は $t_i=0$ の Fermi 面

(2)と(4), (3)と(4) の T_c の関係は $\Delta(k)$ の node が Fermi 面上にあるか Fermi 面が gap された領域にあるかで理解される。(2)と(3) の T_c の関係は微妙である。p-波 $\Delta(k) = (\sin k_x + \sin k_y)/2$ は node が 図(2-1)の直線 AB 上にあり (図(2-7)(a)) には SDW の gap による状態密度を損わない。等方的 S-波 $\Delta(k) = 1$ は Δ で状態密度を損する。直線 AB 上では両者とも状態密度を損する。しかし、点 C ばかりでは SDW ができると点 X の方へ Fermi 面が移動し、それは等方的 S-波には影響を与えないが p-波に対しては $\Delta(k)$ の振幅が減少する方向にあり、 T_c を下げる。このように競争する2つの要因があるが今の parameter では Fermi 面が gap される領域が少なく、その効果よりも Fermi 面が動く効果の方が大きいといえる。(以上の議論において T_c の絶対値でなく、 T_c/T_{c0} という相対値の比較をしている事に注意すること)

次に (2-20)~(2-23) のように free energy を求めると次のようになる

$$\delta F(\Delta, M) = \frac{\Delta^2}{g} + \frac{M^2}{U} - T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2} \ln \frac{D(\Delta^2, M^2)}{D(\Delta^2=0, M^2=0)}$$

$$D(\Delta^2, M^2) = \{ \omega_n^2 + \gamma_n^2 + \delta_k^2 + \Delta^2 \tau^2(k) + M^2 \}^2 - 4\delta_n^2 (\gamma_n^2 + M^2) - 4M^2 \Delta^2 \tau^2(k)$$

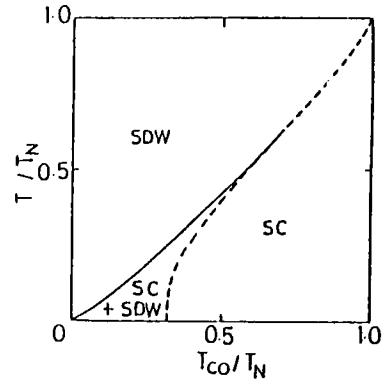
(2-36)

(2-36)を利用して 2-4で述べた手続きで 等方的 S-波の場合の

T vs. T_{c0} の相図を数値的に求めた。

(parameter は 以前と同じく, $t_0/2\pi T_N = 100$

$t_1/2\pi T_N = 10, E_c/2\pi T_N = 30, E_B/2\pi T_N = 50$)



The phase diagram in T_c/T_N vs T_{c0}/T_N for the isotropic s-wave state. The dashed line indicates the first-order phase transition from the SDW phase to the SC phase ($1.0 \geq T_c/T_N \geq 0.60$) and from the coexistence phase (SDW + SC) to the SC phase ($0.60 \geq T_c/T_N \geq 0$). The solid line indicates the second-order phase transition from the SDW phase to the coexistence phase.

図(2-8)で実線は 2次転移の温度,

点線は 1次転移の温度を表わす。

注意すべき点は ① 基底状態は

図(2-8)(文献'75)

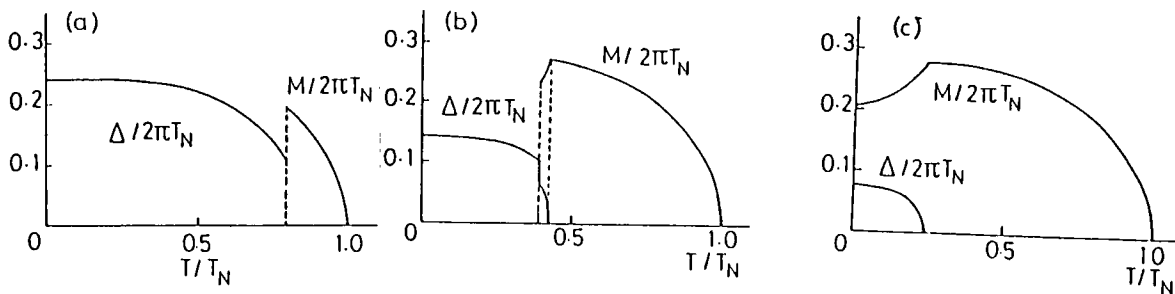
共存相と超伝導のみの相と2つあり, ② T_{c0} が高く7 電子間の引力

が強い時には 超伝導のみの相が T_{c0} が低い時には 共存相が $T=0$

で実現する. ③ 与えられた T_{c0} に対し 相の変化は3通りある. (a) SDW相→

超伝導相(SC), (b) SDW ⇒ 共存相(SDW+SC) → SC, (c) SDW ⇒

SDW+SC, ここで ⇒ : 2次転移, → : 1次転移) ④ 共存相から



図(2-9) (文献'75)

Temperature dependence of the order parameters $\Delta/2\pi T_N$ and $M/2\pi T_N$ in the three types of phase transitions for the isotropic s-wave pairing state. (a) SDW → SC: $T_{c0}/T_N = 0.856$ and $T_{c1}/T_N = 0.80$. (b) SDW → SDW + SC → SC: $T_{c0}/T_N = 0.500$, $T_c/T_N = 0.421$, and $T_{c1}/T_N = 0.397$. (c) SDW → SDW + SC: $T_{c0}/T_N = 0.30$ and $T_c/T_N = 0.24$. (T_{c1} is the first-order transition temperature.)

超伝導相への1次転移がある時に共存相はごく限られた温度領域に存在する という4点である。③の3つの相変化に対して、 M, Δ の温度変化を図(2-9)に示した。(a)では $T_{c0}/T_N = 0.856$, $T_{c1}/T_N = 0.800$, (b)では $T_{c0}/T_N = 0.500$, $T_c/T_N = 0.421$, $T_{c1}/T_N = 0.397$, (c)では $T_{c0}/T_N = 0.300$, $T_c/T_N = 0.240$ である。(T_{c1} は超伝導相への1次転移の温度) 特徴は共存相で温度の減少とともに M が急激に減少すること。これは2-4節で M が共存相に転移後も増加した事と対照的である。図(2-9)(b)で1次転移が生じるのは M が Δ におて妨がられて結局共存相の free energy の得にはならなくなると理解できる。

以上の計算はすべて等方的 S -波に対して行ったが、他のタイプIIのCooper pair に対しても、同じ結果が得られる。したがってタイプIIの超伝導はSDWとは競合的であると言える。

共存相への2次転移の点付近での物理量は2-4と同様に求む entropy, 比熱のとき、臨界磁場はそれぞれ (2-27), (2-28) と (2-30), (2-24) において

2-5-6

$$T_{cb}(T_c; M_c) = -T_c^2 \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{L^2(k)}{D^2(0, M_c^2)} \left\{ (\omega_n^2 + \gamma_R^2 + \delta_R^2 + M^2)^2 - 4\delta_R^2(\gamma_R^2 + M^2) \right. \\ \left. - 2(\omega_n^2 + \gamma_R^2 + \delta_R^2 - M^2)^2 \right\} \quad (2-37)$$

$$T_c \left(\frac{\partial Q(T; M)}{\partial T} \right)_{T=T_c} = T_c \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{L^2(k)}{D(0, M_c^2)} \left[2\omega_n^2 (\omega_n^2 + \gamma_R^2 + \delta_R^2 + M^2) (\omega_n^2 + \gamma_R^2 + \delta_R^2 - M^2) \right. \\ \left. - \{ (\omega_n^2 + \gamma_R^2 + \delta_R^2 + M^2)^2 - 4\delta_R^2(\gamma_R^2 + M^2) \} (2\omega_n^2 + \gamma_R^2 + \delta_R^2 + M^2) \right] \quad (2-38)$$

を代入したものとす。

比熱のとびを等方的 S-波と P-波に対して数値計算で

求めると T_{c0} による変化はあまりなく

$$\frac{\Delta C_{is}(M_c; T_c)}{\Delta C_{is}(M_c=0; T_c)} = 1.1$$

$$\frac{\Delta C_p(M_c; T_c)}{\Delta C_p(M_c=0; T_c)} = 1.5$$

となった。2-4節の最後の d-波の場合とともに比較すると、

T_c の減少が少い超伝導の方が比熱のとびが小さいと説く。

第3章 異方的超伝導のスピ密度波不安定性

3-1 Model と動機:

この章では $(U_{1-x}Th_x)Be_{13}$ における d 波転移を問題とする。 d 波転移には異なる対称性の超伝導転移の可能性も議論されているが^{31,32)} ここではスピ密度波転移の可能性を議論する。等方的 s -波超伝導には、SDW に対する不安定性はなかった。⁶²⁾ これは s -波 pairing では Fermi 面全体にわたって energy gap ができて、SDW に有効な (nesting) Fermi 面が存在しないためである。この点で等方的超伝導と異方的超伝導の重要な差がある。energy gap に node をもつ異方的超伝導はその node 点まわりに自由電子が存在し、それが別の秩序を担う可能性がある。ここではそれがスピ密度波である場合を考える。重い電子系でこの異方的超伝導が生じる原因として f 電子間の on-site の強い Coulomb 相互作用が重い電子が形成された時にその重い電子に働き等方的超伝導の形成を抑えることが挙げられている。スピ密度波はこの力を基としているから、スピ密度波が node の電子で形成されるならば、異方的超伝導はその成立起源からして、

スピ密度波不安定性を内在していると言えることになる。

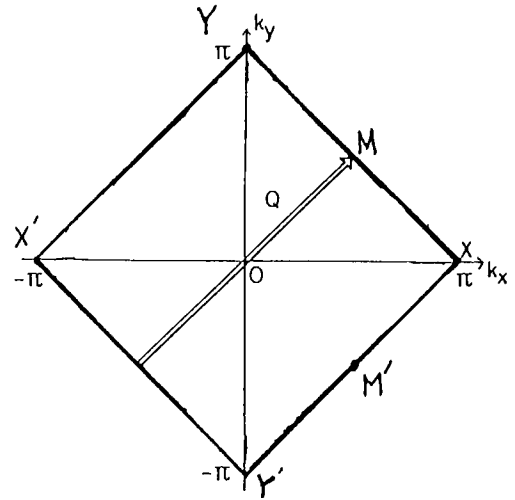
これから扱う model は第2章と同じ

(2-10)の Hamiltonian をとる。ただし

簡単のため 2近接 Site 間の Transfer

integral (t_1) が 0 の時に限る。第2章で

扱った問題は $t_1=0$ とすると、SDW 転移すると



図(3-1) Fermi面

絶縁体となり、超伝導への2次転移は起り得なかつたが、今の場合、

$t_1=0$ としても物理に変化はない。(但し van Hove singularity の問題と

かは生じる。)この時 Fermi面は図(3.1)の通りで、超伝導状態になっているのは

perfect nesting していて、どんな母材でも SDW 転移を起す。

第2章と同じように高温側の超伝導の種類は仮定されるか、すると

得られる self-consistent 方程式は第2章のように2つのタイプに分け

られる。(式(2-17), (2-34)) ここではそのタイプの代表的例として

$$\text{タイプ I) } (\pi, 0) \quad \tau(\mathbf{k}) = (\cos k_x - \cos k_y)/2 \quad (d\text{-波})$$

(3-1)

$$\text{タイプ II) } (0, 0) \quad \tau(\mathbf{k}) = (\sin k_x + \sin k_y)/2 \quad (p\text{-波})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin k_x + i \sin k_y)$$

3-1-3

を取り上げる。以下の 3-2, 3-3 では $T_c > T_{N0}$ (超伝導が成り
時の SDW 転移温度) の場合について上の 2つの超伝導を議論する。

3-2 d-波超伝導 ($E, 0$) の場合

この節では、d-波 $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2$ を考える。 k 依存性は既に図(2-3)(b)に示してある。nodeは図(3.1)のM点と初に等価な点にある。

基礎となる self-consistent 方程式は (2-17) で $\delta k = 0$ とした

$$\frac{1}{g} = T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{E_C \tau^2(k)}{\omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 + M^2 + \Delta^2 \tau^2(k)}$$

$$\frac{1}{U} = T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 + M^2 + \Delta^2 \tau^2(k)} \quad (3-2)$$

である。 $\sum_{\mathbf{k}}$ は 1-st Brillouin zone における積分であるが、これを実行する。

$t_0 \gg \omega_n, \Delta$ という極限で、 $\gamma_{\mathbf{k}} = -t_0(\cos k_x + \cos k_y)$ を Fermi 面手わり

で線型化することから、 k -積分でき (詳しくは Appendix A を見よ)

$$1 = \frac{U}{\pi t} T \sum_{\omega_n} \frac{1}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2}} \ln \frac{2\pi t}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}}$$

$$1 = \frac{g}{\pi t} T \sum_{\omega_n} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2}} \ln \frac{2\pi t}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}} - \frac{1}{2\Delta} \ln \frac{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} + \Delta}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} - \Delta} \right\} \quad (3-3)$$

となる。この方程式から与えられた温度 T に対して M, Δ が決定される。

この系の free energy は (2-20) ~ (2-22) のように Feynman の定理

を2つの相互作用 U, g に対して使って計算され (詳しくは Appendix B
を見よ)

$$SF(\Delta, M) = F(\Delta, M) - F(\Delta=0, M=0)$$

$$= \frac{\Delta^2}{g} + \frac{M^2}{U} - \frac{2}{\pi t} T \sum_{\omega_n} \left\{ \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}} + \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta}{2} \ln \frac{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} + \Delta}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} - \Delta} - |\omega_n| \ln \frac{2\pi t}{|\omega_n|} - |\omega_n| \right\} \quad (3-4)$$

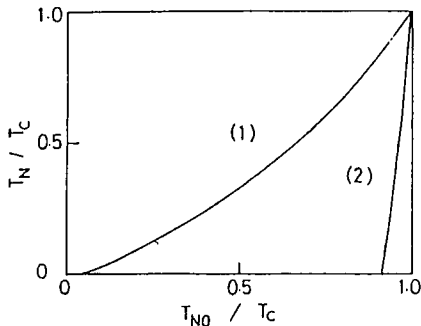
を得る。

まず SDW の 2 次転移約温度 T_N を求める。 (3-3) で $M \rightarrow 0, T \rightarrow T_N$ として

$$\frac{1}{u} = 2\pi T_N \sum_{|\omega_n| \leq E_B} \frac{\ln \frac{2\pi t_0}{|\omega_n|}}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}}$$

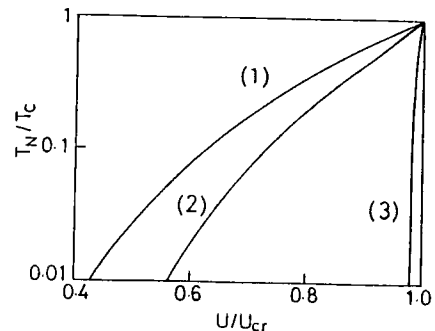
$$\frac{1}{g} = 2\pi T_N \sum_{|\omega_n| \leq E_C} \left\{ \frac{\ln \frac{2\pi t_0}{|\omega_n|}}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{2\Delta} \ln \frac{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2} + \Delta}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2} - \Delta} \right\} \quad (3-5)$$

を得る。ここで $u = U/2\pi^2 t_0, \tilde{g} = g/2\pi^2 t_0$ 。



Changes of T_N in (1) the p -pairing and (2) d -pairing cases as a function of T_{N0}/T_c . ($E_U/T_c=500, E_C/T_c=300, \tilde{g}/T_c=1000$)

図(3-3)(文献77)



Variation of the SDW transition temperature normalized by T_c as a function of the on-site repulsion U/U_{cr} (U_{cr} is the critical on-site repulsion at which $T_N=T_c$); (1) without the SC, (2) in the present of the p -pairing of the type $\Delta(k) = \Delta \cdot (\sin k_x + \sin k_y)/2$ and (3) the d -pairing of the type $\Delta(k) = \Delta \cdot (\cos k_x - \cos k_y)/2$. ($E_U/T_c=500, E_C/T_c=300, \tilde{g}/T_c=1000$.)

図(3-2)(文献77)

$t_0/T_c=100$, $E_B/T_c=500$, $E_c/T_c=300$ のときの T_N を数値計算で求めた。図(3-2)の(3)に U/U_{cr} の関数として T_N/T_c を描いた。(U_{cr} は $T_N=T_c$ となる時の U の値。) 同図の(1)は超伝導のない時の T_N の変化を描いてある。(2)より T_N はある U の値の領域で確かに急激に SDW 不安定性はある。また図(3-3)に T_N を T_{N0} (超伝導のない時の SDW 転移温度) の関数として描いた。明らかに $T_N=T_{N0}$ の直線から大幅に減少しており、 d -波超伝導において SDW が妨げられるのが判る。

SDW の不安定性を調べるために (3-5) の第1式で $T_N \rightarrow 0$ の極限を考える。すると

$$\frac{1}{U} = 2 \int_0^{E_B} d\omega \frac{\ln \frac{2\pi t_0}{\omega}}{\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}}$$

を得る。右辺で明らかに有限である項を無視する近似を行うと

$$\begin{aligned}
 2 \int_0^{E_B} d\omega \frac{\ln \frac{2\pi t_0}{\omega}}{\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}} &\approx 2 \int_0^{\Delta} d\omega \frac{1}{\Delta} \ln \frac{2\pi t_0}{\omega} + 2 \int_{\Delta}^{E_B} \frac{1}{\omega} \ln \frac{2\pi t_0}{\omega} d\omega \\
 &= 2 \left(\ln \frac{2\pi t_0}{\Delta} - 1 \right) + \ln \frac{E_B}{\Delta} \cdot \ln \frac{(2\pi t_0)^2}{\Delta \cdot E_B} \quad (3-6)
 \end{aligned}$$

となり、これは Δ が有限である限り、有限であって、したがって SDW 転移を起すためには、ある最小の U_{insta} があって $U > U_{insta}$ となる必要がある。

次に $T \lesssim T_{N0}$ で T_N の Δ^2 による T_{N0} からの減少を求める。

(3-5) を Δ について展開する。

$$\frac{1}{\omega} = 2\pi T_N \sum_{n \geq 0} \frac{e^{E_B/2\pi T_N}}{2\pi T_N (n + \frac{1}{2})} \left\{ \ln \frac{t_0}{T_N (n + \frac{1}{2})} - \frac{\Delta^2}{2} \cdot \frac{1}{4\pi^2 T_N^2} \frac{1}{(n + \frac{1}{2})^2} \ln \frac{t_0}{T_N (n + \frac{1}{2})} \right\}$$

$T_N = T_{N0}$, $\Delta = 0$ とし

$$\frac{1}{\omega} = 2\pi T_{N0} \sum_{n \geq 0} \frac{e^{E_B/2\pi T_{N0}}}{2\pi T_{N0} (n + \frac{1}{2})} \ln \frac{t_0}{T_{N0} (n + \frac{1}{2})}$$

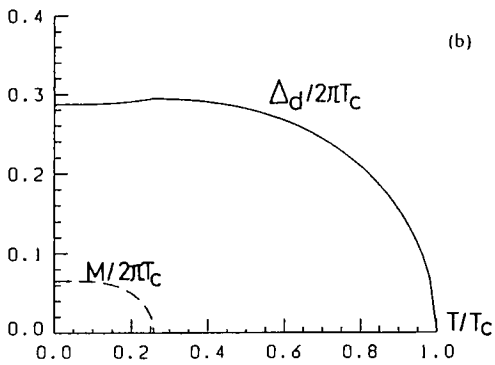
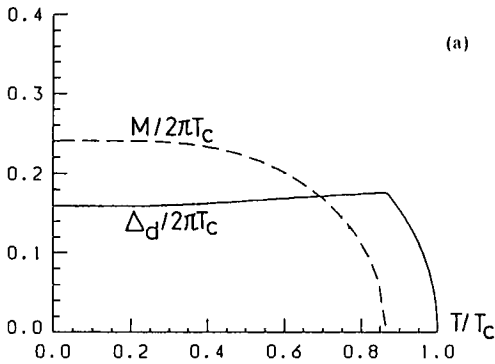
2式の差をとって $\frac{T_{N0} - T_N}{T_{N0}}$ について最低次まで展開すれば、

$$\frac{T_{N0} - T_N}{T_{N0}} \approx \frac{7}{2} \zeta(3) \frac{\Delta^2}{(2\pi T_{N0})^2} \quad (3.7)$$

を得る。ここで ζ は "ゼータ関数"。

2-4節と同じ手法で3つの相 (SC, SDW, SC+SDW) について

free energy の比較をすると結局 2-4節と同じく "共存型の特徴
通い) 超伝導相と共存相しか存在せず、超伝導相から SDW 相への
転移" はない。ただし式 (3-6) で議論したように、 $T=0$ の
基底状態は 超伝導相 (T_{N0} の低い方) と共存相 (T_{N0} の高い方)
の2種類がある。



Temperature variations of two order parameters Δ_d (solid line) and M (dotted line) normalized by $2\pi T_C$. (a) $T_{N0}/T_C=0.99$ and $T_N/T_C=0.867$. (b) $T_{N0}/T_C=0.93$ and $T_N/T_C=0.260$. ($E_0/T_C=500$, $E_C/T_C=300$ and $U/T_C=1000$).

図(3-4) (文献77)

M, Δ の温度変化の様子を T_N が高い場合 (a) $T_{N0}/T_C=0.990, T_N/T_C=0.867$)

と低い場合 (b) $T_{N0}/T_C=0.930, T_N/T_C=0.260$)

について 図(3-4) に図示した。(図中で

Δ の代わりに Δ_d を用いている。) 注目すべき

点は Δ が $T < T_N$ ではほとんど温度変化

せず少しだけ減少することである。

それは、特に T_N が高い時に顕著である。

第2章で、共存相で M が温度の減少と

ともに増加しているのは、第2章の model (type 0)

は SDW による状態密度の増加 (詳しくは第4章を見よ) があつたため、

この章の model ($t_1=0$, perfect nesting model) では SDW も超伝導

も互いに状態密度を取り合うだけで、状態密度を増加させることがない。

このように共存型でも 図(3-4) のように温度変化することが理解できる。(3-3節を

参照のこと)

次に free energy を M に関して GL 展開して熱力学量を求める。

2-4節と同じ様にし7

$$\delta F(\Delta, M) = \delta F(\Delta, 0) + a(T; \Delta) M^2 + \frac{1}{2} b(T; \Delta) M^4$$

$$a(T; \Delta) = \frac{1}{U} - \frac{1}{\pi t_0} T \sum_{\omega_n} \frac{\ln \frac{2\pi t_0}{|\omega_n|}}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}}$$

$$b(T; \Delta) = \frac{1}{2\pi t_0} T \sum_{\omega_n} \left\{ \frac{\ln \frac{2\pi t_0}{|\omega_n|}}{(\omega_n^2 + \Delta^2)^{3/2}} + \frac{1}{\omega_n^2 \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} \right\} \quad (3-8)$$

を得る。($a(T; \Delta) = 0$ が T_N の決定方程式を与える。)

$b(T; \Delta) > 0$ で 転移物は常に2次であることがわかる。

$T_N \ll T_0$, Δ , $T_N \ll E_B$ において, エントロピーの温度変化とヒビ割れの

とびは次のように求まる。

$$\delta' = \frac{2\Delta(T_N)}{\pi^2 t_0} \left(\ln \frac{2\pi t_0}{E_B} \right)^2 \left(1 - \frac{T}{T_N} \right) \quad (3-9)$$

$$\Delta C(T_N) = \frac{2\Delta(T_N)}{\pi^2 t_0} \left(\ln \frac{2\pi t_0}{E_B} \right)^2 \quad (3-10)$$

3 3 p-波超伝導 (0, 0) の場合

この節では $\Delta(\mathbf{k}) = \Delta \cdot \tau(\mathbf{k}) = \Delta (\sin k_x + \sin k_y) / 2$ で、全スピンの量子化軸と、SDW の moment の偏極する方向とが垂直な場合 (0, 0) を考える。 $\tau(\mathbf{k})$ の様子は図 (2-7) (a) に図示してある。 node は図 (3-1) の直線 XY' , $X'Y'$ である。

Self-consistent 方程式は (2-34) で $\delta k = 0$ とし

$$1 = g T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\tau^2(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k}, \omega_n)} \{ \omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 - M^2 + \Delta^2 \tau^2(\mathbf{k}) \}$$

$$1 = UT \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{D(\mathbf{k}, \omega_n)} \{ \omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 + M^2 - \Delta^2 \tau^2(\mathbf{k}) \}$$

$$D(\mathbf{k}, \omega_n) = \{ \omega_n^2 + \gamma_{\mathbf{k}}^2 + M^2 + \Delta^2 \tau^2(\mathbf{k}) \}^2 - 4M^2 \Delta^2 \tau^2(\mathbf{k}) \quad (3-11)$$

k -積分を 3-2 節と同様にして行くと (詳しくは Appendix C を見ること)

$$1 = \frac{g}{\pi t} T \sum_{\omega_n} \left[\frac{\ln \frac{2\pi t}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2}}}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}} - \frac{\Delta^2 \{ 2(\omega_n^2 + M^2)(\omega_n^2 + \Delta^2) - M^2(\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2) \}}{2(\omega_n^2 + M^2)^{3/2} (\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2)^2} \right]$$

$$1 = \frac{g}{\pi t} T \sum_{\omega_n} \left[\frac{1}{\Delta} \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}}{\Delta} \right) - \frac{M^2 \sqrt{\omega_n^2 + M^2}}{(\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2)^2} \right] \quad (3-12)$$

を得る。 free energy は (2-22) と (3-12) より

$$\delta F(\Delta, M) = \frac{\Delta^2}{g} + \frac{M^2}{U} - \frac{2}{\pi t} T \sum_{\omega_n} \left\{ \sqrt{\omega_n^2 + M^2} \ln \frac{2\pi t}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2}} - |\omega_n| \ln \frac{2\pi t}{|\omega_n|} \right\}$$

3-3-2

$$+ \Delta \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}}{\Delta} \right) + \sqrt{\omega_n^2 + M^2} - |\omega_n| - \frac{\Delta^2 M^2}{2\sqrt{\omega_n^2 + M^2}(\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2)} \Bigg\}$$

(3-13)

となる。SDW 1の不安定点, T_N を求める式は (3-12) $T \rightarrow 0$, $T \rightarrow T_N$ として。

$$\frac{1}{\omega} = 2\pi T_N \sum_{\omega_n} \frac{E_B}{\omega_n} \left\{ \frac{1}{|\omega_n|} \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} - \frac{\Delta^2}{|\omega_n|(\omega_n^2 + \Delta^2)} \right\}$$

$$\frac{1}{\tilde{g}} = 2\pi T_N \sum_{\omega_n} \frac{E_C}{\omega_n} \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{|\omega_n|}{\Delta} \right) \quad (3-14)$$

を得る。(3-14)の右辺は基本的に $T_N \sum_{\omega_n} \frac{A}{|\omega_n|}$ である。これは $T \rightarrow 0$ で対数発散する。したがってSDW不安定性は $\Delta \neq 0$ でも無限小の ω に対してある。数値計算 $T \rightarrow 0$ に対して T_N を求めた結果が図(3-2)の(2)として図示してある。(0,0)はSDWとは競合的であるが(3)の d -波よりも T_N が高くなっているが、これは node の位置で説明がつく。 $\epsilon(k) = (\sin k_x + \sin k_y)/2$ の node は線状であり、van Hove singularity 点を含み、残った Fermi 面の状態密度は大きい。一方 d -波は状態密度の非常に小さい戸巾に点状に node を持っているだけである。参照のために別の p -波 $\epsilon(k) = (\sin k_x + i \sin k_y)/2$ を調べた。これは node が van Hove singularity 点に点状に存在する場合である。

SDW self-consistent 方程式は

$$1 = UT \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{E_B}{D_2(k, \omega_n)} \left\{ \omega_n^2 + \gamma^2(k) + M^2 - \Delta^2 |C_2(k)|^2 \right\}$$

$$D_2(k, \omega_n) = \left\{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 + |M + \Delta(k)|^2 \right\}^2 \left\{ \omega_n^2 + \gamma_k^2 + |M - \Delta(k)|^2 \right\} \quad (3-16)$$

となり T_N の決定方程式は k -積分を実行した後

$$\begin{aligned} \frac{1}{U} = \frac{1}{\pi} T_N \left\{ \frac{1}{\Delta} \sum_{|\omega_n| \leq \frac{\Delta^2}{2t_0}} \left[\frac{2}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} - \frac{2\Delta^2}{(\omega_n^2 + \Delta^2)^{3/2}} \ln \frac{\pi \Delta}{|\omega_n|} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{t_0} \sum_{\frac{\Delta^2}{2t_0} \leq |\omega_n| \leq E_B} \left[\frac{1}{|\omega_n|} \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} - \frac{\Delta^2}{|\omega_n|(\omega_n^2 + \Delta^2)} \right] \right\} \quad (3-17) \end{aligned}$$

となる。 $T_N \rightarrow 0$ 時 (3-17) の右辺は

$$\begin{aligned} (\text{右辺}) &\approx \frac{1}{\pi^2} \left\{ \frac{1}{\Delta} \int_0^{\Delta^2/2t_0} d\omega \frac{2}{\Delta} \left(1 - \ln \frac{\pi \Delta}{\omega} \right) + (\text{有限値}) \right\} \\ &= \frac{1}{\pi^2 t_0} \left(\ln \frac{2\pi t_0}{\Delta} + 1 \right) + (\text{有限値}) \end{aligned}$$

となり、 $\Delta \neq 0$ のときは、有限な値にとどまる。したがって d -波のときの

ように斥力の臨界値 U_{insta} があり、 $U > U_{\text{insta}}$ のときのみ SDW

転移がある。よって $C(k) = (\sin k_x + \sin k_y)/2$ の場合、無限小の斥力

で SDW 不安定性があったのは線上的 node のためである。

また $T_N \sim T_c$ での T_N の T_{N0} からの減少の式を 3-2 節と同様に
して求めれば、

$$\frac{T_{N0} - T_N}{T_{N0}} \approx \left(\frac{\Delta}{2\pi T_{N0}} \right)^2 \frac{Z_1}{2} \zeta(3) \frac{1}{\ln \frac{t_0}{T_{N0}}} \quad (3-18)$$

となる。(3-7)と比較すると、 $3 \left(\ln \frac{t_0}{T_{N0}} \right)^{-1}$ だけ減少が小さい事が判る。

この因子は (van Hove singularity) 点, T の状態密度の対数発散から出ている。($\tau(k) = (\sin k_x + i \sin k_y) / \sqrt{2}$ も (3-17) より判るように。

$T_N \sim T_c$ では $\tau(k) = (\sin k_x + \sin k_y) / 2$ の場合と同じ T_N 決定方程式に従い (3-18) をおたすことから理解できる。))

T_N vs. T_{N0} の相図の数値計算で求めた結果を図(3-5)

に示す。($E_B/T_c = 500, E_c/T_c = 300, t_0/t_c$

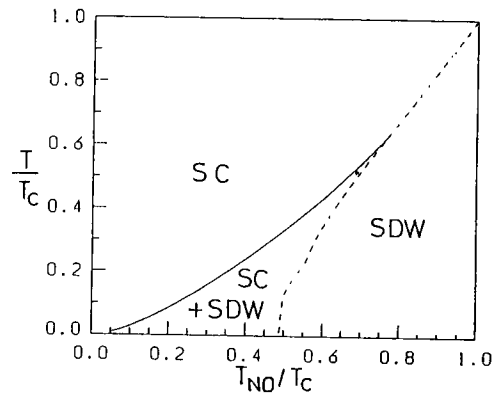
$= 1000$) 構造としては図(2-8)と

同じである。注目すべき点、はの基底状態は

共存相とSDW相とがある② T_{N0} において

3種類の相変化 (SC \rightarrow SDW, SC \rightarrow SC+SDW

\rightarrow SDW, SC \rightarrow SC+SDW) があることである。



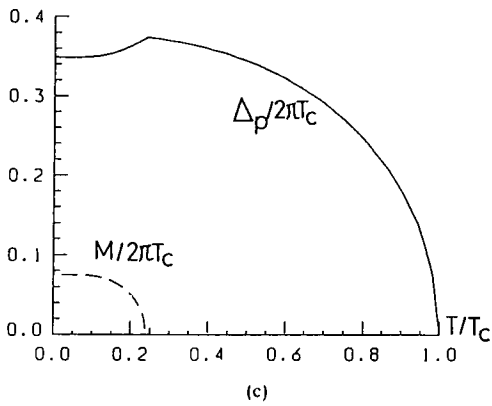
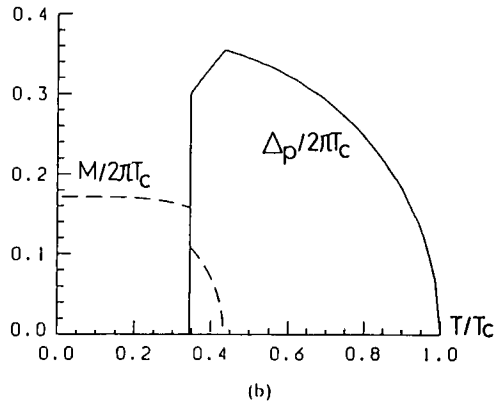
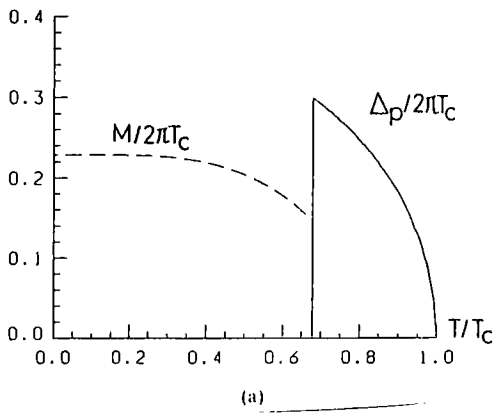
Phase diagram in T/T_c vs T_{N0}/T_c . The dotted line indicates the first order transition from SC to SDW or from SC+SDW to SDW and the solid line indicates the second order transition from SC to SC+SDW. ($E_B/T_c = 500, E_c/T_c = 300$ and $t_0/t_c = 1000$).

図(3-5)(文献 77)

Δ, M の温度変化を3つの場合に描いたのが図(3-6)である。

図(3-4)(b)と図(3-6)(c)で $T_N \sim 0.24$ と等しい時に d-波より p-波の

方が T_N の減少が小さく、競合型の特徴が表われている。特に注意したい



Temperature dependence of two order parameters Δ_p (solid line) and M (dotted line) normalized by $2\pi T_c$. (a) $T_{N0}/T_c=0.8$ and first-order transition temperature (SC \rightarrow SDW) $T_{N1}/T_c=0.678$. (b) $T_{N0}/T_c=0.6$, $T_N/T_c=0.433$ and first order transition temperature (SC+SDW \rightarrow SDW) $T_{N2}/T_c=0.345$. (c) $T_{N0}/T_c=0.4$ and $T_N/T_c=0.240$. ($E_b/T_c=500$, $E_c/T_c=300$ and $\mu/T_c=1000$).

図(3-6) (文献'77)

は、 T_N の値はnodeの種類などからd-波より高くなる、という相図や
 Δ , M の変化に競合型である事が表われている事である。

次に free energy を T_N 近傍で M について展開し entropy の温度変化

と、 $T=T_N$ での比熱のとびを求めると。

$$\Delta S'(T) = \frac{4T_N}{t} \frac{(\ln \frac{E_B}{\Delta} - 1)^2}{(\ln \frac{2\pi t}{\Delta} - 1)^2} \left(1 - \frac{T}{T_N}\right) \quad (3-19)$$

$$\Delta C = \frac{4T_N}{t} \frac{(\ln \frac{E_B}{\Delta} - 1)^2}{(\ln \frac{2\pi t}{\Delta} - 1)^2} \quad (3-20)$$

となる。

第4章 スピン密度波、若しくはスピンの揺らぎによる

超伝導転移温度の増加

4-1 スピン密度波秩序相の場合

1-2 で述べたように高温超伝導とスピンの揺らぎは密接な関連がある。また第2章で調べたように、SDW、特に格子に整合したSDWは必ずしも超伝導を破壊するわけではない。この節ではSDWによる T_c の増加⁷⁸⁾という問題を考える。

T_c の増加は、共存的な異方的超伝導に限られる。だが対比するためには競合的な場合も調べる。基礎方程式は、それぞれの型の超伝導に対して(2-17)、(2-34)である。簡単に取扱うためにSDWの転移温度 T_N より十分低温であって、 M はすでに飽和してほぼほとんど温度変化をしない温度領域を考える。したがってCoulomb斥力をパラメータとする代りに M を与えて方程式を解けば良い。各々の超伝導に対して T_c の決定方程式は

$$I) \quad \frac{1}{g} = T_c \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \frac{v^2(\mathbf{k})(\omega_n^2 + v_{\mathbf{k}}^2 + \delta_{\mathbf{k}}^2 + M^2)}{\{\omega_n^2 + (\sqrt{v_{\mathbf{k}}^2 + M^2} + \delta_{\mathbf{k}})^2\} \{\omega_n^2 + (\sqrt{v_{\mathbf{k}}^2 + M^2} - \delta_{\mathbf{k}})^2\}} \quad (4-1)$$

4-1-2

$$\text{II)} \quad \frac{1}{g} = T_c \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{\tau^2 \epsilon(k) (\omega_n^2 + \gamma k^2 + \delta k^2 - M^2)}{\{\omega_n^2 + (\sqrt{\gamma k^2 + M^2} + \delta k)^2\} \{\omega_n^2 + (\sqrt{\gamma k^2 + M^2} - \delta k)^2\}} \quad (4-2)$$

となる。ここで M は与えられたものとする。これを

I) d -波 $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y) / 2$ と

II) 等価的 S -波 について数値計算で解いた結果を 図(4-1)に示した。(1)(3)は d -波

(2)(4)は S -波の T_c で、(1)(2)は $t_0/2\pi T_{c0}$

$= 1000$, $t_1/2\pi T_{c0} = 100$, $\omega_D/2\pi T_{c0} = 300$ のとき、

(2)(4)は $t_0/2\pi T_{c0} = 100$, $t_1/2\pi T_{c0} = 10$, $\omega_D/2\pi T_{c0}$

$= 30$ のときの値である。(T_{c0} は SDW が無い時の T_c)

$M \geq t_1$ の時は Fermi 面が d 波 SDW の

energy gap に覆われ d 波伝導の

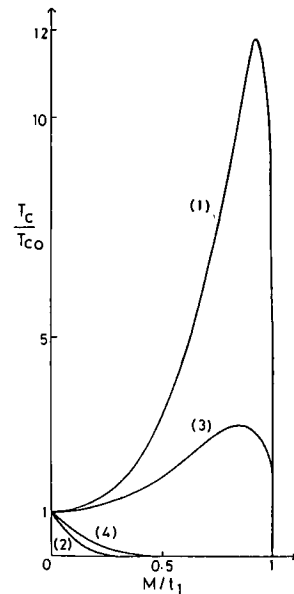
不安定性はない。したがって、 $M \leq t_1$ では

M の増加とともに T_c が急激に減少する。

d -波では $0 \leq M < t_1$ の範囲での M で T_c が増加する。それに反し、等価的

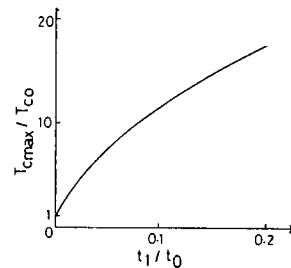
S -波では SDW は常に T_c を減少させる (競合型の特徴)。 d -波において

M に関して最大となる T_c T_{cmax} を t_1/t_0 の関数として 図(4-2)に描いた。



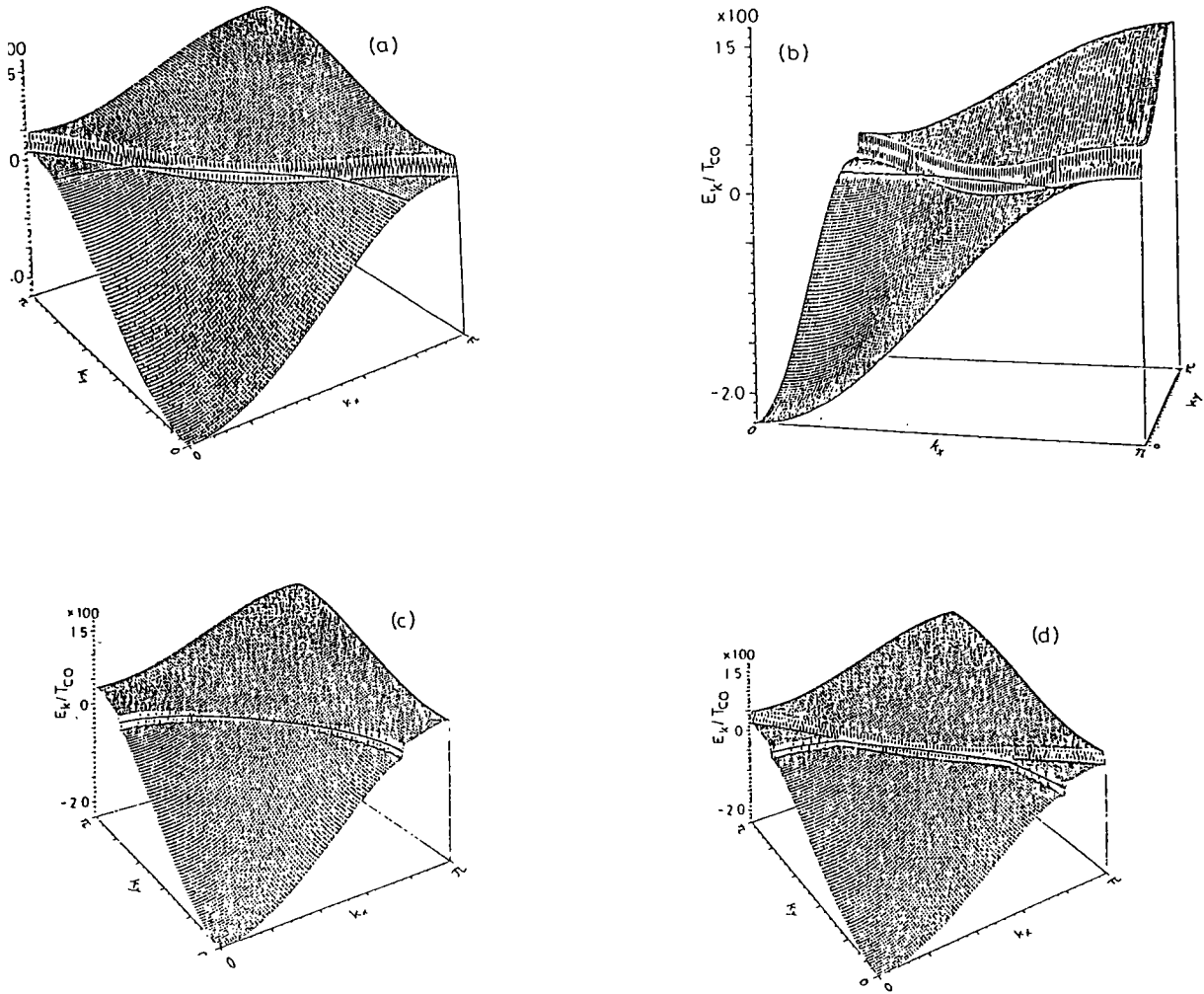
Changes of T_c relative to T_{c0} as a function of M/t_1 . (ω_D is the Debye cutoff) (1) $\Delta_d(k) = \Delta_d (\cos k_x - \cos k_y) / 2$; $t_0/2\pi T_{c0} = 1000$, $t_1/2\pi T_{c0} = 100$, $\omega_D/2\pi T_{c0} = 300$, (2) $\Delta_s(k) = \Delta_s$; The same parameter values as in (1), (3) $\Delta_d(k)$; $t_0/2\pi T_{c0} = 100$, $t_1/2\pi T_{c0} = 10$, $\omega_D/2\pi T_{c0} = 30$, (4) $\Delta_s(k) = \Delta_s$; The same parameter values as in (3).

図(4-1) (文献'78)



Trace of the enhancement maximum T_{cmax}/T_{c0} as a function of t_1/t_0 where $t_0/2\pi T_{c0} = 1000$ and $\omega_D/2\pi T_{c0} = 300$ are fixed.

図(4-2) (文献'78)



図(4-3) 励起スペクトルの立体図 (a),(b) SDW相, (c) SC相, (d) 共存相 (文献75)

T_c の増加は SDWによる Fermi 面付近の状態密度の増加による。SDWが生じると energy gap が図(2-1)のXY線上にできる。図4-3に立体的に励起 energy を表わした。ここで 平面上の座標が k_x, k_y で 鉛直方向の座標軸が励起 energy である。Fermi 面が太線で表わしてある。

4-1-4

(a), (b) をみてわかるように energy gap のまわりの状態密度は増加している。もし energy gap が等エネルギーでできている gap の端での状態密度は発散するか、今は energy gap があるエネルギーで分布しているため増加がみられるだけである。Fermi 面が残っている時 ($M/t_1 < 1$)、この energy gap の端は必ず Fermi 面をよき、その点での状態密度は大きくなる。もちろん Fermi 面が energy gap の中にはいた領域もあってそこでは状態密度が減少している。この競争する2つの効果のうち前者が勝つと T_c の増加がみられることになる。

この論文の model では d -波が最も状態密度を得する。

これは d -波の node が SDW の energy gap に一致して

そこでの状態密度の減少が影響を与える。また残った Fermi

面も T_c の大きくなる方に重をかけて T_c の重みをかけた

状態密度を増加させるためである。(T_c には T_c の重みをかけた

状態密度が実質的に有効である。)

2次元でこの T_c 増加は顕著であるか、もちろん3次元系でも見られるはずである。

4-2 スピンのゆらぎによる場合 (拡張されたRPAを用いて)

前節に続いてここではスピンのゆらぎの超伝導への効果, 主に電子の状態密度への影響を調べる. この節で扱う Hamiltonian は以下の通り.

$$H = H_0 + H_{sc}$$

$$H_0 = \sum_{k\sigma} [E_k C_{k\sigma}^\dagger C_{k\sigma} - \sigma M(\theta) C_{k+\theta\sigma}^\dagger C_{k\sigma} + h.c.] \quad (4-3)$$

$$H_{sc} = - \sum_k [\Delta(k) C_{-k\uparrow}^\dagger C_{k\downarrow}^\dagger + h.c.]$$

ここで 2次元正方格子上の tight binding model を仮定し

$$E_k = \gamma_k + \delta_k, \quad \gamma_k = -t_0 (\cos k_x + \cos k_y), \quad \delta_k = -t_1 \cos k_x \cdot \cos k_y \quad \text{とする。}$$

Cooper pair は singlet に限るとおく. $M(\theta)$ は "互強磁性ゆらぎ" の振幅を表わし

$$\langle M(\theta) \rangle = 0$$

$$\langle M(\theta) M(\theta') \rangle = M^2 \delta_{\theta\theta'} \quad (4-4)$$

のように扱われる. ($\langle \dots \rangle$ は平衡状態での平均) θ は nesting vector で今はこの波数のゆらぎのみを扱う. また dynamical 効果は無視し, instantaneous t_c と仮定する. nesting vector

4-2-2

Δ をもつ反強磁性の不安定性が"大きくなり転移する直前には、このゆき"の mode が支配的となるので、このような極限をとり扱っていることになる。

超伝導の order parameter の self-consistent 方程式は

$$\Delta(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{k}'} g(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \langle C_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger C_{\mathbf{k}\downarrow} \rangle \quad (4-5)$$

で与えられる。ここで $g(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = g(\tau(\mathbf{k}), \tau(\mathbf{k}'))$ は電子間の引力。

(4-5) から T_c の決定方程式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} &= \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \tau(\mathbf{k}) \tau(\mathbf{k}') \int_0^\beta d\tau \langle T_\tau C_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger(0) C_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger(0) C_{\mathbf{k}'\downarrow}(\tau) C_{\mathbf{k}'\uparrow}(\tau) \rangle_{H_0} \\ &\equiv \alpha \end{aligned} \quad (4-6)$$

α において反強磁性のゆきを扱うために RRPA (renormalized random phase approximation) をする。これに図(4-4)(a)

電子の自己エネルギー"について 図(4-4)(b) の diagram を取り入れる。

電子の Green 関数について

$$\begin{aligned} G_0(\mathbf{k}, \omega_n) &= - \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau C_{\mathbf{k}\sigma}(\tau) C_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger(0) \rangle \\ &= G_{00}(\mathbf{k}, \omega_n) - M^2 G_{00}(\mathbf{k}, \omega_n) G_0(\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \omega_n) G_0(\mathbf{k}, \omega_n) \end{aligned}$$

4-2-3

$$G_{\sigma}(\mathbf{k}-\theta, \omega_n) = G_{\sigma}(\mathbf{k}-\theta, \omega_n) - M^2 G_{\sigma}(\mathbf{k}-\theta, \omega_n) G_{\sigma}(\mathbf{k}, \omega_n) G_{\sigma}(\mathbf{k}-\theta, \omega_n) \quad (4-7)$$

ここで $G_{\sigma}(\mathbf{k}, \omega_n) = \frac{-1}{i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}}}$ は、ゆきまのな、場合の電子の Green 関数。

(4-7) を解くには

$$G_{\sigma}(\mathbf{k}, \omega_n) = \frac{-2(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}-\theta})}{-(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}-\theta})(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}}) + [(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}-\theta})^2(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}})^2 - 4M^2(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}})(i\omega_n - \epsilon_{\mathbf{k}-\theta})]^{1/2}} \quad (4-8)$$

を得る。図(4-4)(a)の diagram (a)

を集めると、

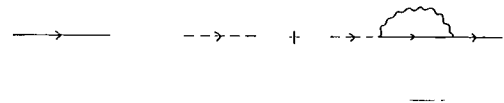


$$\frac{1}{g} = T_c \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} G_{\uparrow}(\mathbf{k}) G_{\downarrow}(-\mathbf{k}) \tau^2(\mathbf{k})$$

$$\times \left\{ \frac{1}{1 - M^4 G_{\uparrow}(\mathbf{k}) G_{\downarrow}(\mathbf{k}) G_{\uparrow}(\mathbf{k}+\theta) G_{\downarrow}(-\mathbf{k}-\theta)} \right.$$

$$\left. + \frac{M^2 G_{\uparrow}(\mathbf{k}+\theta) G_{\downarrow}(-\mathbf{k}-\theta)}{1 - M^4 G_{\uparrow}(\mathbf{k}) G_{\downarrow}(\mathbf{k}) G_{\uparrow}(\mathbf{k}+\theta) G_{\downarrow}(-\mathbf{k}-\theta)} \right\} \quad (4-9)$$

(b)



図(4-4) RPPA に対する G の diagram (文献 80 より転載)

ここで複号は $\tau(\mathbf{k}+\theta) = \pm \tau(\mathbf{k})$ に対応する。(4-9)に(4-8)を代入

すると T_c を決定する方程式として

$$1 = g T_c \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{k}} \tau^2(\mathbf{k}) P(\mathbf{k}, n)$$

$$P(\mathbf{k}, n) = \frac{\{\omega_n^2 + (\delta_{\mathbf{k}} - \delta_{\mathbf{k}})^2\} [|\chi||A| + 2M^2 \{\omega_n^2 + (\delta_{\mathbf{k}} + \delta_{\mathbf{k}})^2\}]}{|\chi|^2 |A|^2 - 4M^2 \{\omega_n^2 + (\delta_{\mathbf{k}} + \delta_{\mathbf{k}})^2\} \{\omega_n^2 + (\delta_{\mathbf{k}} - \delta_{\mathbf{k}})^2\}} \quad (4-10)$$

4-2-4

ここで $X = -(i\omega n + \delta k)^2 + \gamma k^2$, $A = X + 2M^2 + \sqrt{X(X + 4M^2)}$ 。

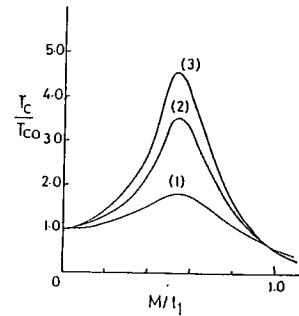
(4-10)を α -波 $\tau(k) = (\cos k_x - \cos k_y)/2$ の場合に数値計算して
 転移温度 T_c を M/t_1 の関数として求めたのが 図(4-5)である。

(T_{c0} は $\sigma^2 = 0$ のときの T_c) (1) は

$t_0/2\pi T_{c0} = 100$, $t_1/2\pi T_{c0} = 10$, $\omega_0/2\pi T_{c0} = 30$ のときの

T_c , (2) はそれぞれ 1000, 100, 300, (3) はそれぞれ

1000, 200, 300 のときの T_c である。 M/t_1 が



図(4-5) (文献79)

が 0 から大きくなるにつれ T_c/T_{c0} が增大しある M_{crit}/t_1 で 最大値を

とることば 4-1 節の場合 (図(4-1)) と同じであるが, その M_{crit}/t_1

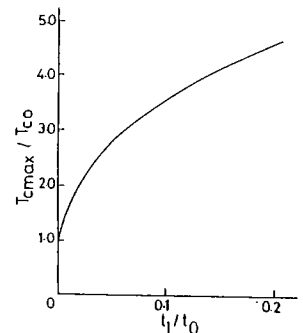
の値は小さくなる。また, $M/t_1 > 1$ となるも エネルギー ストロクトルには

ギャップが出来るので, 超伝導転移がある。

各々のパラメタごとの T_c の最大値を t_1/t_0 の

関数として表わしたのが 図(4-6)である。

T_c の増加の様子を $M/t_1 \rightarrow 0$ の近くで調べてみる。



図(4-6) (文献79)

(4-10)を M について展開してみると

4-2-5

$$\frac{1}{\beta} = T \sum_{\omega_n} \sum_k \frac{\gamma^2(k)}{\omega_n^2 + \epsilon_k^2} + \left(\frac{M}{t_1}\right)^2 t_1^2 T \sum_{\omega_n} \sum_k \gamma^2(k) \left[-\frac{1}{(\omega_n^2 + \epsilon_k^2)^2} + \frac{(\epsilon_k + \epsilon_{k-0})^2 \left\{ \omega_n^2 + \frac{1}{2} (\epsilon_k^2 + \epsilon_{k-0}^2) \right\}}{(\omega_n^2 + \epsilon_k^2)^2 (\omega_n^2 + \epsilon_{k-0}^2)^2} \right] + \dots$$

(4-11)

M^2 の係数が正ならば T_c は増加し、負ならば減少する。

例えば $t_1=0$ で perfect nesting case ならば

$$\epsilon_k + \epsilon_{k-0} = \gamma_k + \gamma_{k-0} = 0$$

となる。 M^2 の係数は常に負で、常に T_c が減少する。 $t_1 \neq 0$ の場合に数値計算すると高温では負だが低温で正になることが分かった。

T_c の増加の原因は 4-1節と同じく状態密度の増加が主である。

ある。状態密度 $D(\omega)$ は、エネルギー ω の関数として、

$$D(\omega) = -\frac{1}{\pi} \sum_k \text{Im} G(k, \omega_n) \Big|_{\omega_n \rightarrow \omega + i0}$$

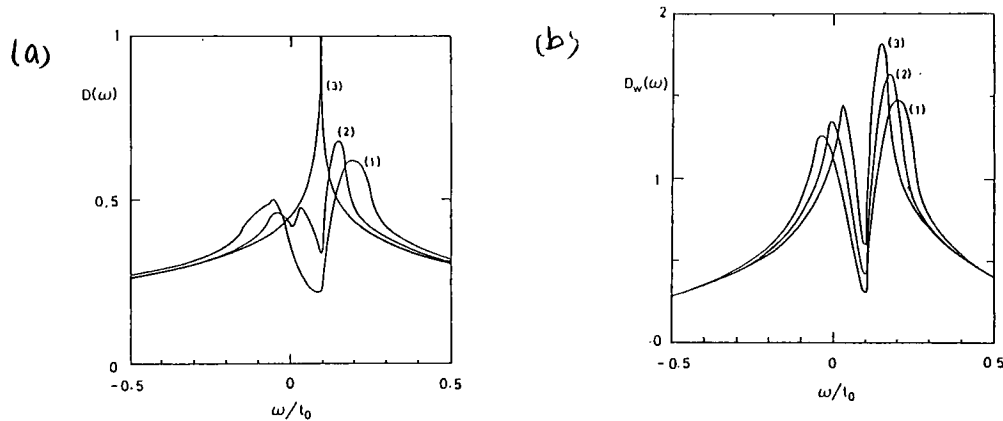
$$= \frac{1}{2\pi M^2} \sum_k' |\omega - s_k| \sqrt{\frac{4M^2 + \gamma_k^2 - (\omega - s_k)^2}{(\omega - s_k)^2 - \gamma_k^2}}$$

(4-12)

と表わされる。ここで \sum という和は

$$|\gamma_k| < |\omega - s_k| < \sqrt{\gamma_k^2 + 4M^2}$$

に限られる。数値積分した結果が 図(4-7)に描かれている。



図(4-7) (文献79)

(1), (2), (3) はそれぞれ $M/t_0 = 0.08, 0.04, 0$ ($t_1/t_0 = 0.1$)

の時の状態密度である。 $M \neq 0$ のとき pseudo gap が生じている

のが分かる。これは最初 Lee Rice & Anderson⁸¹⁾ によって指摘された

ことである。 T_c の M による変化はこの状態密度よりも $D^2(\omega)$ で重みをつ

けた状態密度 $D_w(\omega)$ で決定される。図(4-7)(b)にこれを描いた。

$M/t_0 = 0.08, 0.06, 0.04$ の時がそれぞれ (1), (2), (3) に対応している。

この図から M による T_c の変化と $D_w(\omega=0)$ の変化が一致することが

判る。式(4-11)に戻り M が小さい時高温で T_c が減少するのは

状態密度の増加がほやけておける pseudo gap による状態密度の

減少が支配的になるためと理解できる

以上のような T_c の状態密度を介した増加は 電荷密度波の

4-2-7

秩序相やゆらぎの下でも生じる。^{80),82),83)} その場合に電荷密度波と

共存しやすい Cooper pair は SDW の場合とは異なり、例えば

等方的 S-波が共存的となる。1 更には、Machida and Griffin⁸⁴⁾

により exciton による T_c の増加も研究されている。

第5章 議論と結論

5-1 実験との比較

この節では実験との比較をしながら 2章 3章 4章をまとめる

URu₂Si₂: $T_N=17.5\text{K}$ $T_c=1.5\text{K}$ のこの系は $T < T_c$ で明らかに

SDWと超伝導が共存している。問題の1つは超伝導の種類が何かであるが、2章の理論が言えるのは、まず等方的S-波はタイプII)に必ず属し、可能性が最も低いことにある。nesting vector $\mathbf{A}=(0,0,\pi)$

としたときのタイプI) (共存型) の超伝導が実現している可能性が高いが

そのうち d-波, p-波, 非等方的S-波であるかは特定はできない。Fermi面の

構造が分れば $\Delta(k)$ の node の位置をより詳しく知ることが出来る。特に triplet

pairing の場合結晶により空間に異方性が生じる限り、タイプ

II) に属する空間の組み立てをした超伝導が生じるだろう。また Kohara

et al¹⁹⁾ による NMR の緩和率 $1/T_1$ の温度についての見解は、node

をもつ異方的超伝導を意味するとともに、その node は SDW の gap とは

一致しないことを意味する。また Onuki et al による異方的超伝導の

積極的証拠は(か)ないという指摘が上のように $\Delta(k)$ の node が

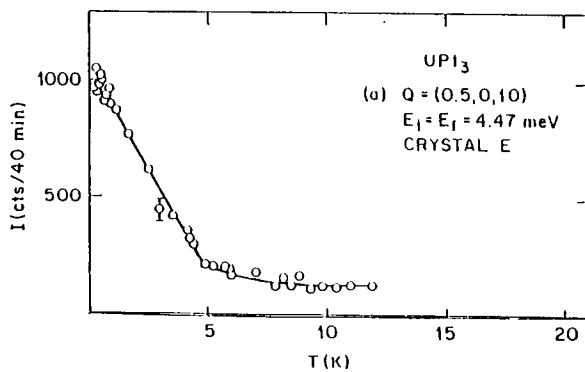
SDWの gap に一致して全体としてすなわち Fermi 面が gap に被覆されていることになる。どちらにせよ、確定さ小くは Fermi 面の構造とともに $\Delta(T)$ の形の情報を与えてくれる。

その他の実験についても 例えばヒビネリ、のどひが BCS より小さくなることとか、 $T_c/T_N = 0.1 \sim 0.05$ であるので (タイプ I, II) とともに共存相の二次転移を示唆することなどは理論と実験が一致する。

T_N と T_c の圧力依存性は T_N の利さかの原由で Fermi 面の nesting が良くなり増加したならば 相対的に T_c の比は大きくなり、その結果 T_c が減少する。として説明する。(T_N の増加する理由については何も言えない。)

最近 UPt_3 でも 5K で反強磁性転移 が中性子線回折

で見つかった。⁸⁵⁾ 図(5-1)に散乱 peak の強度の温度変化を 図示してある。 $T_N = 5K$ で $T_c = 0.5K$ で超伝導転移するが、 $T_c < T < T_N$ で $M^2 \propto (T_N - T)$ となっている



図(5-1) 中性子線回折で $Q = (0.5, 0, 1.0)$ の弾性散乱 peak の強度 (G. Aeppli, et al | 文庫 85 より転載)

moment は $0.02 \mu_B$ と

URu_2Si_2 と同様に非常に小さい。

$T \approx T_c$ での M^2 の変化が

図(5-2)に描かれている。

$M^2 \propto (T_c - T)$ で変化していた moment

が T_c でほとんど変化しなくなっている

第2章の M の変化から見比べてみると

少なくとも M が $T < T_c$ で急激に減少することがないので超伝導は

共存型であると言える。ただ $M^2 \propto (T_c - T)$ が広い温度領域で成立してい

ることはこの反強磁性状態が平均場描像が成立たないことを意味し、

今の理論が適用できるか断言はできない。(URu₂Si₂ でも 図(1-4)のように¹⁴⁾

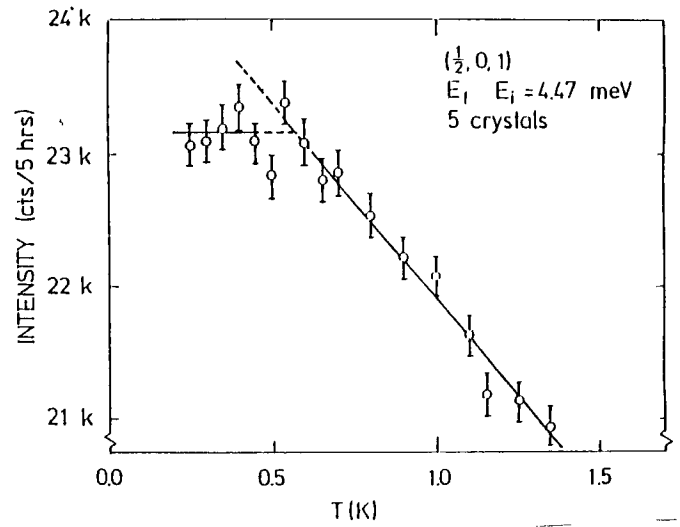
対応の実験はあるが、 $T < T_c$ は詳しく調べられていなかった。)

U_{1-x}Th_xBe₁₃ : 第3章で、異方的超伝導は SDW 不安定性があり、

等方的超伝導はなっていることと確かめたが この系 ($x=2-4at\%$) では

ホト転移が SDW 転移であったことか μSR の実験から示唆されるので

ホト転移で生じる超伝導は node をもつ異方的超伝導である。



図(5-2) 図(5-1)の低温領域の拡大図

(G. Aeppli et al 文献85より転載)

第3章で議論したように 2次元では線状に node があわば
 あるゆる力かで SDW 不安定性はあるが、点状の node は、力カの下限が
 存在した。3次元では、およそく面状に node があわば あるゆる力カ
 で SDW 不安定性が、線状の node では 不安定性を起す力カに
 下限があるだろう。(点状の node については何も言えない。) したがって
 $U_{1-x}Th_xBe_{13}$ の超伝導は少なくとも線状の node を持つだろう。
 また、 x による T_N, T_c の変化は T_c が doping で変化し、 T_N が
 ほとんど変化しないという仮定に立てば、第3章の理論で説明される。
 すなわち T_c が高くなるると T_N との差が小さくなり、この時 T_N は T_{N0} より
 かなり減少する。したがって T_c が高い程 T_N が低くなる。実験の曲線
 (図(1-9)) と合う。

HCl の実験にについては今のところ何も言えないが、超伝導と SDW との
 共存相での、このような物理量の計算は今後の課題である。

$U_{1-x}Th_xPt_3$ と $U(Pt_{1-x}Pd_x)_3$ 　こゝまでの相図 (図(1-13))

からたと、doping により、SDW 不安定性が生じ、それは競合型の
 超伝導が抑えられると解釈できたが、 UPt_3 の反強磁性性は

これらの系と磁気構造が同じであるので、それと共存していた超伝導
が doping していくと抑えられようとは考えにくい。理論との比較をするため
には α に関する新たな相図を待ちたい。特に moment の大きさや
 M の温度依存性が UPt_3 とは異なるので、反強磁性相の α に関する
連続性も問題となる。

5-2 結論

SDW と超伝導の共存競合に関して

以下の結論を得た。

(1) 超伝導は、SDW との共存に関して 2つのタイプに分かれる。

I) $(E, 0) (0, 0) (0, 0)$

II) $(E, E) (0, E) (0, E)$

(2) $T_c > T_N$, $T_N > T_c$ どちらの場合にも I) は共存的 II) は競合的である

(3) 非転移で残された Fermi 面の様子で非転移物の温度は大きく上下する。

(4) (3) の極端な例として SDW 相で 10 倍もの T_c の増加が見出された。この現象はスピンのゆがみでも生じる。

今後の課題としては、共存相の性質 (H_{c1} , H_{c2} etc) を調べることがあり、

さらに SDW 相の moment の小さなこと ($\sim 0.01 \mu_B$) は今の簡単な model

では説明できない、その超伝導への影響も残された課題である。

謝 辞

本研究にあたり 御指導して下さいました

恒藤敏彦教授に深く感謝致します。

又、大見哲巨講師 町田一成博士 には

御助言頂きましたので感謝致します。特に

町田博士には共同研究者として日頃から

議論して頂きました。尾崎正明博士には

群論による超伝導の分類について教えて頂き

ましたので感謝致します。又重い電子系を最初

に紹介して下さいました山田耕作助教授に

感謝致します。

加藤 勝

Appendix A

ここでは、(3-3)式を(3-2)式より導く。

$$J(\omega_n) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\omega_n^2 + \gamma^2(k_x^2 + k_y^2) + M^2} \quad (A-1)$$

付次のように k -積分をする

$$\begin{aligned} J(\omega_n) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dk_x dk_y \frac{1}{\omega_n^2 + t_0^2 (\cos k_x + \cos k_y)^2 + \Delta^2 (\cos k_x - \cos k_y)^2/4 + M^2} \\ &= \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi} dK \int_0^{\pi} dk \frac{1}{\omega_n^2 + M^2 + 4t_0^2 \cos^2 K \cos^2 k + \Delta^2 \sin^2 K \sin^2 k} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} dK \frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2 + M^2 + 4t_0^2 \cos^2 K)(\omega_n^2 + M^2 + \Delta^2 \sin^2 K)}} \quad (A-2) \end{aligned}$$

ここで $K = \frac{1}{2}(k_x + k_y)$, $k = \frac{1}{2}(k_x - k_y)$ Fermi 面 $K = \frac{\pi}{2}$ 付近で $\sin K \approx 1$ と近似すると

を系型化し、 $4t_0 \cos K \approx 4t_0(K - \frac{\pi}{2})$, $\sin K \approx 1$ と近似すると

$$J(\omega_n) = \frac{1}{\pi t_0 \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2}} \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}} \quad (A-3)$$

を得る。同様に超伝導の self-consistent 方程式の積分も計算できる

Appendix B

ここでは (3-4) を (2-22) に (3-3) を代入して, Δ, M' の積分を実行して

求める. 第1の積分は

$$\begin{aligned}
 2 \int_0^{\Delta} d\Delta' \frac{\Delta'}{g} &= T \sum_{\omega_n} \left\{ \frac{2}{\pi t_0} \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}} \int_0^{\Delta} d\Delta' \frac{\Delta'}{\sqrt{\Delta'^2 + \omega_n^2 + M^2}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\pi t_0} \int_0^{\Delta} d\Delta' \ln \frac{\sqrt{\Delta'^2 + \omega_n^2 + M^2} - \Delta'}{\sqrt{\Delta'^2 + \omega_n^2 + M^2} + \Delta'} \right\} \\
 &= T \sum_{\omega_n} \frac{2}{\pi t_0} \left\{ (\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} - \sqrt{\omega_n^2 + M^2}) \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\Delta}{2} \ln \frac{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} - \Delta}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} + \Delta} + \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2} - \sqrt{\omega_n^2 + M^2} \right\} \quad (A-4)
 \end{aligned}$$

とする. 第2の積分は

$$\begin{aligned}
 2 \int_0^M dM' \left(\frac{M'}{U} \right)_{g=0} &= T \sum_{\omega_n} \int_0^M dM' \frac{2M'}{\pi t_0 \sqrt{\omega_n^2 + M'^2}} \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + M'^2}} \\
 &= T \sum_{\omega_n} \frac{2}{\pi t} \left\{ \sqrt{\omega_n^2 + M^2} \ln \frac{2\pi t}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}} - |\omega_n| \ln \frac{2\pi t}{|\omega_n|} \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{\omega_n^2 + M^2} - |\omega_n| \right\} \quad (A-5)
 \end{aligned}$$

(2-22) に (A-4), (A-5) を代入すれば (3-4) を得る

Appendix C

ここでは (3-11) における k -積分を実行する。そのために次の積分を計算する。

$$I_1^\pm(\omega_n) = \sum_k \frac{1}{\omega_n^2 + \gamma^2(k) + (M \pm \Delta(k))^2} \quad (A-6)$$

$$I_2^\pm(\omega_n) = \sum_k \frac{\tau(k)}{\omega_n^2 + \gamma^2(k) + (M \pm \Delta(k))^2} \quad (A-7)$$

$$I_3^\pm(\omega_n) = \sum_k \frac{\tau^2(k)}{\omega_n^2 + \gamma^2(k) + (M \pm \Delta(k))^2} \quad (A-8)$$

この積分により (3-11) は次のように表わされる。

$$1 = gT \sum_{\omega_n} \frac{1}{2} \left[I_3^+(\omega_n) + I_3^-(\omega_n) + \frac{M}{\Delta} \{ I_2^+(\omega_n) - I_2^-(\omega_n) \} \right] \quad (A-9)$$

$$1 = UT \sum_{\omega_n} \frac{1}{2} \left[I_1^+(\omega_n) + I_1^-(\omega_n) + \frac{\Delta}{M} \{ I_2^+(\omega_n) - I_2^-(\omega_n) \} \right] \quad (A-10)$$

$I_i^\pm(\omega_n)$ を次のように近似する。

$$\begin{aligned} I_1^\pm(\omega_n) &= \sum_k \frac{1}{\omega_n^2 + \gamma^2(k) + M^2 + \Delta^2(k) \pm 2M\Delta(k)} \\ &\cong \sum_k \left\{ \frac{1}{\omega_n^2 + \gamma^2(k) + M^2 + \Delta^2(k)} + \frac{4M^2\Delta^2(k)}{[\omega_n^2 + \gamma^2(k) + M^2 + \Delta^2(k)]^2} \right\} \quad (A-11) \end{aligned}$$

$M\Delta$ の1次の展開項は、対称性から消えた。各々の積分は例えば

$$\begin{aligned} &\sum_k \frac{1}{\omega_n^2 + \gamma^2(k) + M^2 + \Delta^2(k)} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} dK \int_{-\pi}^{\pi} dk \frac{1}{\omega_n^2 + 4t_0^2 \cos^2 K \cdot \cos^2 k + \Delta^2 \sin^2 K \cos^2 k} \end{aligned}$$

A-C-2

$$= \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}} \int_{-\pi}^{\pi} dK \frac{1}{\sqrt{4t_0^2 \cos^2 K + \Delta^2 \sin^2 K + \omega_n^2 + M^2}} \quad (A-12)$$

Appendix Aと同じく $K = \frac{\pi}{2} \theta$ (Fermi 図) を用いて、 I_1 の積分を線型化して

K についての積分を行うと

$$(A-12) = \frac{1}{\pi t_0 \sqrt{\omega_n^2 + M^2}} \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2}} \quad (A-13)$$

となる。同様にして (A-11) の I_2 項も積分できて結局

$$I_1^{\pm}(\omega_n) = \frac{1}{\pi t_0 \sqrt{\omega_n^2 + M^2}} \ln \frac{2\pi t_0}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2}} + \frac{M^2 \Delta^2}{2\pi t_0 (\omega_n^2 + M^2)^{3/2} (\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2)} + \frac{M^2 \Delta^2}{\pi t_0 \sqrt{\omega_n^2 + M^2} (\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2)^2} \quad (A-14)$$

$$I_2^{\pm}(\omega_n) = \mp \frac{M \Delta}{\pi t_0 \sqrt{\omega_n^2 + M^2} (\omega_n^2 + \Delta^2 + M^2)} \quad (A-15)$$

$$I_3^{\pm}(\omega_n) = \frac{1}{\pi t_0 \Delta} \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{\omega_n^2 + M^2}}{\Delta} \right) + \frac{M^2 \Delta^2}{\pi t_0 \sqrt{\omega_n^2 + M^2} (\omega_n^2 + M^2 - \Delta^2)^2} \quad (A-16)$$

を得る。この3式と (A-4), (A-10) より (3-12) を得る。

参考文献

- 1) Review 2LZ G.R. Stewart, Rev. Mod. Phys. 56 (1984), 755
- 2) Review 4LZ T Kasuya and Tsaso eds. "Theory of Heavy Fermions and Valence Fluctuations", Springer-Verlag (1985)
- 3) T.T.M. Palstra et al. Phys. Rev. Lett. 55 (1985), 2727
- 4) M.B. Maple et al. Phys. Rev. Lett. 56 (1986), 185
- 5) W. Schlabitz et al. Z. Phys. B 62 (1986), 171
- 6) F.R. de Boer et al. Physica 138B (1986), 1
- 7) T.T.M Palstra et al. Phys. Rev. B 33 (1986), 6257
- 8) U. Walter et al. Phys. Rev. B 33 (1986), 7875
- 9) T Kohara et al. Solid State Commun. 59 (1986), 603
- 10) A. de Visser et al. Phys. Rev. B 34 (1986), 8168
- 11) M.W. McElfresh et al. Phys. Rev. B 35 (1987), 43
- 12) J.W. Allen et al. Solid State Commun. 61 (1987), 183
- 13) J.J.M. Franse et al. J. Appl. Phys. 61 (1987), 3383
- 14) C. Broholm et al. Phys. Rev. Lett. 58 (1987), 1467

- 15) J. Schoenes et al. *Phys. Rev. B* 35 (1987), 5375
- 16) T. Kohara et al. *Jpn. J. Appl. Phys.* 26 (1987) Suppl. 26-3, 1247
- 17) T. Fueki et al. *Jpn. J. Appl. Phys.* 26 (1987) Suppl. 26-3, 1249
- 18) Y. Ōnuki et al. *Physica B* (Proceedings of YCS '87)
- 19) T. Kohara et al. preprint
- 20) H.R. Ott et al. *Phys. Rev. B* 31 (1985), 1651
- 21) B. Barlogg et al. *Phys. Rev. Lett* 55 (1985), 1319
- 22) J.L. Smith et al. *Physica* 135 B (1985), 3
- 23) C. Tien et al. *Physica* 135 B (1985), 14
- 24) B. Barlogg et al. *Physica* 135 B (1985), 24
- 25) H.R. Ott et al. *Phys. Rev. B* 33 (1986), 126
- 26) R.H. Heffner et al. *Phys. Rev. Lett.* 57 (1986), 1255
- 27) H.M. Mayer et al. *Z. Phys. B* (1986), 299
- 28) S.E. Lambert et al. *Phys. Rev. Lett.* 57 (1986), 1619
- 29) D. Bishop et al. *Phys. Rev. Lett.* 57 (1986), 2095
- 30) B. Barlogg et al. *J. Mag. Mag. Mater.* 63 & 64 (1987) 441

- 31) U. Rauchschwalbe et al *Europhys. Lett.* 3 (1987), 3
and *ibid* 3 (1987), 15
- 32) R.H. Heffner et al *Proc. 15th Int Conf. Valence Fluctuations,*
Bangalore (1987)
- 33) R. Joynt et al *Phys. Rev. Lett.* 56 (1986), 1412
- 34) A.P. Ramirez et al *Phys. Rev. Lett* 57 (1986), 1072
- 35) A.I. Goldman et al *Phys. Rev. B* 34 (1986), 6564
- 36) A. de Visser et al *Phys. Lett.* 113A (1986), 489
- 37) A. de Visser et al *J. Mag. Mag. Mater.* 54-57 (1986), 375
- 38) R. Verhoef et al *Physica* 142B (1986), 11
- 39) J.J.M. Franse et al *J. Appl. Phys.* 61 (1987), 3380
- 40) P. Frings et al *J Mag Mag. Mater* 63-64 (1987), 202
- 41) J.G. Bednorz and K.A. Müller *Z. Phys.* B64 (1986), 189
- 42) H. Takagi et al *Jpn. J. Appl. Phys.* 26 (1987), L123
- 43) S. Tanaka *Jpn. J. Appl. Phys.* 26 (1987), L203
- 44) L.F. Mattheiss *Phys. Rev. Lett.* 58 (1987), 1028

- 45) B.X. Yang et al. J. Phys. Soc. Jpn. 56 (1987), 2283
- 46) T. Fujita et al. Jpn. J. Appl. Phys. 26 (1987), L368
- 47) Y. Hasegawa and H. Fukuyama Jpn. J. Appl. Phys. 26 (1987), L322
- 48) G. Shirane et al. Phys. Rev. Lett. 59 (1987), 1613
- 49) Y. Kitaoka et al. preprint
- 50) M.K. Wu et al. Phys. Rev. Lett. 58 (1987), 908
- 51) M.A. Beno et al. Appl. Phys. Lett. 51 (1987), 57
- 52) F. Izumi et al. Jpn. J. Appl. Phys. 26 (1987), L649
- 53) 石川征靖 パリティ 2 no.6 (1987), 40
- 54) Y. Maeno et al. preprint
- 55) Y. Nakazawa et al. Jpn. J. Appl. Phys. 26 (1987), L682
- 56) Y. Nakazawa et al. Jpn. J. Appl. Phys. 26 (1987), L796
- 57) T. Takabatake et al. Jpn. J. Appl. Phys. 26 (1987), L1859
- 58) W.W. Warren et al. Phys. Rev. Lett. 59 (1987), 1860
- 59) A.A. Abrikosov and L.P. Gorkov. Sov. Phys. JETP 12 (1961), 243
- 60) Review と12 33'1212 K.N. Shrivasta and K.P. Sinha. Phys. Rep.

- 115 (1984), 93 K Machida *Appl. Phys.* A35 (1984), 193
- 61) 他123 K. Machida, K. Nokura and T. Matsubara *Phys. Rev. Lett.* 44 (1980), 821 : *Phys. Rev.* B22 (1980), 203
- 62) K. Machida *J. Phys. Soc. Jpn.* 50 (1981), 2195 : K. Machida and T. Matsubara *J. Phys. Soc. Jpn.* 50 (1981), 3231
- 63) E. W. Fenton and G. C. Psaltakis *Solid State Commun.* 45 (1982), 5 : G. C. Psaltakis and E. W. Fenton *J. Phys. C* 16 (1983), 3913
- 64) M. E. Palistrant and I. V. Pédure *Theor Math. Phys.* 62 (1985), 78 : *ibid* 65 (1985), 1264 : *ibid* 70 (1987), 312
- 65) M. Gulácsi and Zs. Gulácsi *Phys. Rev.* B33 (1986), 6147
- 66) C. A. Balseiro and L. M. Fialicov *Phys. Rev.* B20 (1979), 4457
- 67) G. Bilbro and W. L. McMillan *Phys. Rev.* B14 (1976), 1887
- 68) 他123, K Machida *J. Phys. Soc. Jpn* 53 (1984), 712
- 69) Y. Imry et al *Phys. Rev.* B10 (1974), 2900 Y Imry *J. Phys. C* 8 (1975), 567
- 70) F. J. Ohkawa and H. Fukuyama *J. Phys. Soc. Jpn* 53 (1984), 4344

- 71) T. Matsuura et al *J Magn. Magn. Mater.* 52 (1985), 239
- 72) G.E. Volovik and L.P. Gorkov *Sov. Phys. JETP* 61 (1985), 843
- 73) E.I. Blount *Phys. Rev.* B32 (1985), 2935
- 74) M. Ozaki et al *Prog. Theor. Phys.* 74 (1985), 221
- 75) M. Kato and K. Machida *Phys. Rev. B* 37 (in press)
- 76) M. Ozaki private communication. also M. Kato, K. Machida
and M. Ozaki *Jpn. J. Appl. Phys.* 26 (1987) Suppl. 26-3, 1245
- 77) M. Kato and K. Machida *J. Phys. Soc. Jpn.* 56 (1987), 2136.
K. Machida and M. Kato. *Phys. Rev. Lett.* 58 (1987), 1986
- 78) K. Machida and M. Kato *Jpn. J. Appl. Phys.* 26 (1987), L660
- 79) M. Kato et al preprint
- 80) Y. Suzumura et al *J. Phys. Soc. Jpn.* 56 (1987), no. 12
- 81) P. A. Lee et al *Phys. Rev. Lett.* 31 (1973), 462
- 82) K. Machida and M. Kato *Phys. Rev.* B36 (1987), 854
- 83) Y. Okabe et al *Solid State Commun.* 64 (1987), 483
- 84) K. Machida and A. Griffin private communication

R-7

85) G Aeppli et al preprint