

新制  
理  
039  
京大附図

---

学 位 申 請 論 文

---

---

国 友 浩

---

DEPARTMENT OF PHYSICS

KYOTO UNIVERSITY.

主論文

No. ....

弦の場の理論を構成する

新しい方法について

国友 浩

## 要約

二次元面の場の理論 (conformal field theory) に基づいて弦の場の理論を構成する新しい処法を与える。この方法は、conformal field theory に基づいておける、light-cone 型、Witten 型、どちらの型の場の理論にも適用できる一般的なものである。ここでは、具体的に、light-cone 型の共変な Boson 弦の場の理論の構成について議論する。そして、この処法が、確かに、以前与えた、HIKKO の弦の場の理論を再現することを示す。また、特に、3 弦相互作用 vertex に必要な ghost 因子が、この方法を用いると、相互作用点の ghost 座標の描像を、conformal な描像に引き戻すための、描像変換演算子として、自然に理解できることを示す。この方法で、構成された、相互作用 vertex が、BRV 不変性 (分配則) を持つことを、改善された経路積分 (コシ-積分) の方法で示される。このとき以前の手法では不明瞭であった、BRV charge の Regge 切片に対する条件  $d_0=1$  が、正しく再現されることを明らかにされる。

目次

第1章	序論	10-31 1
第2章	conformal field theory の解説	7
2-1	弦の理論と conformal 対称性	7
2-2	conformal field theory	11
2-3	弦理論の ghost 系	17
2-4	ghost 系の真空の描像	21
第3章	弦の場の理論を構成する新しい方法	25
3-1	弦の場の理論	25
3-2	3弦相互作用 vertex を構成する一般的方法	33
3-3	具体例: $D=1$ の描像の場合	52
3-4	自由項の構成 $\alpha' \neq 0$	58
第4章	相互作用 vertex の BRST 不変性	63
4-1	BRST 不変な vertex の唯一性	64
4-2	直接的な証明: 改善された経路積分の方法	69
第5章	結論	75

Appendix

A 開弦の理論と conformal field theory

B  $X^{\mu}$  座標に対する Neumann 関数

C HIKKO の vertex との 同等性.

D 経路積分の評価

## 第1章 序論.

弦の理論、特に超弦の理論は、電磁相互作用、強い相互作用、弱い相互作用、  
として重力の4つの相互作用を統一する理論として、また、別の意味では、時空と  
物質を統一する理論として現在、最も有望視され、かつ勢力的に分析されつ  
ている理論である。<sup>1)</sup>

弦の理論を定式化しようとする際には、そのとらえ方において、大きくに  
言、2. 次の2つの方法がある。一つは、弦の理論を、弦が時間発展した際に  
張る二次元面(世界面)上の場の理論として定式化する方法であり、もう一つは、  
通常の場の理論を、弦の生成・消滅をとり扱えるように拡張した、弦の場の理論の  
方法である。前者の方法、二次元面の場の理論の方法には、大きく分け、Polyakov  
による経路積分の方法<sup>2)</sup>と、Belavin-Polyakov-Zamolodchikov による導入<sup>3)</sup>  
Friedan-Martinec-Shenker による弦の理論として定式化された<sup>4)</sup> conformal  
field theory の方法とがある。これらの方法は、Riemann面の幾何学や、無限  
次元群の表現論等の数学を用いることにより、急速に発展し、非常に小さい  
弦の理論の1つの定式化を与えた。特に、この論文で、1つの道具立てとして、用いら  
れる conformal field theory の方法は、二次元の conformal 不変性か  
無限次元の対称性であることを利用して、conformal 不変性を持つような、



2次元の場の理論を、非常にエレガントな方法で定式化したものであり、

実際に、弦の散乱振幅を計算しようとする際に強力な威力を發揮する。

しかし、これらの理論で計算できるのは、弦の on-shell での散乱振幅だけであ

り、有効ポテンシャルのような off-shell の量は計算できない。真空の安定性といった

ことが議論できない。また、本質的に2次元の理論なので、トポロジーの違う面、

例えば、弦の tree と 1-loop の散乱振幅をどのような重みで足したら

良いかを決定することができないという欠点がある。そのため、現在までの

と=3、これらの方法は、弦の基本理論というよりは、散乱振幅を計算する際の

1つの処法を与える理論である。といった位置付けにあると思われる。

弦の理論のもう1つの定式化の方法は、弦の場の理論である。

弦の場の理論は、初め、Kaku-吉川 によつて、非物理的な自由度を全て消去した

light-cone gauge の理論として、定式化された。<sup>5)</sup> この理論は、通常の場の理論

におけるニ=タリゲージのように、非物理的な自由度を含まないために、ニ=タリ

ターの議論等には、見通しが良いか、反面、ローレンツ共変性が明白でない

ために、Heisenberg 表示での考察等、場の理論が、本来威力を發揮するで

あると思われる問題を取り扱えないという欠点がある。...この欠点を克服した、

ローレンツ共変な弦の場の理論は、我々京都のグループ(畑, 伊藤, 丸後, 小川)と  
筆者, HIKKO) と Witten により独立に (若干異なる方法で) 定式化された。<sup>6, 7)</sup> これらの  
理論では、ローレンツ共変性が明となり、2113 代償として、必然的に無限個の  
非物理的な自由度を導入せざるを得ないために、無限次元のゲージ不変性  
を持つ理論として定式化された。

弦の場の理論による定式化は、それ自身完全に閉じているために、弦の  
理論の基本的な定式化とする事ができる。また、これまでに通常の場の理論に  
おいて開発された、有効作用の方法等の様々な技巧を応用する事が  
できる等々多くの長所がある。また、原幾何学的な弦の場の理論として、  
時空と物質を真の意味で統一した理論を構成する事ができる可能性  
をも持っている。<sup>8)</sup> しかし、その反面、理論の定式化の段階で、既にかなり複雑  
であり、実際の散乱振幅の計算等には、不向きである。

以上に述べたように、弦理論を定式化するための 2つの方法、  
2次元面の理論の方法と、弦の場の理論の方法とには、それぞれ相補的  
と言える長所と欠点とがある事がわかる。従って、今後、弦理論を定式化、  
分析しようとする際には、これら 2つの方法の長所を、場合により、うまく使い、



分けながら、進むのがより賢明な方法でありと思われる。そのためには  
二つの方法が、どのように、互いに関係しているかを、厳密な意味で、けり  
こせることが、非常に重要な問題となる。この論文では、conformal field  
theory と弦の場の理論との関係を明らかにする一つの試みとして、特に  
ghost 系の conformal field theory と、場の理論の構成に適した形で  
定式化し、これを用いて、弦の場の理論を構成する新しい方法を与える。

具体的に、論文の構成は、以下の通りである。

第2章では、conformal field theory について、特にこの論文で必要と  
なる程度の範囲に限って、簡単な解説を与える。ここで、以下の章で、重要となる、  
ghost の調和振動子の真空に関する描像、あるいは描像変換演算子、といった  
概念が導入される。第3章では、前章で解説した、ghost 系の conformal  
field theory と、場の理論で用いられる複数の Fock 空間を用いる表式で、  
再定式化し、開弦の場の理論の最も重要な構成要素である、3つの開弦の相互作用  
vertex を構成する。更に、こうして得られた相互作用 vertex から BRS 不変な  
vertex を構成する処方を与える。また、こうして得られた相互作用項に、  
対応するべき自由項の構成の方法についても議論する。この章で与え

る全ての処法は、前章で解説した、ghost 振動子の真空の描像について、  
全く一般のものであり、任意の描像の上で、相互作用 vertex を構成する  
ことができる。また、特に、HIKKO の用いたのと同じ描像を取ると、繰り下げた  
相互作用 vertex と同じものが得られることが示される。第4章では、前章で  
与えられた処法に基づいて任意の描像の ghost の真空の上で構成した、  
相互作用 vertex が、実際に BRS 不変性を持つことが、2つの独立な  
方法で示される。最初に、ghost 座標の“相互作用点に於ける描像”という  
概念を厳密な意味で定義することにより、相互作用 vertex その自体が、  
元の真空から Bogoliubov 変換により得られる真空であると解釈することができる  
ことができることを示す。このこと、真空の唯一性を用いて、Boson 的な弦の相互作用  
vertex は、どのような描像の ghost 真空を用いても、全く同じものを与える  
ことが示される。従って、前章で与えた処法は、全ての ghost 真空の上で、HIKKO の  
BRS 不変な vertex を与えることが証明される。次の別の独立な方法として、  
参考文献(6)で HIKKO が用いた経路積分の方法をこの場合にも適用できる  
ように改善することにより、直接 vertex の BRS 不変性を証明する。この  
方法により、HIKKO の証明よりは明らかでないが、切片パラメータに関する

条件  $d(0)=1$  が、相互作用 vertex の BRS 不変性から、要求される<sup>\*</sup>。

初めて明らかになる。第5章は、結論に示される。<sup>\*</sup>

\* 第3章の内容は、末広彦氏との共同研究(参考文献9)をまとめたものである。

また、第4章の内容は、九後誠一郎氏、末広彦氏との共同研究(参考文献10)をまとめたものである。

## 第2章 conformal field theory の解説

この章では、Friedan-Martinec-Shenker による<sup>4)</sup> conformal field theory の弦の理論への応用について、簡単に解説する。

### 2-1. 弦の理論と conformal 対称性.

今、平坦な  $d$ -次元 Minkowski 空間の中を、自由に伝播している閉弦を

考えよう。<sup>\*</sup>  $\Rightarrow$  弦の運動の軌跡は、 $d$ -次元空間内に、2次元の面(世界面)

を張る。(図1)  $\Rightarrow$  面は、2次元のパラメータ空間<sup>\*\*</sup>  $(\sigma, \tau)$   $[-\pi \leq \sigma \leq \pi, -\pi \leq \tau \leq \pi]$

から  $d$ -次元時空への写像  $X^\mu(\sigma, \tau)$  ( $\mu=0, 1, \dots, d-1$ ) によって表される。 $\Rightarrow$  弦の

運動は、この世界面の幾何学的な性質のみ依存し、そのパラメータの選び方

に依らないことは明らかである。弦の理論は

2次元パラメータ空間での一般座標変換について、

不変な形で定式化されるべきであることが期待される。

実際、補助場として、2次元空間の計量  $g_{ab}(\sigma, \tau)$

( $a, b=1, 2, g = \det g_{ab}$ ) を導入することに

よって、自由な弦の作用は、

\*)  $\Rightarrow$  これは、以下の議論を簡単にするために、閉弦の理論を考えるが、開弦の場合も、

全く同様の議論をすることもできる。これは、詳細は、Appendix A を見よ。

\*\*\*)  $\Rightarrow$  これは、2次元空間については、初めから 2-クリット化して考える。

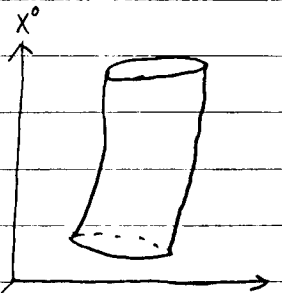


図1. 閉弦の描く世界面

$$S = \int d\tau \int g^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X_\mu \quad (2-1-1)$$

で与えられる。<sup>11)</sup> のようにして、自由弦の理論は、場  $g_{ab}(\xi)$  と  $X^\mu(\xi)$  とで、定義される2次元の場の理論となる<sup>12)</sup> と加わります。

2.2. この理論には、上で述べたように、2次元の一般座標変換不変性が存在する<sup>13)</sup>。これを量子化する際には、ゲージを固定しなくてはならない。<sup>14)</sup>  $\xi = \tau$  は所謂、conformal gauge

$$g_{ab} = e^\phi \delta_{ab} \quad (2-1-2)$$

を取ると考える。 $\xi = \tau$ 。  $g_{ab}$  の独立な成分は、3つである<sup>15)</sup> に対して、一般座標変換の自由度は2つである<sup>16)</sup>。ゲージ条件(2-1-2)は1つの任意関数  $\phi(\xi)$  を

含んでいる。 $\xi = \tau$ 。計量  $g_{ab}$  は、無限小一般座標変換  $\xi^a = \xi^a + \epsilon^a(\xi)$  に対して、

$$\delta g_{ab} = -2\partial_a \epsilon^c g_{cb} - 2\partial_b \epsilon^c g_{ac} - \epsilon^c \partial_c g_{ab} \quad (2-1-3)$$

と変換する。 $\xi = \tau$ 、ゲージ条件(2-1-2)を代入すると

$$\delta g_{ab} = -(2\partial_a \epsilon_b + 2\partial_b \epsilon_a) e^\phi - \epsilon^c \partial_c \phi \cdot e^\phi \delta_{ab} \quad (2-1-4)$$

となる<sup>17)</sup>  $\epsilon^a(\xi)$  が、式

$$2\partial_a \epsilon_b + 2\partial_b \epsilon_a = f(\xi) \delta_{ab} \quad (2-1-5)$$

を満足する<sup>18)</sup>

$$\delta g_{ab} = -(f(\xi) + \epsilon^c \partial_c \phi) e^\phi \delta_{ab} \quad (2-1-6)$$

あるいは、

$$\begin{aligned} g'_{ab} &= g_{ab} + \delta g_{ab} \\ &= (1 - f(\xi) - \epsilon^c \partial_c \phi) e^\phi \delta_{ab} \equiv e^{\phi'} \delta_{ab} \end{aligned} \quad (2-1-7)$$

となす。ゲージ条件を変えたい。即ち、この変換は、ゲージ固定後も残る residual な対称性があることがわかる。ここで未定関数  $f(\xi)$  は、(2-1-5) 式の両辺のトレースを取ることにあつて、決まり、(2-1-5) 式は、

$$\partial_a \epsilon_b + \partial_b \epsilon_a = (\partial_c \epsilon^c) \delta_{ab} \quad (2-1-8)$$

と書くことができる。この式を満たすような  $\epsilon^a(\xi)$  を conformal キリニク「ベクトル」といふ。

これにあつて引き起される座標変換を conformal 変換といふ。弦理論 (の第一量子化)

において、この conformal 対称性が、弦の時間方向の振動モードのような

非物理的な状態の decoupling を保証するのであるか。これについての詳しい

議論は、他の文献<sup>(12,13)</sup> に譲るとして、ここでは、この conformal 対称性に

ついて、もう少し詳しく見とみることにしよう。

そのために、まず複素座標、 $p \equiv \xi^1 + i\xi^2$ ,  $\bar{p} \equiv \xi^1 - i\xi^2$  を導入する。

ここで変数  $p$  は、図 2 の領域で定義される複素変数である。

となり 方程式 (2-1-8) は

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{p}} \epsilon_p = 0 \\ \partial_p \epsilon_{\bar{p}} = 0 \end{array} \right. \quad (\epsilon_p = \epsilon_1 + i \epsilon_2) \quad (2-1-9)$$

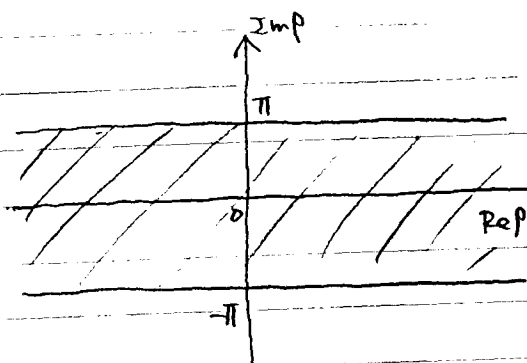


図2. 変数  $p$  の定義上の領域.

となる. あるいは, 更に,

$$z = e^p \quad (\bar{z} = e^{\bar{p}}) \quad (2-1-10)$$

で, 変数  $z, \bar{z}$  を定義すると, 即ち, 2次元複素平面上的変数となり, (2-1-9) 式は

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{z}} \epsilon_z = 0 \\ \partial_z \epsilon_{\bar{z}} = 0 \end{array} \right. \quad (\epsilon_z = e^{-p} \epsilon_p, \epsilon_{\bar{z}} = e^{-\bar{p}} \epsilon_{\bar{p}}) \quad (2-1-11)$$

となり, conformal 変換は, 2次元複素平面上的正則 (反正則) 変換とみなす

ことができる. また, この座標系では, ゲージ条件 (2-1-2) は

$$ds^2 = e^{\phi(z, \bar{z})} dz d\bar{z} \quad (2-1-12)$$

の形に表わすことができる.

以上の議論から明らかのように, 2次元の conformal 対称性は, 無限

次元の対称性となる. 即ち, 2次元の場合に特徴的な性質<sup>2)</sup>, 即ち無限次元

の対称性を持つ2次元の場の理論の一般的性質を定式化するのは, 次節に

述べる conformal field theory である.



## 2-2 conformal field theory

conformal field theory とは、conformal 不変性を持つような 2次元の場の量子論を取り扱う理論である。とて"ある" conformal 不変性か、理論にどのような制限を与えるかを考えてみよう。

まず、conformal 不変性を持つような 2次元の場の理論があると仮定する。

このとき、2次元空間としては、conformal 変換で移れる空間であれば、どのような

空間上で、考えても同じであるが、弦の理論との対応を考えると、最初に閉弦の

世界面 (シリンドラ)  $(\sigma, \tau^2)$   $(-\infty \leq \sigma \leq \infty, -\pi \leq \tau \leq \pi)$  [あるいは  $(p, \bar{p})$   $(-\infty \leq \text{Re } p \leq \infty,$

$-\pi \leq \text{Im } p \leq \pi)$ ] 上での場の理論を考える。但し、全2次元の場の空間方向の境界 ( $\sigma = \pm \pi$

あるいは  $\text{Im } p = \pm \pi$ ) 上で周期的境界条件を満たすものと仮定する。そして、その後で、

複素平面 ( $z$ -平面) に移って考えることにする。

一般に、conformal 不変性の存在する理論<sup>\*</sup> では、エネルギー運動量テンソルは、条件

$$\begin{cases} \partial_a T_{ab} = 0 & \text{(保存性)} \\ T_{aa} = 0 & \text{(トレース性)} \end{cases} \quad (2-2-1)$$

\*) 正確には、conformal 不変性の一部である並進不変性とスケール不変性の存在

ある理論

を満たす。これは  $\rho$  変数 ( $\rho = z' + i\epsilon^2$ ) で書くと、

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{\rho}} T_{\rho\rho} = 0 \\ \partial_{\rho} T_{\bar{\rho}\bar{\rho}} = 0 \\ T_{\rho\bar{\rho}} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{\rho\rho} = T_{11} - T_{22} - 2i T_{12} \\ T_{\bar{\rho}\bar{\rho}} = T_{11} - T_{22} + 2i T_{12} \\ T_{\rho\bar{\rho}} = T_{11} + T_{22} \end{array} \right. \quad (2-2-2)$$

と書くことができる。即ち、トレースレス条件により、エネルギー-運動量テンソルの独立成分

は、 $T_{\rho\rho}$  と  $T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}$  の 2 つのみであり、保存性から  $T_{\rho\rho}$  は  $\rho$  のみの  $T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}$  は  $\bar{\rho}$  のみの

関数であるとわかる。

次に、今 全ての場は境界  $\xi^2 = \pm\pi$  で周期的であると仮定して置く。

エネルギー-運動量テンソルを  $\xi^2$  に対してフーリエ展開することができる。但し、

今、 $T_{\rho\rho}$  は  $\rho$  にしか依存しない<sup>\*</sup>と仮定して置く。  $T_{\rho\rho}$  は、

$$T_{\rho\rho}(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_n e^{n(z'+i\epsilon^2)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_n e^{n\rho} \quad (2-2-3)$$

という形に展開される<sup>\*</sup>と仮定する。  $T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}$  も同様に、

$$T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{\rho}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{L}_n e^{n\bar{\rho}} \quad (2-2-4)$$

のように展開される。但し、<sup>\*</sup>とは  $L_n, \bar{L}_n$  は  $t$  や  $\tau$  時間には依らない

定数である。即ち、conformal 不変性を持つ理論には conformal

変換群が無限次元である<sup>\*</sup>と対応して、無限個の保存 charge

$$\left\{ \begin{array}{l} L_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\beta^2}{2\pi} e^{-n\beta} T_{\beta\beta}(\beta) \\ \bar{L}_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\bar{\beta}^2}{2\pi} e^{-n\bar{\beta}} T_{\bar{\beta}\bar{\beta}}(\bar{\beta}) \end{array} \right. \quad (2-2-5)$$

が存在する。量子論では、これを "conformal 変換の生成演算子と見做す" (\*)

Virasoro 演算子と呼ばれ<sup>14)</sup> れている。また、Virasoro 演算子  $L_n$  ( $\bar{L}_n$  と同じ) は、

conformal 変換の生成子であることから、

$$[L_n, L_m] = (n-m)L_{n+m} + \frac{c}{12}(n^3-n)\delta_{n+m,0} \quad (2-2-6)$$

を満たさなければならぬとわかる。これを Virasoro 代数と呼ぶ。

ここで、右辺に現れる定数項は、無限次元代数に特徴的な項で、物理では、

Schwinger 項<sup>15)</sup> と呼ばれ、同一点での演算子の積が singular であるという量子論的な効果 (anomaly) から来る項である。また  $c$  を central charge

という。

また、 $z = e^\beta$  の複素平面  $z = e^\beta$  に conformal 変換を移して考えると

にしよう。また、エネルギー-運動量テンソルに課する条件 (2-2-2) は、

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{z}} T_{zz} = 0 \\ \partial_z T_{\bar{z}\bar{z}} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{zz} = z^{-2} T_{\beta\beta} \\ T_{\bar{z}\bar{z}} = \bar{z}^{-2} T_{\bar{\beta}\bar{\beta}} \end{array} \right.$$

\*) 一般に、 $L_n, \bar{L}_n$  が conformal 変換の生成演算子であるとは conformal 変換の

一部である並進変換の生成演算子がエネルギー-運動量  $L_0, \bar{L}_0$  であることから理解できる。

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{z\bar{z}} = 0 \\ T_{\bar{z}z} = |z|^{-2} T_{\rho\bar{\rho}} \end{array} \right. \quad (2-2-7)$$

となる。従って、複素平面では、 $T_{zz}$ は解析関数、 $T_{\bar{z}\bar{z}}$ は反解析関数となる。

フーリエ展開 (2-2-3, 4) はこのとき、D-ラニ展開

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{zz}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_n z^{n-2} \\ T_{\bar{z}\bar{z}}(\bar{z}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{L}_n \bar{z}^{n-2} \end{array} \right. \quad (2-2-8)$$

となり、 $L_n, \bar{L}_n$  は、 $T_{zz}, T_{\bar{z}\bar{z}}$  から コーシ-積分

$$\left\{ \begin{array}{l} L_n = -\oint \frac{dz}{2\pi i} z^{-n+1} T_{zz}(z) \\ \bar{L}_n = -\oint \frac{d\bar{z}}{2\pi i} \bar{z}^{-n+1} T_{\bar{z}\bar{z}}(\bar{z}) \end{array} \right. \quad (2-2-9)$$

によって得られる。但し  $n=2$  の積分は原点を囲む経路に沿って行うものとする。

これからわかるように、複素座標系  $z$  の便利たとは、通常の解析関数や、

コーシ-積分等の概念が使えるところにある。

さて次に、一般の場の conformal 変換の元での変換性について考えよう。

一般に、 $(h, m)$  型テンソル  $\underbrace{\phi_{z_1 \dots z_n \bar{z}_1 \dots \bar{z}_m}}_{(h, m)}$  は、conformal 変換  $z \rightarrow w(z), \bar{z} \rightarrow \bar{w}(\bar{z})$  の元で

$$\underbrace{\phi_{z_1 \dots z_n \bar{z}_1 \dots \bar{z}_m}}_{(h, m)}(z, \bar{z}) \rightarrow (\partial_z w)^n (\partial_{\bar{z}} \bar{w})^m \underbrace{\phi_{w_1 \dots w_n \bar{w}_1 \dots \bar{w}_m}}_{(h, m)}(w, \bar{w}) \quad (2-2-10)$$

のように変換する。ところが量子論においては、anomaly が存在する可能性がある

あるため、一般に場がテンソルの変換性を持つとは限りません。  $n=2$  の

$$\phi(z, \bar{z}) \rightarrow (\partial_z w)^h (\partial_{\bar{z}} \bar{w})^{\bar{h}} \phi(w, \bar{w}) \quad (2-2-10)$$

のように、テソルト同じ形の交換性を示す場合を特に conformal field と呼んで区別する=と出来る。=9とき  $(h, \bar{h})$  を  $\phi$  の conformal 次元 (あるいは単に次元) とする。=2で注意しなく2は117な119は、量子論にか11212。

異常次元 (anomalous dimension) が存在するたため、 $(h, \bar{h})$  は必ずしも整数とは限らな11という=と2である。

今、次元  $(h, \bar{h})$  を持つような conformal field  $\phi(z, \bar{z})$  があ、たと仮定する。すると  $\phi(z, \bar{z})$  は定義より、conformal 変換の元2" (2-2-10) の形の交換性を示すことができる2" conformal 変換の生成演算子  $L_n, \bar{L}_n$  とこれと対応する決まった交換関係を満たさなければならな11。実際、

=2"は説明を省略するが、 $L_n, \bar{L}_n$  と  $\phi$  とは、交換関係

$$\begin{cases} [L_n, \phi(z, \bar{z})] = -z^{-n+1} \partial_z \phi(z, \bar{z}) + (n-1)h z^{-n} \phi(z, \bar{z}) \\ [\bar{L}_n, \phi(z, \bar{z})] = -\bar{z}^{-n+1} \partial_{\bar{z}} \phi(z, \bar{z}) + (n-1)\bar{h} \bar{z}^{-n} \phi(z, \bar{z}) \end{cases} \quad (2-2-11)$$

を満足さなければならな11=とかがわかる\*) あるいは、逆に、 $[L_n, \bar{L}_n]$  と (2-2-11) の

\*)  $L_n (\bar{L}_n)$  は conformal 変換  $z \rightarrow \epsilon_n z^{n+1} (\bar{z} \rightarrow \bar{\epsilon}_n \bar{z}^{n+1})$  の生成演算子と

な、211る。

交換関係を満たすような場が、次元  $(h, \bar{h})$  の conformal field であると言ふこともできる。通常 conformal field theory では交換関係 (2-2-11) を与え

代わりに  $T_{zz}(z)$  と  $T_{\bar{z}\bar{z}}(\bar{z})$  と  $\phi(z, \bar{z})$  との演算子積展開

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{zz}(z) \phi(w, \bar{w}) \sim \frac{h}{(z-w)^2} \phi(w, \bar{w}) + \frac{1}{z-w} \partial_w \phi(w, \bar{w}) \\ T_{\bar{z}\bar{z}}(\bar{z}) \phi(w, \bar{w}) \sim \frac{\bar{h}}{(\bar{z}-\bar{w})^2} \phi(w, \bar{w}) + \frac{1}{\bar{z}-\bar{w}} \partial_{\bar{w}} \phi(w, \bar{w}) \end{array} \right. \quad (|z| \leq |w|) \quad (2-2-12)$$

を与える。実は、この2つを与えることは等価なのであるが<sup>(4)</sup>、ここではこのように示す。

以下では演算子積展開 (2-2-12) を満たす場を conformal field と呼ぶ。

また、同様に、Virasoro 代数 (2-2-6) も エネルギー運動量 テンソルの間の演算子積

展開 (以降演算子積展開では常に左側にある演算子のほうが内側  $|z| \leq |w|$  であると仮定する。)

$$T_{zz}(z) T_{ww}(w) \sim \frac{c}{2(z-w)^4} + \frac{2}{(z-w)^2} T_{ww}(w) + \frac{1}{z-w} \partial_w T_{ww}(w) \quad (2-2-13)$$

で表わすことができる。これからわかるように、エネルギー運動量 テンソルは anomaly

のため、テンソルの変換性を示さない (conformal field ではない) 場の例と

なりである。

一般に、conformal field theory では、conformal field(s) と

これらの間の演算子積展開が与えられると、Virasoro 代数の表現論や、

conformal 変換に対する Ward-高橋 恒等式を用いることができる。

ヒルベルト空間や、相関関数の構造が全て決定されてしまうの"あるか"。"=="は、

"=="以上一般的な考察をすることはやめ、次節で具体的な conformal

field theory の例として、弦理論の ghost 系を考察することをしよう。

### 2-3 弦理論の ghost 系

話を弦理論に戻すことにしよう。弦理論を conformal "ゲージ" (2-1-2) で

量子化するためには、ghost を導入する必要がある。<sup>13)</sup> "=="とき、ghost の作用は

$$N = \frac{1}{\pi} \int d^2z [ \bar{c}_+ \partial_{\bar{z}} c_+ + \bar{c}_- \partial_{\bar{z}} c_- ] \quad (2-3-1)$$

"=="と与えられることが知られている。<sup>13, 4)</sup> "=="から、運動方程式は

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{z}} c_+ = \partial_{\bar{z}} \bar{c}_+ = 0 \\ \partial_z c_- = \partial_z \bar{c}_- = 0 \end{array} \right. \quad (2-3-2)$$

となる。c,  $\bar{c}_+$  は p のみの関数、c<sub>-</sub>,  $\bar{c}_-$  は  $\bar{p}$  のみの関数となる。以下の議論

では c<sub>+</sub>,  $\bar{c}_+$  のみに注目することをしよう。

c<sub>+</sub>,  $\bar{c}_+$  は周期境界条件を満たすものとする。"=="らば、

$$\left\{ \begin{array}{l} c_+(p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{np} \\ \bar{c}_+(p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{c}_n e^{np} \end{array} \right. \quad (2-3-3)$$



の形に展開できる。また、作用(2-3-1)から $\Rightarrow$ 系は、交換関係

$$\{C_n, \bar{C}_m\} = \delta_{n+m, 0} \quad (C_n^\dagger = C_{-n}, \bar{C}_n^\dagger = \bar{C}_{-n}) \quad (2-3-4)$$

による。量子化される $\Rightarrow$ 比較的容易にわかる。

$\Rightarrow$ 系は、以下で示すように、2つの conformal fields  $C_+$  ( $h=-1, \bar{h}=0$ ) と

$\bar{C}_+$  ( $h=2, \bar{h}=0$ ) から成るような conformal field theory の例と打てる。

$\Rightarrow$ 系が conformal field theory の例である $\Rightarrow$ と見ると、 $\bar{C}_+$  "複素

平面へ移す。そのために  $\bar{C}_+$  と  $C_+$  の次元が  $-1, 2$  である $\Rightarrow$ と見出し

$$\left\{ \begin{array}{l} C(z) = z^{-1} C_+(p) \\ \bar{C}(z) = z^{-2} \bar{C}_+(p) \end{array} \right. \quad (2-3-5)$$

で  $C(z), \bar{C}(z)$  を定義する $\Rightarrow$ としよう。(2-3-3)から  $C(z), \bar{C}(z)$  は、

$$\left\{ \begin{array}{l} C(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n z^{n+1} \\ \bar{C}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{C}_n z^{n-2} \end{array} \right. \quad (2-3-6)$$

のように  $D$ -ラに展開される $\Rightarrow$ とわかる。

次に、ghost の 2点関数  $\overline{C(z) \bar{C}(w)}$  に注目。考える。但し、 $\Rightarrow$ とき  $p$  座標系

での時間順序積に対応して、2点関数は、動径順序積

$$\overbrace{\hat{C}(z)\bar{C}(w)} = \theta(|w|-|z|) \langle 0 | \hat{C}(z)\bar{C}(w) | \tilde{0} \rangle$$

(2-3-7)

$$- \theta(|z|-|w|) \langle 0 | \bar{C}(w)\hat{C}(z) | \tilde{0} \rangle$$

で与えられるものと定義する。真空についての詳しい議論は次節で

するとし、 $|\tilde{0}\rangle$  は  $|0\rangle$ ,  $\langle \tilde{0}|$  は、条件

$$\left\{ \begin{array}{l} C_n |\tilde{0}\rangle_c = 0 \quad (n \geq -1), \quad \langle 0 | C_n = 0 \quad (n \leq -2) \\ \bar{C}_n |\tilde{0}\rangle_c = 0 \quad (n \geq 2), \quad \langle 0 | \bar{C}_n = 0 \quad (n \leq 1) \end{array} \right.$$

(2-3-8)

を満たすことを説明するために使うことができる。反交換関係 (2-3-4) から、

2点関数は

$$\begin{aligned} \overbrace{\hat{C}(z)\bar{C}(w)} &= \theta(|w|-|z|) \left(\frac{1}{w}\right) \sum_{n \geq 0} \left(\frac{z}{w}\right)^n - \theta(|z|-|w|) \left(\frac{1}{w}\right) \sum_{n \geq 0} \left(\frac{z}{w}\right)^n \\ &= \frac{1}{z-w} \end{aligned}$$

(2-3-9)

となることを確かめる。また、2系のエネルギー-運動量テンソルは、\*)

$$T(z) = - : (\hat{C}(z)\partial_z \bar{C}(z) + 2(\partial_z \hat{C}(z))\bar{C}(z)) : \quad (2-3-10)$$

で与えられることを知られている。<sup>4)</sup>

\*)  $|\tilde{0}\rangle$  での  $T(z)$  は、一般論で述べた  $T_{22}(z)$  に対応する。 $T_{22}(z)$  は  $\tilde{C}, \bar{C}$  系の

エネルギー-運動量テンソルに対応する。

→ 9と3.  $T(z)$  と  $C(z)$  との演算子積展開がどのような形になるか計算して

めよう。今  $|z| \leq |w|$  とすると  $T(z)$  と  $C(w)$  との積は、Wickの定理より、

$$T(z)C(w) = -: C(z)\partial_z \bar{C}(z) + 2(\partial_z C(z))\bar{C}(z) : C(w)$$

$$= -: (C(z)\partial_z \bar{C}(z) + 2(\partial_z C(z))\bar{C}(z)) C(w) :$$

$$- \overbrace{C(z)\partial_z \bar{C}(z)} C(w) - 2 \overbrace{(\partial_z C(z))\bar{C}(z)} C(w)$$

$$= -: (C(z)\partial_z \bar{C}(z) + 2(\partial_z C(z))\bar{C}(z)) C(w) :$$

(2-3-11)

$$- \frac{1}{(z-w)^2} C(z) + \frac{2}{z-w} \partial_z C(z)$$

と成る。更に最右辺の2行目の  $C(z)$  を  $w$  のまわりで展開し直すと、

$$- \frac{1}{(z-w)^2} C(z) + \frac{2}{z-w} \partial_z C(z) = - \frac{1}{(z-w)^2} C(w) + \frac{1}{z-w} \partial_w C(w) + \dots$$

と成るから結局  $T$  と  $C$  の演算子積展開は、

$$T(z)C(w) \sim \frac{-1}{(z-w)^2} C(w) + \frac{1}{z-w} \partial_w C(w)$$

(2-3-12)

と成る。とかわかぬ。同様にして、 $T$  と  $\bar{C}$  の演算子積展開は、

$$T(z)\bar{C}(w) \sim \frac{2}{(z-w)^2} \bar{C}(w) + \frac{1}{z-w} \partial_w \bar{C}(w)$$

(2-3-13)

と成る。従って、(2-3-12) と (2-3-13) より  $C(z)$ 、 $\bar{C}(z)$  はそれぞれ次元  $-1, 2$  の

conformal field であることがわかる。

また同様の計算から、 $T$  同士に  $\eta = 2$  は

$$T(z)T(w) \sim \frac{-13}{(z-w)^4} + \frac{2}{(z-w)^2} T(w) + \frac{1}{z-w} \partial_w T(w) \quad (2-3-14)$$

を得るということが出来る。このことから、ghost 系は central charge  $c = -26$  の

conformal field theory であることがわかる。

#### 2-4 ghost 系の真空の描像

この節では、ghost 系  $c(z), \bar{c}(z)$  の無限個の“真空”

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle 0 | c_n = 0 \quad n \leq -2 + D \\ \langle 0 | \bar{c}_n = 0 \quad n \leq 1 - D \end{array} \right. \quad (D \in \mathbb{Z}) \quad (2-4-1)$$

について議論するところがある。ここで“真空”と“”を付けたのは、もちろん、

(2-3-3) から明らかになった。  $c_n, \bar{c}_n$  は  $n > 0$  が消滅演算子、 $n < 0$  が生成

演算子であるから、物理的には真空とは、

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle 0 | c_n = 0 \quad n \leq -1 \\ \langle 0 | \bar{c}_n = 0 \quad n \leq -1 \end{array} \right. \quad (2-4-2)$$

を満たす状態として定義が「また」からである。<sup>\*</sup>しかし、ここで

<sup>\*</sup>ただし、加藤・小川が指摘したように、このとき真空は 2 重に縮退している。<sup>(13)</sup>

条件 (2-4-1) を満たす状態を真空と呼ぶ<sup>1)</sup> とし、これを描像  $P$  での真空と

呼ぶ<sup>2)</sup> としよう。即ち、 $P$  の値を一つ決めると、条件 (2-4-1) から、その描像での

真空が一つ決まる<sup>3)</sup> とわかる。<sup>4)</sup> 例えば、前節で使った真空は、conformal 真空

と呼ばれ、これを真空<sup>2)</sup>  $P=0$  の描像での真空であり、物理的<sup>1)</sup> な真空は、 $P=1$  あるいは

$P=2$  での真空に対応する。

また、<sup>1)</sup>  $n$  をおとし、無限個の真空を導入したわけであるが、<sup>2)</sup>  $n$  をおとし

てよく  $2$  は  $1$  だけ  $1$  のは、これらの真空は、通常の意味での  $1$  ルムを持たないという<sup>3)</sup>  $n$  である。

ある。実際 (2-4-1) の複素共役の条件

$$\left\{ \begin{array}{l} c_n |0\rangle^P = 0 \\ \bar{c}_n |0\rangle^P = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} n \geq P-2 \\ n \geq P-1 \end{array} \quad (2-4-3)$$

を満たすような状態  $|0\rangle^P$  は、交換関係 (2-3-4) を用いると、

$$P \langle 0 | 0 \rangle^P = \langle 0 | (c_{P-2} \bar{c}_{-P+2} + \bar{c}_{-P+2} c_{P-2}) | 0 \rangle^P = 0$$

となり、 $P \langle 0 | 0 \rangle^P$  の間に、内積を持たない<sup>3)</sup>  $n$  とかわかる。 $n=2$   $P \langle 0 | 0 \rangle^P$  と共役

な真空  $|0\rangle^P$  という状態を、 $P \langle 0 | 0 \rangle^P$  と零<sup>3)</sup>  $n$  内積を持つような状態として、

\* 超弦理論に現れる bosonic ghost 系においては、このような無限個の真空を考えることは、

本質的に重要となる。実際  $n$  個の真空は交換関係の無限個の異なる表現を与える<sup>3)</sup>  $n$  が知ら

$$\left\{ \begin{array}{l} c_n |\tilde{0}\rangle^P = 0 \quad n \geq P-1 \\ \bar{c}_n |\tilde{0}\rangle^P = 0 \quad n \geq -P+2 \end{array} \right. \quad (2-4-4)$$

という条件を満たすものを定義する。実際、この条件を満たす状態のみが、真空 $^P\langle 0|$ と零でない内積を持つことが分かる。<sup>\*</sup> したがって、この内積を

$$^P\langle 0| \tilde{0}\rangle^P = 1 \quad (2-4-5)$$

のように規格化することもできる。また、このとき、全ての相関関数は、

真空 $^P\langle 0|$ と、これと異なる真空 $|\tilde{0}\rangle^P$ との期待値で定義されることもできる。

この定義によると、描像 $\mathbb{P}$ での ghost の 2点関数は、

$$^P\langle 0| c(z) \bar{c}(w) |\tilde{0}\rangle^P = -\frac{1}{z-w} \left(\frac{z}{w}\right)^P \quad (2-4-6)$$

となる。

次に、これでは、これらの無限個の真空がどのような関係にあるかを、

考えてみよう。

この節で、我々は、条件(2-4-1)で定義した無限個の真空という概念を

導入したわけであるが、実はこれらの無限個の真空は、独立な状態ではなく、

単に fermion 系  $\psi, \bar{\psi}$  の fermi 面の定義を変えていけることができる。実際、

<sup>\*</sup> これらの断片は、ghost と散ら対するカルトの anomaly と関係が深く議論するに値がある。<sup>4)</sup>

例えば、 $P=0$  の描像の真空と、 $P=1$  の描像の真空とは、関係式

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^1\langle 0| = {}^0\langle 0| c_{-1} \\ |\hat{0}\rangle^1 = \bar{c}_1 |\hat{0}\rangle^0 \end{array} \right. \quad (2-4-7)$$

で関係してゐる。一般に、任意の2つの描像の真空は、適当な ghost 振動子

$c_n, \bar{c}_n$  を  $|1\rangle$  から作用させてやるとで、互いに関係させてやるとかできる。\*)

この意味で、 $|1\rangle$  は、2つの真空をつなぐ  $c_n$  (あるいは  $\bar{c}_n$ ) の  $|1\rangle$  を、描像変換

演算子と呼ぶとよいとある。例えば上の例では、振動子  $c_{-1}$  は真空  ${}^0\langle 0|$  を

真空  ${}^1\langle 0|$  に移すような描像変換演算子となる。

\*) 2210-3 の脚注で述べたように、bosonic ghost 系においては、異なる描像の真空は、

本質的に異なる状態となり、描像変換についても、boson 化を用いた、より複雑な議論が必要となる。



### 第3章 弦の場の理論を構成する新しい方法

この章では、前章で解説した、conformal field theoryの方法を、弦の場の理論、特にそのghost座標の部分に適用するのと、任意のghost描像に基づいた開弦の場の理論を構成する方法を与える。

#### 3-1 弦の場の理論

具体的な弦の場の理論の構成について議論する前に、この節では、  
そもそも、弦の場の理論とは、どういったものか、そして、弦の場の理論を構成する  
には、どうしたら良いかを、簡単にみてみることにする。

弦の場の理論とは、通常、時空の関数であるような場  $\varphi(x)$  の代わりに、  
弦  $X^\mu(\sigma)$  の汎関数であるような弦の場  $\varphi[X]$  を取り扱う理論である。そして、  
その量子化の際には、 $\varphi(x)$  が点  $x$  での粒子の生成-消滅を引起こす  
演算子となるのに対応して、弦場  $\varphi[X]$  は、弦  $X^\mu(\sigma)$  の生成-消滅を引起こす  
演算子とみなされることになる。但し、ローレンツ変な弦の場の理論、即ち、

ゲージ不変性を持つような弦の場の理論を構成するためには、このような弦の  
場が、補助場として無限個必要であり、その無限個の弦の場は、ghost場

$\psi_\pm(\sigma)$ 、 $\bar{\psi}$  グラスマン座標とあるような超場  $\psi[X, \psi]$  の形に

また、 $\alpha_n^\mu$  と  $\bar{c}_n$  とが知られている。<sup>(16, 17)</sup>  $\alpha_n^\mu$  と  $\bar{c}_n$  は、超場重  $[X, \bar{c}]$  のことを

単に「弦の場と呼ぶ」ことができる。

以上、上で説明したように、弦の場は、 $X^\mu(\sigma)$ ,  $\bar{c}(\sigma)$  の汎関数であるが、

弦の場の理論を定式化するためには、以下で説明する振動子による表現を

用いた方が便利である。まず、 $X^\mu(\sigma)$ ,  $\bar{c}(\sigma)$ ,  $\bar{c}(\sigma)$  のフーリエ展開

$$X^\mu(\sigma) = x^\mu + i \sum_{n \neq 0} \frac{1}{n} (\alpha_n^\mu - \alpha_{-n}^\mu) \cos(n\sigma)$$

$$A_{\pm}^\mu(\sigma) \equiv -i \frac{\delta}{\delta X^\mu(\sigma)} X^\mu(\sigma) = \sum_n \alpha_n^\mu e^{\pm i n \sigma}$$

( $0 \leq \sigma \leq \pi$ )

$$\bar{c}_{\pm}(\sigma) = \sum_n c_n e^{\pm i n \sigma}$$

(3-1-1)

$$\bar{c}_{\pm}(\sigma) = \sum_n \bar{c}_n e^{\pm i n \sigma}$$

以上、2. 振動子  $\alpha_n^\mu$ ,  $c_n$ ,  $\bar{c}_n$  を導入する。但しこれらの振動子は(反)交換

関係

$$[\alpha_n^\mu, \alpha_m^\nu] = n \eta^{\mu\nu} \delta_{n+m, 0}$$

$$\{c_n, \bar{c}_m\} = \delta_{n+m, 0}$$

(3-1-2)

と、関係

$$\alpha_{-n}^\mu = \alpha_n^{\mu\dagger}, \quad c_{-n} = c_n^\dagger, \quad \bar{c}_{-n} = \bar{c}_n^\dagger$$

(3-1-3)

$$\alpha_0^\mu = p^\mu = -i \frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

を満たすものとする。すなわち、この振動子に対する真空を

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbb{P} \langle 0 | \alpha_n^{\mu} = 0 & n \leq -1 \\ \mathbb{P} \langle 0 | c_n = 0 & n \leq -2 + \mathbb{P} \\ \mathbb{P} \langle 0 | \bar{c}_n = 0 & n \leq 1 - \mathbb{P} \end{array} \right. \quad (3-1-4)$$

の条件に従って導入すると弦場重  $\langle X, \zeta_{\pm} \rangle$  はブラケット重  $\langle \alpha |$  として表わすことができる。' 但し、ここで注意しなくては、ghost の真空の描像、即ち  $\mathbb{P}$  の値を

1 つ決めることと、重の Fock 表現  $\langle \alpha |$  が 1 つ決まることとは異なる。' 例えは、異なる ghost の真空の描像を用いることにより、弦場重の (見かけ上) 異なる

Fock 表現  $\langle \alpha |$  を与えることができる。弦場重  $\langle \alpha |$  がどのようなものかもう少し

具体的にみるためには、これを各 Fock 状態について展開してやれば良い。例えは、

$\mathbb{P}=1$  の場合  $\langle \alpha(x) |$  は

$$\langle \alpha(x) | = \varphi(x) \langle 0 | + A_{\mu}(x) \langle 0 | \alpha_1^{\mu} + B(x) \langle 0 | c_0 \bar{c}_1 + \quad (3-1-5)$$

のような形に展開することができる。このとき展開の係数は局所場となり、

例えは、 $\varphi(x)$ ,  $A_{\mu}(x)$ ,  $B(x)$  は各々、タキオン場、ゲージ場、補助場に対応する。

一般に、他の描像で表現した場  $\langle \alpha |$  についても同様に展開することができる。

この二節では、簡単のため全  $\mathbb{P}=1$  の描像を用いて説明するにとり、一般の

描像の理論は次節以降で与えられる。

次に、弦の場の理論の作用について考える。弦の場の理論の作用は、通常の場の理論の場合と同様に、弦の自由な伝播を表わす自由項と、相互作用を表わす相互作用項とから成る。ここでは自由項について説明するつもり。

弦の場の理論の自由項は、

$$S_0 = \int d^2\sigma \langle \Phi(\alpha) | Q_B | \Phi(\alpha) \rangle \quad (3-1-6)$$

で与えられる。<sup>2,15)</sup> これは加藤一郎<sup>13)</sup>によって与えられた BRST charge である。

$$Q_B = \sum_{n=-\infty}^{\infty} : c_{-n} \left[ -\frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ \alpha_{n-m}^\mu \alpha_{\mu m} + (n+m) \bar{c}_{n-m} c_m \} + \alpha(0) \delta_{n,0} \right] : \quad (3-1-7)$$

で定義される。また、 $Q_B$  は、時空の次元が  $26$  次元切片  $11^0 \times 15^1$  のとき

に、nilpotent

$$Q_B^2 = 0 \quad (3-1-8)$$

であることが知られている。<sup>13)</sup> この性質のおかげで、作用 (3-1-6) は、弦のゲージ

変換

$$\delta \langle \Phi(\alpha) | = \langle A(\alpha) | Q_B \quad (3-1-8)$$

の基で不変となる。これは  $\langle A(\alpha) |$  はゲージ変換のハミルトニアンを表わす弦場での

ある。=9<sup>g</sup>-3不変性が、理論の2=タリ性を保証して11子。<sup>19,16,6)</sup>

次に、3弦の相互作用項について考えることとする。3弦の相互作用項は、一般に、

$$S_1 = \frac{g}{\alpha'} \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 \langle \Phi(x_1) | \Phi(x_2) | \Phi(x_3) | V(123) \rangle_{123}. \quad (13-1-9)$$

のような形で与えられる。=2:  $|V(1,2,3)\rangle$  は相互作用 vertex と呼ばれる

もので、適当な弦の接続を与えようとする  $\delta$ -関数の Fock 表現で

ある。=9 相互作用 vertex をどのように選ぶかによって、現在2種類の

異なる弦の場の理論が構成できることがわかって11子。その一つは、

Witten による提案されたもの<sup>a)</sup>  $|V(123)\rangle$  とし、図3のように3つの弦について

対称な形をした接続に対応するものを採用する。もう一つは HIKKO

による提案されたもの<sup>b)</sup>、図4のような light-cone 型と呼ばれる接続に

対応する vertex を用いて定式化される。=2: HIKKO 型の場合に

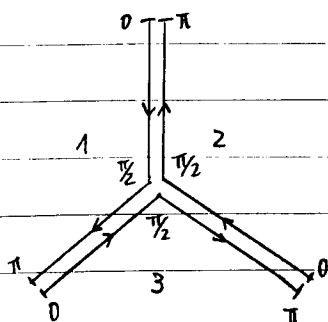


図3 Witten 型の3弦相互作用

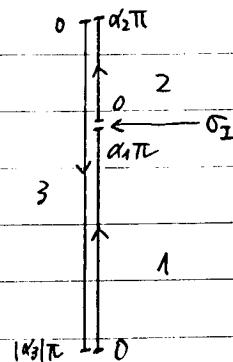


図4 HIKKO (light-cone) 型の相互作用

ついで、もう少し詳しく vertex  $|V(1,2,3)\rangle$  について説明するにしよう。

一般に vertex  $|V(1,2,3)\rangle$  は、弦座標  $X^\mu$  の  $r$  についての接続を表わす部分

$|V_X(1,2,3)\rangle$  と ghost 座標  $\zeta, \bar{\zeta}$  の  $r$  についての部分に分けられる。

$$|V(1,2,3)\rangle = |V_X(1,2,3)\rangle \otimes |V_{gh}(1,2,3)\rangle \quad (3-1-10)$$

すなわち、これが図4に対応する  $\delta$ -関数の表現であるという事は

接続条件

$$\left\{ \begin{array}{l} [\theta_1 \mathcal{O}_X^{(1)}(\sigma_1) + \theta_2 \mathcal{O}_X^{(2)}(\sigma_2) - \mathcal{O}_X^{(3)}(\sigma_3)] |V_X(1,2,3)\rangle = 0 \\ [\theta_1 \mathcal{O}_{gh}^{(1)}(\sigma_1) + \theta_2 \mathcal{O}_{gh}^{(2)}(\sigma_2) - \mathcal{O}_{gh}^{(3)}(\sigma_3)] |V_{gh}(1,2,3)\rangle = 0 \end{array} \right.$$

$$\theta_1 \equiv \theta(\pi\alpha_1 - |\sigma_1|), \quad \theta_2 \equiv \theta(|\sigma_1| - \pi\alpha_1)$$

$$\sigma_1 = \sigma/\alpha_1, \quad \sigma_2 = (\sigma - \pi\alpha_1 \operatorname{sgn}(\sigma))/\alpha_2, \quad \sigma_3 = (\pi|\alpha_3| \operatorname{sgn}(\sigma) - \sigma)/\alpha_3$$

$$\mathcal{O}_X^{(r)}(\sigma_r) = X^{\mu(r)}(\sigma_r), \quad d_r^{-1} P^{\mu(r)}(\sigma_r), \quad d_r^{-1} A_{\pm}^{(r)}(\sigma_r) \quad (3-1-11)$$

$$\mathcal{O}_{gh}^{(r)}(\sigma_r) = d_r \zeta_{\pm}^{(r)}(\sigma_r), \quad d_r^{-2} \bar{\zeta}_{\pm}^{(r)}(\sigma_r)$$

$r$  ごとに特徴付けられる<sup>6)</sup> 但し、 $\alpha = 2$  の図4の形の相互作用を記述する際

には、各弦のスケールを伸縮させなければならぬため、 $\alpha = 2$  の場合、 $\alpha_r = 2$  ( $\sum_{r=1}^3 \alpha_r = 0$ )

を導入して注意しなければならない。更に HIKKO 型の

理論の場合、次に述べるゲージ不変性の要求から、弦場  $\langle \Phi(x) |$  も、 $\alpha$  の変数  $\alpha$

の関数  $\langle \Phi(x, \alpha) |$  とならず  $\langle \Phi(x, \alpha) |$  となる  $\alpha$  が知られている。<sup>\*b)</sup>

相互作用 vertex  $|V(1,2,3)\rangle$  は、接続条件 (3-1-11) によりほとんど完全に決定されるが唯一、相互作用点、と呼ぶべき弦が切れる点、 $\sigma_2$  での任意性が残り、この点での局所的な座標を作用させておく自由度により決定される。  
これは、次に述べるゲージ不変性の要求から決定される。

また、前に自由項の作用 (3-1-6) はゲージ不変性 (3-1-8) を持つことを述べた。

そして、このゲージ不変性が理論のユニタリ性を保証していることは触れた。

このことは、弦の相互作用まで含めて考えたとき、理論のユニタリ性を保証するために

には、相互作用まで含めた作用

$$S = S_0 + S_1$$

$$= \int d^2x d\alpha \langle \Phi(x, \alpha) | Q_B | \Phi(x, \alpha) \rangle$$

$$+ \frac{1}{2} g \int d_1 d_2 d_3 \langle \Phi(1) | K | \Phi(2) | K | \Phi(3) | | V(123) \rangle$$

(3-1-12)

$$( dr \equiv d^2x_r d\alpha_r, \quad r \equiv x_r, \alpha_r )$$

が、拡張されたゲージ変換

\*a) このとき、作用 (3-1-6), (3-1-9) にある積分  $d^2x$  も  $d\alpha$  を含む  $d^2x d\alpha$  に

拡張される。



$$\delta \langle \Phi(3) | = \langle \Lambda(3) | (Q_B + g) \int d^2z d^1 \langle V(1,2,3) | ( | \Phi(2) \rangle | \Lambda(1) \rangle - | \Lambda(2) \rangle | \Phi(1) \rangle ) \quad (3-1-13)$$

の基底で不変であるという要求に拡張される。この要求は、vertex  $|V(1,2,3)\rangle$

に対して、次の BRST 不変性を要求する。

$$\sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(1,2,3)\rangle = 0 \quad (3-1-14)$$

これは、この条件(3-1-14)を満たす vertex を BRST 不変な vertex と呼ぶ<sup>6)</sup>ことができる。

ゲージ変換(3-1-13)に対する不変性は更に、相互作用 vertex に対して

制限を与え、HIKKO型の理論では、この制限から来る条件のため、作用

(3-1-12) あるいはゲージ変換(3-1-13)に対して、更に4弦相互作用に対応する

項を付け加えなければならなくなる<sup>6)</sup>のである。これは、以下以上詳細に

立ち入りとはせずに、条件(3-1-14)に焦点を絞って、議論を進めようとする

ことができる。



相互作用 vertex の ghost 座標に関する部分  $\langle V_{gh}(1,2,3) \rangle$  に  $\gamma = 112$

考察するの  $\gamma$  は、この節の目的である。

Appendix A で示したように、開弦の ghost 系を conformal field theory

として考えるためには、 $\tilde{c}_\pm(\sigma)$  ( $0 \leq \sigma \leq \pi$ ) の代わりに、

$$\left\{ \begin{array}{l} c(\sigma) = \sum_n c_n e^{in\sigma} \\ \tilde{c}(\sigma) = \sum_n \tilde{c}_n e^{in\sigma} \end{array} \right. \quad (-\pi \leq \sigma \leq \pi) \quad (3-2-4)$$

を考えるのが都合がよい。以下では、この  $c(\sigma)$ ,  $\tilde{c}(\sigma)$  を用いて議論

を進めることにする。

この vertex  $\langle V_{gh}(1,2,3) \rangle$  を構成するために、3弦の散乱を表わす

図5 で表わす小子領域 ( $p$ -平面) を導入する。この領域は、複素座標  $p$

( $-\infty < \text{Re} p < \infty, -\pi \leq \text{Im} p \leq \pi$ ) に  $\sigma, \tau$  座標付け

られるが、また、各弦に固有な座標  $\zeta_r$

( $r=1,2,3$ ) を用いることも

座標付けられることがある。

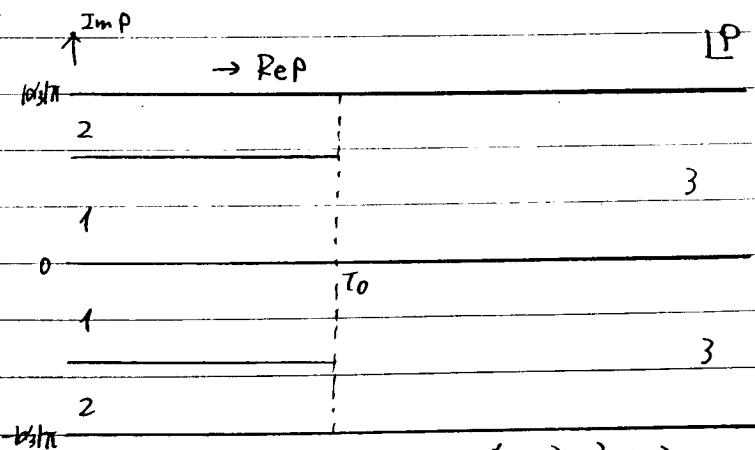


図5.  $d_1, d_2 > 0, d_3 < 0$  の場合に対応する

場合の 3弦散乱を表わす領域

$$p(r \text{ 番の弦の領域にあるとき}) = \begin{cases} \alpha_r \zeta_r + \tau_0 + i\beta_r & (\text{Im } p > 0) \\ \alpha_r \zeta_r + \tau_0 - i\beta_r & (\text{Im } p \leq 0) \end{cases} \quad (3-2-5)$$

$$\zeta_r = \xi_r + i\sigma_r ; \quad \xi_r \leq 0, \quad \begin{cases} 0 \leq \sigma_r \leq \pi & (\text{Im } p > 0) \\ -\pi \leq \sigma_r \leq 0 & (\text{Im } p \leq 0) \end{cases} \quad (3-2-6)$$

$$\beta_r = \pi \sum_{s=1}^{r-1} \alpha_s \quad (3-2-7)$$

∴  $\tau_0$  は 図 5 にあるように、弦が 2 つに切れる点の座標  $p_0$  の実数部分である。更に もつた、∴  $p$ -平面と、Mandelstam 写像<sup>20)</sup>

$$p(z) = \sum_{r=1}^3 \alpha_r \ln(z - z_r), \quad \sum_{r=1}^3 \alpha_r = 0 \quad (3-2-8)$$

$z$  結合<sup>21)</sup>の  $z$ -平面 ( $z$ -平面) を考えよ。但し、∴  $z_r$  は 木庭-Nielsen

変数と呼ばれる実数の  $11^{\circ} \times 4^{\circ}$  各弦の無限遠点 ( $\xi_r = -\infty$  の点) が  $z$ -平面の

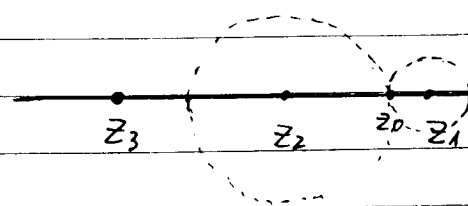
点  $z = z_r$  に写像され<sup>\*)</sup> あり、 $\ln$  の分枝は、 $z_1 > z_2 > z_3$  のとき、図 5 に対応するおりに

選ば<sup>22)</sup> せる。また、 $z$ -写像で  $p$ -平面の相互作用点 (弦が 2 つに切れる点) が  $z$ -平面のどこに

写像されるかは、方程式

$$\left. \frac{dp}{dz} \right|_{z=z_0} = \sum_{r=1}^3 \frac{\alpha_r}{z_0 - z_r} = 0 \quad (3-2-9)$$

におい、決定される。∴  $z_0$  は、 $p$ -平面での



相互作用点の  $z$ -平面での像である。また

図 6 図 5 に対応する  $z$ -平面

\*) 更に言えば  $p$ -平面の境界 (弦の境界) は  $z$ -平面の実軸上に写像され<sup>23)</sup> いる。

相互作用時刻  $z_0$  は  $z_0$  を用いて.

$$z_0 = \text{Re } p(z_0)$$

(3-2-10)

と表わすこともできる。

次に、 $p$ -平面、あるいは  $z$ -平面上での ghost 座標に関する conformal

field theory を考えよう。最初に、我々は、3つの弦のそれぞれの ghost 座標

(3-2-4) を用いて、 $p$ -平面の各弦に対応する領域でのみ定義された場

$\alpha^{(r)}, \bar{\alpha}^{(r)}$  を定義するとかげることができる。

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha^{(r)}(\sigma_r - i\epsilon_r) &= \sum_n c_n^{(r)} e^{n(\xi_r + i\sigma_r)} \\ \bar{\alpha}^{(r)}(\sigma_r - i\epsilon_r) &= \sum_n \bar{c}_n^{(r)} e^{n(\xi_r + i\sigma_r)} \end{aligned} \right.$$

(3-2-11)

$$\{c_n^{(r)}, \bar{c}_m^{(s)}\} = \delta_{n+m, 0} \delta^{rs}$$

ここで  $(\xi_r, \sigma_r)$  は、(3-2-5) で定義した、各弦に固有な座標である。このとき、

各  $\alpha^{(r)}, \bar{\alpha}^{(r)}$  は、全く関係のない、独立した場である。

ところが、今、仮に、(3-2-11) の接続条件を満たすような相互作用

vertex が存在したと仮定しよう。このとき、我々は、次のようにして、 $p$ -平面

全体で定義された場  $\alpha(p), \bar{\alpha}(p)$  を定義するとかげることができる。即ち、

$p$  が弦  $r$  の領域にある時は

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{L}(p) &= \left(\frac{dp}{d\zeta_r}\right) \mathcal{L}^{(r)}(\sigma_r - i\zeta_r) = \alpha_r \sum_n C_n^{(r)} e^{n(\zeta_r + i\sigma_r)} \\ \bar{\mathcal{L}}(p) &= \left(\frac{dp}{d\bar{\zeta}_r}\right)^{-2} \bar{\mathcal{L}}^{(r)}(\sigma_r - i\bar{\zeta}_r) = \alpha_r^{-2} \sum_n \bar{C}_n^{(r)} e^{n(\bar{\zeta}_r + i\sigma_r)} \end{aligned} \right. \quad (3-2-12)$$

としてやるのである。→ 定義してやると、接続条件 (3-1-11) のおかげで

$\mathcal{L}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{L}}(p)$  は、 $p$ -平面全体で定義された場と考えることができる。但し、

定義から明らかのように、 $\mathcal{L}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{L}}(p)$  は (3-1-11) の接続条件を満たす

vertex  $|U_{gh}(u, z, \bar{z})\rangle$  の上での  $p$ -平面上の場と考えることができる。

→ したがって、 $p$ -平面で定義された場  $\mathcal{L}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{L}}(p)$  が与えられたならば、

第2章で解説したように、 $\mathcal{L}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{L}}(p)$  は、 $p$ -平面上の conformal field と

考えることができる。あるいは、実際上は、Mandelstam 写像 (3-2-8) に従って、

$z$ -平面上で、考えるのが、より便利である。→ とき、 $z$ -平面上の場は、

$\mathcal{L}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{L}}(p)$  から

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{L}(p) &= \left(\frac{dp}{dz}\right) \mathcal{L}(z) \\ \bar{\mathcal{L}}(p) &= \left(\frac{dp}{d\bar{z}}\right)^{-2} \bar{\mathcal{L}}(z) \end{aligned} \right. \quad (3-2-13)$$

による。また、Mandelstam 写像は  $z \sim z_r$  の近傍で

$$p(z) \sim \alpha_r \ln(z - z_r) = \alpha_r \zeta_r \quad (3-2-14)$$

となることから、 $z \sim z_r$  のとき、 $\mathcal{L}(z)$ ,  $\bar{\mathcal{L}}(z)$  は、各弦の振動子  $C_n^{(r)}$ ,  $\bar{C}_n^{(r)}$  を用いて

$$\left\{ \begin{array}{l} C(z) = \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^{-1} C(\rho) \sim \sum_n C_n^{(1)} (z-z_r)^{n+1} \\ \bar{C}(z) = \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^2 \bar{C}(\rho) \sim \sum_n \bar{C}_n^{(1)} (z-z_r)^{n-2} \end{array} \right. \quad (z \sim z_r) \quad (3-2-14)$$

という形に展開できるとかである。これは確かに、丁度、第2章で扱った、ghost場の

展開 (2-3-6) に対応している\* )

すなわち、もし接続条件 (3-1-11) を満たすような ghost vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle$

が与えられたなら、 $\rho$ -平面 (図5) の3つの  $z$ -平面 (図6) の上で、ghost場が定義できる

とかわかると、今度は逆にこのことを利用して、任意の描像に対する ghost

vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  を構成できることを考える。

そのために、まず次の形の期待値を考える。

$$N_P(z, \tilde{z}) \equiv \langle 0 | \int_{\tilde{z}_1}^P \int_{z_1}^P \int_{z_2}^P \int_{z_3}^P C(z) \bar{C}(\tilde{z}) |V_{gh}(1,2,3)\rangle^P \quad (3-2-15)$$

但し、 $\tilde{z}$  は描像  $P$  に対応する ghost vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  は、(2-4-4) で定義

した描像  $P$  での真空  $|0\rangle_{z_1}^P |0\rangle_{z_2}^P |0\rangle_{z_3}^P$  の上に構成される<sup>\*\*)</sup> ことである。また、時間

順序  $T$  の意味であるが、定義 (3-2-12) から明らかになるように、 $z$  と  $\tilde{z}$  が異なる

弦に対応する領域にあるときは、 $C(z)$  と  $\bar{C}(\tilde{z})$  は反可換であるから、時間順序は

\* ) 但し、(2-3-5) では展開点である時刻  $t_1 = -\infty$  に対応する点が  $z=0$  だが、 $z$  の  $P$  に対し、

今度は、 $z_r = -\infty$  に対応する点、が  $z = z_r$  となる。

... ..

$z$ と $\tilde{z}$ が同じ弦に対応する領域にある場合にのみ指定可能な"良"事になる。

$k=2$  (3-2-15)の中的时间順序では (3-2-14)の展開を基に、例えは $z$ と $\tilde{z}$ が

共に弦 $r$ の領域にあるときは、点 $z_r$ を中心とした反動径順序積 ( $z_r$ からの

距離が遠い方を左側に取る) であると定義する\*)

次に、 $n$ のように定義した  $N_P(z, \tilde{z})$  は、 $z, \tilde{z}$ の関数として、どのような性質を持つか

を考えてみよう。まず上で述べたように ghost vertex  $|V_{gh}(1, 2, 3)\rangle^P$  が接続条件(3-1-11)を

満たすならば、 $\tilde{C}(z), \tilde{C}(\tilde{z})$  は、 $z$ -平面の全領域にわたって定義された場となる

のであるから、 $N_P(z, \tilde{z})$  は、 $z$ -平面全体で定義された関数である。更に $\tilde{C}(z), \tilde{C}(\tilde{z})$

が、 $z$ のみの関数であるから、たかたか極の特異点を持つ解析関数である\*\*)

$N_P(z, \tilde{z})$ の性質を更に詳しく調べてみることにしよう。第2章で解説したように、

$\tilde{C}(z), \tilde{C}(\tilde{z})$  は、解析関数である。但し、展開 (3-2-14) から明らかになるように、 $z=z_r$

の点で極あるいは零点を持つ可能性がある。 $k=2$   $N_P(z, \tilde{z})$  の  $z, \tilde{z} \sim z_r$  の

ふるまいを調べてみることにしよう。

今 (3-2-15) で  $z$  は、弦 $r$ の領域、 $\tilde{z}$  は、それ以外の弦の領域にあると

しよう。このとき  $N_P(z, \tilde{z})$  は、

\*)  $z_r$  は、弦 $r$ の固有座標  $z_r = z_r + i\sigma_r$  による反時間順序積を取り出すと対応している。

\*\*\*)  $N_P(z, w)$  が、完全な解析関数ではなく極を持つのは  $\tilde{C}(z), \tilde{C}(\tilde{z})$  が演算子であることによる。



$$N_P(z, \tilde{z}) = \langle \prod_{\alpha=1}^P \int \frac{D}{2} \int \frac{D}{3} \langle 0 | C(z) \bar{C}(\tilde{z}) | V_{gh}(1, 2, 3) \rangle^P \quad (3-2-16)$$

とわかる。真空の定義 (2-4-1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_r \langle 0 | C_n^{(r)} = 0 \quad n \leq -2 + P \\ \int_r \langle 0 | \bar{C}_n^{(r)} = 0 \quad n \leq 1 - P \end{array} \right. \quad (3-2-17)$$

と展開 (3-2-14) より。

$$\int_r \langle 0 | \int_r \langle 0 | \int_r \langle 0 | C(z) \sim_{z \sim z_r} (z - z_r)^P \quad (3-2-18)$$

とあるから。  $N_P(z, \tilde{z})$  は、  $z \sim z_r z^P$

$$N_P(z, \tilde{z}) \sim_{z \sim z_r} (z - z_r)^P \quad (3-2-19)$$

というふうなことを示すことができる。同様に、  $w \sim z_r z^P$  は、  $N_P(z, w)$  は、

$$N_P(z, \tilde{z}) \sim_{w \sim z_r} (\tilde{z} - z_r)^{-P} \quad (3-2-20)$$

のようにならざることを示すことができる。

更に、演算子積  $C(z) \bar{C}(\tilde{z})$  は、  $z \sim \tilde{z} z^P$  特異点があるから、  $N_P(z, \tilde{z})$  は、

$z \sim \tilde{z} z^P$  特異点となる。  $\Rightarrow$  特異性は演算子積展開

$$C(z) \bar{C}(\tilde{z}) \sim -\frac{1}{z - \tilde{z}} \quad (3-2-21)$$

を用いて、pole residue を含む。

$$N_P(z, \tilde{z}) = \left\langle \prod_{\alpha=1}^3 \langle 0 | \xi_{\alpha} | T \dot{C}(z) \bar{C}(\tilde{z}) | V_{gh}(123) \rangle \right\rangle^P$$

$$\underset{z \sim w}{\sim} - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left\langle \prod_{\alpha=1}^3 \langle 0 | \xi_{\alpha} | V_{gh}(123) \rangle \right\rangle^P$$

$$= - \frac{1}{z - \tilde{z}}$$

(3-2-22)

のようになりまうことがわかる。但し  $\equiv$  は vertex は規格化条件として

$$\left\langle \prod_{\alpha=1}^3 \langle 0 | \xi_{\alpha} | V_{gh}(123) \rangle \right\rangle^P = 1$$

(3-2-23)

を満足するものとした。

12.  $\dot{C}(z), \bar{C}(z)$  は元来  $z$  のみの関数であるから、もし  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  が

単に  $\dot{C}(z), \bar{C}(z)$  を  $z$ -平面全体で定義するだけの働きなら、何の特異性も

産みださなければ、上で考えた  $z, \tilde{z} \sim z_r, z \sim \tilde{z}$  以外に特異点も

存在で起ることはない。従って、上で議論から、

$$N_P(z, \tilde{z}) \cong - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z} - z_r)} \right)^P$$

(3-2-24)

とならなければならない。  $\equiv$  は (3-2-24) 式を等式にしたがうのは、実は、

(3-2-24) 式は正しくない。からで、実は、vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  も、新たな

特異点を与えるからである。  $\Rightarrow$  として  $z$  について議論するとしてしよう。

本来、弦の場の理論で、用いられる vertex  $|V_{gh}(123)\rangle$  は、接続条件

(3-1-11) によつて決定されるもの。これは、(3-2-12) から明らかで、 $\phi(p)$ ,  $\bar{C}(p)$

が、 $p$ -平面全体で滑らかな関数として定義できるといふことと同等である。

一方、これに比して  $z$ -平面という概念は、 $\phi(p)$ ,  $\bar{C}(p)$  が conformal field

とみなせることを利用して便宜上導入されたものであるから、ghost vertex

$\langle V_{gh}(123) \rangle^P$  は、どのような  $z$ -平面を用いたかといふことに無関係に決定

されるべきである。このことは、関数  $N_P(z, \tilde{z})$  に次のような制限を与える。

最初に、 $p$ -平面上の場合  $\phi(p)$ ,  $\bar{C}(p)$  に対して、(3-2-15) と同様の期待値

$$N_P(p, \tilde{p}) = \langle \int_{\mathcal{P}} \int_{\mathcal{P}} \int_{\mathcal{P}} T \phi(p) \bar{C}(\tilde{p}) \langle V_{gh}(123) \rangle^P \rangle \quad (3-2-25)$$

を定義する。但し時間順序  $T$  は (3-2-15) の場合と同様弦の固有座標  $\sigma_r$  に関する

反時間順序を表わすものとする。(3-2-13) より  $N_P(p, \tilde{p})$  は、

$$\begin{aligned} N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) &= \left( \frac{dp}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-2} \langle \int_{\mathcal{P}} \int_{\mathcal{P}} \int_{\mathcal{P}} T \phi(z) \bar{C}(\tilde{z}) \langle V_{gh}(123) \rangle^P \rangle \\ &= \left( \frac{dp}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-2} N_P(z, \tilde{z}) \end{aligned} \quad (3-2-26)$$

という関係を用いて、 $N_P(z, \tilde{z})$  を表わすことができる。ここで、 $p$ -平面と  $z$ -平面

は、前に述べたように、Mandelstam 写像 (3-2-8)

$$p(z) = \sum_{r=1}^3 \alpha_r \ln(z - z_r)$$

との関係して、このこともう一度注意しておく。この Mandelstam 写像

9形から明らかのように、木庭-Nielsen 変数  $z_r$  をどのような値に選ぶかは、

本来  $\Rightarrow$  の写像を持つ任意性で、図5の  $p$ -平面に対応する  $z$ -平面を考えると、

$z_r$  は実数で、 $z_1 > z_2 > z_3$  を満たす限りどんな値でも良い。

以上の考察から、ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^p$  が、どのような  $z$ -平面を用いるかに

依らないという条件は (3-2-26) で与えられた  $N_{\mathbb{P}^1}(p, \tilde{p})$  が  $z$ -平面の実軸上の

3点  $z_r$ ,  $z_1 > z_2 > z_3$  を大小関係を保ちながら別の点に移すような

変換に対して不変であること。という要求と読み替えることができる。このような

変換は projective 変換と呼ばれ、

$$z \rightarrow z' = \frac{az+b}{cz+d} \quad (a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad-bc=1) \quad (3-2-27)$$

で与えられる。

すなわち  $N_{\mathbb{P}^1}(z, \tilde{z})$  が (3-2-24) 式で与えられるものとして、 $N_{\mathbb{P}^1}(p, \tilde{p})$  が projective

変換に対して不変となるかどうかを見てみよう。(3-2-27) から、

$$\frac{1}{z' - \tilde{z}'} = \left(\frac{dz'}{dz}\right)^{-1/2} \left(\frac{d\tilde{z}'}{d\tilde{z}}\right)^{-1/2} \frac{1}{z - \tilde{z}} \quad (3-2-28)$$

$$\frac{z' - z_r'}{\tilde{z}' - z_r'} = \left(\frac{dz'}{dz}\right)^{-1/2} \left(\frac{d\tilde{z}'}{d\tilde{z}}\right)^{-1/2} \frac{z - z_r}{\tilde{z} - z_r} \quad (3-2-29)$$

$$\left(\frac{dP(z')}{dz'}\right) = \left(\frac{dz'}{dz}\right)^{-1} \left(\frac{dP(z)}{dz}\right) \quad (3-2-30)$$

"ある"とわかるから (3-2-26) より  $N_{\mathbb{P}}(p, \tilde{p})$  は

$$N_{\mathbb{P}}(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = \left(\frac{dz'}{dz}\right)^{(3D-3)/2} \left(\frac{d\tilde{z}'}{d\tilde{z}}\right)^{(3-3D)/2} N_{\mathbb{P}}(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) \quad (3-2-31)$$

と変換する = とになり、projective 変換の基で不変ではない。即ち、(3-2-24) 式

は正しくない"ある。

これ"は、projective 変換に"対して不変"ある"ような  $N_{\mathbb{P}}(p, \tilde{p})$  を与える

ように  $N_{\mathbb{P}}(z, \tilde{z})$  とは"ある"ようにある"から。"ある"と考えるために、もう一度  $N_{\mathbb{P}}(z, \tilde{z})$

の定義式 (3-2-15) に戻り、"ある"と考える"から"としよう。 (3-2-24) 式の"ある"と"ある"と

ように、もし vertex  $|V_{gh}(123)\rangle$  が何の特異性も産み出さないなら、 $N_{\mathbb{P}}(z, \tilde{z})$  は

(3-2-24) の形になる"から"ある"から、(3-2-24) の  $N_{\mathbb{P}}(z, \tilde{z})$  が正しくない"と"いう

"とは、 $|V_{gh}(123)\rangle^{\mathbb{P}}$  が、何らかの特異性を産み出す"と"いう"ことを意味する。

これ"は、"ある"特異性は  $z$ -平面上の"ある"点に現れる"から"ある"から。"ある"と

ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^{\mathbb{P}}$  は、3つの弦の接続を表わす"ある"状態"である"。"ある"

が"ある"は、最初  $\mathbb{P}$ -平面"ある"は  $z$ -平面の各弦に対応する領域毎に定義"ある"

"ある" ghost 場を  $\mathbb{P}$ -,  $z$ -平面全体に"ある"定義"ある"場"ある"から"ある"状態"である"。

従って ghost vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  は各弦の領域の境界即ち図5 あるいは

図6 に点線<sup>2</sup>で示された線上に存在する状態である。従って  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  が

$N_P(z, \tilde{z})$  に特異点を引き起すならば、その特異点は、この点線上に存在する

はずである。この線上で唯一特殊と思われる点、は相互作用点  $z_0$  である。

実際前節で議論したように、vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  は相互作用点  $z_0$  の

不定性を除いて、接続条件 (3-1-11) で完全に決定されるはずであり、また

接続条件が成り立つためには、 $z_0$  以外で特異点を持つはならないので

結局、特異となり得るのは相互作用点  $z_0$  のみであることがわかる。

以上の考察と、条件 (3-2-19, 20, 22) とから正しく  $N_P(z, \tilde{z})$  は

$$N_P(z, \tilde{z}) = - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{r=1}^3 \frac{(z - z_r)}{(\tilde{z} - z_r)} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \quad (3-2-32)$$

とあることがわかる。実際 = 4 に、2 と与えられる  $N_P(p, \tilde{p})$

$$N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{r=1}^3 \frac{(z - z_r)}{(\tilde{z} - z_r)} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \left( \frac{dp(z)}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-2} \quad (3-2-33)$$

は、projective 変換 (3-2-27) に対して不変である

$$N_P(p(z'), \tilde{p}(\tilde{z}')) = N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) \quad (3-2-34)$$

よって、(3-2-28, 29, 30) を用いて示すことが出来る。よって、正しい  $N_P(z, \tilde{z})$  が得られた。よって、ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  による (3-2-35) の性質

$$N_P(z, \tilde{z}) = \int \prod_{\alpha=1}^P d\zeta_{\alpha} d\tilde{\zeta}_{\alpha} \langle T^{\alpha}(z) \bar{C}^{\alpha}(\tilde{z}) | V_{gh}(123) \rangle^P$$

$$= \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{r=1}^3 \frac{(z - z_r)}{(\tilde{z} - z_r)} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \quad (3-2-35)$$

あるいは

$$N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = \int \prod_{\alpha=1}^P d\zeta_{\alpha} d\tilde{\zeta}_{\alpha} \langle T^{\alpha}(p) \bar{C}^{\alpha}(\tilde{p}) | V_{gh}(123) \rangle^P$$

$$= \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{r=1}^3 \frac{(z - z_r)}{(\tilde{z} - z_r)} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \left( \frac{dp(z)}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-2} \quad (3-2-36)$$

を持つ状態として完全に決定される。

11 例として、(3-2-36) を与える状態 ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  の具体形

を与えることができる。これは、 $N_P(p, \tilde{p})$  を与える状態、各弦の固有座標  $\zeta_r$  を

用いてフーリエ展開したおかげで都合がよい。

$$N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{r=1}^3 \frac{(z - z_r)}{(\tilde{z} - z_r)} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \left( \frac{dp}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-2}$$

$$= \frac{1}{d\tau} \delta_{rs} \left[ \theta(\tilde{\zeta}_s - \zeta_r) \sum_{n \geq -1+P} e^{-n(\tilde{\zeta}_s - \zeta_r)} - \theta(\zeta_r - \tilde{\zeta}_s) \sum_{n \geq 2-P} e^{-n(\zeta_r - \tilde{\zeta}_s)} \right]$$

$$- \frac{d\tau}{d\zeta^2} \sum_{\substack{n \geq -1+P \\ m \geq 2-P}} N_{Cnm}^{Prs} e^{n\zeta_r + m\tilde{\zeta}_s} \quad (3-2-37)$$

但し、 $z = z_0$   $P, \tilde{P}$  はそれぞれ弦  $r, s$  の領域にあるものとし、固有座標  $\zeta_r, \tilde{\zeta}_s$  と

$$\begin{cases} P(z) = \alpha_r \zeta_r + \tau_0 + i\beta_r \operatorname{sgn} \sigma_r \\ \tilde{P}(\tilde{z}) = \alpha_s \tilde{\zeta}_s + \tau_0 + i\beta_s \operatorname{sgn} \tilde{\sigma}_s \end{cases} \quad (3-2-38)$$

と書けるものとする。また、展開 (3-2-32) の中で  $N_{nm}(P(z), \tilde{P}(\tilde{z}))$  のうち  $z = \tilde{z}$  での

特異性に対応する部分は一行目に抜き出しておいた。従って、2行目の和は

$z = \tilde{z}$  での特異性を持たないようにおける。また、各項の和を取る範囲は、

$z, \tilde{z} \sim z_r$  での特異性を正しく再現するように定められている。

$z = \tilde{z}$  展開 (3-2-32) で定義される フーリエ係数  $N_{nm}^{Prs}$  について、 $\langle \cdot \rangle$  が

計算してゆく。また、 $N_{nm}^{Prs}$  は、定義より (3-2-32) よりコーシー積分

$$N_{nm}^{Prs} = \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \oint_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{\tilde{z}_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \times \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{\mu=1}^j \frac{z - z_r}{\tilde{z} - z_r} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \left( \frac{dP(z)}{dz} \right)^2 \left( \frac{d\tilde{P}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-1} \quad (3-2-39)$$

により得られる。但し積分  $dz, d\tilde{z}$  はそれぞれ  $z_r, \tilde{z}_s$  をよめる径路に沿って積分する

ものとする。また、 $N(P, \tilde{P})$  が projective 変換に対して不変であることと (3-2-38) から明らかのように固有座標

$\zeta_r, \tilde{\zeta}_s$  は  $z_r, \tilde{z}_s$  に依らないことから、 $N_{nm}^{Prs}$  は  $z_r, \tilde{z}_s$  に依存しない。また定義式 (3-2-32) での  $N_{nm}^{Prs}$  の前記

係数  $\left( \frac{dP}{dz} \right)^2$  をくり出しておいたものは  $\mathcal{C}(P), \tilde{\mathcal{C}}(\tilde{P})$  の定義式 (3-2-12) にある



係数  $\alpha_r, \alpha_s^{-2}$  を引き出しておくと、便宜のため  $\alpha$  である。即ち、仮に

弦の固有座標系平面での  $N_p(\xi_r, \xi_s)$  なるものを考えることができて、たと

重み1で展開されるように決める。

(3-2-36) の関係を満たすような ghost vertex  $|V_{gh}(u,2,3)\rangle^P$  は、こうして

定義して、7-リ工係数  $N_{c, nm}^{Prs}$  を用いる。

$$|V_{gh}(u,2,3)\rangle^P = \exp \left\{ \sum_{r,s=1}^3 \sum_{\substack{n \geq -1+p \\ m \geq 2-p}} N_{c, nm}^{Prs} \bar{c}_{-n}^{(r)} c_{-m}^{(s)} \right\} |\tilde{0}\rangle_1^P |\tilde{0}\rangle_2^P |\tilde{0}\rangle_3^P \quad (3-2-40)$$

の形に書くことが出来る。実際は、 $c(\rho), \bar{c}(\tilde{\rho})$  の定義式 (3-2-12) を用いると、

$$\begin{aligned} & \langle 0 | \langle \frac{P}{2} | \langle \frac{P}{2} | \langle \frac{P}{2} | \langle 0 | T c(\rho) \bar{c}(\tilde{\rho}) | V_{gh}(u,2,3)\rangle^P \\ &= \delta_{rs} \left\{ \theta(\tilde{\xi}_s - \tilde{\xi}_r) \langle 0 | c(\rho) \bar{c}(\tilde{\rho}) |\tilde{0}\rangle^P - \theta(\tilde{\xi}_r - \tilde{\xi}_s) \langle 0 | \bar{c}(\tilde{\rho}) c(\rho) |\tilde{0}\rangle^P \right\} \end{aligned}$$

$$+ \langle \frac{P}{2} | \langle \frac{P}{2} | \langle \frac{P}{2} | \langle 0 | c^{(+)}(\rho) \bar{c}^{(+)}(\tilde{\rho}) | V_{gh}(u,2,3)\rangle^P$$

$$= \frac{1}{\alpha_r} \delta_{rs} \left[ \theta(\tilde{\xi}_s - \tilde{\xi}_r) \sum_{n \geq -1+p} e^{n(\xi_s - \xi_r)} - \theta(\tilde{\xi}_r - \tilde{\xi}_s) \sum_{m \geq 2-p} e^{-n(\xi_r - \xi_s)} \right]$$

$$- \frac{\alpha_r}{\alpha_s^2} \sum_{\substack{n \geq -1+p \\ m \geq 2-p}} N_{c, nm}^{Prs} e^{n\xi_r + m\xi_s}$$

$$= N_p(\rho, \tilde{\rho}) \quad (3-2-41)$$

となり、確かに関係式 (3-2-36) を再現することが確かめられる。但し

$\Rightarrow c^{(+)}(\rho), \bar{c}^{(+)}(\tilde{\rho})$  は、 $c, \bar{c}$  のうちの描像空間での消滅演算子部分を表す。

すなわち、 $\mathbb{P}$  上の接続条件 (3-1-11) を満たす ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^{\mathbb{P}}$  が存在する。

これを (3-2-1-3) で与えた X 座標の部分と合わせると、

$$|V_0(123)\rangle^{\mathbb{P}} = |V_X(1,2,3)\rangle \otimes |V_{gh}(123)\rangle^{\mathbb{P}} \quad (3-2-42)$$

と書くことにしよう。

相互作用 vertex  $|V_0(123)\rangle^{\mathbb{P}}$  は、接続条件 (3-1-11) を満たすとは、

上で議論した通りであるが、前節で解説したように、ゲージ不変な弦の

場の理論で必要な vertex は更に BRS 不変性の要求 (3-1-14) を

満たさなくてはならない。これは、vertex  $|V_0(123)\rangle^{\mathbb{P}}$  は一般には、BRS

不変ではない。最後に、この節の残りの部分で、一般の描像  $\mathbb{P}$  でのように、

$|V_0(123)\rangle^{\mathbb{P}}$  から BRS 不変な相互作用 vertex  $|V(123)\rangle^{\mathbb{P}}$  を作ることを試みる

かを証明抜きで与えることができる。これは、作った vertex  $|V(123)\rangle^{\mathbb{P}}$  が実際に

BRS 不変性 (3-1-14) を満たすとは、第 4 章で証明することができる。

BRS 不変な vertex を構成するために、まず  $1/X$  のようにして、相互

作用点の描像という概念を導入する。

仮に、ghost 場が vertex  $|V_0(1,2,3)\rangle^{\mathbb{P}}$  と無関係に、 $z$ -平面全体で

定義されたとすると、 $\tilde{C}(z)$ ,  $\bar{C}(z)$  は  $z=z_0$  のまわりの...

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{c}(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^{(z_0)} (z-z_0)^{1-n} \\ \bar{\hat{c}}(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{c}_n^{(z_0)} (z-z_0)^{-2-n} \end{aligned} \right. \quad (3-2-43)$$

の形に展開可能と仮定する<sup>\*</sup>。実際は  $\hat{c}(z), \bar{\hat{c}}(z)$  は vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  の  $z$  成分

$z$ -平面全体で定義された関数とみなせる。この展開は完全に定義されたものは

言えない可能性がある。このことは次章で詳しく議論するとして、ここでは

形式的に (3-2-43) の展開が意味を持つものとして話を進める。

$\hat{c}(z), \bar{\hat{c}}(z)$  が (3-2-43) のように展開できるとすると、 $N_P(z, \tilde{z})$  (3-2-35) が

$$z, \tilde{z} \sim z_0 \text{ 近}$$

$$N_P(z, \tilde{z}) \underset{z \sim z_0}{\sim} (z-z_0)^{3-3P} \quad (3-2-44)$$

$$N_P(z, \tilde{z}) \underset{\tilde{z} \sim z_0}{\sim} (\tilde{z}-z_0)^{3P-3} \quad (3-2-45)$$

のような形を示すことから、 $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  は条件

$$\left\{ \begin{aligned} c_n^{(z_0)} |V_{gh}(1,2,3)\rangle^P &= 0 & n \geq -1+3P & \quad (3-2-46) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{c}_n^{(z_0)} |V_{gh}(1,2,3)\rangle^P &= 0 & n \geq 2-3P & \quad (3-2-47) \end{aligned} \right.$$

を満たすことがわかる。これは、真空の定義 (2-4-4) より、丁度描像  $3P$  の

真空の定義と一致している。即ち ghost vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  は、 $z_0$  周りの

展開 (3-2-43) に関する振動子  $c_n^{(z_0)}, \bar{c}_n^{(z_0)}$  により、描像  $3P$  の真空と

<sup>\*</sup> )  $n=0$  のとき  $c_n^{(z_0)}$  は  $c_n^{(0)}$  の線形結合で表わされる。(第4章を参照)

と成り立つ。BRJ 不変な相互作用 vertex  $|V(123)\rangle^P$  は、

この相互作用点  $z$  での描像が conformal な描像。

$$\begin{cases} c_n^{(z_0)} |V(123)\rangle^P = 0 & n \geq 2 \\ \bar{c}_n^{(z_0)} |V(123)\rangle^P = 0 & n \geq -1 \end{cases} \quad (3-2-48)$$

と成り立つ。  $|V_0(123)\rangle^P$  に描像変換演算子を掛ける = と成り立つ <sup>\*</sup> 得られる。

例えば  $P=0, P=2$  の場合は、

$$\begin{cases} |V(1,2,3)\rangle^{P=0} = \bar{c}_1^{(z_0)} \bar{c}_0^{(z_0)} \bar{c}_{-1}^{(z_0)} |V_0(1,2,3)\rangle^{P=0} & (3-2-49) \\ |V(1,2,3)\rangle^{P=2} = c_4^{(z_0)} \bar{c}_3^{(z_0)} c_2^{(z_0)} |V_0(1,2,3)\rangle^{P=2} & (3-2-50) \end{cases}$$

と成り立つ。また、展開 (3-2-43) と性質 (3-2-46, 47) の関係

$$\begin{cases} \bar{c}_0(z_0) \bar{c}'_0(z_0) \bar{c}''_0(z_0) |V_0(123)\rangle^{P=0} \propto \bar{c}_1^{(z_0)} \bar{c}_0^{(z_0)} \bar{c}_{-1}^{(z_0)} |V_0(1,2,3)\rangle^{P=0} & (3-2-51) \\ \bar{c}_0(z) \equiv \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^3 \bar{c}(z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_2(z_0) c'_2(z_0) c''_2(z_0) |V_0(123)\rangle^{P=2} \propto c_4^{(z_0)} c_3^{(z_0)} c_2^{(z_0)} |V_0(123)\rangle^{P=2} & (3-2-52) \\ c_2(z) \equiv \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^3 c(z) \end{cases}$$

が成り立つ = と成り立つ (3-2-49, 50) である。

$$\begin{cases} |V(123)\rangle^{P=0} \propto \bar{c}_0(z_0) \bar{c}'_0(z_0) \bar{c}''_0(z_0) |V_0(123)\rangle^{P=0} & (3-2-53) \\ |V(123)\rangle^{P=2} \propto c_2(z_0) c'_2(z_0) c''_2(z_0) |V_0(123)\rangle^{P=2} & (3-2-54) \end{cases}$$

\* ) のように BRS 不変な vertex があつた種の真空があつたという見方は 参考文献 22) で独立に与えられた。

のように、 $z_0$ の代わりに関する振動子を用い"に奏する"こともできる。

また  $P=1$  の場合は  $|V_0(1,2,3)\rangle^{P=1}$  が丁度 conformal な描像 (3-2-48) に

対応している。

$$|V(123)\rangle^{P=1} = |V_0(123)\rangle^{P=1} \quad (3-2-55)$$

である。

### 3-3 具体例: $P=1$ の場合.

この節では、前節で与えた ghost vertex の構成法を、具体的に  $P=1$  の描像の場合に、

詳しく調べてみることにする。

$P=1$  の描像の ghost 真空は、HIKKO の採用しているものと同じで

$$\begin{cases} c_n |0\rangle^{P=1} = 0 & n \geq 0 \\ \bar{c}_n |0\rangle^{P=1} = 0 & n \geq 1 \end{cases} \quad (3-3-1)$$

を満足する。<sup>6)</sup> この節では  $P=1$  の描像のみを扱うので、これ以降  $P=1$  の添字は省略する。

2. 前節の結果を、この場合に適用すると、以下のようになる。まず

\* HIKKO の構成法では、 $\delta$ -関数から作った vertex に ghost 因子  $C(z_0)$  を掛ける

必要がある。<sup>6)</sup> これは ghost vertex に対して、自然なように  $\alpha$  係数  $N_{nm}^s$  を用いておく。

$$N(z, \tilde{z}) = \frac{1}{z - \tilde{z}} \frac{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z} - z_r)} \quad (3-3-2)$$

$$N(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = \left( \frac{dp}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-2} N(z, \tilde{z})$$

$$= \frac{1}{z - \tilde{z}} \frac{z - z_0}{\tilde{z} - z_0} \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{\alpha_r} \delta_{rs} \left[ \theta(\xi_s - \xi_r) \sum_{n \geq 0} e^{-n(\xi_s - \xi_r)} - \theta(\xi_r - \xi_s) \sum_{n \geq 1} e^{-n(\xi_r - \xi_s)} \right]$$

$$- \frac{\alpha_r}{\alpha_s^2} \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} N_{cnm}^{rs} e^{n\xi_r + m\xi_s} \quad (3-3-3)$$

但し、 $z = \tilde{z}$

$$\left( \frac{dp}{dz} \right) = \sum_{r=1}^3 \frac{\alpha_r}{z - z_r} = A \frac{z - z_0}{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}, \quad A = \alpha_1(z_1 - z_3) + \alpha_2(z_2 - z_3) \quad (3-3-4)$$

を用いて、ghost vertex は、 $h$  を用いて

$$\left\{ \begin{aligned} |V_{gh}(1, 2, 3)\rangle &= \exp\{E_{gh}(1, 2, 3)\} |\hat{0}\rangle_1 |\hat{0}\rangle_2 |\hat{0}\rangle_3 \\ E_{gh}(1, 2, 3) &= \sum_{r,s=1}^3 \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} N_{cnm}^{rs} \bar{c}_n^{(r)} c_m^{(s)} \end{aligned} \right. \quad (3-3-5)$$

となる。BRS 不変な vertex は、前節の最後 2" の  $T$ - $\bar{T}$  の、 $h$  が、

$$|V(1, 2, 3)\rangle = |V_x(1, 2, 3)\rangle \otimes |V_{gh}(1, 2, 3)\rangle \quad (3-3-6)$$

2" と  $\bar{2}$  の子。

- 示. HIKKO  $\tau$  の描像? BRS 不変な vertex を構成して (3.6) の形は

$$\begin{aligned} |V(1,2,3)\rangle &= |V_X(1,2,3)\rangle \otimes \tilde{C}(p(z_0)) |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle \\ &\equiv |V_X(1,2,3)\rangle \otimes |V_{gh}^{tot}(1,2,3)\rangle \end{aligned} \quad (3-3-7)$$

$$|V_{gh}^0(1,2,3)\rangle = \delta\left(\sum_{r=1}^3 \frac{\bar{z}_0^{(r)}}{\alpha_r}\right) \exp\{E_{gh}^0(1,2,3)\} |\tilde{\alpha}\rangle_1 |\tilde{\alpha}\rangle_2 |\tilde{\alpha}\rangle_3 \quad (3-3-8)$$

$$E_{gh}^0(1,2,3) = \sum_{r,s=1}^3 \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} \left(-\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \bar{c}_{-n}^{(r)} c_{-m}^{(s)}\right) \quad (3-3-9)$$

と書ける。但し、 $\bar{N}_{nm}^{rs}$  は Appendix B で与えられている  $|V_X(1,2,3)\rangle$  の中?

用いられているのと同じ。1,2 = 係数? ある。あるのは、彼らに依ると、 $|V_{gh}^{tot}(1,2,3)\rangle$

は、次の形に書き直さなくてもできる。

$$\begin{aligned} |V_{gh}^{tot}(1,2,3)\rangle &= \tilde{C}(p(z_0)) |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle \\ &= \prod_{s=1}^3 \left(1 - \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} \left(-\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \tilde{N}_{0m}^{rs} \bar{c}_0^{(r)} c_{-m}^{(s)}\right)\right) \exp\{E_{gh}^0(1,2,3)\} |\tilde{\alpha}\rangle_1 |\tilde{\alpha}\rangle_2 |\tilde{\alpha}\rangle_3 \\ &\quad - \exp\{E_{gh}^{tot}(1,2,3)\} |\tilde{\alpha}\rangle_1 |\tilde{\alpha}\rangle_2 |\tilde{\alpha}\rangle_3 \end{aligned} \quad (3-3-10)$$

$$\begin{aligned} E_{gh}^{tot}(1,2,3) &= \sum_{r,s=1}^3 \left\{ \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} \left(-\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \bar{c}_{-n}^{(r)} c_{-m}^{(s)}\right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m \geq 1} \left(-\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \tilde{N}_{0m}^{rs} \bar{c}_0^{(r)} c_{-m}^{(s)}\right) \right\} \end{aligned} \quad (3-3-11)$$

$$\tilde{N}_{0m}^{rs} = \sum_{R=0}^m \bar{N}_{m-R,k}^{rs} - \sum_{t \neq r} \bar{N}_{m0}^{st} \quad (3-3-12)$$

我々の処法で構成した vertex (3-3-5) が  $\tau$  の vertex と等しいことを

示すには 2つの関係式

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{cmm}^{rs} = -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \quad n \neq 0 \quad (3-3-13) \\ N_{com}^{rs} = -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \tilde{N}_{om}^{rs} \quad (3-3-14) \end{array} \right.$$

を示せば良い。 Appendix C で示すように、この式は確かに成り立ち、2113 = 2113

のかわり、2113 = 2113 とした vertex (3-3-5) と HIKKO の vertex (3-3-10) は

等しいとかわかる。また、これは、我々の構成法はこの場合、確かに

BRP 不変な vertex を与えることが示すことは分かる。

最後に、2つの vertex (3-3-5) と (3-3-10) を見比べると分かる。一見2つは

分かる。我々の構成法から得られた vertex は単なる接続条件の表現で、

何の余分な因子も掛ける必要がないから、これに対して、HIKKO の vertex (3-3-10)

では、ghost の因子  $\tilde{C}(p(z))$  を掛ける必要がある。これは、我々の構成法の

立場から、次のように説明できることが分かる。

まず HIKKO の vertex (3-3-10) のうち

$$|\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle \equiv \exp\{E_{gh}^0(1,2,3)\} |\tilde{\sigma}_1\rangle |\tilde{\sigma}_2\rangle |\tilde{\sigma}_3\rangle \quad (3-3-15)$$

の部分については、前節でも述べたように、期待値

$$N(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) \equiv \langle 0 | \xi_1 \xi_2 \xi_3 | 0 \rangle \tilde{C}(p) \tilde{C}(\tilde{p}) |\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle \quad (3-3-16)$$



ε 計算しよと

$$N(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = - \frac{1}{z-\tilde{z}} \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-1} \quad (3-3-17)$$

あるいは

$$\begin{aligned} N(z, \tilde{z}) &= - \frac{1}{z-\tilde{z}} \left( \frac{dp(z)}{dz} \right)^{-1} \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right) \\ &= - \frac{1}{z-\tilde{z}} \frac{\prod_{r=1}^3 (z-z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z}-z_r)} \frac{\tilde{z}-z_0}{z-z_0} \end{aligned} \quad (3-3-18)$$

となる。前節で考察したように、 $n=3$  点関数は projective 変換に対して

不変である。 $n=3$  点 HIKKOK による。既に指摘した通り<sup>6)</sup> (3-3-18) の

フーリエ係数  $\bar{N}_{nm}^{rs}$  は無限小 projective 変換

$$\delta z_r = \delta\alpha + \delta\beta \cdot z_r + \delta\gamma \cdot z_r^2 \quad (3-3-19)$$

に対して、

$$\left\{ \begin{aligned} \delta \bar{N}_{00}^{rs} &= \delta\beta + \delta\gamma (z_r + z_s) \\ \delta \bar{N}_{0m}^{rs} &= \delta\gamma \frac{1}{m} \oint_{z_s} \frac{dz}{2\pi i} e^{-m\zeta_s(z)} \quad (n \geq 1) \\ \delta \bar{N}_{nm}^{rs} &= 0 \quad (n, m \geq 1) \end{aligned} \right. \quad (3-3-20)$$

のように変換するとは知らぬ<sup>6)</sup>  $n=3$  点 vertex  $|\tilde{V}_{gh}(123)\rangle$  には

無限小 projective 変換 (3-3-19) のため

$$\delta |\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle = \left( \sum_{r=1}^3 \frac{\bar{c}_0^{(r)}}{\alpha_r} \right) \left( -\delta\gamma \cdot \sum_{s=1}^3 \sum_{m \geq 1} \alpha_s \int_{z_s} \frac{dz}{2\pi i} e^{-m\zeta_s(z)} \cdot c_{-m}^{(s)} \right) |\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle \quad (3-3-21)$$

と変換する = とわかる。 = の変化分は、 $\left( \sum_{r=1}^3 \frac{\bar{c}_0^{(r)}}{\alpha_r} \right)$  に比例して 2 になる。 (3-3-8) の

$$|V_{gh}^0(1,2,3)\rangle = \delta \left( \sum_{r=1}^3 \frac{\bar{c}_0^{(r)}}{\alpha_r} \right) |\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle \quad (3-3-22)$$

は、結局 projective 変換のもとで不変である = とわかる。 HIKKO17. = の

に、我々とは多少異なる方法で projective 不変な vertex を得る。

のである。次に、これより得られた vertex  $|V_{gh}^0(1,2,3)\rangle$  から BRST 不変な vertex を

構成する = とを考えた。

(3-3-18) からわかるように、 $|V_{gh}^0(1,2,3)\rangle$  は、相互作用点の描像である。

$$\begin{cases} c_n^{(z_0)} |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle = 0 & n \geq 3 \\ \bar{c}_n^{(z_0)} |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle = 0 & n \geq -2 \end{cases} \quad (3-3-23)$$

となる。 conformal な描像 (3-2-48) から得られる。従って、これは

BRST 不変な vertex を得るには、これは conformal な描像になるように

描像変換演算子を掛け合わせるだけではない。即ち、

$$\begin{aligned} |V_{gh}(1,2,3)\rangle &= c_2^{(z_0)} |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle \\ &= \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) \hat{C}(z) |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle \\ &\propto \lim_{z \rightarrow z_0} \left( \frac{d^p}{dz^p} \right) \hat{C}(z) |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle \end{aligned}$$

$$= \langle (P(20)) | V_{gh}(423) \rangle \quad (3-3-24)$$

が BR<sub>S</sub> 不変な vertex として得られる。これは確かに HIKKO の 5 元頂

BR<sub>S</sub> 不変な vertex (3-3-10) と一致している。これは我々の構成法の立場

から HIKKO の vertex を再解釈してやると、結局彼らは projective 不変な

頂点関数 (3-3-12) から出発したため、その代償として、ghost 因子  $\langle (P(20))$  が

必要であったとわかる。もちろん、この節で証明したように、どちらの構成法を用いても

結局同じ BR<sub>S</sub> 不変な vertex が得られる。

### 3-4 自由項の構成について

相互作用を考慮しない場合、弦の場の理論の自由項は、補助場の入れ方

に応じて、いくつかの異なる形に書くことができる。ところが、弦の理論として、自然な

相互作用<sup>\*</sup>を考慮しようとすると、その形は 3-1 節で説明したような  $\mathbb{R}^D$  の形に

限られてしまう。また、原幾何学的な弦の場の理論では、基本的な作用は、相互

作用項のみから成り立っている。このように、弦の場の理論では、自由項より、相互作用項

の方がより基本的であると考えられることができる。これは、この節では、この立場に

立て、3-2 節で構成した BR<sub>S</sub> 不変な相互作用 vertex から、与えら

\* 例えは、 $\mathbb{R}^D$  で考えられるように、弦が途中から入ったり、またつながらたりする相互作用

対応した自由項を構成する方法については  $P=1$  の描像の場合を例にとり、議論する。

まず最初に、一般の描像で考察する。一般に、運動量と長さを満たない ( $P_0 = \alpha = 0$ ) ような状態  $|\mathcal{P}\rangle$  の BRST 不変性の条件

$$\sum_{\mathcal{P}} \langle \mathcal{P} | Q_B^{(1)} = 0 \quad (3-4-1)$$

を満たすような状態  $|\mathcal{P}\rangle$  が存在すると仮定しよう。こうすると  $|\mathcal{P}\rangle$  の状態  $|\mathcal{P}\rangle$

を用いると、BRST 不変な vertex から、BRST 不変な reflector

$$|ref(2,3)\rangle^{\mathcal{P}} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\mathcal{P}}{\alpha} \langle \mathcal{P} | V(1,2,3) \rangle^{\mathcal{P}} \Big|_{P_0=0} \quad (3-4-2)$$

$$\sum_{r=2}^3 Q_B^{(r)} |ref(2,3)\rangle^{\mathcal{P}} = 0 \quad (3-4-3)$$

を構成する二つが出来る。二つは BRST 不変性 (3-4-3) は、相互作用 vertex の

BRST 不変性

$$\sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(1,2,3)\rangle^{\mathcal{P}} = 0 \quad (3-4-4)$$

と、状態  $|\mathcal{P}\rangle$  の BRST 不変性 (3-4-1) から容易に示すことが出来る。

描像  $\mathcal{P}$  の自由項は、二つ  $|ref(2,3)\rangle^{\mathcal{P}}$  を用いて、一般に

$$N_0^{\mathcal{P}} = \int d^2z d^3z \langle \Phi(2) \mathcal{P} | \Phi(3) | Q_B^{(2)} |ref(2,3)\rangle^{\mathcal{P}} \quad (3-4-5)$$

という形に書けると期待される。実際、 $|ref(2,3)\rangle^{\mathcal{P}}$  の BRST 不変性 (3-4-3) から

作用 (3-4-5) は、相互作用のない場合のゲージ変換 (3-1-8) の基で不変である

ことが分かる。もちろん、実際に、(3-4-5) が正しい自由弦理論を与えるかどうか

は、一般には更に詳しく調べる必要がある。==では、具体的に  $P=1$  の描像

の場合に、上の如法により正しい自由項が得られることを示すことにしよう。

$P=1$  の描像では、BRS 不変な状態  $\langle e|$  とし、次のものが考えられる。

$$P=1 \langle e| = \frac{P=1}{\langle 0|} \langle 0| \bar{c}_1 \quad (3-4-6)$$

実際

$$P=1 \langle e| Q_B = \langle 0| (-\alpha_1 \cdot p + \frac{1}{2} c_0 \bar{c}_1 p^2)$$

$$= 0$$

$$(p_\mu = 0 \text{ かつ}) \quad (3-4-7)$$

と、2 条件 (3-4-1) を満たしている。この状態を使うと、

$$P=1 \langle e| \langle V(2,3) \rangle_{P=1}^{P=1} = \sum_{r,s=2,3} \sum_{n \geq 0} N_{c n 1}^{r s} \bar{c}_{-n}^{(r)} \exp \{ E_x(2,3) + E_{gh}(2,3) \} |0\rangle_{23} \otimes |0\rangle_{23}^{P=1} \\ \times \mu(1,2,3) (2\pi)^{d+1} \delta^d(p_2 + p_3) \delta(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \quad (3-4-8)$$

$$E_x(2,3) = \frac{1}{2} \sum_{r,s=2}^3 \sum_{n,m \geq 0} \bar{N}_{n m}^{r s} \alpha_{-n}^{(r)} \cdot \alpha_{-m}^{(s)} \quad (3-4-9)$$

$$E_{gh}(2,3) = \sum_{r,s=2}^3 \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} N_{c n m}^{r s} \bar{c}_{-n}^{(r)} c_{-m}^{(s)} \quad (3-4-10)$$

$$\mu(1,2,3) = \exp \left\{ - \left( \sum_{r=1}^3 \alpha_r \ln |\alpha_r| \right) \sum_{s=1}^3 \frac{1}{\alpha_s} \right\} \quad (3-4-11)$$

と対応 = と加わらる。更に、(3-3-13, 14) と、参考文献'6) 2" 与えられ 2" 3  $\alpha_1 \rightarrow 0$  の

極限に於ける  $\bar{N}_{nm}^{rs}$  の公式を用いると、 $|\text{ref}(2,3)\rangle_3^{P-1}$  は、

$$\begin{aligned}
 |\text{ref}(2,3)\rangle_3^{P-1} &= \lim_{\alpha_1 \rightarrow 0} {}^{P-1}\langle \text{ref}(1,2,3) \rangle_3^{P-1} \\
 &= (\bar{c}_0^{(2)} - \bar{c}_0^{(3)}) \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-)^{nm} \left( \frac{1}{n} \alpha_{-n}^{(2)} \alpha_{-n}^{(3)} + \bar{c}_{-n}^{(2)} c_{-n}^{(3)} + \bar{c}_{-n}^{(3)} c_{-n}^{(2)} \right) \right\} |0\rangle_3 \otimes |\tilde{0}\rangle_3^{P-1} \times \\
 &\quad \times (2\pi)^{d+1} \delta^d(p_2 + p_3) \delta(\alpha_2 + \alpha_3) \quad (3-4-12)
 \end{aligned}$$

という形になる。これは丁度 HIKKO が reflector として用いたのと同じで

ある。また、この reflector に対応して、逆 reflector を

$$\begin{aligned}
 {}^{P-1}\langle \text{ref}(1,2) | &= {}_{12}\langle 0 | \otimes {}_{12}\langle 0 | \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-)^{nm} \left( \frac{1}{n} \alpha_{+n}^{(1)} \alpha_{+n}^{(2)} + c_n^{(1)} \bar{c}_n^{(2)} + c_n^{(2)} \bar{c}_n^{(1)} \right) \right\} \\
 &\quad \times (c_0^{(1)} + c_0^{(2)}) (2\pi)^{d+1} \delta^d(p_1 + p_2) \delta(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (3-4-13)
 \end{aligned}$$

で定義すると、これは次の意味で  $|\text{ref}(2,3)\rangle_3^{P-1}$  の逆と対応している。

$$\begin{aligned}
 {}^{P-1}\langle {}_1\delta(1,3) \rangle_3^{P-1} &\equiv \int dz {}^{P-1}\langle \text{ref}(1,2) | | \text{ref}(2,3) \rangle_3^{P-1} \\
 &= {}_{11}\langle 0 | \otimes {}_{11}\langle 0 | \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} \alpha_{-n}^{(3)} \alpha_n^{(1)} + c_{-n}^{(3)} \bar{c}_n^{(1)} + \bar{c}_{-n}^{(3)} c_n^{(1)} \right) + \bar{c}_0^{(3)} c_0^{(1)} \right\} |0\rangle_3 \otimes |\tilde{0}\rangle_3^{P-1} \\
 &\quad \times (2\pi)^{d+1} \delta^d(p_1 - p_3) \delta(\alpha_1 - \alpha_3) \quad (3-4-14)
 \end{aligned}$$

$$\int d\lambda {}^{P-1}\langle {}_1\delta(1,3) \rangle_3^{P-1} | \Phi(\lambda) \rangle_1^{P-1} = | \Phi(3) \rangle_3^{P-1} \quad (3-4-15)$$

すなわち、reflector が得られると、次の関係式におき、ref の弦場  $|\Phi\rangle$

を考えると加えられる。

$$|\Phi(1)\rangle_1^{P=1} = \int d^2 z_2 \langle \Phi(2) | \text{ref}(1,2) \rangle_2^{P=1} \quad (3-4-16)$$

対称の関係式として、(3-4-14,15)より、

$${}_{2}^{P=1} \langle \Phi(2) | = \int d^1 \alpha \langle \text{ref}(1,2) | \Phi(1) \rangle_1^{P=1} \quad (3-4-17)$$

から得らる。

以上、以上の結果を用いると、今の場合、弦の自由項(3-4-5)は

$$\begin{aligned} \int_0^{P=1} d_0 &= \int d^2 z_2 d^3 z_3 \langle \Phi(2) |_2^{P=1} \langle \bar{\Phi}(3) |_3^{P=1} | Q_B^{(2)} | \text{ref}(2,3) \rangle_3^{P=1} \\ &= \int d^2 z_2 \langle \Phi(2) |_2^{P=1} | Q_B^{(2)} | \Phi(2) \rangle_2^{P=1} \end{aligned} \quad (3-4-18)$$

となり、これは確かに3-1節で解説した自由項(3-1-6)と一致している。

\* ) これは関係式(1)を定義するたけには reflector (3-4-17) の存在が必要である。

## 第4章 相互作用 vertex の BRST 不変性

2章では、前章で構成された BRST 不変な vertex が実際、BRST 不変性の条件 (3-1-14) を満たすことを 2つの異なる証明法を用いて証明する。

具体的に証明に入る前に、前章で与えた BRST 不変な vertex の性質について。

もう一度簡単に、振り返り、2章を。一般の描像  $\mathcal{P}$  において、BRST 不変な vertex は

$$|V_{gh}(1,2,3)\rangle^{\mathcal{P}} = |V_{gh}(1,2,3)\rangle \otimes G^{\mathcal{P}}(\sigma_2) |V_{gh}(1,2,3)\rangle^{\mathcal{P}} \quad (4-1)$$

という形をしており、但し、ここで  $G^{\mathcal{P}}(\sigma_2)$  は、相互作用点の描像に関する描像変換

演算子で、相互作用点  $z=z_0$  周りの展開

$$\left\{ \begin{aligned} c(z) &= \sum_n c_n^{(z_0)} (z-z_0)^{1-n} \\ \bar{c}(z) &= \sum_n \bar{c}_n^{(z_0)} (z-z_0)^{-2-n} \end{aligned} \right. \quad (4-2)$$

において定義される振動子  $c_n^{(z_0)}, \bar{c}_n^{(z_0)}$  に関して、vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^{\mathcal{P}}$  が conformal 対称

描像の真空

$$\left\{ \begin{aligned} c_n^{(z_0)} |V_{gh}(1,2,3)\rangle^{\mathcal{P}} &= 0 & n \geq 2 \\ \bar{c}_n^{(z_0)} |V_{gh}(1,2,3)\rangle^{\mathcal{P}} &= 0 & n \geq -1 \end{aligned} \right. \quad (4-3)$$

として振動子舞う、という条件において決定されている。これからわかるように、(4-3) は

任意の描像  $\mathcal{P}$  における vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^{\mathcal{P}}$  が持つ共通の性質である。



### 4-1 BRST 不変な vertex の唯一性

最初に、(4-2) 式に従って導入される振動子  $c_n^{(z_0)}$ ,  $\bar{c}_n^{(z_0)}$  に対して、もう少し詳しく考察してみよう。もし、ghost 場  $C(z)$ ,  $\bar{C}(z)$  が通常の解析的な場だとしたら、展開 (4-2) は、意味を持ち、振動子  $c_n^{(z_0)}$ ,  $\bar{c}_n^{(z_0)}$  は (4-2) によって完全に定義されることになる。ところが、前章で議論したように、 $C(z)$ ,  $\bar{C}(z)$  は vertex  $|V(u, z, z)\rangle^P$  の上でのみ  $z$  平面全体で定義された場とみなければならない。このため、 $c_n^{(z_0)}$ ,  $\bar{c}_n^{(z_0)}$  を厳密な意味で定義するには、もう少し詳しい考察が必要である。

そこで、まず  $c_n^{(z_0)}$  を正確に定義するにはどうしたら良いかを考えてみよう。

一番最初に考えられるのは、 $C(z)$  は vertex の上では、解析的な場と考え

られるので、単純に、vertex の上での  $\gamma$ -積分

$$c_n^{(z_0)} |V(u, z, z)\rangle^P = \oint_{\gamma_0} \frac{dz}{2\pi i} (z - z_0)^{n-2} C(z) |V(u, z, z)\rangle^P \quad (4-1-1)$$

を、 $c_n^{(z_0)}$  の定義式とみることができる。但し、この積分は  $z_0$  のまわりを時計回りの経路

に沿って行うものと看做する。しかし、この式では、性質 (4-3) により  $c_n^{(z_0)}$  の消滅

演算子の部分に対しては、両辺は恒等的にゼロになる（もし、定義しただけ

ならば）ことになる。従って、何とか vertex と独立に  $c_n^{(z_0)}$  を定義する必要がある

と考えなければならぬ。これは、 $n=2$  次で、

$$c_n^{(z_0)} = \oint_{z_0} \frac{dz}{2\pi i} (z-z_0)^{n-2} c(z) \quad (4-1-2)$$

を  $c_n^{(z_0)}$  の定義とあることを考えよう。  $n=0$  のとき、  $c(z)$  は  $z$ -平面全体で定義された

解析的な場とみなすことができる。右辺の積分は積分の経路をどう

取りかき依存する。即ち  $c_n^{(z_0)}$  の定義には積分経路の選定に対応して、不定性

が存在するようになる。しかし、  $n=2$  の目的に対しては、適当な経路を一つ固定して

考えれば十分である。以下では  $p$ -平面で図7に対応する経路に固定して考える

ことになる。  $z$ -平面での積分経路は、これから Mandelstam 写像 (3-2-8) に従って

得られる。  $n$  のように積分経路を選べば、(4-1-2) は

$$c_n^{(z_0)} = \sum_{r=1}^3 \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} (z-z_0)^{n-2} c^{(r)}(z) \quad (4-1-3)$$

のように書き直すことができる。  $n=2$  の各項の積分経路  $C_r$  は、図7で示した通りである。

全体の経路のうち弦  $r$  の領域の部分である。水平な経路に  $z_0$  の積分は、  $c(z)$  の

周期性から、上と下の経路に  $z_0$  の積分で

相殺する。また  $c^{(r)}(z)$  は、  $c(z)$  を各弦の領域

1 制限したもので、定義 (3-2-12) から明らか

なように、各弦に  $z_0$  の振動子  $c_n^{(r)}$  を用いて

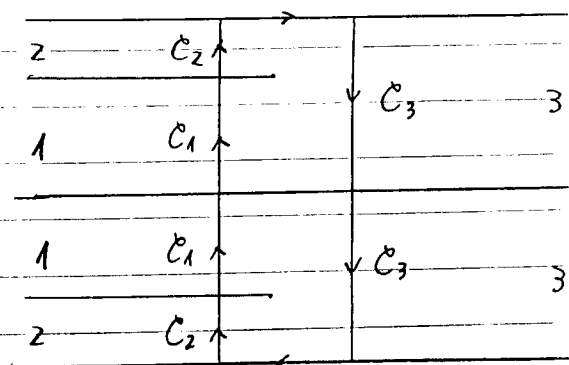


図7.  $p$ -平面での積分経路。  $z$ -平面での積分経路は、これから Mandelstam 写像に従って得られる

$$\phi^{(r)}(z) = \left(\frac{dP}{dz}\right)^{-1} \phi^{(r)}(P)$$

$$= \alpha_r \left(\frac{dP}{dz}\right)^{-1} \sum_n c_n^{(r)} e^{n\zeta_r(z)} \quad (4-1-4)$$

のように展開するとはか"である。これは、(4-1-3)に従って、 $c_n^{(z_0)} \in \{c_n^{(r)}\}$  ( $r=1,2,3$ )

を用いて

$$c_n^{(z_0)} = \sum_{r=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \alpha_{nm}^{(r)} c_m^{(r)} \quad (4-1-5)$$

$$\alpha_{nm}^{(r)} = \alpha_r \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} \left(\frac{dP}{dz}\right)^{-1} e^{m\zeta_r(z)} (z-z_0)^{n-2} \quad (4-1-6)$$

のように定義するとはか"である。これは、これを振動子  $c_n^{(z_0)}$  の厳密な定義と

考えることができる。

12.  $c_n^{(z_0)}$  の定義式 (4-1-5) をよく見てみると、これは一見、 $c_n^{(z_0)}$  と

$\{c_n^{(r)}\}$  ( $r=1,2,3$ ) との間、Bogoliubov 変換の形をしており、これはか"である。

次に、これはか"確かに Bogoliubov 変換か"あることを示すことにしよう。

(4-1-5) が Bogoliubov 変換であることは、行列  $\alpha_{nm}^{(r)}$  が

逆行列を持つことを示すだけか"ならならぬ。これは、それを直接示す代わりに、

$c_m^{(r)}$  を  $c_n^{(z_0)}$  を用いて表わす式を与えることができる。

今、弦  $r$  の領域に制限した場  $\phi^{(r)}(z)$  は、この領域内では解析的な

場とみればか"。

$$c_n^{(r)}(z) = \sum_n C_n^{(z_0)} (z-z_0)^{1-n} \quad (\text{但し } z \text{ は弦 } r \text{ の領域内}) \quad (4-1-7)$$

のように展開するとはか"できる。一、(4-1-4)より  $c_n^{(r)}(z)$  は振動子  $C_n^{(r)}$  を用いて

展開するともできる。(4-1-4)より

$$C_n^{(r)} = \frac{1}{\alpha_r} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} \left( \frac{d\rho}{dz} \right)^2 e^{-n\zeta_r} c_n^{(r)}(z) \quad (4-1-8)$$

である。と"3が! 図又のように積分経路を"選んだ"おかげで、これは、経路積分

$$C_n^{(r)} = \left( \frac{1}{\alpha_r} \right)^2 \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{d\rho}{dz} \right)^2 e^{-n\zeta_r(z)} c_n^{(r)}(z) \quad (4-1-9)$$

に書き直すと"か"できる。従、 $c_n^{(r)}$  は  $C_n^{(z_0)}$  を用いて

$$C_n^{(r)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{nm}^{(r)} C_m^{(z_0)} \quad (4-1-10)$$

$$B_{nm}^{(r)} = \left( \frac{1}{\alpha_r} \right)^2 \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{d\rho}{dz} \right)^2 e^{-n\zeta_r(z)} (z-z_0)^{1-m} \quad (4-1-11)$$

のように表わすと"か"できる。従、 $c_n^{(r)}$  の行列  $B_{nm}^{(r)}$  は確かに逆行列

$B_{nm}^{(r)}$  を持つとはか"わ"かる。

共、同様の方法で anti-ghost の振動子  $\bar{c}_n^{(r)}$  と  $\bar{c}_n^{(z_0)}$  との間にも、

$$\bar{c}_n^{(z_0)} = \sum_{r=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{a}_{nm}^{(r)} \bar{c}_m^{(r)} \quad (4-1-12)$$

$$\bar{a}_{nm}^{(r)} = \left( \frac{1}{\alpha_r} \right)^2 \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{d\rho}{dz} \right)^2 e^{m\zeta_r(z)} (z-z_0)^{nm} \quad (4-1-13)$$

あるいは、

$$\bar{c}_n^{(r)} = \sum_{m=r}^{\infty} \bar{B}_{nm}^{(r)} \bar{c}_m^{(20)} \quad (4-1-14)$$

$$\bar{B}_{nm}^{(r)} = \alpha_r \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{d\rho}{dz} \right)^{-1} e^{-n\zeta_r(z)} (z-z_0)^{-2-m} \quad (4-1-15)$$

という関係があることを示すことができる。→ ようにして、ghostの振動子。

$\{c_n^{(1)}, c_n^{(2)}, c_n^{(3)}, \bar{c}_n^{(1)}, \bar{c}_n^{(2)}, \bar{c}_n^{(3)}\}$  と  $\{c_n^{(20)}, \bar{c}_n^{(20)}\}$  は Bogoliubov 変換で関係していること

がわかった。→ ことを言える。BRNS 不変な vertex は、真空  $|0\rangle_{23}^{\mathbb{P}} = |0\rangle_{12}^{\mathbb{P}} \otimes |0\rangle_{23}^{\mathbb{P}} \otimes |0\rangle_{31}^{\mathbb{P}}$

を Bogoliubov 変換して得られる conformal な真空  $|0\rangle_{23}^{\mathbb{Z}_0}$  とみなすことができる\*と

いうことができる。→ ことから次の結論が導かれる。

今、3つの弦の Fock 空間の直積から成るおなじ空間において、 $\{c_n^{(1)}, c_n^{(2)}, c_n^{(3)}, \bar{c}_n^{(1)}, \bar{c}_n^{(2)}, \bar{c}_n^{(3)}\}$

は完全系となり、これは (描像を一つ固定したとき) 真空を唯一つ  $|0\rangle_{23}^{\mathbb{P}}$  に定める。

一方、 $\{c_n^{(20)}, \bar{c}_n^{(20)}\}$  は、上の振動子と Bogoliubov 変換で関係していること、やはり

完全系であり、条件(4-3)において、Bogoliubov 変換された真空、即ち BRNS 不変な

vertex を唯一つに決める。→ ことは、即ち、異なる描像の真空の上に構成された

BRNS 不変な vertex は、見かけは異なるが、実は同じ状態であるという

ことを意味する。

\*) → ように、BRNS 不変な vertex と通常の Fock 真空  $|0\rangle_{23}$  とは Bogoliubov 変換で関係している

という考え、を、そのことと BRNS 不変性との関係は最初 細谷と糸川により述べられた。<sup>22)</sup>

以上のようにして異なる描像の上で構成された BRN 不変な vertex は、実は  
全く同じ状態であることが証明された。これは、一応我々は、3-3 節で述べたように、  
特に  $E=1$  の上に構成された vertex は HIKKO の与えたものと一致し、確かに BRN 不変性  
の条件を満たすことを知り、2-1-3 の  $\alpha^2$  項において、任意の描像の上で構成された  
vertex が確かに BRN 不変性の条件を満たすことが証明されたことになる。

#### 4-2 直接的な証明: 改善された経路積分の方法

前節では、vertex の唯一性から、一般の描像での vertex が BRN 不変で  
あることを証明したが、9 節では、別の証明として、vertex の性質 (4-3) から直接  
BRN 不変性を証明することができる。

まず、BRN charge (3-1-2) の場による表式<sup>\*</sup>

$$Q_B = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma}{2\pi} [ : \dot{C}(\sigma) (-A^2(\sigma) - 2i \frac{dC(\sigma)}{d\sigma} \dot{C}(\sigma)) : + 2\alpha(\sigma) \dot{C}(\sigma) ] \quad (4-2-1)$$

から出発する。但し  $::$  は normal ordering であり、 $E=1$  の描像の真空に対して有効である。

最初 (4-2-1) を、normal ordering を使わずに形を書き直す。Wick の定理より、

一般の場  $\theta(\sigma)$ ,  $\theta'(\sigma)$  に対して、

<sup>\*</sup> 場  $A(\sigma)$  の定義については Appendix A を参照

$$: \mathcal{O}(\sigma) \mathcal{O}(\sigma') : = \mathcal{O}(\sigma) \mathcal{O}(\sigma') - \langle 0 | \mathcal{O}(\sigma) \mathcal{O}(\sigma') | 0 \rangle \quad (4-2-2)$$

が成り立つから、これを利用して、(4-2-1)の normal ordering を

$$\begin{aligned} : A(\sigma) A(\sigma) : &= \lim_{\delta \rightarrow 0} [ A(\sigma) \cdot A(\sigma + \delta) - \langle 0 | A(\sigma) A(\sigma + \delta) | 0 \rangle ] \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 0} [ A(\sigma) \cdot A(\sigma + \delta) + \frac{d}{\delta^2} ] + \frac{d}{12} \end{aligned} \quad (4-2-3)$$

$$\begin{aligned} : \frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma} \bar{\mathcal{C}}(\sigma) : &= \lim_{\delta \rightarrow 0} [ \frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma} \bar{\mathcal{C}}(\sigma + \delta) - \langle 0 | \frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma} \bar{\mathcal{C}}(\sigma + \delta) | 0 \rangle ] \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 0} [ \frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma} \bar{\mathcal{C}}(\sigma + \delta) + \frac{i}{\delta^2} ] + \frac{i}{12} \end{aligned} \quad (4-2-4)$$

のように書き直さ<sup>\*</sup>。但し  $\Rightarrow$   $A \cdot A = A^{\mu} A_{\mu}$ ,  $d$  は次元の次元  $\wedge$   $\delta$  は実の定数<sup>2</sup>。

同一点での場の積に  $\rightarrow$  point splitting の正規化を用いた。

次に、 $\sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(123)\rangle^{\mathcal{P}}$  を計算する。  $Q_B^{(r)}$  に対して、(4-2-3, 4) を用いて書き直した

表式を使うとこれは、

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(123)\rangle^{\mathcal{P}} &= \left[ \sum_{r=1}^3 \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} \lim_{\delta_r \rightarrow 0} \left( \mathcal{C}^{(r)}(\sigma_r) \left( -A(\sigma) \cdot A(\sigma + \delta) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2i \frac{d\mathcal{C}^{(r)}(\sigma_r)}{d\sigma_r} \bar{\mathcal{C}}(\sigma_r + \delta_r) - \frac{(d-2)}{\delta_r^2} \right) \right] \\ &\quad + \sum_{r=1}^3 \left( d(10) - \frac{(d-2)}{24} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} \mathcal{C}^{(r)}(\sigma_r) |V(123)\rangle^{\mathcal{P}} \end{aligned} \quad (4-2-5)$$

と書くことが出来る。今、正規化の  $\pi^2 \times \delta_r \in d r \delta_r = \delta$  が  $3$  の弦に共通になり

おに選ぶと (4-2-5) の右辺は  $\beta$ -平面での経路積分で

\*  $\frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma}$  はゼロモードを持たない  $\mathcal{C}(\sigma)$  と  $\bar{\mathcal{C}}(\sigma)$  の間の normal ordering は考える必要がない。

$$\begin{aligned} \frac{N_B}{2\pi} Q_B^{(r)} |V(u_{23})\rangle^{\mathcal{P}} &= \left[ \frac{1}{2} \oint_{C_p} \frac{d\rho}{2\pi i} \lim_{\delta \rightarrow 0} \left\{ C(\rho) \left( -A(\rho) \cdot A(\rho + i\delta) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + 2 \frac{dC(\rho)}{d\rho} \zeta(\rho + i\delta) - \frac{(d-2)}{\delta^2} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2} \left( \alpha(0) - \frac{(d-2)}{24} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} C^{(r)}(\sigma_r) \right] |V(u_{23})\rangle^{\mathcal{P}} \end{aligned} \quad (4-2-6)$$

と表わすことができる。あるいは、Mandelstam 写像を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} Q_B^{(r)} |V(u_{23})\rangle^{\mathcal{P}} &= \left[ \frac{1}{2} \oint_{C_z} \frac{dz}{2\pi i} \lim_{\delta \rightarrow 0} \left\{ C(z) \left( -\left(\frac{dz'}{dz}\right) A(z) \cdot A(z') \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + 2 \left(\frac{dz'}{dz}\right)^2 \frac{dC(z)}{dz} \zeta(z') - \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^2 \frac{(d-2)}{\delta^2} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2} \left( \alpha(0) - \frac{(d-2)}{24} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} C^{(r)}(\sigma_r) \right] |V(u_{23})\rangle^{\mathcal{P}} \end{aligned} \quad (4-2-7)$$

と書くこともできる。但し、(4-2-7)の積分路  $C_p, C_z$  はそれぞれ  $\square$  又、あるいは、 $\square$  と

Mandelstam 写像に対応する  $\rho, z$ -平面上の径路となる。また (4-2-7) で  $z'$  は

$$\rho(z') = \rho(z) + i\delta \quad (4-2-8)$$

を満たすようなものとする。

以上、次に、(4-2-7) を新しい normal ordering. 即ち  $c_n^{(z_0)}, \bar{c}_n^{(z_0)}, \alpha_n^{(z_0)}$

に関する normal ordering の形に書き直す。但し、 $c_n^{(z_0)}, \bar{c}_n^{(z_0)}$  は前節で定義した相互

作用点、まわりの展開に用いる振動子である。また  $\alpha_n^{(z_0)}$  は、場  $A^\mu(z)$  に用いる ghost と

同様に導入する必要がある振動子であり、 $\alpha_n^{(r)}$  を用いる。



$$\alpha_n^{(\mu)(z_0)} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{nm}^{(\mu)} \alpha_m^{(\mu)}$$

$$A_{nm}^{(\mu)} = \frac{1}{\alpha_r} \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{d\rho}{dz} \right) e^{m\zeta_r(z)} (z-z_0)^n \quad (4-2-9)$$

$$A_n^{(\mu)}(z) = \sum_m \alpha_m^{(\mu)(z_0)} (z-z_0)^{l-n} \quad (z \in C_r \text{ とす})$$

のように定義されるものとする。すなわち  $\alpha_n^{(\mu)(z_0)}$  については、第3章と同じ考察をすれば、

vertex  $|V(\mu, z_0)\rangle^P$  は、 $n$  振動子になる。

$$\alpha_n^{(\mu)(z_0)} |V(\mu, z_0)\rangle^P = 0 \quad n \geq 0 \quad (4-2-10)$$

を満足するとはわかる。

新しい normal ordering は、やはり Wick の定理から

$$: \mathcal{O}(z) \mathcal{O}'(z') : = \mathcal{O}(z) \mathcal{O}'(z') - \underset{z_0}{\langle \tilde{\mathcal{O}} | \mathcal{O}(z) \mathcal{O}'(z') | 0 \rangle_{z_0}} \quad (4-2-11)$$

と書くことが出来る。但し  $z = z'$  の場合は

$$(\alpha_{n-1}^{(\mu)(z_0)}, c_{n+1}^{(\mu)(z_0)}, \bar{c}_{n-2}^{(\mu)(z_0)}) |0\rangle_{z_0} = 0 \quad n \geq 1 \quad (4-2-12)$$

を満足する真空では、 $\langle \tilde{\mathcal{O}} |$  はその共役

$$\underset{z_0}{\langle \tilde{\mathcal{O}} |} (\alpha_{n-1}^{(\mu)(z_0)}, c_{n+1}^{(\mu)(z_0)}, \bar{c}_{n-2}^{(\mu)(z_0)}) = 0 \quad n \leq 0$$

$$\underset{z_0}{\langle \tilde{\mathcal{O}} |} |0\rangle_{z_0} = 1 \quad (4-2-13)$$

がある。もちろん、3つの場の積に対しては、Wick の定理は、

$$: \mathcal{O}(z) \mathcal{O}'(z') \mathcal{O}''(z'') : = \mathcal{O}(z) \mathcal{O}'(z') \mathcal{O}''(z'') - \mathcal{O}(z) \underset{z_0}{\leq} \tilde{\sigma} | \mathcal{O}'(z') \mathcal{O}''(z'') | 0 \rangle_{z_0}$$

$$- (-)^{|\mathcal{O}|} \mathcal{O}'(z') \underset{z_0}{\leq} \tilde{\sigma} | \mathcal{O}(z) \mathcal{O}''(z'') | 0 \rangle_{z_0}$$

(4-2-14)

$$- \underset{z_0}{\leq} \tilde{\sigma} | \mathcal{O}(z) \mathcal{O}'(z') | 0 \rangle_{z_0} \mathcal{O}''(z'')$$

と成る。但し  $(-)^{|\mathcal{O}|}$  は演算子  $\mathcal{O}$  が bose 的なら +1, fermi 的なら -1 を表わす

と成る。更ら、(4-2-2) の  $z, z'$  両方とも経路  $C_z$  上の点, なる  $z$  を展開

$$A^n(z) = \sum_n a_n^{(z_0)} (z - z_0)^{-1-n}$$

$$C(z) = \sum_n c_n^{(z_0)} (z - z_0)^{1-n}$$

$$\bar{C}(z) = \sum_n \bar{c}_n^{(z_0)} (z - z_0)^{2-n}$$

(4-2-15)

を用いると成る。=これを用いると結局

$$A(z) \cdot A(z') = : A(z) A(z') : + \underset{z_0}{\leq} \tilde{\sigma} | A(z) \cdot A(z') | 0 \rangle_{z_0}$$

$$= : A(z) \cdot A(z') : + \frac{d}{(z-z')^2}$$

(4-2-16)

$$C(z) \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z') = : C(z) \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z') : + C(z) \underset{z_0}{\leq} \tilde{\sigma} | \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z') | 0 \rangle_{z_0}$$

$$- \frac{dC(z)}{dz} \underset{z_0}{\leq} \tilde{\sigma} | C(z) \bar{C}(z') | 0 \rangle_{z_0}$$

$$= : C(z) \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z') : + \frac{1}{(z-z')^2} C(z) - \frac{1}{z'-z} \frac{dC(z)}{dz}$$

(4-2-17)

と成る。 (4-2-2) は、

$$\sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(u,2,3)\rangle^P = \left[ \frac{1}{2} \oint_{C_2} \frac{dz}{2\pi i} \lim_{\delta \rightarrow 0} \left\{ C(z) \left( -\frac{dz'}{dz} \right) A(z) \cdot A(z') \right. \right.$$

$$\left. \left. + 2 \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{dC(z)}{dz} \overline{C(z')} \right\} \right]$$

$$-\frac{dz'}{dz} \frac{d}{(z-z')^2} C(z) + \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{2}{(z-z')^2} C(z)$$

$$-\left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{2}{z-z} \frac{dC(z)}{dz} - \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{d-2}{\delta^2} C(z)$$

$$+ \sum_{r=1}^3 \left( \alpha(0) - \frac{(d-2)}{24} \right) \left[ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} C^{(r)}(\sigma_r) \right] |V(u,2,3)\rangle^P \quad (4-2-18)$$

と書き直される。と=3が、vertex  $|V(u,2,3)\rangle^P$  は、(4-3), (4-2-10)より

真空の性質 (4-2-12) を満たした113の2" (4-2-18)のうち、normal ordering  
の部分は、vertex  $\kappa$  にかかるゼロとなる。更に、残りの部分は、Appendix-D

で示すように、経路積分を評価する=とに、お2計算するが2"して、最終的に

$$\sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(u,2,3)\rangle^P = \left[ \frac{d-26}{8} \left( C'(z_0) + \frac{b}{a} C(z_0) \right) \right.$$

$$\left. + \sum_{r=1}^3 \left( \alpha(0) - \frac{(d-2)}{24} \right) \left[ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} C^{(r)}(\sigma_r) \right] \right] |V(u,2,3)\rangle^P \quad (4-2-19)$$

と1)表示を得る。=これから、後、?、 $d=26$ 、 $\alpha(0)=1$  かつ vertex  $|V(u,2,3)\rangle^P$   
は BRN 不変性の条件を満たす。

## 第5章 結論

この論文では、conformal field theory を利用して、弦の場の理論を構成する新しい処法を与えた。この処法は、主に弦の場の理論を構成する際に、最も重要である 3 弦の相互作用を表わす BRST 不変な vertex を与える方法から成っている。この処法によると、BRST 不変な vertex は、次の 2 つの段階を経て構成される。まず最初に、conformal field theory と 1,2 の ghost 系  $C(z), \bar{C}(z)$  の 2 点相関関数を利用することにより、接続条件を満たす vertex を任意の描像の真空の上に構成することができ、次に、このように作られた vertex に、相互作用点での描像が conformal な描像と一致するように、描像変換演算子を作用させることにより、BRST 不変な vertex が得られる。また、このようにして構成された BRST 不変な vertex を利用して、弦の場の理論の自由項を構成する処法についても、同時に考察された。

このように処法で与えられた vertex が実際に BRST 不変性の条件を満たすことは、2 つの独立な方法を用いて証明された。

1 つの証明法は、BRST 不変な vertex を、通常の真空から Bogoliubov 変換することにより得られる真空が存在することから成る。この事実により

基ついたもので、この際、様々な描像の上に構成された見かけ上異なる vertex は、実は全く同じ vertex であることが証明された。また、もう一つの証明法、改善された経路積分を用いる方法では、HIKKO の証明にかゝり、おなじみであった、切込に対する条件  $\alpha(0)=1$  が、正しく導出されることを示された。

最後に、今後に残された課題と問題点、について簡単に議論しておくことにする。場の理論の構成法としての立場からの問題点としては、3-1 節で述べたように、この論文で与えた処法からは、弦の場の理論のゲージ不変性は結合定数  $g$  の展開で  $O(g)$  までしか保証されない。  $O(g^2)$  以上のゲージ不変性を議論するには、また別の考察が必要となる。実際、HIKKO 型の場の理論にかゝり  $O(g^2)$  のゲージ不変性の考察から更に 4 弦の相互作用項が必要であることが導かれることが知られている。<sup>\*)</sup> 従って弦の場の理論の構成法として、閉じた処法を与えるためには、  $O(g^2)$  以上のゲージ不変性について考察する枠組を与える必要がある。また、この論文で取り扱ったような ghost の <sup>\*)</sup> どのような枠組としては、我々と独立に、同様の方法を議論した参考文献 [25] の中で与えられている方法がある。

真空に於けるこの描像という概念は、本来超弦の理論において、本質的となるものである。このことから、この論文で述べた処法は、超弦の場の理論を構成する際に、より強力な威力を発揮するものと思われる。従って、この処法を用いて、超弦の場の理論を構成することは、残された興味ある課題の一つである\*1)

また、conformal field theory と弦の場の理論との関係を明らかにする立場からは、この論文で、tree の 3 点振幅の場合に限って与えられたような議論を tree の  $N$  点振幅\*\*1) あるいは loop 振幅に対して、拡張する必要がある。この点において、弦の理論の散乱振幅は、より簡単に計算できるものになると期待される。また、Universal Grassmann 多様体の理論<sup>28)</sup>等との関係が明らかになれば、両者をうまく利用することは、弦の理論の非摂動的側面が明らかになるかもしれない。

\*1) この点については、松本彦氏において、Witten 型の相互作用を持つ超弦の場の理論が構成されている。<sup>26)</sup>

\*\*1) tree の  $N$  点振幅については、参考文献 25, 28) において議論されている。

謝 辞

九後 浩一郎 氏 に対し、常日頃から staff として、又 共同研究者として  
様々な御指導と御援助を頂きましたことを心から感謝致します。

畑 浩之 氏、伊藤 克美 氏、小川 格 氏、末広 一彦 氏 に対し 共同研究を通し、

議論して頂いた事、あるいはそれ以外に於いても多くの援助を頂きました事を

深く感謝致します。特に、九後 氏、末広 氏 に対しては、共同研究の結果を

学位申請論文に使用する事を快諾して下さい、た事に感謝致します。

最後に、田中 先生、町田 先生、板東 氏、河本 氏、ほか 素粒子論研究室の

皆様にも、長期に渡り御指導、御鞭撻 頂きました事を感謝致します。

Appendix A. 開弦の理論と conformal field theory.

開弦が時間発展してできる世界面は、図A-1で表わされる。この面は、

第2章で述べた、閉弦の場合と同様にして、2次元の10次元空間  $(\xi^1, \xi^2)$

$[-\infty \leq \xi^1 \leq \infty, 0 \leq \xi^2 \leq \pi]$  から  $d$ -次元空間  $X^\mu(\xi)$  において表わされる。

但しこのとき閉弦と異なる点は、この世界面には空間方向 ( $\xi^2$  方向) に

境界  $\xi^2 = 0, \pi$  を持つことである。開弦の理論では、 $X^\mu(\xi)$  はこの

境界で、自由境界の条件

$$\left. \partial_{\xi^2} X^\mu(\xi) \right|_{\xi^2=0 \text{ or } \pi} = 0 \quad (A-1)$$

を満たすものとする。また、2次元の計量  $g_{ab}(\xi)$  は、境界条件

$$\left. g_{12}(\xi) \right|_{\xi^2=0, \pi} = 0 \quad (A-2)$$

を満たすものとする。この境界条件は、conformal ゲージ (2-1-2) では、自明に

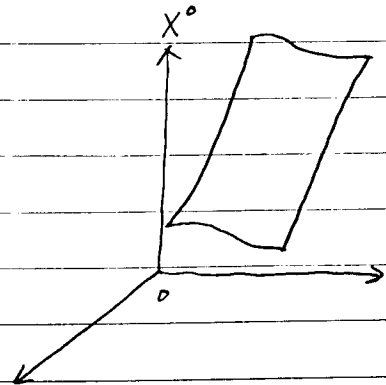
満たされること、開弦の理論にかいては、

conformal 不変性 (2-1-9) が存在する。

ただし、このとき以下で見えるように、この

conformal 不変性は開弦の場合と

比べて、半分の自由度しか持たない。



図A-1. 開弦の世界面。



次に開弦理論の ghost 系について考える。ghost 系の作用は、閉弦の

場合と同じ

$$S = \frac{1}{\pi} \int d^2\zeta [\bar{c}_+ \partial_{\bar{z}} c_+ + \bar{c}_- \partial_z c_-] \quad (A-3)$$

で与えられる。但し、 $c_{\pm}, \bar{c}_{\pm}$  は境界条件

$$\left. \begin{aligned} c_+ &= c_- \\ \bar{c}_+ &= \bar{c}_- \end{aligned} \right\} \text{at } \zeta^2 = 0, \pi \quad (A-4)$$

を満たさなければならぬ。 $\zeta = z^{\frac{1}{2}}$  ならぬ。

$$\tilde{\rho} = \begin{cases} \rho = \zeta^2 + i\zeta^2 & (0 \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq \pi \text{ のとき}) \\ \bar{\rho} = \zeta^2 - i\zeta^2 & (-\pi \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (A-5)$$

に従って変数  $\rho$  を導入し、

$$c(\tilde{\rho}) = \begin{cases} c_+(\rho) & (0 \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq \pi \text{ のとき}) \\ c_-(\bar{\rho}) & (-\pi \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (A-6)$$

$$\bar{c}(\tilde{\rho}) = \begin{cases} \bar{c}_+(\rho) & (0 \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq \pi \text{ のとき}) \\ \bar{c}_-(\bar{\rho}) & (-\pi \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (A-7)$$

に従って、 $c(\tilde{\rho}), \bar{c}(\tilde{\rho})$  を定義しやると、これは、閉弦の場合と同じ領域

(図 2 参照) で定義された、周期的な関数となり、閉弦の場合の  $c_+, \bar{c}_+$  と

全く同じ性質を満たす。即ち、2-3 節で述べた ghost 系の conformal

field theory のうちの解析的な部分 ( $C(z), \bar{C}(z)$ ) のみを取った  
ものが、開弦の理論における ghost 系の conformal field  
theory となる。

また、 $\alpha$  とし、 $X^\mu$  の微分から定義される  $A_{\pm}^{\mu}(\sigma)$  ( $3+1$ ) のようにも同様にして、

$$A^{\mu}(\tilde{\sigma}) = \begin{cases} A_{+}^{\mu}(\sigma) & 0 \leq \tilde{\sigma} \leq \pi \\ A_{-}^{\mu}(\sigma) & -\pi \leq \tilde{\sigma} \leq 0 \end{cases} \quad (A-8)$$

のように、 $-\pi \leq \tilde{\sigma} \leq \pi$  の領域に拡張可能と仮定する。

$$A^{\mu}(\rho) = \left(\frac{d\rho}{d\tilde{\sigma}}\right)^{-1} A^{\mu}(\sigma_r - i\tilde{\sigma}_r) = \frac{1}{d_r} \sum_n \alpha_n^{\mu} e^{n\tilde{\sigma}_r} \quad (A-9)$$

$$A^{\mu}(z) = \left(\frac{d\rho}{dz}\right) A^{\mu}(\rho)$$

を定義可能と仮定される。

## Appendix B. $X^n$ 座標に対する Neumann 関数

$X$ -座標の vertex  $|V_X(\mu, \nu)\rangle$  に用いられる  $1/2$ -係数  $\bar{N}_{nm}^{rs}$  は次の  $7-1/2$

展開で定義される。

$$\begin{aligned} N_X(\rho(z), \rho(\tilde{z})) &= \ln|z - \tilde{z}| + \ln|z - \tilde{z}^*| \\ &= -\delta_{rs} \left[ \sum_{n \neq 1} \frac{z}{n} e^{-n(\tilde{\zeta}_r - \tilde{\zeta}_s)} \cos(n\tilde{\sigma}_r) \cos(n\tilde{\sigma}_s) - 2 \max(\tilde{\zeta}_r, \tilde{\zeta}_s) \right] \\ &\quad + 2 \sum_{n, m \geq 0} \bar{N}_{nm}^{rs} e^{n\tilde{\zeta}_r + m\tilde{\zeta}_s} \cos(n\tilde{\sigma}_r) \cos(m\tilde{\sigma}_s) \end{aligned} \quad (B-1)$$

となり、各  $7-1/2$  係数は

$$\bar{N}_{00}^{rs} = \begin{cases} \ln|z_r - z_s| & (r \neq s) \\ -\sum_{i \neq r} \frac{a_i}{a_r} \ln|z_r - z_i| + \frac{1}{a_r} \tau_0^{(r)} & (r = s) \end{cases} \quad (B-2)$$

$$\bar{N}_{n0}^{rs} = \bar{N}_{0n}^{sr} = \frac{1}{n} \oint_{z_i} \frac{dz}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z)} \frac{1}{z - z_s} \quad n \neq 0 \quad (B-3)$$

$$\bar{N}_{nm}^{rs} = \frac{1}{nm} \oint_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{1}{(z - \tilde{z})^2} \quad nm \neq 0 \quad (B-4)$$

$z^n$  と  $\tilde{z}$  とされる。<sup>6)</sup>

Appendix C. HIKKO の vertex との同等性.

⇒ Appendix 2"17. 我々の構成法による作られた vertex (3-3-5) と

HIKKO の vertex (3-3-10) が等しいことを示すために必要な式

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{nm}^{rs} = -\frac{d_s}{d_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \quad n \neq 0 \quad (3-3-13) \end{array} \right.$$

$$N_{nm}^{rs} = -\frac{d_s}{d_r} m \tilde{N}_{nm}^{rs} \quad (3-3-14)$$

を証明する。

まず  $N_{nm}^{rs}$  の積分表示 (3-2-39) より  $n \neq 0$  のとき

$$N_{nm}^{rs} = \frac{d_s}{d_r^2} \oint_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{d\rho}{dz} \right) \frac{z - z_0}{\tilde{z} - z_0}$$

$$= \frac{d_s}{d_r} \frac{1}{n} \oint_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{z - \tilde{z}} \frac{z - z_0}{\tilde{z} - z_0} \right)$$

$$= -\frac{d_s}{d_r} \frac{1}{n} \oint_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{1}{(z - \tilde{z})^2}$$

(C-1)

$$= -\frac{d_s}{d_r} m \bar{N}_{nm}^{rs}$$

と (3-3-13) が成り立つことがわかる。但し  $n \neq 0$  の領域  $V$  の

あるとき

$$\frac{d\rho}{dz} = d_r \frac{d\zeta_r}{dz}$$

(C-2)

2" ありとを 112 部分積分を 実行し、最後  $r$   $\bar{N}_{nm}^{rs}$  の積分表式 (B-4) を

用いた。

次に、(3-3-14) が成り立  $\rightarrow$  とを示す。  $\{a$  に対し  $r$  に対し、(3-3-12) の

表式を用いると、HIKKO の  $\alpha$  と  $\beta$  の表式  $\}^{\circ}$

$$-\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} = -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} \left\{ \delta^{rs} \cos(m \sigma_I^{(r)}) - \sum_{n \neq 1} m \bar{N}_{nm}^{rs} \cos(n \sigma_I^{(r)}) \right\}$$

$$= -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \left\{ -\delta^{rs} \cos(m \sigma_I^{(r)}) + \sum_{n \neq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} \cos(n \sigma_I^{(r)}) \right\} \quad (C-3)$$

を用いるのが都合がよい。但し  $\sigma_I^{(r)}$  は弦  $r$  の固有座標  $\sigma$  計、 $\alpha$  相互作用

点の座標  $\sigma$  として  $\alpha_1, \alpha_2 > 0, \alpha_3 < 0$  (  $\square$  ) の場合、 $r=1, 2, 3$  に対し  $\alpha$  の

値  $\sigma_I^{(r)} = \pm \pi, 0, \pm \pi \alpha_2 / \alpha_3$  である。

再び、 $N_{com}^{rs}$  の積分表式 (3-2-39) を用いると、 $n=0$  のとき、

$$N_{com}^{rs} = \frac{\alpha_s}{\alpha_r^2} \int_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} \int_{z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \frac{1}{z-\tilde{z}} \left( \frac{dP}{dz} \right) \frac{z-z_0}{\tilde{z}-z_0}$$

$$= \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \int_{z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \frac{1}{z_r-\tilde{z}} \frac{z_r-z_0}{\tilde{z}-z_0}$$

$$= \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \int_{z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \left( \frac{1}{\tilde{z}-z_r} - \frac{1}{\tilde{z}-z_0} \right)$$

$$= -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{0m}^{rs} + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \oint_{Z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{1}{\tilde{z}-z_0} \quad (C-4)$$

とたす。但し  $z=z_0$  での積分をたす際、

$$\frac{d\rho}{dz} = \sum_{s=1}^3 \frac{\alpha_s}{z-z_s} \quad (C-5)$$

を用いた。(C-3) と (C-4) を比較すると、(3-3-14) を示すには、結局  $m \neq 0$  に対し

$$-\delta_{rs} \cos(m\sigma_I^{(r)}) + \sum_{n \neq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} \cos(n\sigma_I^{(r)}) = \oint_{Z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{1}{\tilde{z}-z_0} \quad (C-6)$$

を示せば良いことはたす。参考文献'23)の(3.40)(3.42)式より、

$$\frac{1}{\alpha_s} \left[ \theta(\tilde{\zeta}_s - \tilde{\zeta}_r) \left( \sum_{n \geq 1} e^{n(\tilde{\zeta}_r - \tilde{\zeta}_s)} + 1 \right) - \theta(\tilde{\zeta}_r - \tilde{\zeta}_s) \sum_{n \geq 1} e^{n(\tilde{\zeta}_s - \tilde{\zeta}_r)} \right] \delta_{rs} + \sum_{n, m \geq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} e^{n\tilde{\zeta}_r + m\tilde{\zeta}_s} = - \left( \frac{d\tilde{\rho}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-1} \frac{1}{\tilde{z}-z_0} \quad (C-7)$$

$z_0$  があることはわかすから、 $z \rightarrow z_0$  ( $\tilde{\zeta}_r \rightarrow i\sigma_I^{(r)}$ ) の極限をとると、

$$-\delta_{rs} \sum_{n \geq 1} e^{n\tilde{\zeta}_s - i n \sigma_I^{(r)}} + \sum_{n, m \geq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} e^{m\tilde{\zeta}_s + i n \sigma_I^{(r)}} = \left( \frac{d\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-1} \frac{1}{\tilde{z}-z_0} \quad (C-8)$$

とたす。この式の両辺を  $\tilde{\zeta}_s$  について変換すれば

$$-\delta_{rs} e^{-i m \sigma_I^{(r)}} + \sum_{n \geq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} e^{i n \sigma_I^{(r)}} = \oint_{Z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{1}{\tilde{z}-z_0} \quad (C-9)$$

最後に、 $Z_s, z_0$  は実数であるから、右辺の積分は実数であることを用いて

両辺の実数部分をとると、(C-6) が得られす。従って、(3-3-14) が示された。

Appendix D. 経路積分の評価.

⇒ Appendix 2" は, 式 (4-2-18) に現れる積分

$$\oint_{C_z} \frac{dz}{4\pi i} \left[ - \left( \frac{dz'}{dz} \right) \frac{d}{(z'-z)^2} C(z) + \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{z}{(z'-z)^2} C(z) - \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{z}{z'-z} \frac{dC(z)}{dz} - \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{(d-2)}{8} C(z) \right] |V(d,2,3)\rangle \quad (D-1)$$

を評価する。

まず, 文献 (1) で与えられた公式のうち, 必要なものを挙げ" かく。

まず"  $P(z)$  を  $z_0$  のまわりに展開可子と

$$P(z_0) - P(z) = a(z-z_0)^2 + b(z-z_0)^3 + \dots \quad (D-2)$$

また,  $f \in \varepsilon$

$$f \equiv z' - z_0, \quad \varepsilon \equiv z - z_0 \quad (D-3)$$

で定義して,  $f \in \delta r$  の展開

$$f = \varepsilon + \sum_{n=2} f_n(\varepsilon) \delta^n \quad (D-4)$$

上の係数  $f_n$   $n \geq 2$ .

$$\frac{1}{f_1} = 2\varepsilon + \frac{3b}{a} \varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \quad (D-5)$$

$$\frac{f_2}{(f_1)^2} = -\frac{1}{2\varepsilon} - \frac{3b}{4a} + O(\varepsilon) \quad (D-6)$$

$$\frac{f_3}{(f_1)^3} = \frac{1}{2\varepsilon^2} + \frac{b}{a} \frac{1}{\varepsilon} + O(1) \quad (D-7)$$

が成り立)。

(D-2~7) を用いると.

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz'}{dz}\right) \frac{1}{(z'-z)^2} &= \left(1 + \sum_{n \geq 1} \frac{df_n}{d\epsilon} \delta^n\right) \left(\sum_{n \geq 1} f_n \delta^n\right)^{-2} \\ &= \frac{1}{\delta^2} O(\epsilon^2) + \frac{1}{\delta} O(1) + \frac{1}{4\epsilon^2} + \frac{b}{4a} \frac{1}{\epsilon} + O(1, \delta) \end{aligned} \quad (D-8)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz'}{dz}\right)^2 \frac{1}{(z'-z)^2} &= \left(1 + \sum_{n \geq 1} \frac{df_n}{d\epsilon} \delta^n\right) \left(\sum_{n \geq 1} f_n \delta^n\right)^{-2} \\ &= \frac{1}{\delta^2} O(\epsilon^2) + \frac{1}{\delta} O(1) + \frac{7}{4} \frac{1}{\epsilon^2} + \frac{13b}{4a} \frac{1}{\epsilon} + O(1, \delta) \end{aligned} \quad (D-9)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz'}{dz}\right)^2 \frac{1}{z'-z} &= \left(1 + \sum_{n \geq 1} \frac{df_n}{d\epsilon} \delta^n\right)^2 \left(\sum_{n \geq 1} f_n \delta^n\right)^{-1} \\ &= \frac{1}{\delta} O(\epsilon) - \frac{3}{2\epsilon} + O(1, \delta) \end{aligned} \quad (D-10)$$

となる。但し、 $\epsilon = 0$  の  $O(1, \delta)$  は  $\epsilon \rightarrow 0$  の  $O(1)$ 、 $\delta \rightarrow 0$  の  $O(\delta)$  を表わす

ものとする。これを表式 (D-1) に代入して、積分を評価すれば"良い"が

あるが、我々は、 $\epsilon$  と  $\delta$  を normal ordering で定義された表式 (4-2-1)

から出発したのがあるから、被積分関数は全体として  $\delta \rightarrow 0$  の極限で

regular ならば"である。 $\epsilon = 0$  の  $\delta \rightarrow 0$  で発散する項は全体で"相殺

する"であるから、これを忘れて、 $\delta \rightarrow 0$  の極限を先に取るとすると

結局 (D-1) は、



$$\oint_{C_2} \frac{dz}{4\pi i} \left[ -d \left( \frac{1}{4(z-z_0)^2} + \frac{b}{4a} \frac{1}{z-z_0} \right) C(z) + 2 \left( \frac{7}{4} \frac{1}{(z-z_0)^2} + \frac{13b}{4a} \frac{1}{z-z_0} \right) C(z) - 2 \left( -\frac{3}{z(z-z_0)} \right) \frac{dC(z)}{dz} \right] |V(u_{23})\rangle^{\mathbb{P}}$$

$$= \oint_{C_2} \frac{dz}{4\pi i} \left[ -\frac{(d-14)}{4} \frac{1}{(z-z_0)^2} C(z) - \frac{b}{4a} (d-2b) \frac{1}{(z-z_0)} C(z) + 3 \frac{1}{(z-z_0)} \frac{dC(z)}{dz} \right] |V(u_{23})\rangle^{\mathbb{P}} \quad (\text{D-11})$$

となる。ここで  $C(z), \frac{dC}{dz}$  は  $z=z_0$  で正則な演算子であるから、これは通常の

コーシ-積分で評価でき、最終的に、

$$\frac{(d-2b)}{8} \left[ C(z_0) + \frac{b}{a} C'(z_0) \right] |V(u_{23})\rangle^{\mathbb{P}} \quad (\text{D-12})$$

となる。

参考文献

- 1) Superstring Theory, M.B. Green, J.H. Schwarz and E. Witten (Cambridge Univ. Press, 1987).
- 2) A.M. Polyakov, Phys. Lett. 103B (1981), 207; 211.
- 3) A.A. Belavin, A.M. Polyakov and A.B. Zamolodchikov, Nucl. Phys. B241 (1984), 333.
- 4) D. Friedan, E. Martinec and S. Shenker, Nucl. Phys. B271 (1986), 93.
- 5) M. Kaku and K. Kikkawa, Phys. Rev. D10 (1974), 1110; 1823.
- 6) H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, Phys. Rev. D34 (1986), 2360;  
D35 (1986), 1318; 1356.
- 国友 浩, 昭和60年度, 京都大学 修士学位論文,
- 小川 格, 昭和61年度, 京都大学 博士学位論文.
- 7) E. Witten, Nucl. Phys. B268 (1986), 253.
- 8) H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, Phys. Lett. 175B (1986), 138.
- 9) H. Kunitomo and K. Suehiro, Nucl. Phys. B289 (1987), 157.
- 10) T. Kugo, H. Kunitomo and K. Suehiro, Prog. Theor. Phys. 78 (1987), 923.
- 11) L. Brink, P. Di Vecchia and P. Howe, Phys. Lett. 65B (1976), 471.

12) P. Goddard and C. B. Thorn, Phys. Lett. 40B(1972), 2; 235;

P. Goddard, J. Goldstone, C. Rebbi and C. B. Thorn, Nucl. Phys. B56 (1973), 109.

13) H. Kato and K. Ogawa, Nucl. Phys. B212 (1983), 443.

14) M. A. Virasoro, Phys. Rev. D1 (1970), 2933;

L. N. Chang and J. Mansouri, Phys. Rev. D5 (1972), 2535.

15) J. Schwinger, Phys. Rev. Lett. 3 (1959), 296.

16) W. Siegel, Phys. Lett. 149B (1984), 157; 162; 151B (1985), 391; 396.

17) W. Siegel and B. Zwiebach, Nucl. Phys. B263 (1986), 105;

T. Banks and E. Pestin, Nucl. Phys. B264 (1986), 513;

K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and H. Oguri, Prog. Theor. Phys. 75 (1986), 162.

18) A. Neveu, H. Nicolai and P. C. West, Phys. Lett. 167B (1986), 397.

19) T. Kugo and I. Ojima, Prog. Theor. Phys. Suppl. 66 (1979), 1.

20) S. Mandelstam, Nucl. Phys. B64 (1973), 205; B69 (1974), 77; B83 (1974), 1823.

21) Z. Koba and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B12 (1969), 512.

22) A. Hosoya and H. Itoyama, Fermilab-PUB-87-111, July 1987.

23) H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, Phys. Rev. D34 (1986) 2360.

24) 参考文献 17) 18) 又) 及びこれらに引かれたい参考文献

25) A. LeClair, M.E. Peskin and C.R. Preitschopf, SLAC-PUB-4306,  
4307, 4464 (1988).

26) K. Suehiro, Nucl. Phys. B296 (1988), 333; Prog. Theor. Phys. 78 (1987), 1151.

27) S. Samuel, CCNY-HEP-88/2 (1988).

28) N. Ishibashi, Y. Matsuo and H. Oguri, Mod. Phys. Lett. A2 (1987), 119.

L. Alvarez Gaumé, C. Gomez, G. Moore and C. Vafa, Nucl. Phys. B303 (1988), 455.