

= 0.01 に固定し、散逸を加えて得られる SA 上の軌道を調べた。δ を摂動とみなした評価では、時間が

$$T \simeq \frac{1}{\text{const} \cdot \delta},$$

$$\text{const} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t d\tau \left\{ \frac{3}{2} \dot{x}(\tau)^2 + V(x(\tau)) \right\}$$

で保存系の軌道からのずれがオーダー 1 になることがわかる。これは数値計算結果と矛盾しない。流れの様相という観点でいうならば保存流では KAM の周りにさらに長周期を持つ小さい KAM が存在し長時間相関を相関数 $f(x, \dot{x})$ は持つが、散逸によってこの無限の階層を持った長周期構造が周期の長い側から消えるため相変数の長時間相関がなくなると理解できる。

4. 終わりに

ホモクリニック軌道に由来するカオスの領域の存在は、保存系の場合、古典統計力学の準エルゴード仮設の成立を示唆する点で興味深い。この方向での適当な（ある程度物理的リアリティーを有する）多自由度保存系の解析は意義があると思われる。

有限状態力学系とストレンジアトラクター

日大・理工 原子力研究所 島田 一平

計算機の内部状態は有限個である。^{注1)} このような計算機を一定の規則（アルゴリズム）にしたがって動かしていけば、有限回のステップのうちにならずもとの状態にもどることになる。すなわち、力学系としてみた計算機は全ての軌道が周期軌道であり、その周期は計算機の全メモリー容量を N ビットとして 2^N より長くはない。

さて、カオスのアトラクターをもつ力学系を計算機上でシミュレートすることを考える。このとき、カオスのもつ軌道の複雑さは計算機のふるまい^{注2)} としてどのように現われてくるだろうか。

カオスを示す力学系としてロジスティック写像

$$x_{n+1} = f_a(x_n) = a \cdot (1 - x_n) \cdot x_n$$

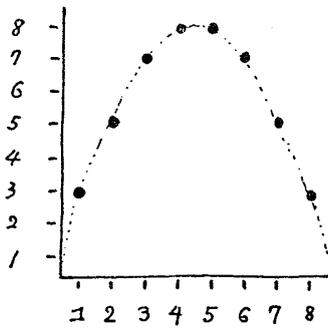


図 1

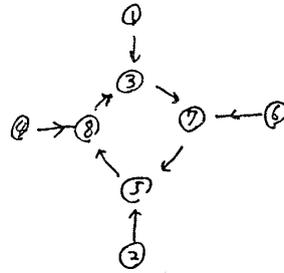


図 2

を考え、この系を2進3ケタの固定小数点演算で計算する計算機を考える。この計算機は図1のような有限状態力学系として抽象化できる。図2はこの計算機の状態遷移図であり、すべての初期状態は周期4の極限周期軌道^{注3)}に落ち込むことがわかる。また極限周期軌道に落ちるまでの最大緩和時間は1ステップである。

同じ様にして、次々、ロジスティック写像をシミュレートする計算機の演算精度(ケタ数)を大きくしていく。このとき、それぞれの精度に対応した有限状態力学系の ① 極大不変集合 (極限周期軌道すべての合併)の大きさ ② 最長周期 ③ 最大緩和時間 を調べてみた。(表1)

カオス-アトラクタをもつであろう $a = 3.7, 3.8, 3.9$ の各場合には、①②③ともほぼ演算精度(ケタ数)に比例してふえて行く。周期アトラクタをもつ、 $a = 3.4$ の場合、①、②は有限の一定値にとどまる。③はやや増加する。

精度をあげればあげるほどものごとが複雑化してくる→カオスアトラクタと、精度をあげるほどきちっと(周期軌道が)みえてくる→周期アトラクタとの対比がこの結果から明かにみてとれる。ロジスティック写像のパラメータ a に対する最長周期の変化を図3に示す。ファイゲンバウムの臨界点 a_c を境にしてはっきり様子がちがっている。なお、最大緩和時間はアトラクタについての情報とは異った情報をふくんでいる。ウィンドウへの転移については解析中である。

(注1) メモリーを動的に操作し、無限のメモリーを仮定したようなプログラムは、今は考えない。

表 1

L: 最長周期				
A	a		n	
	3	4	5	
3.4	*	4	4	
3.7	*	46	173	
3.8	*	89	280	
3.9	*	55	204	
N: 極大不変集合				
A	a		n	
	3	4	5	
3.4	*	8	7	
3.7	*	95	333	
3.8	*	106	726	
3.9	34	115	225	
T: かんわ時間				
A	a		n	
	3	4	5	
3.4	*	*	73	
3.7	*	*	590	
3.8	*	134	325	
3.9	42	121	454	

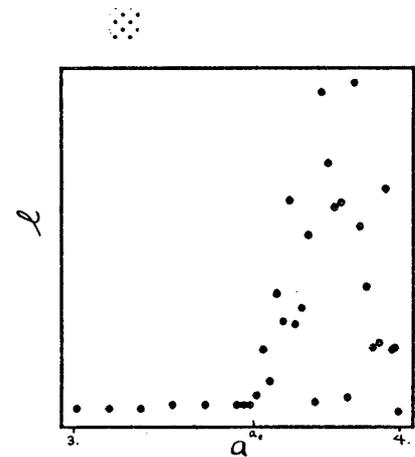


図 3

(注2) 精度 N ビットの計算機上の有限状態力学系を T_N としたとき、カオスアトラクタをもつ力学系 f_a には、 T_N の無限個の族 $\mathcal{S}_a = \{T_{a,N}\}_{N=1,2,\dots}$ が対応する。ここで『計算機のふるまい』といているのはより厳密には族 \mathcal{S}_a のふるまいの意味である。

(注3) 考えている計算機の精度が大きくなると、このような極限周期軌道は一般には複数個存在する。それら全ての合併が極大不変集合となる。

参考文献

K. Kaneko PHD Thesis, Univ. of Tokyo, to be published from World Scientific.

3次元トーラス上のロッキングとカオス

クイーンズランド大物理, 京大・理 P. デービス
奈良女大・物理 上江洌 達也

Our objective has been to obtain a global physical picture of dynamical phenomenon on 3-torus and to understand the role of resonances and lockings in the occurrence of irregular dynamics.

Multiple phase dynamics are represented as

$$\frac{d\phi_j}{dt} = \omega_j + \varepsilon g_j(\phi)$$

where g_j are coupling functions periodic in each ϕ_i . Although phase locking behaviour of two coupled phases motions is a familiar phenomenon, features of multiple coupled phase dynamics are less well understood. For three or more coupled phases there is complicated multiple locking and irregular dynamics are also possible. Some significant rigorous results are known [1, 2, 3]. However these fall short of describing even qualitatively the full global picture, and their physical implications for typical experimental results (e.g. features of power spectra as one parameter is varied [4, 5]) have been unclear — although the comprehensive theory and numerical studies of quasi-periodic