金管楽器発音の時間領域シミュレーション
Time-Domain Simulations of Sound Production in Brass Instruments

足立 整治
Seiji ADACHI
ATR 人間情報通信研究所
ATR Human Information Processing Research Laboratories

要旨

金管楽器発音を2種類の唇振動モデルを用いて定式化した。1つは垂直振動モデルであり、そこでは両唇が気流に対して垂直方向に運動する。もう1つは'扉開閉'モデルであり、そこでは唇は外向きに回転運動を行う。定式化によって得られた発音の物理モデルを用い、時間領域シミュレーションを行った。その結果、両方の唇振動モデルで金管楽器の自励発振が可能であることがわかった。唇の固有周波数を変化させることにより、少なくとも第1から第8楽器共鳴モードで持続発振が得られた。自然楽器音によって作り出される発音と同じように、合成された発音に音のピッチ・強弱に伴う音色の変化が生じることが示された。ペダル音、第3共鳴モードより1オクターブ低い発音等の複数の楽器入力インピーダンスピークの共同作用を伴った発振体制も得られた。

1 序

楽音合成装置（シンセサイザー）に課せられた役割の1つは自然楽器の発する音響信号を忠実に再現することである。ところで、自然楽器によって奏せられる楽音には次のような特徴がある。1) 楽音定常部において音色を規定している音響スペクトルが音のピッチ・強弱に応じて変化する。2) この定常部は完全な周期波形から成るのではなく、演奏者によって加えられるビブラート、あるいは吹奏圧のむら（管楽器の場合）による波形の揺らぎを含む。3) 更に、発音系に付随する非線型性によって発音波形に非周期性がもたらされる場合がある。これらの特徴に対して、加算合成法、周波数変調法、あるいはサンプリング法等の従来の楽音合成手法には次のような問題点がある。1) メモリー上の制約から音のピッチ・強弱に応じた音響スペクトルの変化を完全に再現する機構を持たない。2) これらの手法における物理的制約の欠如のためビブラート、吹奏圧の揺らぎに伴う波形の変化に不自然さが伴う。3) 系の非線型性が原因となる波形の揺らぎについてこれまで考慮されていないか、または考慮されていたとしても 2) と同じ理由により出力波形に不自然さが伴う。

楽器発音系が実際に音を生成する機構を物理的にモデル化し、それをリアルタイムに数値計算することによって、従来手法の持つ問題点を克服し、自然楽器音の特徴をうまく再現する楽音合成装置を構成することが出来る。そのための1つの試みとして本稿では金管楽器を取扱い、その発音系の定式化を行う。そしてその定式化された系を使って行ったトランペットの発音シミュレーションの結果について報告する。

楽器発音系はフィードバックを伴う非線型振動系とみなすことができる。クラリネット等のリードを持つ木管楽器を例に取って考えよう。演奏者がマウスピースをくわえ、口腔内に吹鳴圧が印加されると、マウスピース内に音響的擾乱が生じると共にリードが運動を始める。音響的擾乱は共鳴管である楽器本体を1往復してマウスピースに戻ってくる。このとき、リード運動の位相とこの音響的擾乱の位相とが揃っていれば、正のフィードバックがかかり発音が成長または持続する。ここで、振動体であるリードおよび共鳴管はそれぞれ線型系で近似することが出来る。これに対し、これら2つの系の相互作用はリード開口部を通る気流運動の流体力学的効果のため非線型である。

金管楽器の場合も前節と同じ機構によって発音が引き起こされるが、この場合には楽器に固定されたリードは存在せず、演奏者自らの唇が振動体としての役目を果たす。このため振動体である唇のマウスピースに対する配置・運動方向等が明確でなく、この事が唇振動をモデル化するにあたって問題となっている。唇を1質量、1自由度系で近似した場合でも、複数の唇振動モデルが存在する。一般に、音響管内の圧力によって駆動されるバルブの

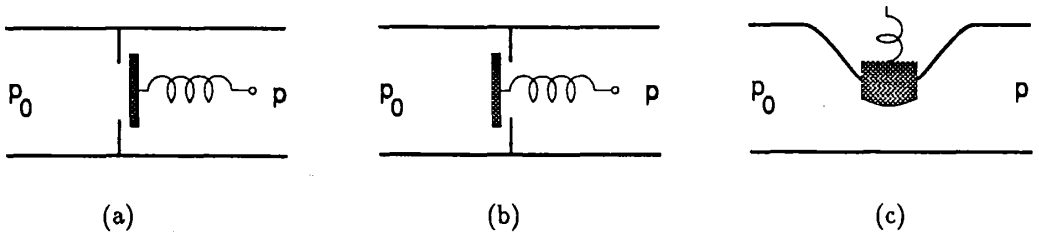


図 1-1: 音圧駆動されるバルブ振動モデルの模式図
p_0 は吹鳴圧、p はマウスピース内の音圧を表す。

モデル[1]を図 1-1 に示す。(a) の外向き振動モデルでは、吹奏圧 p_0 の増加、マウスピース内の音圧 p の減少に伴いバルブが開く。(b) の内向き振動モデルでは逆にバルブが閉じる。(c) の垂直振動モデルでは同じ条件のとき Bernoulli 効果によりバルブ付近に負圧が発生し (b) と同じくバルブが閉じる。金管楽器における唇振動は (a) または (c) によってモデル化出来ると考えられている。なお (b) は木管楽器のリード振動に対応している。(a) と (c) のいずれのモデルが金管楽器における現実の唇振動をより正確にモデル化しているかは現在のところ明らかにされていない。あるいは、音域・音の強弱等による唇形状 (embouchure) の変化 または 個々の演奏者による演奏技法の多様性を考えると、全ての発音に対して同一のモデルを採用するのは妥当でないかもしれない。本稿では、2つの唇振動モデルを用いてシミュレーションを行った。

第2章では金管楽器発音系の定式化を行う。第2.1節では気流の方程式、第2.2節では唇振動、第2.3節では楽器の共鳴特性について論じる。また第2.4節では線型化された方程式から導かれる発音条件を考察する。第3章ではトランペット発音シミュレーションの結果を考察する。唇の固有振動数を変化させたときの合成音の遷移の様子、発音条件との対応、2つの唇振動モデルの差異、音のピッチ・強弱を変えたときの出力波形の変化、周期音および非周期音を示す。第4章では得られた結果をまとめる。

2 物理モデル

金管楽器の発音を記述する3つの変数は、マウスピース内の音圧 $p(t)$, 上下唇が作る開口部を通過しマウスピースに流入する単位時間当たりの気流量（体積速度）$U(t)$, および唇の変位を表す位置座標 $x(t)$ または 角度 $\theta(t)$ である。これら3つの変数は次の3つの方程式を満たす。1番目は吹奏圧 p_0 と $p(t)$ との圧力差を受けながら唇開口部を通過する気流が満たすべき流体力学の方程式、2番目は周囲の圧力を受けて強制振動する唇の運動方程式、3番目は唇開口部から楽器内部に体積速度 $U(t)$ をもつ気流が流入した時、マウスピースに発生する音圧 $p(t)$ を与える積分方程式である。

2.1 気流の方程式

口腔・唇・マウスピースの模式図を図 2-1 に示す。唇開口部での気圧を $p_{\rm lip}$ と表す。気流は1次元流であると仮定する。音声合成に使われる声帯振動の1質量または2質量モデル[2]の場合と同じように口腔から唇開口部間の気流圧縮部にエネルギー保存則、唇開口部とマウスピース間の気流膨張部に運動量保存則を適用する。これらの保存則は次の2つの式

$$p_0 - p_{\rm lip} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{U}{S_{\rm lip}}\right)^2 + \rho d\frac{\partial}{\partial t}\frac{U}{S_{\rm lip}}, \tag{1}$$

$$p_{\rm lip} - p = -\rho U^2\left(\frac{1}{S_{\rm cup}S_{\rm lip}} - \frac{1}{S_{\rm cup}^2}\right) \tag{2}$$

で表される。但し、ρ は空気の平均密度、$S_{\rm cup}$ はマウスピース開口端の面積、d は唇の厚さを表す。また、気流膨張部では気流の慣性項は無視した。唇開口部の面積 $S_{\rm lip}$ は唇の変位に比例するため、(1), (2) 式は3変数 $p(t)$, $U(t)$, $x(t)$ (または $\theta(t)$) の間の非線型関係を与える。

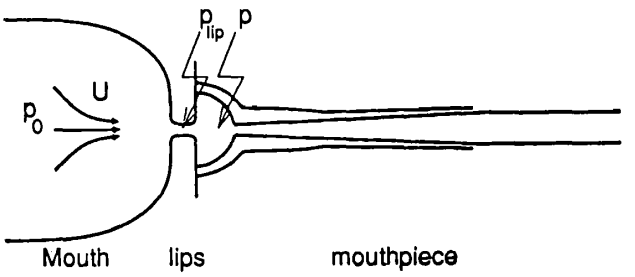
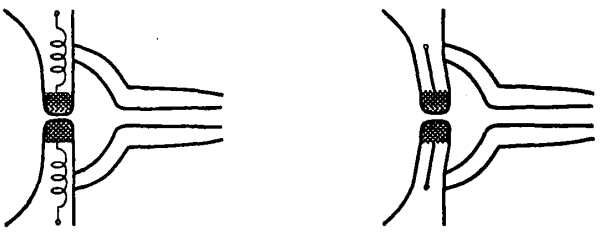


図 2-1: 口腔・唇・マウスピースの模式図
$p_0, p_{\rm lip}, p$ はそれぞれ吹鳴圧、唇開口部での音圧、マウスピース内の音圧を、U は唇開口部を通過する体積速度を表す。



(a) 垂直振動モデル　　(b) '扉開閉' モデル
図 2-2: 2つの異なる唇振動モデル

2.2 唇のモデル

唇のような弾性体の振動を取り扱うには、本来、質量・復元力が空間上に分布した連続体を考える必要がある。しかし、Martin[3], Hall[4] の楽器吹奏時の唇振動ストロボ撮影によって示されているようにマウスピースに当てがわれた唇は一体となって振動している。このことは、振動のモデル化にあたって唇を1体系振動子として取り扱っても少なくとも第一近似として間違いでないことを示している。復元力も変位に対して非線型なものを考えることは出来るが、ここでは簡単のためフックの法則に従う力のみを考える。また、両唇振動の振幅に差が見られるがやはり簡単のため同じ振幅として取り扱う。

唇の運動のモデル化にあたって考えなければならないことの2つ目は、運動の方向である。長い間、金管楽器の発音時には図 1-1 (a) で示した外向き振動のみが実現されているものと信じられてきた[5,6]。ところが実吉等の提案[7] とそれに続くマウスピース内の音圧と唇振動の同時測定[8,9] によって、図 1-1 (c) のモデルを採用すべき唇振動状態があることが分かってきた。本稿ではこれら2つのバルブ開閉モデルを基にし、更に金管楽器吹鳴時の唇の配置を考慮して次のような2種類の唇振動のモデルを用いる。

1番目のモデルは唇を表す調和振動子の運動が気流の方向に対して垂直な方向のみに許されるモデルである。図 2-2 (a) にそれを示す。このモデルは声帯の振動をモデル化する場合[2] にも使われている。ここでは、このモデルを図 1-1 (c) と同じく垂直振動モデルと呼ぶ。唇の質量を m, 弾性係数を k, 唇開口部の幅を b とすると唇の運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\sqrt{mk}}{Q}\frac{dx}{dt} + bdp_{\rm lip} - kx, \tag{3}$$

と書ける。右辺第1項は減衰力、第2項は外力、第3項は復元力 を表している。平衡時の唇開口部の間隔を x_0 として、唇の変位 x が $-x_0/2$ を下回った場合、即ち、両唇が閉じて接触している時には上記の復元力の他に $x + x_0/2$ に比例する復元力が加わる。唇開口面積は $S_{\rm lip} = \max\{b(x_0 + 2x), 0\}$ で与えられる。

2番目のモデルでは、唇はマウスピースのリムを支点としてカップ内へ向かって回転運動する。それを図 2-2 (b) に図示する。この場合、唇は主として吹奏圧 p_0 と マウスピース内の圧力 p の差によって駆動されるため図

1-1 (a) で示した外向き振動が実現される。ここではこのモデルを '扉開閉' モデルと呼ぶことにする。リムから唇の先端までの長さを l, 気流に垂直な面と平衡時の唇のなす角度を θ_0 とすれば唇の運動方程式は

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{\sqrt{mk}}{Q}l\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{2}bl(p_0 - p) + bdp_{\rm lip}\sin\theta - kl(\theta - \theta_0), \tag{4}$$

となる。右辺第 1 項は減衰力、第 2 項は圧力差による外力、第 3 項は Bernoulli 力、第 4 項は復元力 を表している。1 質量モデルと同じく両唇接触時には、$\theta - \theta_{\rm cl}$ に比例する復元力が加わる。但し、$\theta_{\rm cl}$ は唇閉止時の角度である。このモデルの場合、唇開口面積は $S_{\rm lip} = \max\{2b\,l(\cos\theta_{\rm cl} - \cos\theta), 0\}$ で与えられる。また、このモデルでは小節 2-1 で与えられる流体力学的体積速度 U の他に唇の運動に起因する体積速度 $bl^2d\theta/dt$ も考慮する必要がある。

実際の金管楽器発音において、演奏者は唇の固有周波数 $f_{\rm lip}$ を変えることによって、吹鳴音のピッチを変化させていると考えられる。Elliot と Bowsher は異なるピッチでの発音に対してマウスピースに流れ込む平均流量を測定し、その結果から唇の質量 m および 弾性係数 k の $f_{\rm lip}$ 依存性を推定した [10] 。本稿では、彼らの推定に従い、m および k が $f_{\rm lip}$ にそれぞれ反比例、比例するものと仮定した。シミュレーションの際に使われる唇およびその他のパラメータを表 2-1 に示す。

表 2-1: パラメータ

記号	名前	値
c	音速	3.4×10^4 cm/s
ρ	空気密度	1.2×10^{-3} g/cm^3
$S_{\rm cup}$	マウスピース入口の面積	2.3 cm^2
b	唇開口部の幅	8.0×10^{-1} cm
d	唇の厚さ	2.0×10^{-1} cm
l	唇の長さ ('扉開閉' モデル)	8.0×10^{-1} cm
x_0	平衡時の唇開口長 (垂直振動モデル)	$2.1 \times 10^{-2} \sim 2.4 \times 10^{-1}$ cm
θ_0	平衡時の唇角度 ('扉開閉' モデル)	$34.0 \sim 40.0°$
$\theta_{\rm cl}$	閉唇角度 ('扉開閉' モデル)	$40.0°$
Q	唇共鳴 Q 値	5.0
$f_{\rm lip}$	唇の固有周波数	$60 \sim 800$ Hz
m	唇の質量	$1500/\left((2\pi)^2 f_{\rm lip}\right)$ g (垂直振動モデル) $550/\left((2\pi)^2 f_{\rm lip}\right)$ g ('扉開閉' モデル)
k	唇の弾性係数	$1500 f_{\rm lip}$ dyn/cm (垂直振動モデル) $550 f_{\rm lip}$ dyn/cm ('扉開閉' モデル)
p_0	吹鳴圧	$0.5 \sim 6.0 \times 10^4$ dyn/cm^2

2.3 楽器の入力インピーダンスと反射関数

楽器の共鳴特性は入力インピーダンス $Z_{\rm in}$ で表される。Schumacher[11] はクラリネットの時間領域シミュレーションを行う際に

$$\hat{r} = \frac{Z_{\rm in} - Z_{\rm c}}{Z_{\rm in} + Z_{\rm c}} \tag{5}$$

の逆フーリエ変換で定義される反射関数 $r(t)$ を使ってマウスピースでの音圧 $p(t)$ と体積速度 $U(t)$ を効率よく数値計算する方法を開発した。ただし (5) 式において、特性インピーダンスを $Z_{\rm c} = \rho c/S_{\rm cup}$ と表記した。c は音速である。反射関数 $r(t)$ は、物理的にはインパルス状の音圧進行波が時刻 $t = 0$ に楽器へ入射した時 $t = 0$ 以降に観測される反射波を意味する。Schumacher の方法によると時刻 t における $p(t)$ と $U(t)$ の関係は

$$p(t) = Z_{\rm c}U(t) + \int_0^\infty ds\, r(s)\left(Z_{\rm c}U(t-s) + p(t-s)\right), \tag{6}$$

と書くことが出来る。右辺第 2 項は楽器の管からの反射波の寄与を表している。本稿でもこの方法を用いて、時間領域シミュレーションを行う。

入力インピーダンス $Z_{\rm in}$ を得るためには 2 つの方法が考えられる。1 つは既存の楽器を用いて測定を行う方法 [12,13]、もう 1 つは楽器の管を簡単な形状の構成要素に分割し各要素に対する伝達行列の積から数値計算により求める方法 [14,15] である。ここでは後者の方法のうち Caussé による截頭円錐を要素として用いる方法を使った。こ

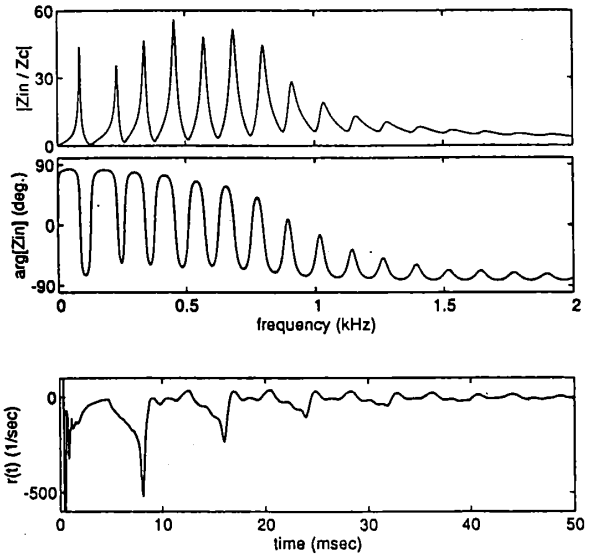


図 2-3: 楽器の入力インピーダンスおよび反射関数

の方法では管を伝わる波と管壁の摩擦による粘性抵抗および管壁を伝わって失われる熱損失が考慮されている。また、ベルからの放射損失はそこから自由空間に球面波が放射されるものと仮定した。

ヤマハトランペット YTR-2320E の形状測定を行い、得られたデータから入力インピーダンスを計算した結果を図 2-3 と表 2-2 に示す。この結果を見ると、第 1 ピーク以外はほぼ等間隔にピークが並んでいることがわかる。金管楽器では普通第 2 ピークより上の共鳴モードを発音に用いることから、これはこの楽器が正しい音程を持つことを示している。また、マウスピースカップの共鳴周波数である約 500Hz 付近に最大のピークが見られる。この傾向は金管楽器の特徴をよく著している。

表 2-2: 入力インピーダンスピークの絶対値、位置 および位置間隔

ピーク名		$\lvert Z_{in}/Z_c \rvert$	位置 (Hz)	Δ(Hz)
1st	Pd	43.7	87	
2nd	B_3^b	35.2	232	145
3rd	F_4	46.4	341	109
4th	B_4^b	55.7	457	116
5th	D_5	48.1	572	115
6th	F_5	51.6	686	114
7th	A_5^b	44.5	800	114
8th	B_5^b	28.5	913	113

この入力インピーダンスをもとにして、(5) 式および逆フーリエ変換を使い反射関数 $r(t)$ を計算することが出来る。ただし、金管楽器形状に対する計算の場合にはカップによる時刻 $t=0$ 直後の急激な反射と数値計算に伴う有限切断周波数（サンプリング周波数）のため因果律が破れその結果、本来ゼロであるはずの $t<0$ における反射関数の値が有限になり (6) 式を使ったシミュレーションに重大な困難が生じる。ところが、因果律の破れた反射関数 $r^{c.b.}(t)$ の偶関数成分については $t=0$ で連続なため有限切断周波数の影響は少ないと思われる。そこで、偶関数成分を用いて、因果律を満たす反射関数

$$r(t) = \begin{cases} r^{c.b.}(t) + r^{c.b.}(-t) & \text{for } t > 0, \\ 0 & \text{for } t < 0 \end{cases} \tag{7}$$

を再定義した。そして、この反射関数 $r(t)$ を使って管の特性の再評価を行ったところ、入力インピーダンスが再現できることが確かめられた。反射関数 $r(t)$ の計算結果を図 2-3 に示す。

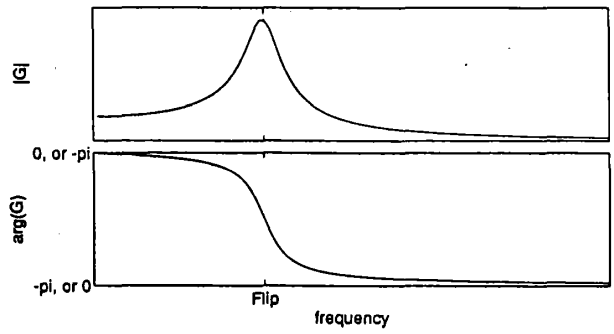


図 2-4: 唇の易動度 $G = x(f)/p(f)$

計算された反射関数をみると、まず、時刻 8 msec あたりに楽器の開口部からの反射が見られる。そのあと、楽器開口部とマウスピーススロート部との間を何度か往復した音波の反射があることが分かる。また、時刻ゼロ付近の急激なピークとその後に続く負の値を持つ反射はそれぞれマウスピースを構成するカップおよびスロートによる反射である。

2.4 線型発音理論

小節 2-1 から 2-3 において、唇振動系および楽器共鳴系を線型系で定式化した。また、唇開口部を通過する気流の方程式は非線型方程式であることがわかった。これらの導出した方程式を組み合わせることにより原理的にあらゆる金管楽器の発音を記述することができる。まずこの小節では微小振動を考え発音系を線型化し発音条件を調べる。

始めに、気流の方程式を線型化しよう。体積速度 U からその D.C. 成分を除いたものを改めて U と書くことにする。簡単のため (1) 式の慣性項（右辺第 2 項）を無視する。(1), (2) 式から $p_{\rm lip}$ を消去し、$S_{\rm cup} \gg S_{\rm lip}$ であることを使えば

$$\frac{U}{x} = 2b\sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{\rho}} \simeq 2b\sqrt{\frac{2p_0}{\rho}} \equiv C \tag{8}$$

が得られる。但し、(8) 式の近似では振動が微小であることを用いた。微小振動において、U は x に比例することを (8) 式は示している。また U および x のフーリエ成分を考えたとき、この式はそれらの比例関係が周波数 f に依らないことを示している。

次に、唇振動の方程式を用いて唇の易動度 $G = x(f)/p(f)$ を求めよう。ここで、$x(f)$, $p(f)$ はそれぞれ唇の変位 x, マウスピース内の音圧 p の周波数 f のフーリエ成分を表している。微小振動では $p_{\rm lip}$ の A.C. 成分と p は近似的に等しい。(3) 式を使えば垂直振動モデルの場合、

$$G(f) = \frac{bd}{m(2\pi f_{\rm lip})^2}\frac{1}{1-(f/f_{\rm lip})^2 + i\dfrac{f/f_{\rm lip}}{Q}} \tag{9}$$

が得られる。ここで、$f_{\rm lip}$ は唇の固有振動数である。'鼻開閉' モデルでは、唇の変位は $x = l\theta$ で表される。その場合 (4) 式を使うと

$$G(f) = -\frac{bl}{2m(2\pi f_{\rm lip})^2}\frac{1}{1-(f/f_{\rm lip})^2 + i\dfrac{f/f_{\rm lip}}{Q}} \tag{10}$$

が得られる。但し、(4) 式右辺第 3 項の Bernoulli 力は簡単のため無視した。$G(f)$ の関数型を図 2-4 に図示する。固有周波数 $f_{\rm lip}$ の付近で $|G(f)|$ は最大となる。また、$\angle G(f)$ は固有周波数の前後で π だけ変化する。ただし、垂直振動モデルでは $\angle G(f) < 0$ であるのに対し '鼻開閉' モデルでは $\angle G(f) > 0$ であることに注意する。

楽器の入力インピーダンスは $Z_{\rm in}(f) = p(f)/U(f)$ と表される。ただし、$U(f)$ は $x(f)$, $p(f)$ と同じく体積速度 U の周波数 f のフーリエ成分である。定常発振の条件は

$$\lambda(f) = CG(f)Z_{\rm in}(f) = 1 \tag{11}$$

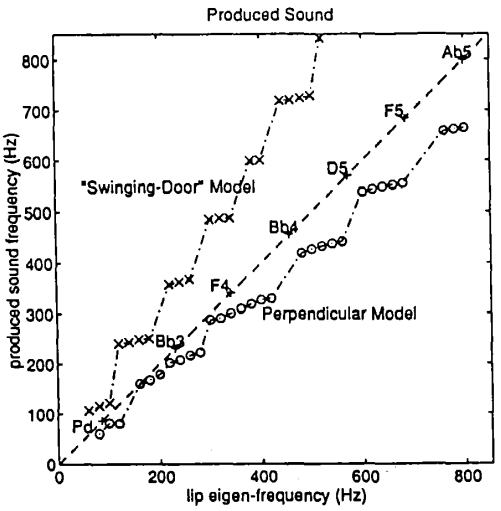
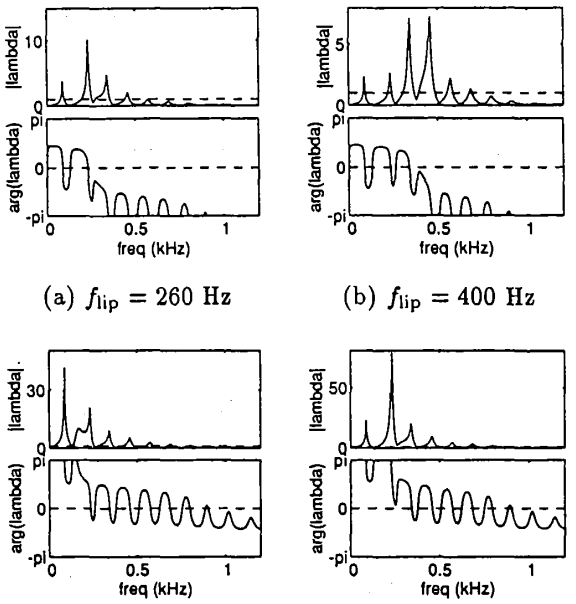


図 3-1: 唇の固有周波数と発音周波数の関係



(a) $f_{\mathrm{lip}} = 260$ Hz (b) $f_{\mathrm{lip}} = 400$ Hz

(c) $f_{\mathrm{lip}} = 160$ Hz (d) $f_{\mathrm{lip}} = 240$ Hz

図 3-2: (a), (b) は垂直振動モデル、(b), (c) は '扉開閉' モデル における $\lambda(f)$

で与えられる。また、$\lambda(f) > 1$ の時には発振が成長する。λ は複素数に値を持つことから $\lambda(f) \geq 1$ は λ に絶対値および位相に対する 2 つの条件を課す。絶対値に対する条件から、楽器の入力インピーダンスのピーク近傍でかつ唇の共鳴周波数に近い周波数の発振が起こりやすいことがわかる。一方、位相に対する条件は $\angle G(f) + \angle Z_{\mathrm{in}}(f) = 0$ と書ける。ところで、図 2-3 に示されるように周波数の低い領域では、$\angle Z_{\mathrm{in}}(f)$ は入力インピーダンスピーク位置の前後で正から負に符号を変える。前パラグラフで示した唇振動のモデルによる $\angle G(f)$ の符号の違いを考慮すれば、発音周波数は垂直振動モデルの場合入力インピーダンスのピーク位置よりも低く、逆に '扉開閉' モデルの場合高いことがわかる。

3 時間領域シミュレーション

前節で導出した方程式を前方オイラー法によって差分化したものを用い、シミュレーションを行った。音の強さが中程度 (mf) の発音の場合吹鳴圧を第 1 モード Pd から第 7 モード $A_5^{\flat}$ のインピーダンスピークに対して順に 20, 20 25, 30, 35, 40, 40 kdyn/cm^2 に選んだ。唇の固有周波数を 60 から 800 Hz まで 20 Hz づつ変化させ、発音周波数を求めた。唇の平衡位置を表す x_0 または θ_0 は両唇が長時間接触することの無いよう、また唇の変位が最大の振幅を得るように調節した。

シミュレーションの結果、両方の唇振動モデルにおいて複数の楽器共鳴モードに対して発音することがわかった。唇の固有周波数を変化させた時の発音周波数を図 3-1 に示す。小節 2-4 で導出した結果の通り垂直振動モデルでは Z_{in} の各ピーク位置よりも低い周波数で発音し、逆に '扉開閉' モデルでは高い周波数で発音することが確かめられた。

唇の固有周波数 f_{lip} の変化に対してどの共鳴モードで発音するかはある程度発音条件から知ることが出来る。そこで (11) 式で定義した $\lambda(f)$ の計算結果を図 3-2 に示す。垂直振動モデルにおいて、$f_{\mathrm{lip}} = 260$ Hz, $f_{\mathrm{lip}} = 400$ Hz とした時の計算結果をそれぞれ図 3-2 (a), (b) に図示する。また '扉開閉' モデルの場合、$f_{\mathrm{lip}} = 160$ Hz, $f_{\mathrm{lip}} = 240$ Hz とおいた時の $\lambda(f)$ をそれぞれ図 3-2 (c), (d) に示す。(a), (c) は第 2 モード、(b), (d) は第 3 モードの音が実際に発音している。例えば (a) では、$|\lambda(f)| > 1$ の条件から第 1 から 4 モードの発音が、また $\angle\lambda(f) = 0$ の条件からは第 1 から第 2 モードの発音が可能であることがわかる。従って両方の条件が満たされるのは第 1 および第 2 モードの発音であるから、実際の発音は確かに両方の条件を満足している。(b) から (d) の場合も同様である。

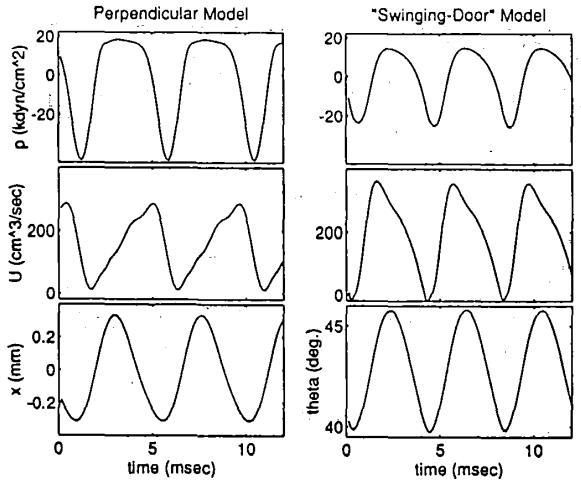


図 3-3: マウスピースでの音圧・体積速度、唇の変位の波

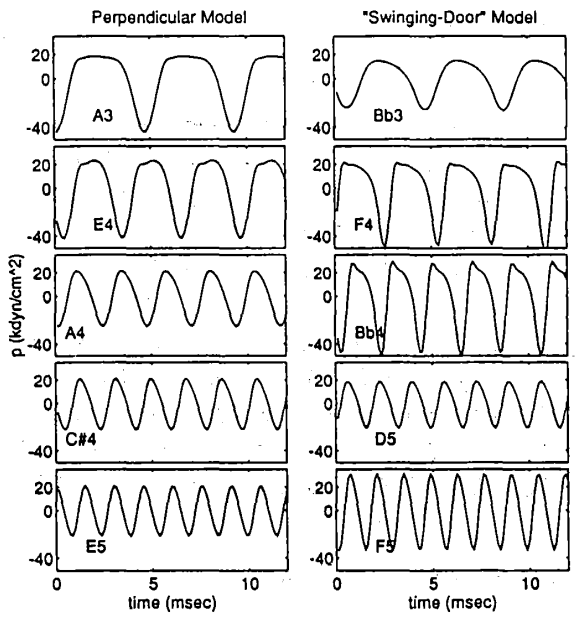


図 3-4: 異なる楽器共鳴モード ($B_3^\flat$ から F_5) でのマウスピース音圧波形

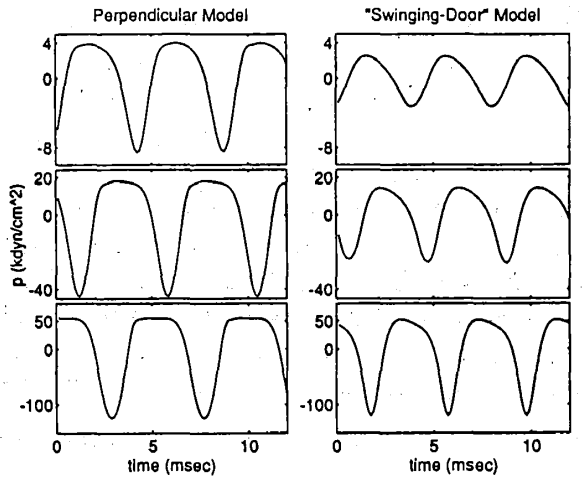
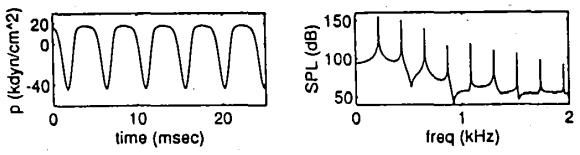


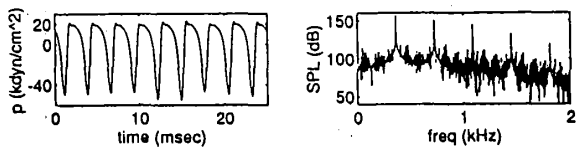
図 3-5: 異なるレベルでのマウスピース音圧波形

2つの唇振動モデルの発音の違いは変数間の位相差を調べることによって明らかになる。図 3-3 で両方のモデルでの発音波形を示す。この発音波形から、各変数の位相差を調べると、垂直振動モデルの場合 $\angle p - \angle U = 76.3°$, $\angle x - \angle p = -26.9°$ になる。また、'扉開閉' モデルの場合には $\angle p - \angle U = -44.1°$, $\angle \theta - \angle p = 17.3°$ となる。また、単純な線型理論から導かれる位相条件 $\angle Z_{\rm in} + \angle G = 0$ をこれらの発音は満たさないことがわかった。これは、通常の発音レベルではもはや発振を微小振動と見なすことは出来ないことを意味している。

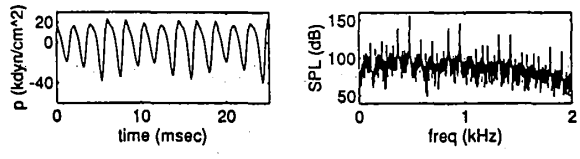
各共鳴モードに対するマウスピース音圧波形を図 3-4 で比べよう。低音域から高音域に変化するに連れて倍音成分を多く含む音から純音に近い音に変化していることがわかる。音の強さによって音圧波形がどう変わるかを調べるために、ピーク $B_3^\flat$ で吹奏圧 p_0 を 5 (pp), 20 (mf), 60 (ff) kdyn/cm^2 に変化させてシミュレーションを行った。その波形を図 3-5 に示す。音の強さが pp, mf, ff と大きくなるに連れて、合成音は倍音を多く含むようになることがわかる。



(a) 周期波形



(b) 準周期波形



(c) multiphonic

図 3-6: 周期波形および非周期波形

図 3-1 をもう一度よく検討すると入力インピーダンスピークの位置からかなりはずれた周波数の発音があることに気付く。著しいずれを持つのは垂直振動モデルによる第 1 と第 2 共鳴モードの間にある発振体制、'唇開閉' モデルによる第 1 モード上の発振体制である。前者はいわゆる 'loose lipping'[16] による発音とみなすことができ、第 3 モードによる発音の 1 オクターブ下のピッチを持つ。また、後者はペダル音と呼ばれ、第 2 モードによる発音の 1 オクターブ下のピッチを持つ。これら 2 つの変わった発振体制と一般的な発振体制である垂直振動モデルによる第 2 モードの発振体制の 3 者を比較しよう。それぞれの発振体制においてどの倍音が入力インピーダンスピークに一致しているのかを調べた。表 3-1 を見ると 'loose lipping' による発音すなわち垂直振動モデル $f_{\mathrm{lip}} = 180(\mathrm{Hz})$ では主として第 2、第 4 次倍音が、ペダル音すなわち '唇開閉' モデル $f_{\mathrm{lip}} = 100(\mathrm{Hz})$ では主として第 2、第 4、第 6 次倍音が発振体制に寄与している。また、基音周波数における入力インピーダンスの値が非常に小さい。従ってこれらの発振体制では系の非線型性により各倍音モード間のカップリングが生じ、そのカップリングを通して基音の発振が維持されているものと思われる。これに対して、一般的な発振体制である垂直振動モデル $f_{\mathrm{lip}} = 180\mathrm{Hz}$ では基音を含み全ての倍音が一様にその発振体制に寄与している。

表 3-1: 各次倍音振動数における楽器の入力インピーダンス $|Z_{\mathrm{in}}/Z_{\mathrm{c}}|$ の値

モデル	f_{lip} (Hz)	基音	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次	第 6 次
垂直振動	180	3.5	33.3	3.8	24.8	17.2	6.4
'唇開閉'	100	1.2	10.9	6.7	10.5	8.7	10.4
垂直振動	260	13.1	17.9	10.5	7.7	10.5	9.6

シミュレーションでは多くの場合図 3-6 (a) に示すような波形およびスペクトルを持つ周期発振が得られたが、それ以外に準周期発振も生成される場合のあることがわかった。図 3-6 (b) に示すのはその一例である。この準周期発振には気流の流体力学的、および両唇の衝突による非線系性が関与しているものと思われる。

multiphonic と呼ばれるピッチの異なる 2 つの基音が同時に鳴っているように知覚される発音がある。これは初心者がときどき誤って吹鳴する発振体制である。本稿のシミュレーションでもこの発振体制が得られた。図 3-6 (c) にその波形およびスペクトルを示す。これは、第 3 及び第 4 共鳴モードに対して同時に発音している multiphonic の例である。

楽器発音系のような時間遅れフィードバックの有る系では、全く同じパラメータのもとでの発音であっても、過去の履歴（ヒステリシス）によって異なる発音が得られる。実際、クラリネットの人工吹鳴の実験 [17] でこのヒ

ステリシスが観測されている。本稿のシミュレーションでもヒステリシスが存在することがわかった。例えば、前パラグラフで示した multiphonic を実現するのとおなじパラメータ (p_0 = 25 kdyn/cm^2, θ_0 = 38.0°, $f_{\rm lip}$ = 280Hz) を使って周期波形を生成することができる。

4 まとめと議論

金管楽器発音のモデルを提示し、それを用いて時間領域シミュレーションを行い結果を考察した。発音のモデル化に際して、垂直振動および'扉開閉' の 2 種類の唇のモデルを使い、そのどちらのモデルでも複数の楽器共鳴モードで発音が実現されることを示した。シミュレーションによって得られた音は自然楽器音と同じように、音のピッチが上昇するに連れ倍音を含んだ音から純音に近い音に変化することが示された。また、音の強弱に対しても自然楽器音にみられるのと同じような音質の変化を示すことができた。更に、系の非線型性を通して複数の楽器インピーダンスピークの共同作用を伴った発振体制による発音が見られた。これら 'loose lipping' による発音ならびにペダル音の基音の周波数は楽器入力インピーダンスピークの位置からかなりずれており、したがってそれらの基音に対する楽器共鳴の寄与はほとんどない。その代わり、インピーダンスピークの位置に一致する高次倍音が主としてそれらの発振体制に寄与している。

また、このシミュレーションでは、周期波形以外に、非周期波形も生成される場合のあることがわかった。これらの非周期波形は周期波形と明らかに違った音色を持っており、自然楽器が発する特有の音の一因になっている可能性がある。これが事実かどうかを調べるには同様の非周期性が実際の自然楽器の発音にも含まれ、これが音色として本当に知覚されるかどうかをたしかめる必要がある。

今回、考察の対象から外した音のアタック部、減衰部は楽器音を特徴づける重要な要因の 1 つである。勿論、これらは本稿で示した時間領域シミュレーション系を使えば生成できる。実際、ここに示した合成波形のうちヒステリシスに依らないものは全て一定期間吹奏圧 p_0 を定数とし、それ以外ではゼロと置いて合成したものである。また、発音中は他のパラメータは一定とした。この場合、アタック部の期間は数 msec から数 sec とばらつきがあった。実際の自然楽器演奏では、演奏者が吹鳴圧等のパラメータを発音期間中巧みに調節しているものと考えられる。本稿の合成手法の応用の一例としてリアルタイムに音を合成し電子楽器として利用する場合には、この時間的に変化するパラメータの調節方法を検討する必要があろう。

この金管楽器発音シミュレーションを改良しより一層精密な議論を行うためには、楽器の管壁振動の効果、演奏者の呼吸器系のインピーダンスの考慮[18]、唇の多自由度モデル、あるいは気流モデルの精密化・多次元化等が考えられる。

謝辞

本研究を行うに当たって、有益な助言・討論をして頂いた ATR 人間情報通信研究所 佐藤 雅昭氏、大槻 弘幸氏、使いやすいシミュレーション用インターフェースを作って下さった玉川 浩氏に感謝します。

参考文献

[1] N. H. Fletcher, "Autonomous Vibration of Simple Pressure-Controlled Valves in Gas Flows" J. Acoust. Soc. Am. **93** 2172-2180 (1993)

[2] K. Ishizaka and J. L. Flanagan, "Synthesis of Voiced Sounds from a Two-Mass Model of the Vocal Cords" Bell Syst. Tech. J. **51** 1233-1268 (1972)

[3] D. W. Martin, "Lip Vibrations in a Cornet Mouthpiece" J. Acoust. Soc. Am. **13** 305-308 (1942)

[4] D. E. Hall, *Musical Acoustics* (Brooks/Cole Pacific Grove 1991)

[5] H. L. F. Helmholtz, *On the Sensations of Tone* (Dover New York reprinted 1954)

[6] N. H. Fletcher, "Excitation Mechanisms in Woodwind and Brass Instruments" Acustica **43** 63-72 (1979)

[7] J. Saneyoshi, H. Teramura and S. Yoshikawa, "Feedback Oscillations in Reed Woodwind and Brasswind Instruments" Acustica **62** 194-210 (1987)

[8] S. Yoshikawa, "On the Modeling of Self-Oscillation in Brass Instruments" J. Acoust. Soc. Am. **84** S161 (1988)

[9] S. Yoshikawa and G. R. Plitnik, "A Preliminary Investigation of Brass Player's Lip Behavior" J. Acoust. Soc. Jpn. (E) **14** 449-451 (1993)

[10] S. J. Elliott and J. M. Bowsher, "Regeneration in Brass Wind Instruments" J. Sound Vib. **83** 181-217 (1982)

[11] R. T. Schumacher, "*Ab Initio* calculations of the oscillations of a clarinet" Acustica **48** 71-85 (1981)

[12] J. Backus, "Input Impedance Curves for the Brass Instruments" J. Acoust. Soc. Am. 60 470-480 (1976)

[13] A. H. Benade, "The Physics of Brasses" Sci. Am. 299 24-35 (July 1973)

[14] R. Caussé, "Input Impedance of Brass Musical Instruments — Comparison between Experiments and Numerical Models" J. Acoust. Soc. Am. **75** 241-254 (1984)

[15] G. R. Plitnik and W. J. Strong, "Numerical Method for Calculating Input Impedance of the Oboe" J. Acoust. Soc. Am. **65** 816-825 (1979)

[16] A. ベインズ, "金管楽器とその歴史" (音楽の友社 1991)

[17] T. Idogawa, T. Kobata, K. Komuro and M. Iwaki, "Nonlinear Vibrations in the Air Column of a Clarinet Artificially Blown" J. Acoust. Soc. Am. 93 540-551 (1993)

[18] S. D. Sommerfeldt and W. J. Strong, "Simulation of a Player-Clarinet System" J. Acoust. Soc. Am. **83** 1908-1918 (1988)