

## 六角格子上のライフゲーム

Graduate School of Human Informatics, Nagoya University  
J. N. Yoshimoto

Poster images (Temporary page): <http://133.6.144.67:8001/Member/yos-sj.html>  
e-mail address: gba02073@niftyserve.or.jp

## § イントロダクション

Conwayによって発案されたGame of Life<sup>[1]</sup>及びそれに関連した研究<sup>[2]</sup>は数多く行われて来た。2次元上では既に探究も終盤にさしかかった気配があり、現在は3次元以上に着目される例も多い。しかしながら、2次元上ではほとんどがSquare Lattice上での"Von Neumann型"の4近傍、もしくは"Moore型"の8近傍で研究が行われて来た(ConwayのGame of Lifeは後者)。不思議な事に各セルが等距離で隣接する思考容易なHexagon Lattice上での研究は少ないように思われる(Fig.1参照)。今回、Hexagon Lattice上のある特異なルールによるGame of Lifeの観測により、注目すべき結果を得た。

人間と全く違う情報処理器官を有する知的存在の認識過程は人間によって認識可能か否か、可能ならばアルゴリズム化出来るのか否かという疑問に関するテーマが存在する。これはフレーム問題を1段階高位の視野から考察を試みるという隠喩性も含まれており、人間に取って当り前と認識されている諸事象の客観的考察を試行する格好の機会とも成り得る。この報告は、内外の判断を恐らく人間とは異なるアルゴリズムで判断する場合の良き例である。

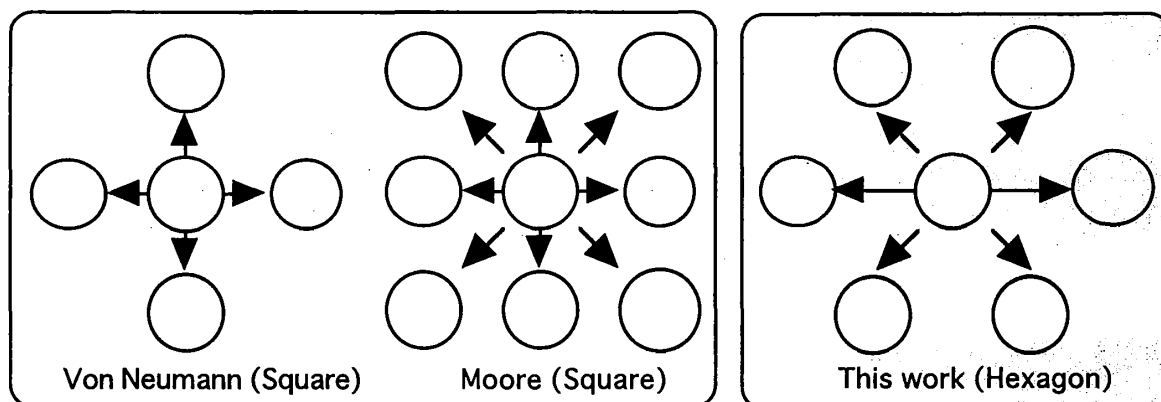


Fig.1 正方格子及び六角格子上的での隣接セル例

## § シミュレートルール

Conwayルールは以下の3項目から構成されている<sup>[1]</sup>。(下線付加は筆者)

- 1: Survivals. Every counter with two or three neighboring counters survives for next generation.
- 2: Deaths. Each counter with four or more neighbors dies (is removed) from overpopulation. Every counter with one neighbor or none dies from isolation.
- 3: Births. Each empty cell adjacent to exactly three neighbored - no more, no fewer - is a

birth cell. A counter is placed on it at the next move.

ここでルールをHexagon Lattice用に拡張し、以下のように用い、実行した。

1: Survivals. Every counter with two, three, or four neighboring counters survives for next generation.

2: Deaths. Each counter with five or more neighbors dies (is removed) from overpopulation. Every counter with one neighbor or none dies from isolation.

3: Births. Each empty cell adjacent to exactly three or four neighbored is a birth cell. A counter is placed on it at the next move.

これを便宜上JNYルールと呼ぶ。Fig.2参照。

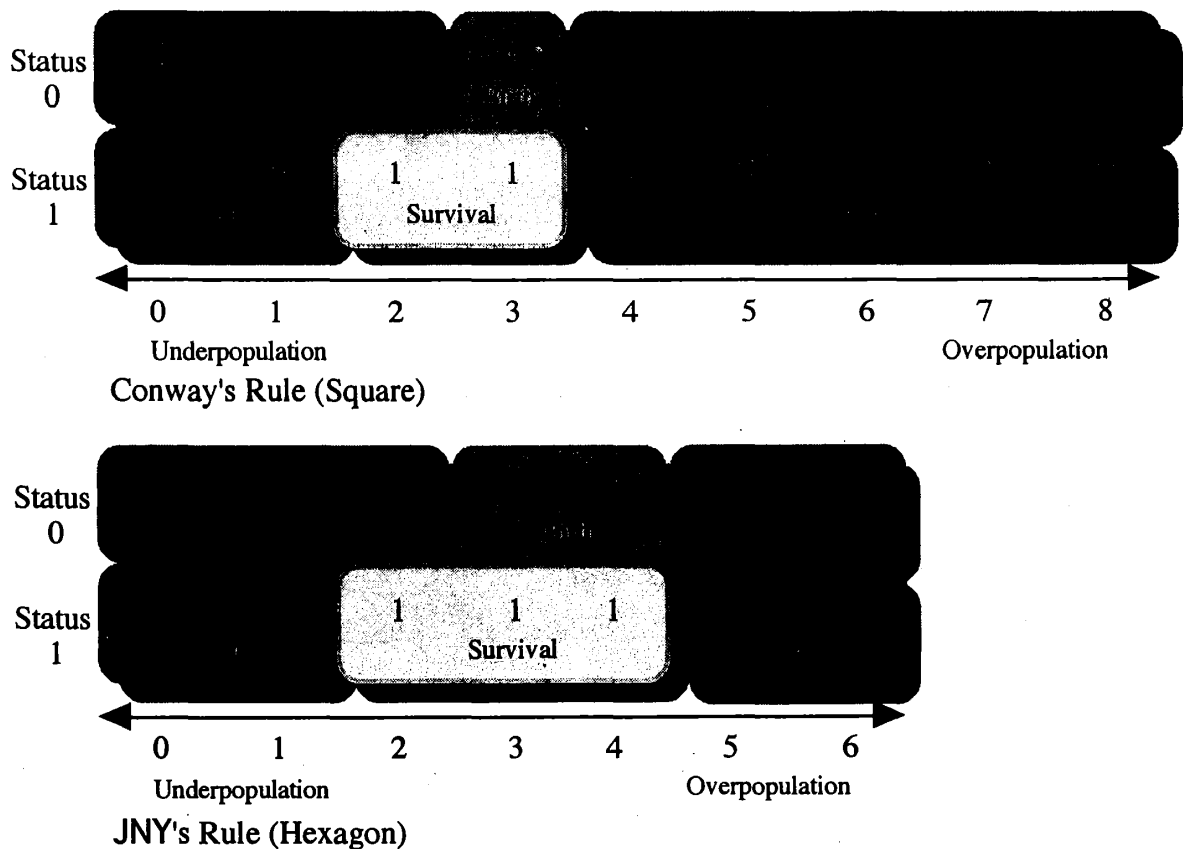


Fig.2 セルの生死判別ルール

## § 結果

今回ここに報告するのは周期的境界条件を用いた90x90のセルに関して観測された結果である。理解の助けとなるように、ConwayのGame of Lifeと比較を行い説明する。

## 諸性質比較

Conwayルールで発現する安定構造Honeycombや2周期構造Blinkerに、各々対応するような構造がJNYルールでも観測された。しかし、Gliderに対応するような構造は観測されなかった。Fig.3参照。

## 今までには見られなかった新しい諸性質

a: いくつかの成長段階がある

このセクションでの観察では、0.25の確率でStatus 1の状態のセルをランダムに設定し、それを初期値としたものに関して述べている。

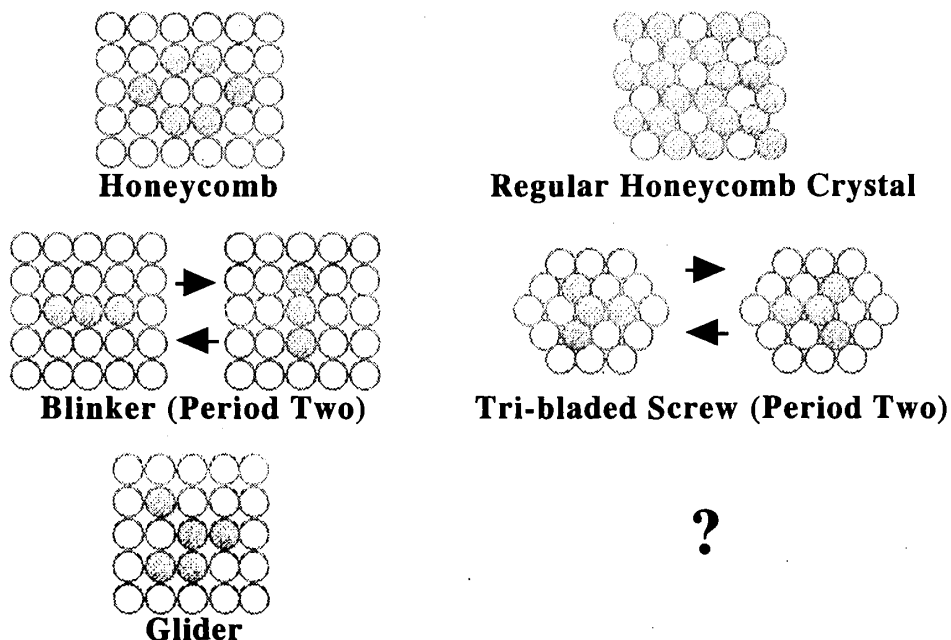


Fig.3 諸性質比較

第1 成長期(第1～2 世代間) : 淘汰期

ランダムに蒔かれたStatus 1の状態を持つセルが近傍状態により自らの状態を変化させる。第1 世代は一様にランダムに蒔かれていたが、第2 世代では一変してコロニーの基礎を形成する。またコロニーに入れなかったStatus 1の状態を持つセルは、Status 0に成る場合が多い。概観をFig.4に示した。Status 1の状態をドットとして表現したが、この図は概観であってドットとセルが1対1に対応した正確な図では無い。Fig.5,6,及び7についても同じである。

正確な図は<http://133.6.144.67:8001/Member/yos-sj.html>を参照せよ。

第2 成長期(第2～数十世代間) : コロニー形成期

一般的に小型のコロニーが、多角形となるべく成長する。コロニー距離が近いと、他のコロニーを巻き込み、融合し、大型のコロニーへと成長する。コロニーが大型化すると周期的境界条件を取っているが故に、自らで自らを融合するウロボロスの事象が発生する。(パーコレーションのカテゴリーに入れるとしても問題はないであろう。)ウロボロスの事象が発生すると、全フィールドの大部分が「膜の内部」の性質と成る場合が多い。非発生の場合、小コロニーが点在する。Fig.5参照。

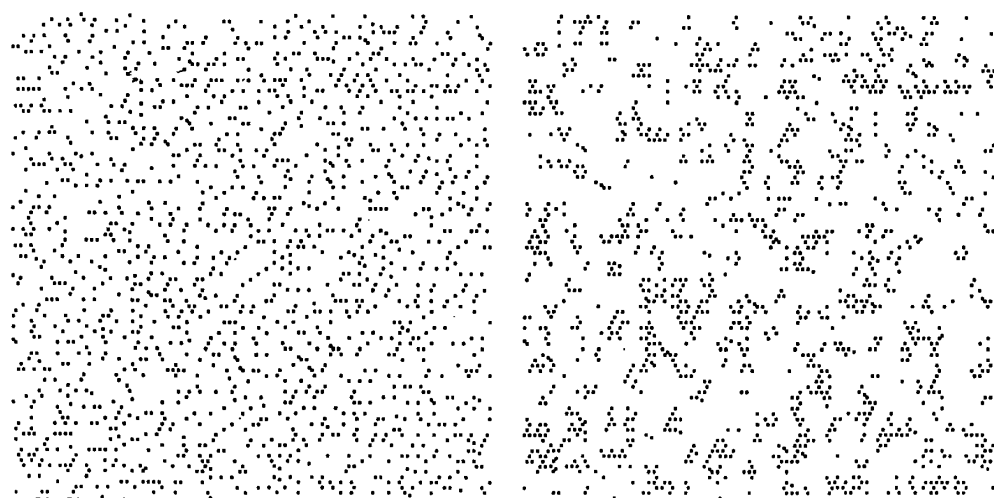


Fig.4 第1世代(左)、第2世代(右)概観



Fig.5 第11世代(左)、第27世代(右)概観

**第3成長期(第数十～数百世代間)：結晶形成期**

第2成長期でのウロボロスの事象の発生を問わず、コロニー内部で結晶化が観察される。結晶化とはJNYルール特有のハニカム安定構造(Fig.3参照)が順次形成されて行く事象を指す。特徴として、ハニカム安定構造のコアと成るべき種があり、そこから順次外側へと広がって行く。最終的に、コロニー内部は結晶で埋め尽くされる。ハニカム構造には位相が存在し、異なる位相を持つ構造同士が接触したとき、一方がもう一方の位相に同調する場合もあるが、異位相間で歪を残して結晶が完成する場合が多い。Fig.6参照。

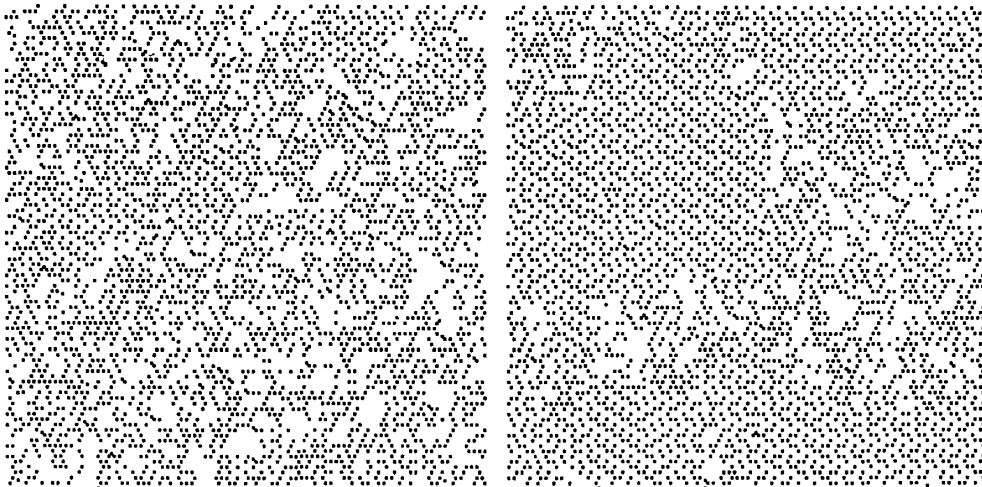


Fig.6 第238世代(左)、第875世代(右)概観

#### 第4成長期(数百世代以降) : 停止期

一般的に歪に短周期の変化を残して成長と感じられた事象は終了する。Fig.7参照。この場合、全フィールドのほとんどを異なる位相のハニカム安定構造が占める結果となった。この後、世代を進めてもほとんど変化せず、変化する場所も周期的な挙動となった。条件によっては、10周期以上の長い周期を取ることもあった。

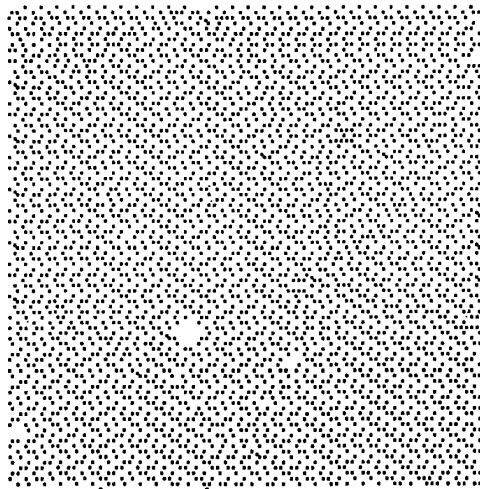


Fig.7 第1813世代概観

#### b: コロニーを形成する

JNYルールでは、 $0^\circ$  (線分)、 $60^\circ$ 、 $120^\circ$  の角を形成する膜に囲まれたコロニーが発生する。成長が停止したコロニーは、3線分で形成可能な多角形を取る(Fig.8参照)。その多角形(Fig.9参照)と成るまでは、そのコロニーは成長を続ける。

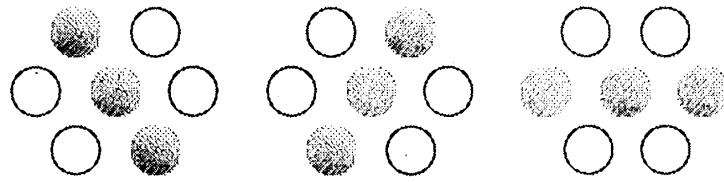


Fig.8 膜を構成する3線分成分

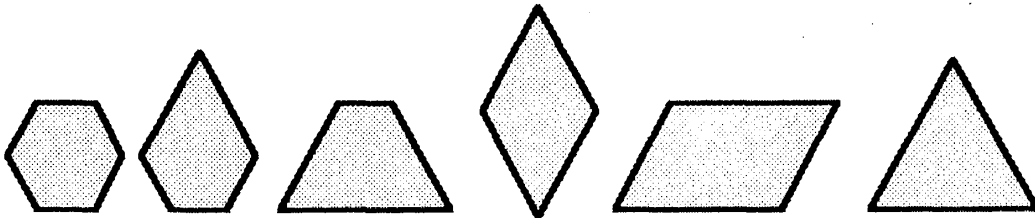


Fig.9 形成されるコロニーの外見

c:膜の概念と、ルールから導き出された定理

JNYルールから必然的に膜に関する定理が導き出される。Fig.10参照。

膜の定理

定理 1.

膜の片側の状態は、膜の反対側へ影響しない。

定理 2.

膜は、片側からのアプローチだけでは壊れない。両側からのアプローチで壊れる。但し、両側からのアプローチがある場合、視覚的に既に膜では無くなっている。

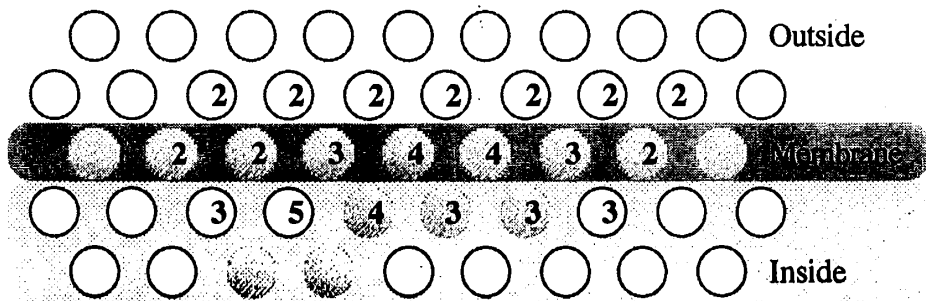


Fig.10 膜内外の状態

上部は膜の外側、下部は膜の内側、その間が膜とする。数字は、その隣接セルの Status 1 の状態の和。外部と内部が存在する状態では、膜を構成するセルの隣接セルの Status 1 の状態の和は2~4である事に注目されよ。これはJNYルールでは丁度過疎でもなく過密でもなく、Status 1 の状態のまま存在し続ける。

§ 考察

コロニー形成に関して

全セルフィールドでルールは等価であるにも関わらず、コロニーが存在しているように観測され、内側と外側では明かにStatus 0/Status 1の状態濃度は異なる。何処からそのマクロな2状態(コロニー内、外)が発生するのであろうか？何故この極端な2状態を生み出すのか？その鍵は2線分が作り出す角度にある。2線分が触れ合い、作り出す角度は $180^\circ$ か $120^\circ$ か $60^\circ$ のいずれかである。 $180^\circ$ の場合は認識上、2線分が触れ合うようには見えず、単に1線分とも取れるので、ここでは議論しない。

$120^\circ$ の場合、 $120^\circ$ (内)側と、残りの $240^\circ$ (外)側がある。

$60^\circ$ の場合、 $60^\circ$ (内)側と、残りの $300^\circ$ (外)側がある。

この時、外側には何も変化が生まれませんが、内側のセルは次々とStatus 1の状態へと変換し、そして伝搬する。これを「内側への成長」と呼ぶ。(Fig.11及びFig.12参照)

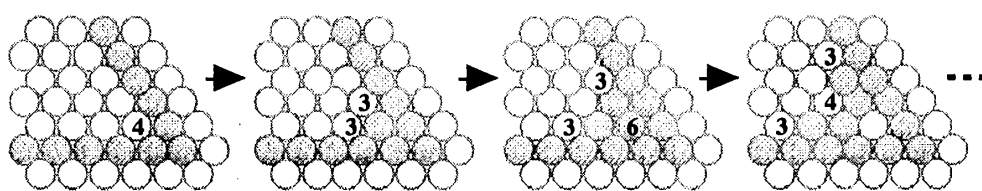


Fig.11 内側への成長( $60^\circ$ )

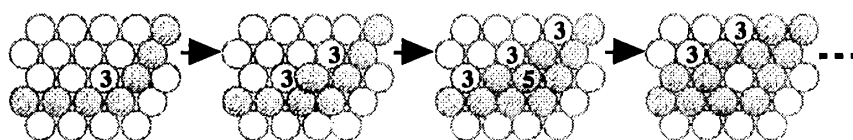


Fig.12 内側への成長( $120^\circ$ )

Conwayの場合も $90^\circ$ で2線分が触れ合う場合、 $90^\circ$ (内)側と、残りの $270^\circ$ (外)側がある。但し成長は内側と外側の両側へ起こってしまう。膜として認識され得る事象は現れない。

つまり、

1：この「内側への成長」により、膜の内部が仮に状態Status 0のセルが多くとも膜そのものによって状態Status 1のセルが増やされる。

2：膜の定理1. より、膜の内部情報が膜の外部へと伝搬しないので、膜の外部はコロニーに呑み込まれない限り、新しい状態へと変化する事が出来ない。

3：膜の定理2. より、膜はそれ自身では壊れない。

この3つの理由により、全セルフィールドでルールは等価であるにも関わらず必然的に2状態を生み出す結果となった。

### コロニーの成長に関して

何故コロニーを構成する膜はFig.9の多角形の形を取るまで外側へと向かって成長するのだろうか？多角形で無い場合、それは多角形の一部が欠けたものだと考察する(Fig.13参照)。その場合、多角形を構成している部分は膜で覆われているために

外側へと変化を起こさないが、まだ多角形となっていないコロニー表面の欠けた部分のは実際には外側と認識されるにもかかわらず、微小な内側でもあり、従って Fig.11、12のような内側への成長が発生する。そしてその微小部分が3線分成分のいずれかとなった瞬間に、膜の定理が用いられ内側への成長が停止する。

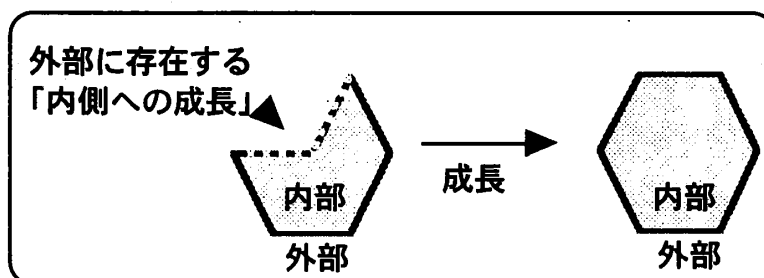


Fig.13 外部への内側の成長

### アルゴリズムの認識について

JNYルールには、1つの視座から決定したルールで在るにも関わらず、そこから導き出される幾つかの異なる次元のルールも存在する。JNYルールは非常にミクロな隣接セル間の簡単なルールに過ぎないが、そのセルの初期配置状態、(今回の報告には含まれていないが)隣接ルールによって、様々な振る舞いを示した。勿論これは Conwayルールにも該当する。

しかしながら、JNYルールはFig.9の多角形等、幾何学的な判断を顕著に行う。正確に表現すると、判断を行っているのではなく、判断を行っているように人間が自らの価値基準で観測するのである。シミュレート側の底辺には、単に単純なアルゴリズムが横たわっているだけである。結局、今回は微小な関係がルール上必然的に相互作用し、線分の産み出す角度からそこが内部か外部かを判断しコロニーを形成したと感ぜられる結果となった。これは人間が行う判断とは異なるタイプの処理であると思われる。そしてその処理を簡単なアルゴリズムとして書き下すことに成功した。

### § 文献

- [1] Martin Gardner, *Mathematical Games*, Scientific American **October**, 120-123(1970).
- [2] For example, Stephen Wolfram, *Theory and Applications of Cellular Automata*, (World Scientific Publishing Co Pte Ltd., 1986).