

リング型ネットワークにおける  
ハイブリッド・プロトコル・モデル  
の性能評価

時本 博昭

松本 豊

滝根 哲也

高橋 豊

長谷川 利治

京都大学 工学部 数理工学科

## 1. まえがき

コンピュータ・コミュニケーション（LAN）の重要な性質を規定する要素として、CSMA/CD方式が最も代表的なものとされています。その特徴は、複数のノードが同時にデータを送信する際に競合が発生する場合、CSMA（Collision Sense Multiple Access）によって衝突を検出し、CD（Carrier Detect）によって送信を停止する点です。これにより、データの送受信が順序的に行われるようになります。また、CSMA/CD方式は、データの送信が失敗した場合に自動的に再送信を行います。

一方で、CSMA/CD方式には、データの送信が失敗する確率が高くなるという欠点があります。これは、複数のノードが同時にデータを送信する際に競合が発生するためです。そのため、データの送信が失敗する確率が高くなることがあります。また、データの送信が失敗した場合に自動的に再送信を行います。

本研究では、このハイブリッド・プロトコルについて、まず第2章でそのプロトコルを詳細に述べ、第3章でモデル化し第4章でマルコフ解析を行う。

## 2. プロトコル

リング型ネットワーク（図2.1）におけるコンテン

ション・リング方式のプロトコルを以下に説明する。

まず、パケット保有局は回線をセンスする。このとき、回線の状態によって制御動作が異なる。回線の上を他の局のパケットが流れていなければ、自局のパケットをリング上に送り出す。即ち、CSMA/CD方式でパケットは送信される。この状況をCSMA/CDモードと呼ぶ。このモードにおいてパケットをリング上に送り出す局は、送信を開始すると同時に局のネットワークと接続する。このとき、一時的にネットワークと接続する。パケットを比較し、違いがなければ送信成功と判断して、送信を中止し、バックオフ状態となりキャリア・センスをまた始める。このモードでは、ある1つの局が送信に成功するまで、全ての局がこの方法を繰り返す。

回線をセンスした際に他局のパケットを検知した場合は、待機状態に入り、流れているパケットを確認し、かつこれに接続する。この終端を確認した場合、前のパケットを送り出す。即ち、終端までのビットを空けて、他の局のパケットが続けて流れている、と判断する。即ち、モードが切り替わる。このモードでは、新しいパケットを送り出す。この状況をトークン・モードと呼ぶ。このモードにおいてはパケットの送信が用意され、存在する限り、衝突なしにパケットを送信できる。これは、インプリシット・トークン・モードでは、リングという形態による局の順位によって、传送権は移って行く。

上記の様な制御動作のためにコンテンツ・リング方式では、CSMA/CDモードで1つの局が送信に成功すれば、トークン・モードに切り替わり、パケット保有局が途切れなければ、次々に衝突なしにパケットを送信する事が出来る。

### 3. モデル

解析を行う上で、プロトコルに従って以下の様にモデル化する。

- 1) ネットワーク上には、N人の利用者がバッファサイズ1の端末で等間隔に配置されているとする。
- 2) CSMA/CDモードにおいて、バッファに送信すべきパケットを保有している状態を保留状態、そうでない状態を送信要求待ち状態と定義する。送信要求待ち状態の利用者は、バラメータ入の指數分布に従う時間だけ待って、回線を再度センスする。一方、保留状態の利用者は、バラメータ入の指數分布に従う時間だけ待って、回線を再度センスする。また、保留状態の利用者は、新たにパケットを生み出す事はできない。
- 3) 隣接した端末間の伝播遅延をD(=一定)、パケットの伝送時間を $\alpha$ (=一定)とする。
- 4) CSMA/CDモードで送信成功パケットの終端が端末から出た時点をトークン・モードの始まりとする。
- 5) トークン・モードにおいて、パケットをリング上に送り出した端末がパケットを回収したとき、その終端に他局のパケットがつながっていなければ、トークン・モードは終了し、再びCSMA/CDモードに入る。
- 6) 各端末は、送信に成功した最後のパケット通過後ND時間回線上に送信がなければ、CSMA/CDモードに入る。

### 4. 解析

#### 4. 1. CSMA/CDモード

このモードでは、ある端末がパケットを回収し終わった時点を隠れマルコフ点とする。各隠れマルコフ点

においてその直前にパケットを送信した端末を 1 とし、  
、パケット伝送方向に順に 2, 3, . . . , N と各端  
末に番号を割り当て、システムの状態を  $\underline{X} = (x_1,$   
 $x_2, \dots, x_N)$  で記述する。

但し

$$x_n = \begin{cases} 1 & : \text{端末 } n \text{ がパケットを保有している。} \\ 0 & : \text{端末 } n \text{ がパケットを保有していない。} \end{cases} \quad (1 \leq n \leq N)$$

パケットの送信が成功する場合の遷移確率  $p_{\underline{X} \underline{Y}}^s$  を求  
める。ある隠れマルコフ点から各端末が、回線が空  
きであると検知するまでの遷移確率を  $p_{\underline{X} \underline{Z}}^1$  とすると、

$$\begin{aligned} p_{\underline{X} \underline{Z}}^1 &= [Z_1 + \exp(-\lambda ND) - 2Z_1 \exp(-\lambda ND)]^{1-x_1} \\ &\cdot \prod_{n=2}^N [Z_n + \exp(-\lambda (n-1)D) - 2Z_n \exp(-\lambda (n-1)D)]^{1-x_n} \\ &\cdot \prod_{n=1}^N Z_n^{x_n} \end{aligned} \quad (4.1)$$

上式で、 $Z_n$  は端末  $n$  の隠れマルコフ点から  $(n-1)D$  後  
の状態、但し、 $Z_1$  は端末 1 の隠れマルコフ点から  $ND$  時  
間後の状態を示す。

次に、状態  $\underline{Z}$  のときに端末  $k$  が回線の空きを検知後  
 $t$  に送信するという条件のもとで、送信が成功する確  
率を  $p_{\underline{Z}}(k|t)$  とすると、これは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p_{\underline{Z}}(1|t) &= \prod_{n=2}^N \exp[-a_n(t+ND)] \\ p_{\underline{Z}}(k|t) &= \exp(-a_1 t) \prod_{n=2}^{k-1} \exp[-a_n(t+ND)] \prod_{n=k-1}^N \exp(-a_n t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

(2 ≤ k ≤ N)

但し、

$$\begin{aligned} a_n &= a_n(x_n) \\ &= \lambda(1-x_n) + r x_n \end{aligned}$$

さらに端末  $k$  が送信したときに送信時間  $\alpha$  の間に状態が  $Z$  から  $Y$  に遷移する確率を  $p_{ZY}(k, \alpha)$  と表すと、

$$\begin{aligned} p_{ZY}(k, \alpha) &= (1-y_1) \prod_{n=2}^{N-k+1} [y_n + \exp(-\lambda a_n) - 2y_n \exp(-\lambda a_n)]^{1-z_{n+k-1}} \\ &\quad \prod_{n=N-k+2}^N [y_n + \exp(-\lambda a_n) - 2y_n \exp(-\lambda a_n)]^{1-z_{n-N+k-1}} \\ &\quad \prod_{n=2}^{N-k+1} y_n^{z_{n+k-1}} \prod_{n=N-k+2}^N y_n^{z_{n-N+k-1}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

但し、

$$\alpha_n = \alpha - (n-1)D$$

となる。 $(4.2)$  と  $(4.3)$  から、端末  $k$  が状態  $Z$  で回線の空きを知ってから時間  $t$  後に最初にパケットを送信し、成功して送信後状態  $Y$  に遷移する確率  $p_{ZY}^S(k|t)$  は、

$$p_{ZY}^S(k|t) = p_Z(k|t) p_{ZY}(k, \alpha) \quad (4.4)$$

で与えられる。時間に関する条件をはずすと端末  $k$  が状態  $Z$  で回線の空きを知ってから最初にパケットを送信成功し、送信後状態  $Y$  に遷移する確率  $p_{ZY}^S(k)$  は、

$$p_{ZY}^S(k) = \int_0^\infty p_{ZY}^S(k|t) a_k \exp(-a_k t) dt$$

$$= \begin{cases} \frac{p_{ZY}(1, \alpha) a_1}{\sum_{n=1}^N a_n} \exp(-ND \sum_{n=2}^N a_n) & (k=1) \\ \frac{p_{ZY}(k, \alpha) a_k}{\sum_{n=1}^N a_n} \exp(-ND \sum_{n=2}^{k-1} a_n) & (2 \leq k \leq N) \end{cases}$$

従つて各端末が回線が空きであると検知したときの状態 Z から、送信成功パケットの終端が端末から出た時点での状態 Y への遷移確率を  $p_{ZY}^2$  とすると、

$$p_{ZY}^2 = \sum_{k=1}^N p_{ZY}^s(k)$$

となる。

パケットの送信が成功する場合の遷移確率は次式で求まる。

$$p_{XY}^s = \sum_Z p_{XZ}^1 p_{ZY}^2$$

次に送信に失敗する場合の遷移確率  $P_{XY}^{f1}$  を求める。

送信が失敗するときは、端末 k が送信開始し、時間 ND 後次の隠れマルコフ点になる。

直前の隠れマルコフ点において状態 X であったときに端末 k が回線の空きを検知後 t で送信開始し、その時点でシステムが状態 Z である確率  $p_{XZ}^{f1}(k, t)$  は、次式で与えられる。ここで m は、端末が m 局まで回線の空きを検知していることを表している。

k ≥ 2 のとき

$$i) (m-k)D \leq t \leq (m-k+1)D \quad (m=k, \dots, N)$$

$$P_{XZ}^{f1}(k, t) = z_1^{X_1} \{ z_1 + (1-2z_1) \exp[-\lambda((k-1)D+t)] \}^{1-X_1}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^m \{ (1-z_n) \exp[-\lambda((k-1)D+t)] \}$$

$$+ z_n^{1-X_n} [1 - \exp(-\lambda(n-1)D)] \exp[-\gamma((k-n)D+t)] \}^{1-X_n}$$

$$\prod_{n=m+1}^N \{ z_n + (1-2z_n) \exp[-\lambda((k-1)D+t)] \}^{1-X_n}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^m \{ z_n \exp[-\gamma((k-n)D+t)] \}^{X_n} z_k^{X_k} \prod_{n=m+1}^N z_n^{X_n}$$

$$= A_k B_{km} \sum_{i=0}^{N-m+1} \theta_i(m, k) \exp[-(C_{km} + a_i)t]$$

i i )  $t \geq (N - k + 1)D$

$$P_{XZ}^{f1}(k, t) = z_1^{x_1} \{ (1-z_1) \exp[-\lambda((k-1)D+t)] \}$$

$$+ z_1 [1 - \exp(-\lambda ND)] \exp[-\gamma((k-N-1)D+t)] \}^{1-x_1}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^N \{ (1-z_n) \exp[-\lambda((k-1)D+t)] \}$$

$$+ z_n [1 - \exp(-\lambda(n-1)D)] \exp[-\gamma((k-n)D+t)] \}^{1-x_n}$$

$$z_k \prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^N z_n^{x_n} \exp[-\gamma x_n ((k-n)D+t)]$$

$$= A_k B_{kN} \exp(-C_{kN} t)$$

### k = 1 の と き

$$P_{XZ}^{f1}(1, t) = \prod_{n=2}^N \{ (1-z_n) \exp[-\lambda(ND+t)] \}$$

$$+ z_n [1 - \exp(-\lambda(n-1)D)] \exp[-\gamma((N-n+1)D+t)] \}^{1-x_n}$$

$$z_1 \prod_{n=2}^N z_n^{x_n} \exp[-\gamma x_n ((N-n+1)D+t)]$$

$$= A_1 B_{1N} \exp(-C_{1N} t)$$

但し

$$A_k = A_k(\underline{X}, \underline{Z})$$

$$= \begin{cases} z_1 \prod_{n=2}^N z_n^{x_n} & (k=1) \\ z_k \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N z_n^{x_n} & (2 \leq k \leq N) \end{cases}$$

$$B_{km} = B_{km}(x, z) \quad (m=k, \dots, N; 2 \leq k \leq N)$$

$$= \prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^m \{ \exp[-\gamma x_n (k-n)D] [ (z_n (1 - \exp(-\lambda(n-1)D)) + (1 - z_n)) \\ \exp(-(1 - z_n) \lambda(k-1)D - z_n \gamma(k-n)D)]^{1-x_n} \}$$

$$B_{kN} = B_{kN}(x, z)$$

$$= \{ (1 - z_1) \exp(-\lambda(k-1)D) + z_1 (1 - \exp(-\lambda ND)) \exp(-\gamma(k-N-1)D) \}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^N \{ [(1 - z_n) \exp(-\lambda(k-1)D) + z_n (1 - \exp(-\lambda(n-1)D)) \exp(-\gamma(k-n)D)]^{1-x_n} \\ \exp[-\gamma x_n (k-n)D] \}$$

$$B_{1N} = B_{1N}(x, z)$$

$$= \prod_{n=2}^N \{ [(1 - z_n) \exp(-\lambda ND) + z_n (1 - \exp(-\lambda(n-1)D)) \exp(-\gamma(N-n+1)D)]^{1-x_n} \\ \exp[-\gamma x_n (N-n+1)D] \}$$

$$C_{km} = C_{km}(x, z) = \sum_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^m [(1 - x_n)((1 - z_n)\lambda + z_n \gamma) + x_n \gamma]$$

$$C_{1N} = \sum_{n=2}^N [(1 - x_n)((1 - z_n)\lambda + z_n \gamma) + x_n \gamma]$$

$$C_{kN} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N [(1 - x_n)((1 - z_n)\lambda + z_n \gamma) + x_n \gamma]$$

$$= \{ (1 - z_1) \exp[-\lambda t] + z_1 \exp[-\gamma t] \}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^N \{ [(1 - z_n) \exp[-\lambda t] + z_n \exp[-\gamma t]]^{1-x_n + \exp[-\gamma x_n t]} \}$$

また、 $\theta_i(m, k)$  は次の式を満たす。

$$(u_1 + v_1 \exp(-\lambda t)) \prod_{n=m+1}^N \{u_n + v_n \exp(-\lambda t)\} = \sum_{i=0}^{N-m+1} \theta_i(m, k) \exp(-a_i t)$$

ここで、

$$u_n = u_n(x_n, z_n) = x_n + (1-x_n)z_n$$

$$v_n = v_n(k, x_n, z_n)$$

$$= (1-x_n)(1-2z_n) \exp(-\lambda(k-1)D)$$

とする。

更に、時間に関する条件を積分によってはさすと

$$P_{XZ}^{f1}(k) = \sum_{m=k}^N \int_{(m-k)D}^{(m-k+1)D} P_{XZ}^{f1}(k, t) \{ [x_k + (1-x_k)(1-e^{-\lambda(k-1)D})] \gamma e^{-\gamma t}$$

$$+ (1-x_k)e^{-\lambda(k-1)D} \lambda e^{-\lambda t} \} dt$$

$$+ \int_{(N-k+1)D}^{\infty} P_{XZ}^{f1}(k, t) \{ [x_k + (1-x_k)(1-e^{-\lambda(k-1)D})] \gamma e^{-\gamma t}$$

$$+ (1-x_k)e^{-\lambda(k-1)D} \lambda e^{-\lambda t} \} dt \quad (k \neq 1)$$

$$P_{XZ}^{f1}(1) = \int_0^{\infty} P_{XZ}^{f1}(1, t) \{ [x_1 + (1-x_1)(1-e^{-\lambda ND})] \gamma e^{-\gamma t}$$

$$+ (1-x_1)e^{-\lambda ND} \lambda e^{-\lambda t} \} dt$$

$$\int_{(m-k)D}^{(m-k+1)D} P_{XZ}^{f1}(k, t) \{ [x_k + (1-x_k)(1-e^{-\lambda(k-1)D})] \gamma e^{-\gamma t} + (1-x_k)e^{-\lambda(k-1)D} \lambda e^{-\lambda t} \} dt$$

$$= A_k B_{km} \sum_{i=0}^{N-m+1} \theta_i(m, k) \int_{(m-k)D}^{(m-k+1)D} \exp[-(C_{km} + a_i)t] [\omega_1(k) e^{-\gamma t} + \omega_2(k) e^{-\lambda t}] dt$$

$$= A_k B_{km} \sum_{i=0}^{N-m+1} \theta_i(m, k) \left\{ \frac{\omega_1(k)}{C_{km} + a_i + \gamma} \exp[-(C_{km} + a_i + \gamma)(m-k)D] [1 - \exp(-(C_{km} + a_i + \gamma)D)] \right. \\ \left. + \frac{\omega_2(k)}{C_{km} + a_i + \lambda} \exp[-(C_{km} + a_i + \lambda)(m-k)D] [1 - \exp(-(C_{km} + a_i + \lambda)D)] \right\}$$

$$\omega_1(k) = \gamma [x_k + (1-x_k)(1-e^{-\lambda(k-1)D})]$$

$$\omega_2(k) = \lambda (1-x_k) e^{-\lambda(k-1)D}$$

$$\int_{(N-k+1)D}^{\infty} P_{XZ}^{f1}(k, t) \{ [x_k + (1-x_k)(1-e^{-\lambda(k-1)D})] \gamma e^{-\gamma t} + (1-x_k)e^{-\lambda(k-1)D} \lambda e^{-\lambda t} \} dt$$

$$= A_k B_{kN'} \int_{(N-k+1)D}^{\infty} e^{-C_{kN'}t} (\omega_3(k) e^{-\gamma t} + \omega_4(k) e^{-\lambda t}) dt$$

$$= A_k B_{kN'} \left\{ \frac{\omega_3(k)}{C_{kN'} + \gamma} e^{-(C_{kN'} + \gamma)(N-k+1)D} + \frac{\omega_4(k)}{C_{kN'} + \lambda} e^{-(C_{kN'} + \lambda)(N-k+1)D} \right\}$$

$$\omega_3(k) = \gamma [x_k + (1-x_k)(1-e^{-\lambda(k-1)D})]$$

$$\omega_4(k) = \lambda (1-x_k) e^{-\lambda(k-1)D}$$

さらに送信失敗のときパケットを回収し終わるまでに3ND時間かかる。この間の状態遷移確率は、送信結果に拘らず次式で与えられる。

$$\begin{aligned} T_{ZY}(k) &= f_{ZY}(k) \prod_{n=2}^{N-k+1} [Y_n + \exp(-3\lambda ND) - 2Y_n \exp(-3\lambda ND)]^{1-Z_{n+k-1}} \\ &\quad \prod_{n=N-k+2}^N [Y_n + \exp(-3\lambda ND) - 2Y_n \exp(-3\lambda ND)]^{1-Z_{n-N+k-1}} \\ f_{ZY}(k) &= Y_1 \prod_{n=2}^{N-k+1} [(1-Z_{n+k-1})(1-Y_n) + Y_n] \prod_{n=N-k+2}^N [(1-Z_{n-N+k-1})(1-Y_n) + Y_n] \end{aligned}$$

従って、ある隠れマルコフ点で状態がXであったときに最初の送信開始後3NDの時点で状態がYである確率  $p_{XY}^a$  は、

$$p_{XY}^a = \sum_{k=1}^N \sum_Z p_{XZ}^{f1}(k) T_{ZY}(k)$$

となる一方このとき送信に成功し、状態がXからYへ遷移する確率  $p_{XY}^{s2}$  は、前述の  $p_{XY}^s$  において  $\alpha = 2ND$  とすれば求められる。

これらから次式が得られる。

$$p_{XY}^f = p_{XY}^a - p_{XY}^{s2}$$

C S M A / C D モードの初期状態ベクトルを  $X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_N^0)$  とするとき、その確率  $\pi_{X^0}$  は、

$$\pi_{X^0} = (1 - x_1^0) \prod_{n=2}^N [x_n^0 + \exp(-\lambda(N-n+1)D) - 2x_n^0 \exp(-\lambda(N-n+1)D)]$$

となる。

次にある隠れマルコフ点で、システムの状態がXである場合の回線の空き期間を表す分布関数のラプラス・スティルチエス変換形を  $L_X^*(s)$  とすると、

$$\begin{aligned} I_X^*(s) &= \int_0^\infty \lambda_1(z) \exp(-\lambda_1(z)t) P_1'(1,t) \exp[-s(t+ND)] dt \\ &+ \sum_{k=2}^N \int_0^\infty \lambda_k(z) \exp(-\lambda_k(z)t) P_1'(k,t) \exp[-s(t+(k-1)D)] dt \end{aligned}$$

となり、この積分を計算すると次式となる。

$$\begin{aligned} I_X^*(s) &= \frac{\lambda_1(z)}{s + \sum_{n=1}^N \lambda_n(z)} \exp[-sND - D \sum_{n=2}^N \lambda_n(z)(N-n+1)] \\ &+ \sum_{k=2}^N \lambda_k(z) \left[ \sum_{\ell=0}^{N-k} \frac{1}{(s + \sum_{n=2}^N \lambda_n(z))^{\ell+1}} \exp[-(s + \sum_{n=2}^{k+\ell} \lambda_n(z))\ell D + D \sum_{n=2}^{k+\ell} \lambda_n(z)(n-k) \right. \\ &\quad \left. - (k-1)Ds] \left\{ \exp[-(s + \sum_{n=2}^{k+\ell} \lambda_n(z))D] - 1 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{s + \sum_{n=1}^N \lambda_n(z)} \exp[-(s + \sum_{n=2}^N \lambda_n(z))(N-k+1)D + D \sum_{n=2}^N \lambda_n(z)(n-k) - (k-1)Ds] \right] \end{aligned}$$

今、ある隠れマルコフ点で状態が X であったときに、最初に送信が成功するまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形を  $ID_X^*(s, \alpha)$  とすると次の式を満足する。

$$ID_X^*(s, \alpha) = \sum_Y P_{XY}^S I_X^*(s) \exp(-s\alpha) + \sum_Y P_{XY}^F I_X^*(s) \exp(-3sND) ID_Y^*(s, \alpha)$$

ここで、 $i = \sum_{n=1}^N X_n 2^{n-1}$  として各状態に一意的な番号付を行い、上式を行列形に直すと、

$$ID^*(s, \alpha) = P^{S*}(s, \alpha)H + P^{F*}(s)ID^*(s, \alpha)$$

但し、

$$[P^{S*}(s, \alpha)]_{XY} = P_{XY}^S I_X^*(s) \exp(-s\alpha)$$

$$[P^{F*}(s)]_{XY} = P_{XY}^F I_X^*(s) \exp(-3sND)$$

$H$  は全ての要素が 1 である縦ベクトルである。これを  $ID^*(s, \alpha)$  について解くと、

$$ID^*(s, \alpha) = [I - P^{f*}(s)]^{-1} P^{s*}(s, \alpha) H$$

となる。これらから C S M A / C D モードにおいて始めてパケットの送信が成功するまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形  $ID^*(s, \alpha)$  は、次のようになる。

$$ID^*(s, \alpha) = \sum_{X_0} \pi_{X_0} ID^*(s, \alpha)$$

#### 4. 2. トーケン・モード

C S M A / C D モードで送信成功パケットを出し終わった時点をトーケン・モードの始まる時点とする。トーケン・モードでは、ある端末がパケットを出し終わった時点を隠れマルコフ点とする。また各マルコフ点において端末の番号を送信直後の端末を 1 とし、トーケンが回る方向へ順次 2, 3, . . . , N と付けかえる。従って  $X_1$  は常に 0 となる。今、ある隠れマルコフ点でシステムの状態が  $X$  であり、次の隠れマルコフ点で状態  $Y$  に遷移する確率  $P_{XY}^t$  を考える。それに先立ちある隠れマルコフ点以後端末  $k$  が最初に送信する場合の遷移確率を  $P_{XY}^t(k)$  とすると、

$$P_{XY}^t(k) = \prod_{\ell=2}^{k-1} (1-X_\ell) \exp[-(\ell-1)\lambda D] [1-\exp(-(k-1)\lambda D)]^{1-X_k} P_{XY}^t(k, \alpha)$$

但し

$$P_{XY}^t(k, \alpha) = (1-X_1)(1-Y_1)$$

$$\prod_{n=2}^{N-k+1} [Y_n + \exp[-\lambda(\alpha+(k-1)D)] - 2Y_n \exp[-\lambda(\alpha+(k-1)D)]]^{1-X_{n+k-1}}$$

$$\prod_{n=N-k+2}^N [Y_n + \exp[-\lambda(\alpha+(N-n+1)D)] - 2Y_n \exp[-\lambda(\alpha+(N-n+1)D)]] f_{XY}^t(k)$$

これからトークン・モードにおける状態 X から状態 Y への遷移確率  $p_{XY}^t$  は、

$$p_{XY}^t = \sum_{k=2}^N p_{XY}^t(k)$$

ここで、ある隠れマルコフ点でシステムの状態が X であり、次に最初にシステムの状態が 0 ( $X_n = 0$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ) に遷移するまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形を  $D_i(s)$ 、次の隠れマルコフ点で 0 に遷移するときの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形を  $R_i(s)$ 、次の隠れマルコフ点で 0 以外の状態 Y に遷移するときの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形を  $[Q(s)]_{ij}$  とする。また、

$$D^*(s) = (D_1(s), D_2(s), \dots, D_{2N-1})^T$$

$$R(s) = (R_1(s), R_2(s), \dots, R_{2N-1})$$

とすると、

$$D'(s) = [I - Q(s)]^{-1} * R(s)$$

ここで、I は  $(2^N - 1) \times (2^N - 1)$  の単位行列で

$$[Q(s)]_{ij} = \sum_{k=2}^N p_{ij}^t(k) \exp[-s((k-1)D + \alpha)] \quad (i, j \neq 0)$$

$$i = \sum_{n=1}^N X_n 2^{n-1}$$

$$j = \sum_{n=1}^N Y_n 2^{n-1}$$

$$R_i(s) = \sum_{k=2}^N p_{i0}^t(k) \exp[-s((k-1)D + \alpha)]$$

である。トークン・モードのある隠れマルコフ点にお

いて状態がOであり、次に最初に状態Oに遷移するまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形を、 $U^*(s)$ とする。また、1ステップの遷移で状態Oから状態Oへ遷移するときの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形  $P_{00}(s)$  は、次の式で与えられる。

$$P_{00}(s) = \sum_{k=2}^N P_{00}^t(k) \exp(-s((k-1)D + \alpha))$$

また、状態OからO以外の状態Yへ遷移するときの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形を  $S_j(s)$  とすると、

$$S_j(s) = \sum_{k=2}^N P_{0j}^t(k) \exp[-s((k-1)D + \alpha)] \quad (j \neq 0)$$

ここで、 $\mathbf{S} = (S_1(s), S_2(s), \dots, S_{2N-1}(s))$  とすると、

$$U^*(s) = P_{00}(s) + \mathbf{S}(s)[\mathbf{I} - \mathbf{Q}(s)]^{-1} \mathbf{R}(s)$$

状態Oからトークン・モードが終了する確率  $q$  は、

$$q = 1 - \sum_Y P_{0Y}^t$$

であり、最後にパケットを送信した端末が自局のパケットをND後に回収した時点でトークン・モードは終了する。

$$q^*(s) = q \cdot \exp(-sND)$$

さらに

$$D_0(s) = 1$$

と定義し、

$$\mathbf{D}(s) = (D_0(s), D_1(s), \dots, D_{2N-1}(s))^T$$

とすると、トークン・モードが状態iで始まって終わるまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形  $ID_i^{t*}(s, \alpha)$  は、

$$ID_i^{t*}(s, \alpha) = D_i(s) [1 - U^*(s)]^{-1} q^*(s)$$

$$ID^{t^*}(s, \alpha) = D(s) [1 - U^*(s)] q^*(s)$$

$$\text{但し、 } ID^{t^*}(s, \alpha) = (ID_0^{t^*}(s, \alpha), ID_1^{t^*}(s, \alpha), \dots, ID_{2N-1}^{t^*}(s, \alpha))^T$$

ここで、CSMA/CDモードが始まってから送信成功パケットを出し終わったときのシステムの状態の定常分布  $\Delta(\alpha)$  は、

$$\Delta(\alpha) = \pi(I - P^f)^{-1} P^s$$

但し、

$$[P^f]_{ij} = p_{ij}^f, \quad [P^s]_{ij} = p_{ij}^s, \quad [\pi]_i = \pi_i, \quad i = \sum_{n=1}^N x_n^0 2^{n-1}$$

これは、トークン・モードの初期状態の定常分布となっている。従って、トークン・モードが始まってから終わるまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチエス変換形  $ID^{t^*}(s, \alpha)$  は、

$$ID^{t^*}(s, \alpha) = \Delta(\alpha) ID^{t^*}(s, \alpha)$$

次に、トークン・モードの間に送信成功したパケット数を考える。このモードに入つてから最初に状態 0 に遷移するまでの送信成功パケット数の平均を  $m_1$ 、状態 0 に遷移後、次に再び状態 0 に遷移するまでに送信成功したパケット数の平均を  $m_2$  とする。また、トークン・モードに入つてから最初に状態 0 に遷移するまでの回線保留期間の長さの分布のラプラス・スティルチエス変換形を  $ID^{t^*}(s, \alpha)$ 、状態 0 から次に再び状態 0 に遷移するまでの回線保留期間の長さの分布のラプラス・スティルチエス変換形を  $U^{t^*}(s, \alpha)$  とする。

$$[Q'(s)]_{ij} \equiv \sum_{k=2}^N P_{ij}^t(k) \exp(-s\alpha) \quad (i, j \neq 0)$$

$$R'_i(s) \equiv \sum_{k=2}^N P_{i0}^t(k) \exp(-s\alpha) \quad (i \neq 0)$$

$$S'_j(s) \equiv \sum_{k=2}^N P_{0j}^t(k) \exp(-s\alpha) \quad (j \neq 0)$$

$$\mathbf{R}'(s) = (R'_1(s), \dots, R'_{2^N-1}(s))^T$$

$$\mathbf{S}'(s) = (S'_1(s), \dots, S'_{2^N-1}(s))$$

$$P'_{00}(s) \equiv \sum_{k=2}^N P_{00}^t(k) \exp(-s\alpha)$$

の様に定義すると、

$$U'^*(s, \alpha) = P'_{00}(s) + S'(s)[I - Q'(s)]^{-1}R'(s)$$

$$m_2 = -\frac{1}{\alpha} \frac{d}{ds} U'^*(s, \alpha) \Big|_{s=0}$$

$$ID_i^{t'*}(s, \alpha) = [[I - Q'(s)]^{-1}R'(s)]_i \quad (i \neq 0)$$

$$ID_0^{t'*}(s, \alpha) = U'^*(s, \alpha)$$

とすると、

$$ID^{t'*}(s, \alpha) = \Delta(\alpha) ID^{t'*}(s, \alpha)$$

$$\text{但し } ID^{t'*}(s, \alpha) = (ID_0^{t'*}(s, \alpha), \dots, ID_{2^N-1}^{t'*}(s, \alpha))^T$$

$$m_1 = -\frac{1}{\alpha} \frac{d}{ds} ID^{t'*}(s, \alpha) \Big|_{s=0}$$

1回のトークン・モードの間に送信成功したパケット数の平均  $M$  は、

$$M = \sum_{k=1}^{\infty} q(1-q)^{k-1} (m_1 + (k-1)m_2)$$

$$= m_1 + \frac{1-q}{q} m_2$$

今、CSMA/CDモードの時間間隔分布の平均を  
 $L_C$ 、トークン・モードのそれを $L_T$ とすると、スループット $S$ は、次式となる。

$$S = \frac{1+M}{L_C + L_T}$$

$$L_C = -\frac{d}{ds} ID^*(s, \alpha) \Big|_{s=0}$$

$$= -P[I - P^{f*}(0)]^{-1} [P^{s*(1)}(0, \alpha)H + P^{f*(1)}(0)ID^*(0, \alpha)]$$

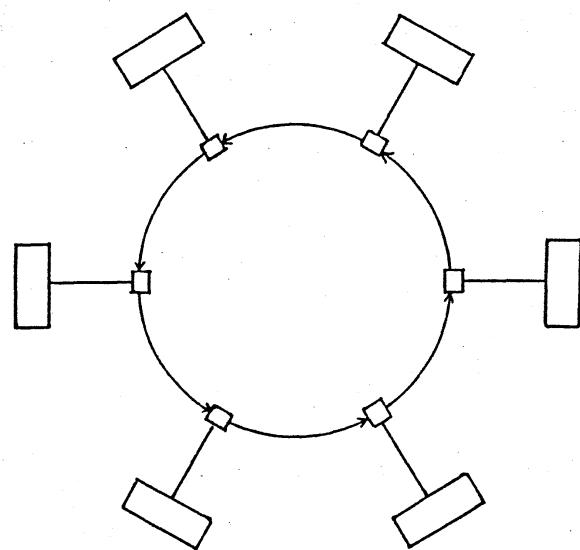
$$L_T = -\frac{d}{ds} ID^t(s, \alpha) \Big|_{s=0}$$

$$\begin{aligned} &= -\Delta(\alpha) \left[ D^{(1)}(0) [1 - U^*(0)] q^*(0) \right. \\ &\quad \left. + D(0) \{ [1 - U^*(0)]^{-2} U^{*(1)}(0) q^*(0) + [1 - U^*(0)] q^{*(1)}(0) \} \right] \end{aligned}$$

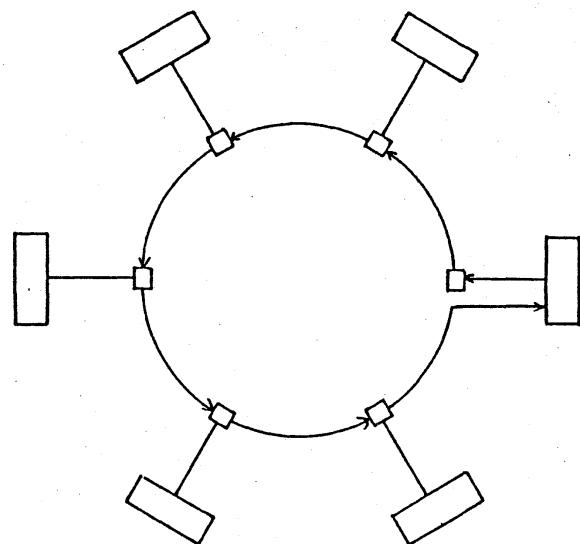
## 5. むすび

本稿では、リング型ネットワークにおいてCSMA/CD方式とトークン・リング方式の両プロトコルを有するコンテンツ・リング方式の性能評価を、マルコフ解析を用いて行った。

今後、コンテンツ・リング方式の種々の特性を明らかにするため、CSMA/CD方式やトークン・リング方式とも比較し更に精密な解析を行うことが課題である。



( a ) リング形態



( b ) 送信成功 ( CSMA/CDモード )

図 2 . 1 コンテンション・リングの構成

参考文献

- [ 1 ] 岡田博美，大野聰，“LANにおけるコンテンション・リング方式の近似解析”，電子通信学会第1回交換情報ネットワーク・ワークショップ研究会資料，pp.55-59，昭和60年3月。
- [ 2 ] F.A.Tobagi, "Distribution of Paket Delay and Interdeparture Time in Slotted ALOHA and Carrier Sense Multiple Access", J. ACM., vol.29, pp.907-927, Oct.1982.
- [ 3 ] P.Gopal and J.Wong, "Analysis of a Hybrid Token-CSMA/CD Protocol for Bus Networks" Proc. of the 2nd Symposium on Performance of Computer-Communication Systems, 1984.