数理解析研究所講究録
654巻 1988年 112-128

高次元領域上の函数環の峯集合について

奈良教育大学　神保敏弥（Toshiya Jimbo）

複素平面$\mathbb{C}$上の単位開円板Δで正則，$\bar{\Delta}$で連続な函数全体からなる円板環$A(\Delta)$においては，単位円周上の$A(\Delta)$に対する零集合，峯集合，峯補間集合の族は一致している．これらの集合は，Lebesgue測度0の閉集合である．

この円板環$A(\Delta)$を，Δで正則，$\bar{\Delta}$までC^∞級に拡張できる函数の環$A^\infty(\Delta)$に替えると，$A^\infty(\Delta)$に対する零集合はCarleson集合と呼ばれるLebesgue測度0の閉集合であり，$A^\infty(\Delta)$に対する峯集合は，有限個の点からなる集合となって大きな差があらわれる．

これらの話題を高次元領域上の函数族について考えてみるのは興味を引く問題であり，すでに多くの結果が知られているので，峯集合を中心に最近までの結果を簡単に紹介したい．

さて，$A(\Delta)$，$A^\infty(\Delta)$とくれば，次は$H^\infty(\Delta)$について対応する問題を考えるのは，自然なことかもしれない．ここで$H^\infty(\Delta)$は，Δで有界な正則函数全体からなる環である．最近　高次

元の領域の場合で，R. Saerens が峯補間集合の結果を出しているので紹介したい．

§1. A(D) に対する峯集合

この節では，D を $\mathbb{C}^n$ の有界領域とし，A(D) を D で正則，$\overline{D}$ で連続な函数の全体からなる函数環とする．Γ を A(D) に対する Shilov 境界とし，Γ の各点は A(D) に対する峯点からなるものとする．E を Γ の閉部分集合として，始めに述べた各集合の定義は，次のように与えられる．

$$E : \text{零集合} \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \exists f \in A(D)\ ;\ f^{-1}(0) = E.$$

$$E : \text{峯集合} \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \exists f \in A(D)\ ;\ E\text{上で } f = 1,\quad \overline{D}\setminus E \text{ 上で } |f| < 1.$$

（特に E が一点からなるとき，峯点と呼ばれる．）

$$E : \text{峯補間集合} \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} {}^{\forall} g \in C(E) \text{ に対して，} \exists f \in A(D)\ ;\ E\text{上で } f = g,\ \overline{D}\setminus E \text{ 上で } |f| < \max_{z\in E} |g(z)| = \|g\|_E$$

ここで C(E) は E 上の連続函数の全体．定義からただちに A(D) に対する峯補間集合は峯集合であり，峯集合は零集合である．これらを簡略に

$$(\mathrm{PI}) \Longrightarrow (\mathrm{P}) \Longrightarrow (\mathrm{Z})$$

と書くことにする．

問題：どんな領域に対して逆向きの命題が成立するか？

即ち　(Z) ⇒ (P)，(P) ⇒ (PI)？

高次元領域に於ける出発点は多重円板Δ^nと超球 ball B_n であろう．次の定理は Rudin の単行本[ ]の第六章に詳しくのっているが　証明のポイントを見てみよう．

定理 1.1　多重円板環においては，次が成立する．

$$(PI) \Longleftrightarrow (P) \Longleftrightarrow (Z).$$

まず，零集合Eが峯集合であることは，$\overline{\Delta^n}\backslash E$が単連結であることから，Eを峯集合として定める函数を具体的に作ることが出来る．例えば，$E=f^{-1}(0)$，$f\in A(\Delta^n)$，$\|f\|_{\overline{\Delta^n}}<1$ の函数 f によって，函数　$\dfrac{\log f}{-1+\log f}$

をとれば良い．　$\overline{D}\backslash E$が単連結とは限らない強擬凸領域の場合は，次の定理で述べるように，$\bar{\partial}$ 問題の解を用いてEを峯集合とする函数が作られる．

$A(\Delta^n)$ に対する峯集合が峯補間集合であることを言うのには函数環の理論が役立っている．定理 1.3 の証明にも，この証明の流れが参考となっているので，大筋を述べておく．

制限環 $A(\Delta^n)|E$ は函数環であり，その極大イデアル空間はEである．$f\in A(\Delta^n)|E \Rightarrow \bar{f}\in A(\Delta^n)|E$ であるので，Stone-Weierstrass の定理によって，$A(\Delta^n)|E=C(E)$ となる（この性

質をもつEは補間集合と言われる)．Eは補間集合で，Eの各点が峯点よりなるので，$A(\Delta^n)$と直交するΓ上の正則な測度μに対しては$|\mu|(E)=0$となる(∵ Varopoulosの定理)．測度について，Eがこの性質をもつとBishopの結果から，Eは峯補間集合である．

これらと関連する函数環での話題は，Stout [20]，Browder [1]に詳しくまとめられている．

さて強擬凸領域と擬凸領域の定義をあげておく．Uを$\bar{D}$の近傍とし，ρをUでの実C^2級函数で

$$D=\{z\in U:\rho(z)<0\}$$

とする．DがC^2級の強擬凸領域であるとは，$\xi=(\xi_1,\cdots,\xi_n)\in\mathbb{C}^n\setminus\{0\}$に対して

$$L[\rho,\xi](z)\equiv\sum_{j,k=1}^{n}\frac{\partial^2\rho(z)}{\partial z_j\partial\bar{z}_k}\xi_j\bar{\xi}_k>0\ ,\quad z\in U$$

を満たし，$d\rho\neq0$ on ∂Dを満たすときを言う．上式で≥0を満すならば，Dは弱擬凸領域と呼ばれる．>0を満さない∂Dの点全体の集合を退化集合という．超球B_nは強擬凸領域の例である．次の定理はCholletの結果である．

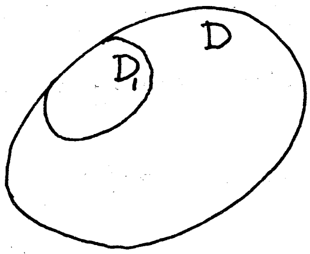
定理1.2　DをC^3級の強擬凸領域とすれば，A(D)に対して

$$(\mathrm{PI})\Longleftrightarrow(\mathrm{P})\Longleftrightarrow(\mathrm{Z})\quad\text{が成立する．}$$

特に，超球環$A(B_n)$に対しても成立する．

まず，$(\mathrm{Z})\Rightarrow(\mathrm{P})$を示すための重要なところは，局所的な零

集合がA(D)の峯集合であると言うことである．もう少していねいに言えば，EをA(D)に対する零集合とし，D_1をDに含まれ，C^3級強擬凸領域で，単連結で，$\partial D_1 \cap \partial D$は$\partial D$での開集合を含むようにとる．すると定理1.1で説明したように，$E \cap \partial D_1$は$A(D_1)$に対する峯集合である．したがって$E \cap \partial D_1$が（証明ではこの一部分），A(D)の峯集合になることを示すのに，$L^\infty(D)$-dataをもつ$\bar\partial$問題の解（$\bar{D}$で連続函数）を用いて，峯集合を定義できるA(D)の函数を作って見せるところが重要である．この$\bar\partial$問題の定理はKerzmanの結果である．



(P) ⇒ (PI)の証明は，円板環A(△)のときと同様に次の事実から導びかれる：μをA(D)に直交する$\Gamma = \partial D$上の正の正則な測度とすれば，μはD内のある点を表現する測度νに関して絶対連続である．これはCole-Rangeの定理である．

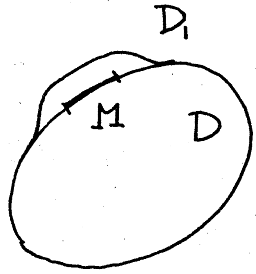
多重円板環では，このことが言えないので前のような証明になっている．

3頁の最初に述べた問題をより一般の領域で考えるとすれば，次は擬凸領域であろう．強擬凸に近い弱擬凸をまず取り上げてみる．定理の中での用語の定義は，次節でなされる．Dの仮定をさらに弱められるかは，分からない．

定理 1.3　D を C^∞ 級の弱擬凸領域とする．∂D の退化集合 M が，C^∞ 級 totally real 部分多様体ならば，(PI) $\Longleftrightarrow$ (P).

証明のポイントは，μ を $A(D)$ に直交する測度とするとき，峯集合 E に対して，$|\mu|(E\setminus M)=|\mu|(E\cap M)=0$ 示すことである．

$|\mu|(E\setminus M)=0$ を示すためにには，



M 以外の所では境界が一致し，M の近くでは少しふくらんだ強擬凸領域 D_1 を作り $\partial D_1\cap\partial D$ における局所的な峯集合が，定理 1.2 の時のように，$A(D_1)$ の峯集合になることから分かる．図のような D_1 が作れることは，Nagel－Rudin の定理による．

$|\mu|(E\cap M)=0$ については，まず前半のことから $E\cap M$ が峯集合となるので，定理 1.1 の時のように $A(D)|E\cap M$ は函数環であり，その極大イデアル空間は $E\cap M$ である．$H(E\cap M)$ を，$E\cap M$ 上で正則な函数の一様収束の極限となる函数の全体とすれば，M の仮定より，$H(E\cap M)=C(E\cap M)$. Arens－Calderon の定理を用いると，$H(E\cap M)=A(D)|E\cap M$ を得る．ゆえに $E\cap M$ は峯集合で補間集合だから（又は Varopoulos の定理から）$|\mu|(E\cap M)=0$ を得る．

さて多重円板を一般化した領域としては，D が良い性質を持つ解析的多面体のときも，(PI) $\Longleftrightarrow$ (P) $\Longleftrightarrow$ (Z) が成立することが知られている（A. Sakai [15]）．証明の流れは定理 1.1

のようであるが，$A(D)|E = C(E)$ を示すための $H(E) = C(E)$ の部分は，totally real set のコンパクトな部分集合に対してはこのことが成立するという定理を証明して，それを用いている．最近，Verdera [19] は次の結果を示している．これによれば 前の定理1.3 の結論は (PI) $\Longleftrightarrow$ (P) $\Longleftrightarrow$ (Z) となる．

定理1.4　D を C^∞ 級の弱擬凸領域とすれば，A(D) に対して，(P) $\Longleftrightarrow$ (Z) が成立する．

峯集合を定義する函数を，零集合 E を定義している函数 f から構成することを保証するのが，次の可換図である．

$$\begin{array}{ccc} A(D)^*/\exp A(D) & \xrightarrow{\alpha} & H^1(\overline{D}, \mathbb{Z}) \\ \downarrow \delta & & \downarrow \gamma \\ \mathcal{O}(D)^*/\exp \mathcal{O}(D) & \xrightarrow{\beta} & H^1(D, \mathbb{Z}) \end{array}$$

ここで，$\mathcal{O}(D)$ は D で正則な函数の全体，$\mathcal{O}^*(D)$ はその中で可逆元全体の乗法群，$H^1(D, \mathbb{Z})$ は整数値をとる Cech のコホモロジー群である．α, β, γ はそれぞれ，Arens-Royden の定理，代数幾何の結果，加法的 Cousin 問題が解けることから同型である．これより δ も同型となる．すると $F \equiv f|D \in \mathcal{O}(D)^*$ であるので，δ によって，ある $g \in A(D)^*$，$h \in \mathcal{O}(D)$ が存在して

$$F(z) = g(z)e^{h(z)}, \quad z \in D$$

とかける．h を $\overline{D} \setminus E$ に連続的に拡張して，さらに $\mathrm{Re}\, h < 0$ と仮定しても良いので，函数 $\dfrac{h}{h-1}$ を考えれば良い．

さて弱擬凸領域の簡単な例をあげて，この節を終る．

例．$D=\{z=(z_1,z_2)\in\mathbb{C}^2 : |z_1|^4+|z_2|^4-1<0\}$ のとき $A(D)$ に対する零集合，峯集合，峯補間集合の族は一致する．

§2．$A^m(D)$ に対する峯集合となる多様体

この節では，D を $\mathbb{C}^n$ の有界領域とし，$A^m(D)$ を，D の内部で正則，$\overline{D}$ の外部まで C^m 級に拡張できる $\overline{D}$ 上の函数全体からなる多元環とする．$m=1,2,\cdots,\infty$ とする．

∂D の閉部分集合 E が，$A^m(D)$ に対する零集合であることや峯集合であることの定義は，§1 と同様である．

E が $A^m(D)$ に対して，弱い意味での局所峯集合であるとは，$\forall p\in E$ に対して，p の開近傍 U と，$f\in A^m(U\cap D)$ をえらんで，$E\cap\overline{U}$ 上で $f=1$，$\overline{D\cap U}\setminus E$ 上で $|f|<1$ を満すときを言う．この定義で $f\in A^m(U\cap D)$ を $f\in A^m(D)$ に替えた場合には，E を $A^m(D)$ に対する局所峯集合という．

問題　これらの峯集合を特徴づける性質は何か？

ここではまず，$D=\{z\in U : \rho(z)<0\}$ を C^∞ 級強擬凸領域とし，M を C^∞ 級の ∂D の実部分多様体とする．$p\in M$ に対して，$T_p(M)$ を p での実接空間，$T_p^c(M)$ を $T_p(M)$ 内に含まれる最大の複素接空間とする．$T_p^c(M)$ は又次のようにも表わされる：$$T_p^c(M)=T_p(M)\cap iT_p(M).$$

例えば $\qquad T_p^c(\partial D)=\{w=(w_1,\cdots,w_n):\ \sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\rho}{\partial z_j}(p)\,w_j=0\}$

とみなせる．前節定理1.3 の中にある totally real (全実)部分多様体の定義は，$T_p^c(M)=\{0\}$, $p\in M$ を満すMのことである．

さて 次の complex tangential condition と呼ばれる条件が多くの人達によって注目された：

$$(*)\qquad T_p(M)\subset T_p^c(\partial D)\ ,\quad p\in M.$$

W. Rudin は (*)を満すMのコンパクト部分集合は，$A(D)$ に対する峯集合であることを証明した．又 Burns Jr − Stout は次の事を示した：∂D の実解析的多様体M上の任意の実解析的函数が $\overline{D}$ のある近傍まで正則に拡張できる為の必要十分条件は，Mが(*)を満すことである．Rudin と同様の結果が，A. Nagel，Tumanov − Henkin の論文に見られる．

前述の問題の解答として，Hakim − Sibony は次の定理を与えた．

定理 2.1 Mが $A^\infty(D)$ に対する局所峯集合であるための必要十分条件は，Mが (*) を満すことである．

簡単のためにこのように述べたが，元の論文では，Eが $A^2(D)$ に対する局所峯集合ならば，Eは局所的に C^1級の totally real部分多様体Mで次の条件を満すものに含まれる：

$$T_p(M)\subset T_p^c(\partial D)\ ,\quad p\in E\ .$$

となっている．十分性は同じ．一行上の $p\in E$ を $p\in M$ に

出来ることは Chaumat − Chollet によって証明された.

この定理の証明で,条件(*)によって,局所峯集合であると定める函数を構成するのに, J. J. Kohn による C^∞-data の $\bar\partial$ 問題の解(C^∞級函数)が用いられている. これに至る準備の計算は長い.

この定理は 後に続く定理の基となっている. それは証明をこの定理に帰着させるからである.

D が単位多重円板 Δ^n のとき やはり complex tangential 条件に対応するものがある.

$$T^n = \{(e^{i\theta_1}, \cdots, e^{i\theta_n}) : \theta_j \in R,\ j=1,\cdots,n\}$$

とし, $p \in T^n$ に対して, C_p を $(\partial/\partial\theta_1)_p, \cdots, (\partial/\partial\theta_n)_p$ によって生成される $T_p(T^n)$ 内の正凸錐とする. その条件は cone condition と呼ばれるもので, M が T^n の C^∞級実部分多様体のとき次を満すことである:

$$(**) \qquad T_p(M) \cap \overline{C_p} = \{0\}, \quad p \in M.$$

この性質が導かれるには,強擬凸の時と同様に いくつかの論文が,暗に示唆していた. M が T^n の実解析的多様体の時 M 上の任意の実解析的函数が, $\overline{\Delta^n}$ のある近傍まで正則に拡張できる十分条件として, Burns − Stout が (**) を与えている.

$A^\infty(\Delta^n)$ に対する内 C^∞ 多様体 M の場合の次の結果は, Saerens − Stout [17] と Saerens [16] の論文による.

定理2.2　Mが $A^\infty(\Delta^n)$ に対する局所峯集合であるための必要十分条件は，Mが cone conditio (**) を満すことである．

この定理も一方は，Eが局所峯集合とすれば，(**) 条件を満す C^∞ 実部分多様体に含まれるとして良いのだが，簡単のために上のようにまとめた．強擬凸の場合も多重円板の場合もHopfの補題で，局所峯集合を定義する函数から望まれた多様体を作っている．十分性の証明は，Mを境界 ∂D に含み定理2.1が適用できるような強擬凸領域Dを構成することが肝心な点である．

さて　領域Dを少し一般的な場合としてみる．

$D=D_1\times D_2$，D_1, D_2 は C^∞ 級の強擬凸領域とする．

このとき，C^∞ 実多様体 $M\subset\partial D_1\times\partial D_2$ が弱い意味で $A^\infty(D)$ の峯集合となるための条件を述べるために記号を定める．

$\Gamma=\partial D_1\times\partial D_2$ とおき，$p\in\Gamma$ ととる．D_ν の定義函数を ρ_ν とし

$$\tau_p^\nu = i\,(\mathrm{grad}\,\rho_\nu)_p / |(\mathrm{grad}\,\rho_\nu)_p| \quad , \nu=1,2$$

とする．$\lambda=(\lambda_1, \lambda_2)$，$\lambda_1>0, \lambda_2>0$ に対して，

$$\Lambda_p(\lambda)=\left\{\sum_{\nu=1}^{2} t_\nu\tau_p^\nu : t_\nu\in\mathbb{R},\ \sum_{\nu=1}^{2} t_\nu\lambda_\nu=0\right\}$$

とおく．A. Sakai－T. Jimbo は　次の特徴づけを与えた．

定理2.3　$\partial D_1\times\partial D$ の C^∞ 級部分多様体が弱い意味での局所峯集合となるための必要十分条件は，Mが次の性質を持つこ

とである．Mの開近傍でのC^∞級ベクトル値函数 $\lambda=(\lambda_1, \lambda_2)$ が次のようにとれる：$\lambda_\nu>0$ かつ

(1) $$T_p(M) \subset T_p^c(\Gamma) \oplus \Lambda_p(\lambda(p)), \quad p\in M.$$

この条件は，Dが1つの強擬凸領域のときは，$\Lambda_p(\lambda(p))=\{0\}$ となるので，complex tangential条件となる．またDを $n=2$ の多重円板Δ^2とすれば，$T_p^c(\Gamma)=\{0\}$ だから，cone条件(**)と一致している．

この定理の十分性の証明は，前に述べたようにMを境界に含む強擬凸領域を構成すればよい．この領域を定める定義函数ρは次のように定める．$\alpha_\nu(p)=|(\mathrm{grad}\,\rho_\nu)_p|$，$\beta_\nu=\alpha_\nu^{-1}\lambda_\nu$ かつ

$$\rho=\beta_1\rho_1+\beta_2\rho_2+c(\rho_1^2+\rho_2^2)$$

とおく．$p=0\in M$ とし，適当な座標変換の後，ρのLevi形式 $L[\rho,\xi](0)$ $(\xi\neq 0)$ を計算する．cを十分大きくとれば，このLevi形式が正となり，ρが望まれた函数であることが示される．このρによって局所的に $T_p(M)\subset T_p^c(\partial D)$ が成り立つことも示される．

ここで $D=D_1\times D_2$ 型の領域での例をあげておく．

例． $$D=\{(z_1, z_2, w_1, w_2)\in\mathbb{C}^4 : |z_1|^2+|z_2|^2<1,\ |w_1|^2+|w_2|^2<1\},$$

$$M=\{(e^{i\theta_1}\cos\phi,\ e^{i\theta_2}\sin\phi,\ e^{-i\theta_1}\cos\phi,\ e^{-i\theta_2}\sin\phi) : \phi, \theta_1, \theta_2\in\mathbb{R}\}$$

とすれば，M は $A^\infty(D)$ に対する峯集合である．M を峯集合に定める函数としては，正則函数 $f=z_1w_1+z_2w_2$ がある．M は勿論 (1) の条件を満している．

さて　前の領域 D は直積であったので　同じ D_1, D_2 で

$$D=D_1\cap D_2$$ の場合を考えてみる．

ただし　$\partial D_1\cap\partial D_2$ 上で $d\rho_1\wedge d\rho_2\neq 0$ とする．$\Gamma\equiv\partial D_1\cap\partial D_2$ の C^∞ 部分多様体 M が局所的に $A^\infty(D_1\cap D_2)$ の峯集合となる条件を探そう．$p\in\Gamma$ に対して，前の時より簡単に

$$\tau_\nu=i\,\mathrm{grad}\,\rho_\nu)_p,\quad \nu=1,2$$

とおき，$\lambda=(\lambda_1,\lambda_2)\in\mathbb{R}^2$ に対して

$$\Pi_p(\lambda)=\{v\in T_p(\Gamma):\langle v,\sum_{\nu=1}^{2}\lambda_\nu\tau_\nu\rangle=0\}$$

とおく．ここで $\langle\ ,\ \rangle$ は $\mathbb{R}^{2n}$ における内積とみる．

定理 2.4　(i)　M は $A^\infty(D_1\cap D_2)$ に対する峯集合とし，それを定義する函数 $f\in A^\infty(D_1\cap D_2)$ が　M 上で $df\neq 0$ を満すとする．このとき　M の開近傍上での C^∞ 級ベクトル値函数 $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2)$ で　次の条件を満すものがとれる：$\lambda_\nu\geqq 0$，$\lambda_1+\lambda_2>0$ かつ

(2)　$$T_p(M)\subset\Pi_p(\lambda(p)),\quad p\in M.$$

(ii)　逆に $\lambda_\nu>0$，$\nu=1,2$，である C^∞ 級函数があって，M が条件 (2) を満すならば，M は $A^\infty(D_1\cap D_2)$ に対する弱い意味での局所峯集合である．

この定理で，定理 2.3 を考えて見ることもできる．それは

$D_1 \times D_2$ を直積空間の中での共通部分 $\widehat{D_1} \cap \widehat{D_2}$ とみなし，ρ_ν も定義域を直積空間に自然に拡張して，Levi形式 $L[\rho_1+\rho_2,\xi](z)$ が，$\xi \neq 0$ で正ととらえるわけである．$\widehat{D_\nu}$ は擬凸領域である．

条件(2) の中の $\Pi_p(\lambda(p))$ が (1)の右辺の直和 $T_p^c(\Gamma)\oplus\Lambda_p(\lambda(p))$ のようには表わせない例がある．

領域 D の形を変えて 条件(1), (2) を求めたが，この節の問題を，D が弱擬凸領域の時に調べて見たいところである．D が強擬凸領域の場合，$A^m(D)$ に対する(局所)峯集合のいろいろな結果は Fornaess−Henriksen [6] によって，詳しくまとめられている．

最後の話題については，Saerens の論文 [16] を見てもらうのが一番良いが，紙数の関係で定義と定理を述べるのにとどめておく．

D は簡単に述べるために C^∞ 級の強擬凸領域とする．$\mathcal{M}(E)$ で，∂D の Borel 部分集合上の非負，σ−有限，正則な Borel 測度の空間を示すとする．E が $\mu \in \mathcal{M}(E)$ に対する峯補間集合であるとは次のときを言う．任意の $f \in L^\infty(E,\mu)\setminus\{0\}$ に対して 以下の条件を満す $\tilde{f} \in H^\infty(D) \cap C(\overline{D} \setminus \mathrm{supp}\,\mu)$ が存在することである：

(i) $\tilde{f}^* = f$, μ−a.e.

(ii) $|\hat{f}(z)| < \|f\|_{L^\infty(E,\mu)}$, $z \in D$,

(iii) $|\hat{f}^*(x)| < \|f\|_{L^\infty(E,\mu)}$, $x \in bD \setminus E$ ($\hat{f}^*$が存在する点).

ここで $\hat{f}^*$ は, $\hat{f}$の非接境界値を示す.

定理 2.5 (Saerens [16]) Eは∂DのBorel集合でそのあらゆるコンパクト部分集合がA(D)に対する峯補間集合であるとする. このときEは$\mathcal{M}(E)$内の任意の測度μに対する峯補間集合である.

定理 2.6 [16] Eは任意の測度$\mu \in \mathcal{M}(E)$に対する峯補間集合とする. このときEのあらゆるコンパクト部分集合がA(D)に対する峯補間集合である.

参考文献

[1] A. Browder, Introduction to Function Algebras, W. A. Benjamin Inc. New York, 1969.

[2] D. Burns, Jr., and E. L. Stout, Extending functions from submanifolds of the boundary, Duke Math. J., 43 (1976), 391-404.

[3] A.-M. Chollet, Ensemble de zéros, ensembles pics et d'interpolation pour A(D), unpublished.

[4] J. Chaumat and A.-M. Chollet, Ensembles pic pour $A^\infty(D)$, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 29 (1979), 171-200.

[5] J. Chaumat and A.-M. Chollet, Characterisation et propriétes des ensembles localement pic de $A^\infty(D)$, Duke Math. J. 47 (1980), 763-787.

[6] J. E. Fornæss and B. S. Henriksen, Peak sets for $A^k(D)$, Proc. Symp. Pure Math., 41 (1984), 69-75.

[7] M. Hakim and N. Sibony, Ensembles pics dans des domaines strictement pseudo-convexes, Duke Math. J., 45 (1978), 601-617.

[8] T. Jimbo, Peak sets on the boundary of a weakly pseudo-convex domain, Math. Japonica 29 (1984), 51-55.

[9] T. Jimbo, Interpolation manifolds for intersections of strictly pseudoconvex domains, Math. Japonica, 32 (1987) 599-603.

[10] T. Jimbo and A. Sakai, Interpolation manifolds for products of strictly pseudoconvex domains, Complex Variables, 8 (1987), 331-341.

[11] A. Nagel, Smooth zero sets and interpolation sets for some algebras of holomorphic functions on strictly pseudoconvex domains, Duke Math. J., 43 (1976), 323-348.

[12] W. Rudin, Function Theory in Polydisks, W. A. Benjamin, Inc. New York, 1969.

[13] W. Rudin, Function Theory in the Unit Ball of $\mathbb{C}^n$,

Springer-Verlag, 1980.

[14] W. Rudin, Peak-interpolation sets of class C^1, Pacific J. Math., 75 (1978), 267–279.

[15] A. Sakai, Uniform approximation in several complex variables, Osaka J. Math., 15 (1978), 589–611.

[16] R. Saerens, Interpolation manifolds, Annli Sc. Norm. Super. Pisa, 11 (1984), 177–210.

[17] R. Saerens and E. L. Stout, Differentiable interpolation on the polydisc, Complex Variables, 2 (1984), 272–281.

[18] A. E. Tumanov and G. M. Henkin, Interpolation submanifolds of pseudo-convex manifolds, Amer. Math. Soc. Trans, 115 (1980), 59–69.

[19] J. Verdera, A remark on zero and peak sets on weakly pseudoconvex domains, Bull. London Math. Soc. 16 (1984), 411–412.

[20] E. L. Stout, The Theory of Uniform Algebras, Bodden and Quigley, Inc. New York, 1971.