数理解析研究所講究録
675巻 1988年 58-69

マイクロ双曲型混合問題について

東大理 片岡清臣 (KIYÔMI KATAOKA)
東大理 戸瀬信之 (NOBUYUKI TOSE)

解析係数の弱双曲型方程式の初期値問題は Bony-Schapira によって最初に佐藤超関数の枠内で解かれた。そこでは Cauchy-Kowalevsky の定理によって作られた適当な正則関数解が実軸に接するくさび型領域まで解析接続可である事を示す事によって超関数解を構成したのであった。その後この方向での擬微分方程式への一般化や系への一般化がなされたが最近の柏原-Schapira の層の超局所化理論により導入された層のマイクロ台という概念を使えばこの面倒だった解析接続の部分の理論が自働的に取り込め、層達のマイクロ台と達に種々の関手を施した後の層(の複体)のマイクロ台との間の幾何学的評価式として統一的に一般化される事になった。ここではこの手法が混合問題に対しても有効である事を示し、その応用として J. Sjöstrand のマイクロ双曲型境界値問題の解の解析的特異性の伝播定理の別証明, 梶谷-若林らの Gevrey 係数

の弱双曲型混合問題の一意可解性に対応した解析係数で超関数である場合の一意可解性，及びマイクロ双曲型混合問題の一意可解性などの結果を得た。

§1. アイデアと結果

初めに簡単の為 $\{t\in\mathbb{R}; t>0\}\times\mathbb{R}^n_x$ 上のDirichlet問題

$$\begin{cases} P(t,x,D_t,D_x)\,u(t,x)=f(t,x), & t>0 \\ u(+0,x) \quad = g(x) \end{cases} \tag{1.1}$$

を考える。ここで P は2階微分作用素

$$P = D_t^2 + A_1(t,x,D_x)D_t + A_2(t,x,D_x) \tag{1.2}$$

$(D_t=\partial/\partial t,\ D_x=(\partial/\partial x_1,\dots,\partial/\partial x_n))$ であって，$f(t,x)$ は $t=+0$ でマイルド，すなわち超関数として境界値が定義できるクラスに入るとする。そのとき $\{t=0\}$ が P に対して非特性的であるから第一式より u も自働的にマイルドになり第二式が意味をもつ。一方マイルドな超関数 $f(t,x)$, $u(t,x)$ は自然な $\{t\leq 0\}$ への拡張 $\tilde f(t,x)$, $\tilde u(t,x)$ (いわば台のカット・オフ $f(t,x)Y(t),\dots$ にあたるもの) をもつが，これらは(1.1)の帰結として

$$P\tilde u(t,x)=\tilde f(t,x)+g(x)\delta'(t)+(D_tu(+0,x)+A_1(0,x,D_x)g(x))\delta(t) \tag{1.3}$$

をみたす。ここで両辺に t を掛けると

$$tP\tilde u(t,x)=t\tilde f(t,x)-g(x)\delta(t) \tag{1.4}$$

となる。逆に(1.4)をみたす超関数 $\tilde u(t,x)$ で $\operatorname{supp}\tilde u\subset\{t\geq 0\}$

をみたすものがあれば $u=\tilde{u}|_{\{t>0\}}$ として(1.1)の解になることがわかるからこの意味で(1.1)と(1.4)は同値である。これらの対応は局所的なものであるから結局(1.1)を境界の付近に局所化した問題は層の系列

$$0 \longrightarrow \Gamma_{\{t\geq 0\}}\mathcal{B}_{t,x} \xrightarrow{tP} \Gamma_{\{t\geq 0\}}\mathcal{B}_{t,x} \longrightarrow 0 \qquad (1.5)$$

のコホモロジー(すなわち $\mathrm{Ker}(tP)$ と $\mathrm{Coker}(tP)$)を調べる問題に帰着する。ここで $\Gamma_{\{t\geq 0\}}\mathcal{B}_{t,x}$ は $\{t\geq 0\}$ に台が含まれる超関数のなす層である。

ではは混合問題はどうなるかというと(1.1)にさらに境界$\{t=0\}$と横断的に交わるもう一つの非特性面, 例えば$\{x_1=0\}$上に初期条件

$$u(t,0,x')=v_0(t,x'),\ D_{x_1}u(t,0,x')=v_1(t,x') \qquad (1.6)$$

を $t>0$ で課かすわけである($x'=(x_2,\dots,x_n)$). しかしこの場合もuのかわりにそのカットオフ $u_\pm=u(t,x)Y(\pm x_1)$を考えると $Pu_\pm\equiv h_\pm(t,x)$ が $f(t,x)Y(\pm x_1)$ 及び v_0, v_1 の一次結合で表せるので結局(1.1)の形の境界値問題で f, g, uの台が$\{x_1\geq 0\}$又は$\{x_1\leq 0\}$に制限されている場合に相当する。実際例えば$f\equiv 0$, v_0, v_1が $t=+0$ でマイルドなら $u_\pm$ がよく定義され, $t=+0$でマイルドとなる。但しその際, Dirichlet data $u_\pm(+0,x)\equiv g_\pm(x)$は

$$\mathrm{Supp}\, g_\pm(x)\subset\{\pm x_1\geq 0\},\quad g_+(x)+g_-(x)=g(x)$$

なる関係をみたすことがわかるだけで f, g, v_0, v_1 からは決定できない（と思われる）。これは初期条件 (1.6) が $t=0$ 上には課されてないためで，それは方程式 (1.4) が $t=0$ 上で退化するため u の拡張 $\tilde{u}$ の $\{t=x_1=0\}$ 上での x_1 に関する実解析性が（例え右辺 $\equiv 0$ としても）自働的には結論されないことに帰因する。しかし一度上をみたす様な $g(x)$ の分解 $g_\pm(x)$ を与えれば境界値問題

$$\begin{cases} P\, u_\pm(t,x) = h_\pm(t,x), & t>0 \\ u_\pm(+0,x) = g_\pm(x) \end{cases} \tag{1.7}$$

の $\mathrm{Supp}\, u_\pm \subset \{\pm x_1 \geq 0\}$ を満たす任意の解の組 $u_\pm(t,x)$ に対して $u \equiv u_+ + u_-$ は元の混合問題の解となる。一意性についても (1.1) 及び (1.6) をみたす２つの解 u, u' があったとして，その差 $u-u'$ の拡張 $\tilde{u}-\tilde{u}'$ が $t=x_1=0$ の付近で x_1 に実解析的に依存していれば (1.7) の一意性から $u \equiv u'$ が従う。または "x_1 につき実解析的" というかわりに "$u-u'$ が $t \geq 0$ で C^2 級" という風に置きかえてもよい。

いずれにしても混合問題は (1.5) の変形である

$$0 \longrightarrow \Gamma_{\{t\geq 0,\, \pm x_1 \geq 0\}} \mathcal{B}_{t,x} \xrightarrow{\ tP\ } \Gamma_{\{t\geq 0,\, \pm x_1 \geq 0\}} \mathcal{B}_{t,x} \longrightarrow 0 \tag{1.8}$$

という層の系列のコホモロジーの問題に帰着する。実際点 $(0,0,\mathring{x}') = p$ において (1.8) が完全系列になれば p において局所化された問題 (1.7)（但し $\mathrm{supp}\, u_\pm \subset \{\pm x_1 \geq 0\}$ として）は一意可

解となる。一方 $\mathcal{B}_t\mathcal{O}_z$ を $(t, z=x+iy)\in\mathbb{R}\times\mathbb{C}^n$ の超関数で z に正則に依存するもののなす層とすると

$$\Gamma_{\{t\geq 0,\ \pm x_1\geq 0\}}\mathcal{B}_{t,x} = \mathcal{H}^n_{\{y=0,\ \pm x_1\geq 0\}}(\Gamma_{\{t\geq 0\}}\mathcal{B}_t\mathcal{O}_z)$$

であるから(1.8)は x を複素化した系列

$$0 \longrightarrow \Gamma_{\{t\geq 0\}}\mathcal{B}_t\mathcal{O}_z \xrightarrow{tP(t,z,D_t,D_z)} \Gamma_{\{t\geq 0\}}\mathcal{B}_t\mathcal{O}_z \longrightarrow 0 \qquad (1.9)$$

に台を限る導来関手 $R\Gamma_{\{y=0,\ \pm x_1\geq 0\}}$ を施したものとして得られる。この系列自体は

$$\mathrm{Coker}(tP)=0,\quad \mathrm{Ker}(tP)\cong\mathcal{F}\equiv(\mathcal{O}^P_{t,z}\wedge t\mathcal{O}_{t,z})|_{\mathrm{Im}\,t=0}\otimes Y(t), \qquad (1.10)$$

であるのでいわゆる複体としては単なる層 $\mathcal{F}$ ((1.10)中)とみなせる。ここで $\mathcal{O}^P_{t,z}$ は t,z につき正則な $P(t,z,D_t,D_z)f=0$ の解 f のなす層である。従って例えば(1.8)の $\mathrm{Ker}(tP)$, $\mathrm{Coker}(tP)$ はそれぞれ,

$$\mathcal{H}^n_{\{y=0,\ \pm x_1\geq 0\}}(\mathcal{F}),\quad \mathcal{H}^{n+1}_{\{y=0,\ \pm x_1\geq 0\}}(\mathcal{F}) \qquad (1.11)$$

となるがこのコホモロジーを計算する際、具体的な(1.10)の中の表現よりも複体(1.9)のままの方が扱い易いのである。すなわち $\mathcal{D}$ を t,z の正則微分作用素のなす層として $\mathcal{D}$-module

$$\mathcal{M}=\mathcal{D}/\mathcal{D}\cdot tP(t,z,D_t,D_z) \qquad (1.12)$$

を考えると $\mathbb{R}\times\mathbb{C}^n$ 上の層の導来カテゴリーの中で

$$\mathcal{F}=R\mathcal{H}om_{\mathcal{D}}(\mathcal{M},\Gamma_{\{t\geq 0\}}\mathcal{B}_t\mathcal{O}_z) \qquad (1.13)$$

とかける。そのとき(1.11)の点 $p=(0,0,\mathring{x}')$ における消滅(或いは(1.8)の p における完全性)は

$$\mathbb{R}\Gamma_{\{\pm x_1\geq 0\}}(\mathbb{R}\Gamma_{\{y=0\}}\mathcal{F})|_p=0$$

と同値になる。一方これは§2で述べる層の複体 $\mathbb{R}\Gamma_{\{y=0\}}\mathcal{F}$ のマイクロ台についての条件

$$SS(\mathbb{R}\Gamma_{\{y=0\}}\mathcal{F})\not\ni(0,0,\mathring{x}';\pm dx_1) \tag{1.14}$$

とほぼ同値である。(下の方が強い条件である)。従って我々の問題は $\mathbb{R}\Gamma_{\{y=0\}}\mathcal{F}$ のマイクロ台の評価の問題に帰着した。他方 Kashiwara－Schapira [3] は任意の $\mathcal{F}$ に対し $SS(\mathbb{R}\Gamma_{\{y=0\}}\mathcal{F})$ を $SS(\mathcal{F})$ で幾何的に評価する公式を得たので結局 $SS(\mathcal{F})$ が評価できればよいという事になった。Kataoka－Tose [4] の中で得た結論は次の通りである。

<u>定理1</u> P は (1.2) で与えた2階微分作用素，$\sigma(P)$ をその主表象とする。$p=(\mathring{t},\mathring{z};\mathring{\tau}dt+\mathrm{Re}(\mathring{\zeta}dz))\in T^*(\mathbb{R}\times\mathbb{C}^n)$ $(\mathring{\zeta}\neq 0)$ に対し，

(i) $\mathring{t}>0$ ならば $\sigma(P)(\mathring{t},\mathring{z},\theta+\mathring{\tau},\mathring{\zeta})=0$ は純虚根 θ をもたない。

(ii) $\mathring{t}=0$ ならば $\sigma(P)(\mathring{t},\mathring{z},\theta+\mathring{\tau},\mathring{\zeta})=0$ は $\mathrm{Re}\,\theta>0$ の根と $\mathrm{Re}\,\theta<0$ の根をそれぞれ一つずつもつ。

が満たされれば $p\notin SS(\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}}(\mathcal{D}/\mathcal{D}\cdot tP,\Gamma_{\{t\geq 0\}}\mathcal{B}\mathcal{O}_z))$.

<u>注意1.</u> [4] ではこの定理は一般の m 階作用素，及び一般の境界条件の場合に拡張されて述べられている。その場合 Dirichlet 条件以外では新たにいわゆる Shapiro－Lopatinski 条件が必要となる。

<u>注意2.</u> 定理1は結局次のような正則関数に対する境界値

問題とほぼ同値である。但し $\mathring{t}=0$ とする。

$$\begin{cases} P(t,z,D_t,D_z)\,u(t,z)=f(t,z) \\ u(0,z)=g(z)\end{cases} \qquad (1.15)$$

与えられた関数 $f(t,z)$, $g(z)$ は十分小な $\delta>0$ に対してそれぞれ

$$\Omega_\delta=\left\{(t,z)\in\mathbb{C}\times\mathbb{C}^n;\ \begin{array}{l}\varphi(t,x,y)<0,\ \mathrm{Im}\,t=0,\ \mathrm{Re}\,t\geq 0,\\ |t|+|z-\mathring{z}|<\delta\end{array}\right\} \qquad (1.16)$$

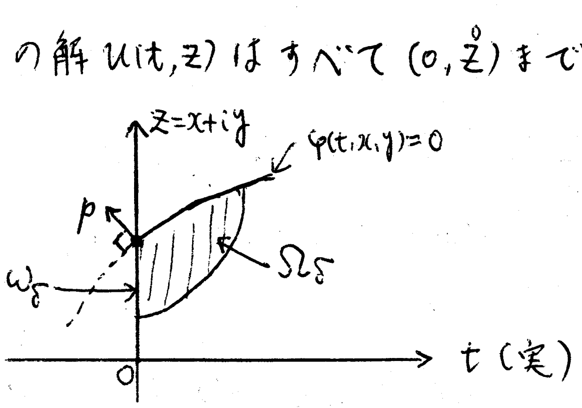
$$\omega_\delta=\{z\in\mathbb{C}^n;\ \varphi(0,x,y)<0,\ |z-\mathring{z}|<\delta\} \qquad (1.17)$$

(の近傍)で正則である。ここで $\varphi(t,x,y)$ は $(0,\mathring{x},\mathring{y})$ の近傍で定義された実数値実解析関数で $(0,\mathring{x},\mathring{y})$ において

$$\varphi=0,\quad (\varphi_t,\varphi_x,\varphi_y)=(\mathring{\tau},\mathrm{Re}\,\mathring{\zeta},-\mathrm{Im}\,\mathring{\zeta}) \qquad (1.18)$$

をみたすものである。このとき定理1は次の主張とほぼ同値である。

<u>主張</u> 任意の右辺 (f,g) に対し十分小な $\delta'>0$ に対し $\Omega_{\delta'}$ の近傍で正則な (1.15) の解 $u(t,z)$ が存在する。また f が $(0,\mathring{z})$, g が $\mathring{z}$ まで込めて正則ならば適当な $\delta'>0$ に対し $\Omega_{\delta'}$ の近傍で正則な (1.15) の解 $u(t,z)$ はすべて $(0,\mathring{z})$ まで正則である。(下図参照。)



この主張の中の後半はA. Martinez [5]によって知られていた事実であり，また $\mathring{t}>0$ の場合は境界条件とは無縁で(i)の条件は相原－河合によって知られていた。([2])。

定理1の系として[4]では次の結果を得た。

<u>定理2</u>. $P(t,x,D_t,D_x)$ は $(t,x)=(0,0,\mathring{x}')$ の付近で定義された(1.2)の形の微分作用素とする，Pがさらに

(H1) x_1 について双曲型，すなわち $\exists\delta>0$ に対し

$$\sigma(P)(t,x,i\tau,i\eta_1+1,i\eta')\neq 0$$

on $\{0\leqq t\leqq\delta,\ |x_1|+|x'-\mathring{x}'|<\delta,\ \tau\in\mathbb{R},\ \eta=(\eta_1,\eta')\in\mathbb{R}^n\}$.

(H2) $\sigma(P)(0,0,\mathring{x}',\theta,1,0,\dots,0)=0$ は θ について正の根一つと負の根一つをもつ。

をみたせば $\{0<t<\delta,\ |x_1|+|x'-\mathring{x}'|<\delta,\ x_1<0\}$ 上の超関数 $u(t,x)$ で

$$\begin{cases} P(t,x,D_t,D_x)u(t,x)=0 \\ u(+0,x)=0 \end{cases} \qquad (1.19)$$

をみたすものは(1.19)の解として $0<{}^{\exists}\delta'<\delta$ に対し $\{0<t<\delta',\ |x_1|+|x'-\mathring{x}'|<\delta\}$ まで一意に拡張される。

<u>定理3</u> Pは定理2と同じ条件をみたすとする。それぞれ $\{0<t<\delta,\ |x_1|+|x'-\mathring{x}'|<\delta\}$, $\{|x_1|+|x'-\mathring{x}'|<\delta\}$ で定義された超関数 $f(t,x)$, $g(x)$ で

"$\mathrm{Supp}\, f\subset\{x_1\geqq 0\}$, $\mathrm{Supp}\, g\subset\{x_1\geqq 0\}$, 及び f は $t=+0$ で mild"

なるものに対し，混合問題

$$\begin{cases} P(t,x,D_t,D_x)u = f(t,x), & t>0 \\ u(+0,x) = g(x), & \mathrm{Supp}\, u \subset \{x_1 \geq 0\} \end{cases} \qquad (1.20)$$

は $(0,0,\mathring{x}')$ で一意可解である。すなわち十分小さい $0<\delta'<\delta$ に対し (1.20) をみたす超関数 $u(t,x)\in\mathcal{B}(\{0<t<\delta', |x_1|+|x'-\mathring{x}'|<\delta\})$ は一意に存在する。

また同時に定理2.3の超局所版として次を得る。ここで $M=\mathbb{R}_t\times\mathbb{R}^n_x$, $M_+=\{(t,x)\in M;\ t\geq 0\}$, $N=\{(t,x)\in M;\ t=0\}$ であり、P は $(0,\mathring{x})\in M$ の近傍で定義された(1.2)の形の微分作用素。

<u>定理4.</u> $(0,\mathring{x};\mathring{\eta}dx)\in\mathbb{R}_t\times T^*\mathbb{R}^n_x$ $(\mathring{\eta}\neq 0)$ において定義された実数値 C^1 関数 $\psi(t,x,\eta)$ が η につき同次0次で

$$\psi(0,\mathring{x},\mathring{\eta})=0,\quad d\psi(0,\mathring{x},\mathring{\eta})\wedge dt\neq 0$$

をみたすとし $\mathrm{grad}\,\psi(0,\mathring{x},\mathring{\eta})=(\mathring{t}^*,\mathring{x}^*,\mathring{\eta}^*)$ とおく。P が条件

(S1) 十分小な $\delta>0$ に対し

$$\sigma(P)(t,x+i\varepsilon\mathring{\eta}^*,\theta+\varepsilon\mathring{t}^*,i\eta+\varepsilon\mathring{x}^*)\neq 0$$

on $\{0<\varepsilon<\delta,\ 0\leq t<\delta,\ |x-\mathring{x}|<\delta,\ |\eta-\mathring{\eta}|<\delta,\ \theta\in i\mathbb{R}\}$.

(S2) $1\gg\forall\varepsilon>0$ に対し $\sigma(P)(0,\mathring{x}+i\varepsilon\mathring{\eta}^*,\theta+\varepsilon\mathring{t}^*,i\mathring{\eta}+\varepsilon\mathring{x}^*)=0$ は θ につき $\mathrm{Re}\,\theta>0$ と $\mathrm{Re}\,\theta<0$ にそれぞれ一つずつ零点をもつ。

をみたせば境界値問題

$$\begin{cases} P(t,x,D_t,D_x)u = 0 \\ u(+0,x) = 0 \end{cases} \qquad (1.21)$$

の $\{(t,x;i\eta)\in\mathbb{R}\times iS^*N;\ \psi(t,x,\eta)<0,\ |x-\mathring{x}|+|t|+|\eta-\mathring{\eta}|<\delta\}$ における

$\overset{\circ}{C}_{\mathbb{R}_+\times N}$解は (1.21) の解として $(0, x; i\eta)$ に一意拡張される。

注意 $\overset{\circ}{C}_{\mathbb{R}_+\times N}$ とは $M=\mathbb{R}_t\times N_x$ の形の直積分解にのみ依存して決まる $\mathbb{R}_t\times iS^*N$ 上の層で $\iota: iS^*M\cap\{\eta\neq0\}\ni(t,x;i\tau,i\eta)\to(t,x;i\eta)\in \mathbb{R}\times iS^*N$ とすると

$$\overset{\circ}{C}_{\mathbb{R}_+\times N}=\begin{cases}0 & \text{on } \{t<0\}\\ \overset{\circ}{C}_{N|M_+} & \text{on } \{t=0\}\\ \iota_!(C_M|_{\{\eta\neq0\}}) & \text{on } \{t>0\}\end{cases}$$

によって定義される。すなわち $t>0$ においてもについて実解析的な超関数で $t=+0$ ではマイルドなものを ηdx 方向に分解して得られる層。

定理5. P, ψ 等は定理4と同じ条件をみたすとする。そのとき $\forall f(t,x)\in\overset{\circ}{C}_{\mathbb{R}_+\times N}|_{(0,x;i\eta)}$, $\forall g(x)\in C_N|_{(x;i\eta)}$ に対し, $(0,x;i\eta)$ における超局所混合問題

$$\begin{cases}P(t,x,D_t,D_x)u=f(t,x)\\ u(+0,x)=g(x), \qquad \operatorname{Supp}u(t,x)\subset\{\psi(t,x,\eta)\geqq0\}\end{cases}$$

の解 $u\in\overset{\circ}{C}_{\mathbb{R}_+\times N}|_{(0,x;i\eta)}$ が存在し一意である。

注意 これらの結果は [4] では m 階作用素で一般の境界条件の場合に拡張され述べられている。また定理3は梶谷一若林 [1] の超関数版, 定理4はその一意性の部分が Sjöstrand [6] の結果に対応している。しかしその場合でも $\sigma(P)$ の根の条件が $t\geqq0$ に限定されている分だけ改良されている。

§2 層のマイクロ台について（[3]参考）

MをC^∞多様体，$\mathcal{F}$を下に有界なM上の層の複体

$$\mathcal{F} : \cdots \to 0 \to \mathcal{F}_{-j} \xrightarrow{\partial_{-j}} \mathcal{F}_{-j+1} \xrightarrow{\partial_{-j+1}} \cdots \to \mathcal{F}_0 \xrightarrow{\partial_0} \mathcal{F}_1 \xrightarrow{\partial_1} \cdots\cdots$$

とする。$\mathcal{F}$のマイクロ台（$SS(\mathcal{F})$）とはT^*Mの錐状閉集合で

$$p=(\mathring{x};\mathring{\xi}dx) \notin SS(\mathcal{F}) \underset{def}{\Longleftrightarrow} \left\{ \begin{array}{l} \exists U \ni p \text{ nbd s.t. } x_1 \in M \text{ の近傍で} \\ \text{定義された } C^1 \text{関数 } f(x) \text{ で } f(x_1)=0 \\ (x_1; df(x_1)) \in U \text{ なるものに対し} \\ \quad \mathbb{R}\Gamma_{\{f(x)\geq 0\}}(\mathcal{F})\big|_{x_1} = 0 \end{array} \right.$$

ここで最後のコホモロジーの消滅は次の同型と同値である．

$$\forall j \in \mathbb{Z}, \quad \varinjlim_{x_1 \in U} H^j(U, \mathcal{F}) \xrightarrow{\sim} \varinjlim_{x_1 \in U} H^j(U \cap \{f<0\}, \mathcal{F})$$

従ってすべてのfに対して確かめる必要はなく，例えば定理1ではfがC^ωで$\{f<0\}$がstrictly convexとなる場合で十分。

例　$SS(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n}) = T^*\mathbb{C}^n$，$SS(C^\infty_{\mathbb{R}^n}) = T^*\mathbb{R}^n$，

$SS(\mathcal{O}^P_{\mathbb{C}^n}) = \{(z;\zeta) \in T^*\mathbb{C}^n \,;\, \sigma(P)(z,\zeta)=0\}$（$P$は$\mathbb{C}^n$上の正則微分作用素）

公式　NをMの閉部分多様体とする．そのとき次が成立。

$$SS(\mathbb{R}\Gamma_N(\mathcal{F})) \subset C_{T^*_NM}(SS(\mathcal{F}) \cap T^*N)$$

$$SS(\mu_N(\mathcal{F})) \subset C_{T^*_NM}(SS(\mathcal{F}))$$

ここで$N=\{(x,y) \in M \,;\, y=0\}$とすると$T^*_NM = \{(x;\eta dy)\}$となり

$$(\mathring{x},\mathring{\eta};\mathring{x}^*dx+\mathring{\eta}^*d\eta) \notin C_{T^*_NM}(SS(\mathcal{F})) \Longleftrightarrow \exists \delta>0,\ (x,-\varepsilon\eta^*;\varepsilon x^*dx+\eta dy) \notin SS(\mathcal{F})$$

$$\text{on } \{0<\varepsilon<\delta,\ |x-\mathring{x}|+|\eta-\mathring{\eta}|+|x^*-\mathring{x}^*|+|\eta^*-\mathring{\eta}^*|<\delta\}$$

ただし $M=N^{\mathbb{C}}$ (Nの複素化)のときは T^*M の基本一次形式のとり方で符号等が違ってくるので調整が必要。

文献

[1] Kajitani, K. and S. Wakabayashi, Hyperbolic Operators in Gevrey Classes, preprint.

[2] Kashiwara, M. and T. Kawai, On microhyperbolic pseudo-differential operators I, J. Math. Soc. Japan 27 (1975), 359–404

[3] Kashiwara, M. and P. Schapira, Microlocal Study of Sheaves. Astérisques 128 (1985).

[4] Kataoka, K. and N. Tose, A geometric approach to microhyperbolic boundary value problems, preprint.

[5] Martinez, A., Prolongement des solutions holomorphes de problèmes aux limites, Ann. Inst. Fourier, Grenoble 35 (1985), 93–116.

[6] Sjöstrand, J., Analytic singularities and microhyperbolic boundary value problems, Math. Ann. 254 (1980), 211–256.