

アノイ = Weyl 群の高空間 (付録; E₆, E₇ の不変式)

崎玉大・理 矢野 環

§1. \tilde{W}_ℓ : an Affine Weyl 群

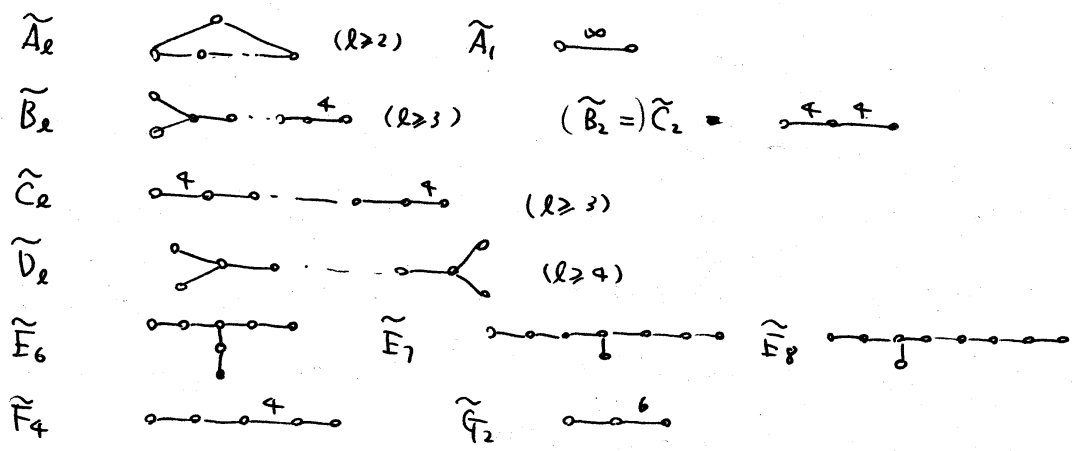
$V = \mathbb{C}^\ell$: γ の表現空間, $\mathcal{H} = \bigcup_{\alpha} H_{\alpha}$: 鏡映面, 和

$\Rightarrow V/\tilde{W}_\ell \cong \mathbb{C}^\ell$, $\mathcal{H}/\tilde{W}_\ell$: a hypersurface (=: $\Delta_{\tilde{W}_\ell}$)

(高空間) $mult_0(\Delta_{\tilde{W}_\ell}) = \ell + 1$

$\pi_1((V - \mathcal{H})/\tilde{W}_\ell)$ は \tilde{W}_ℓ 型 Braid 群.

§2. 既約ルート系の Affine Weyl 群は下記にかき了 (Bourbaki etc.)



" \tilde{W}_ℓ は頂点 $\ell + 1$ 個の Coxeter graph により表示してある. //

$$V \cong \sum_{i=1}^{\ell} \mathbb{C} e_i, \quad V^* \cong \sum_{i=1}^{\ell} \mathbb{C} \xi_i \quad (\xi_i \leftrightarrow \langle e_i | \text{ dual basis})$$

$$e(\xi_j) = \exp(2\pi\sqrt{-1}\xi_j), \quad c(\xi_j) = \cos(2\pi\sqrt{-1}\xi_j), \quad s(\xi_j) = \sin(2\pi\sqrt{-1}\xi_j)$$

とかく. e, c, s は V 上の函数である.

$\alpha = \sum a_i e_i$ のとき $\exp e(\sum c_i \xi_i)(\alpha) = \exp(2\pi\sqrt{-1} \sum c_i a_i)$ である。

$V_{\mathbb{R}}^*$ の root $\alpha \in R$ に対し, $V_{\mathbb{R}}$ の超平面

$$L_{\alpha, k} = \{x \in V \mid \langle x, \alpha \rangle = k\}$$

に因る直交鏡映 $S_{\alpha, k}$ により生成された $V \rightarrow P$ の変換の群が R の Affine Weyl 群 $W_a(R)$ である。 $W_a(R)$ は $W(R)$ (R の Weyl 群) の $Q(R^\vee)$ (R の双対ルーツの格子) による平直群である。 R の weight の格子 $\Sigma P(R)$,

基本 weight $\varepsilon \omega_1, \dots, \varepsilon \omega_\ell$ を与える。 $p \in P(R)$ に対し,

p を通る $W(R)$ の orbit $\varepsilon W \cdot p$ を $W(R)$ の元による $e(p)$ の像の集合とする。 $\varepsilon W \cdot p$ 上の点 q に対して $S(e(p))$ を与える。

$$S(e(p)) = \sum_{q \in \varepsilon W \cdot p} e(q)$$

このとき, V 上の entire fn f が $W_a(R)$ 不変なものは,

$$\{S(e(\omega_i)) \mid i=1, \dots, \ell\} \text{ の entire fn として与えられる。}$$

即ち, $V/W_a(R)$ の ^{global} 座標環は $X_i = S(e(\omega_i))$ を与える。

ここで $\{X_1, \dots, X_\ell\}$ の entire fn である。 $S(e(\omega_i))$ を適当に

修正すればこれにより, V 上の生成元を与える。

§3 $W_a(R)$ 不変元の構成

(3.1) A_ℓ : $V_{\mathbb{R}}^* \subset \mathbb{R}^{\ell+1}$, 成分の和が 0. を与える。

$$V_{\mathbb{R}}^* = \mathbb{R}^{\ell+1} / p \cdot \mathbb{R} \quad p = \xi_1 + \dots + \xi_{\ell+1} \quad R: \xi_i - \xi_j$$

$$\tilde{\omega}_i = \xi_1 + \dots + \xi_i - \frac{i}{\ell+1} p = \xi_1 + \dots + \xi_i$$

$\chi_i \in \frac{e(\xi_i)}{e(\frac{p_i}{2})}, \dots, \frac{e(\xi_{l+1})}{e(\frac{p_{l+1}}{2})}$ の i -次基本対称式 χ_i である。

(特 $l = \chi_{l+1} = 1$)

$Wa(A_l)$ 不変式は $\chi_i = \chi_i \pmod{p_i} \quad i=1, \dots, l$ によって

$$\Delta_{A_l} \sim \Delta_{l+1}(1, \chi_1, \chi_2, \dots, \chi_l, 1) \quad \chi_l^{l+1} + \dots$$

(\Rightarrow $\Delta_k(a_0, \dots, a_k)$ は $a_0 u^k + a_1 u^{k-1} + \dots + a_k$ の判別式)

$\chi_i + \chi_{l+1-i}, \quad \frac{1}{\sqrt{a_i}}(\chi_i - \chi_{l+1-i})$ は $V_{\mathbb{R}}$ 上 real valued.

l : even $\chi_i + \chi_{l+1-i}, \quad \frac{1}{\sqrt{a_i}}(\chi_i - \chi_{l+1-i}) \quad i=1, \dots, \frac{l}{2}$) 実係数
 l : odd " " " " $i=1, \dots, \frac{l-1}{2}, \quad \chi_{\frac{l+1}{2}}$

(3.2) $B_l : V_{\mathbb{R}}^k$ の roots は $\pm \xi_i, \pm \xi_i \pm \xi_j \quad (i \neq j)$.

$$\tilde{\omega}_i = \xi_1 + \dots + \xi_i \quad 1 \leq i < l, \quad \tilde{\omega}_l = \frac{1}{2}(\xi_1 + \dots + \xi_l)$$

$Wa(B_l)$ 不変式は $\left\{ c(\xi_j) \right\}$ の i -次基本対称式 $1 \leq i < l$ と $\prod_{i=1}^l c(\frac{\xi_i}{2})$ である。

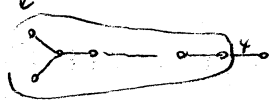
$$\Leftrightarrow \left\{ c(\frac{\xi_i}{2})^2 \right\} \text{ の } i\text{-次 elem. sym.} \geq \prod_{i=1}^l c(\frac{\xi_i}{2})$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \sum_{j=1}^n c(i \xi_j) \right\} \quad i=1, \dots, (-1) \geq \dots$$

$$\left(\begin{aligned} \chi_i &= (c(\frac{\xi_1}{2})^2, \dots, c(\frac{\xi_l}{2})^2) \text{ の } i\text{-次 elem. sym.} \\ y &= \prod c(\frac{\xi_i}{2}) \end{aligned} \right) \geq \chi_i \geq y$$

$$\Delta_{B_l} \sim (1 - \chi_1 + \chi_2 + (-)^{l-1} \chi_{l-1} + (-)^l y^2) \Delta_l(1, \chi_1, \dots, \chi_{l-1}, y^2)$$

$$= \chi_{l-1} \dots$$



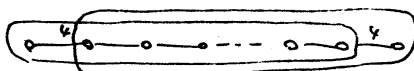
(3.3) \tilde{C}_ℓ $V_{\mathbb{R}}^*$ roots $\pm 2\xi_i, \pm \xi_i \pm \xi_j$ ($i+j$)

$\tilde{\omega}_i = \xi_1 + \dots + \xi_i$ $1 \leq i \leq \ell$

$W_a(B_\ell)$ 不变子空间 x_1, \dots, x_ℓ , $x_i = (c(\xi_j))$ i -次基本对称式

($\Leftrightarrow \sum_{j=1}^{\ell} c(\xi_j)$ $i=1, \dots, \ell$)

$\Delta_{\tilde{C}_\ell} = (1+x_1+\dots+x_{\ell-1}+x_\ell)(1-x_1+x_2+\dots+(-1)^\ell x_\ell) \Delta_\ell(1, x_1, \dots, x_\ell) = x_\ell^{\ell+1} + \dots$



(3.4) \tilde{D}_ℓ $V_{\mathbb{R}}^*$ roots $\pm \xi_i \pm \xi_j$ $i < j$

$\tilde{\omega}_i = \xi_1 + \dots + \xi_i$ $1 \leq i \leq \ell-2$

$\tilde{\omega}_{\ell-1} = \frac{1}{2}(\xi_1 + \dots + \xi_{\ell-1} - \xi_\ell)$, $\tilde{\omega}_\ell = \frac{1}{2}(\xi_1 + \dots + \xi_{\ell-1} + \xi_\ell)$

$x_i = (c(\xi_j))$ i -次基本对称式, $y = \prod_{j=1}^{\ell} (\frac{\xi_j}{2})$, $z = \prod_{j=1}^{\ell} s(\frac{\xi_j}{2})$
 $1 \leq i \leq \ell-2$

$\Delta_{\tilde{D}_\ell} = \Delta_\ell(1, x_1, \dots, x_{\ell-2}, (-1)^\ell \{1-x_1+\dots+(-1)^{\ell-2} x_{\ell-2} + (-1)^\ell y^2 - z^2\}, y^2) = x_{\ell-2}^{\ell+1} + \dots$

Remark. 1. $x_{\ell-2}$ 是 $\Delta_\ell(a_0, \dots, a_{\ell-2}, a_{\ell-1}, a_\ell)$ z^n $a_{\ell-2}^{\ell-1} a_{\ell-1}^2$ 的

2. y, z 是 $S(\tilde{\omega}_{\ell-1})$ 与 $S(\tilde{\omega}_\ell)$ 的 ℓ -次特征 $z \rightarrow \pm z$

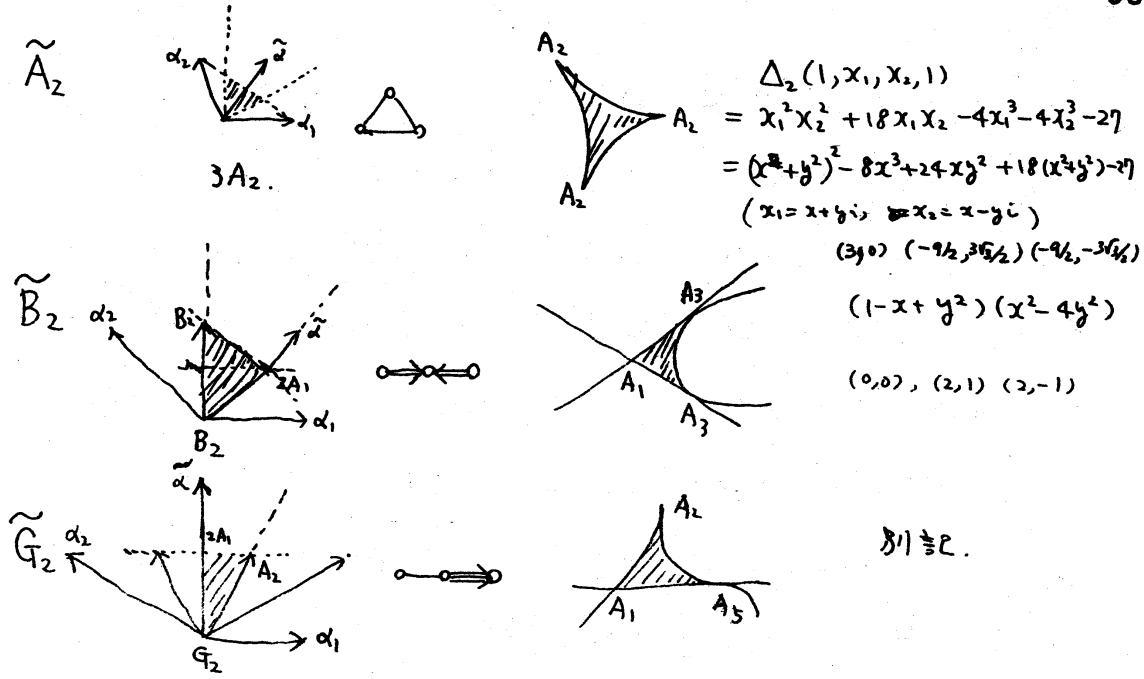


2次的

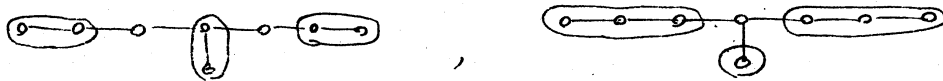
(3.5) \tilde{F}_2 $V_{\mathbb{R}}^*$ roots $\pm \xi_i, \pm(\xi_i - \xi_j)$ $i < j$ $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 0$

$\tilde{\omega}_1 = \xi_1 - \xi_2$, $\tilde{\omega}_2 = -\xi_1$ ($\alpha_1 = \xi_1 - \xi_2$, $\alpha_2 = -2\xi_1 + \xi_2 + \xi_3$, $\tilde{\omega}_1 = 2\alpha_1 + \alpha_2$, $\tilde{\omega}_2 = 3\alpha_1 + 2\alpha_2$)

$x_1 = \sum_{1 \leq i < j \leq 3} c(\xi_i - \xi_j) = c(\xi_1 - \xi_2) + c(2\xi_1 + \xi_2) + c(2\xi_2 + \xi_1)$
 $x_2 = \sum_{i=1}^3 c(\xi_i) = c(\xi_1) + c(\xi_2) + c(\xi_1 + \xi_2)$



\tilde{A}_2, \tilde{B}_2 は四次曲線で、それぞれ $3A_2, 2A_3 + A_1$ 型に対応する。これは \tilde{E}_7 の subdiagram として実現し、実際



\tilde{G}_2 は \tilde{E}_8 の subdiagram に対応する。

四次曲線と \tilde{E}_7 の関係は 卜部東介氏が調べている。
 \tilde{G}_2 と \tilde{E}_8 の subdiagram も理由のある対応である。詳しくは別の機会にのべる。尚、root 系と singularity の対応は

root	$D_2=2A_1$	A_2	B_2	G_2	←この discriminant の sing. 対
sing.	A_1	A_2	A_3	A_5	

以下は E_6, E_7 型有限 Weyl 群の不変式について記す

$$E_6 : F_{E_6}(x, t) = x^4 + y^3 + t_2 x^2 y + t_5 x y + t_6 x^2 + t_8 y + t_9 x + t_{12}.$$

$$(1) \quad m_{ij}(t) = \frac{1}{2} \langle dt_i, dt_j \rangle, \quad i, j = 2, 5, 6, 8, 9, 12.$$

$$m_{2j}(t) = j t_j, \quad m_{55}(t) = 8 t_8 - 4 t_6 t_2 - \frac{1}{6} t_2^4, \quad m_{5,6}(t) = 9 t_9 + \frac{1}{2} t_5 t_2^2$$

$$m_{5,8}(t) = -\frac{1}{2} t_9 t_2 - \frac{3}{2} t_6 t_5 - \frac{1}{12} t_5 t_2^3, \quad m_{5,9}(t) = 12 t_{12} + \frac{1}{3} t_8 t_2^2 + 3 t_6^2 - \frac{1}{6} t_6 t_2^3 + \frac{1}{6} t_5^2 t_6$$

$$m_{5,12}(t) = -\frac{3}{2} t_9 t_6 - \frac{1}{12} t_9 t_2^3 + \frac{1}{6} t_8 t_5 t_2, \quad m_{6,6}(t) = -\frac{10}{3} t_8 t_2 - \frac{2}{3} t_6 t_2^2 - \frac{5}{3} t_5^2$$

$$m_{6,8}(t) = 12 t_{12} + \frac{4}{3} t_8 t_2^2 + \frac{7}{12} t_5^2 t_2, \quad m_{6,9}(t) = -\frac{4}{3} t_9 t_2^2 + \frac{7}{6} t_6 t_5 t_2 - \frac{13}{3} t_8 t_5$$

$$m_{6,12}(t) = -2 t_{12} t_2^2 + \frac{7}{12} t_9 t_5 t_2 - \frac{8}{3} t_8^2, \quad m_{8,8}(t) = 6 t_{12} t_2 - \frac{7}{2} t_9 t_5 + 4 t_8 t_6 - \frac{1}{24} t_5^2 t_2^2$$

$$m_{8,9}(t) = -\frac{3}{2} t_9 t_6 - \frac{7}{6} t_8 t_5 t_2 - \frac{1}{12} t_6 t_5 t_2^2 + \frac{5}{12} t_5^3,$$

$$m_{8,12}(t) = 6 t_{12} t_6 - \frac{9}{4} t_9^2 - \frac{1}{24} t_9 t_5 t_2^2 - \frac{4}{3} t_8^2 t_2 + \frac{5}{12} t_8 t_5^2$$

$$m_{9,9}(t) = -2 t_{12} t_2^2 - \frac{5}{3} t_9 t_5 t_2 - \frac{8}{3} t_8^2 + \frac{8}{3} t_8 t_6 t_2 - \frac{1}{6} t_6^2 t_2^2 + \frac{4}{3} t_6 t_5^2$$

$$m_{9,12}(t) = -3 t_{12} t_5 t_2 + \frac{5}{6} t_9 t_8 t_2 - \frac{1}{12} t_9 t_6 t_2^2 + \frac{5}{12} t_9 t_5^2 + \frac{1}{2} t_8 t_6 t_5$$

$$m_{12,12}(t) = -2 t_{12} t_8 t_2 - t_{12} t_5^2 - \frac{1}{24} t_9^2 t_2^2 + \frac{11}{6} t_9 t_8 t_5 - \frac{4}{3} t_8^2 t_6$$

(想像がよいのは簡単で形である。尚 [/] は同 (" 表" がある)
 $\leftarrow t_2$ が増える。

$$(2) \quad \text{Flat coordinate } s_2, s_5, s_6, s_8, s_9, s_{12}. \quad 1 = \text{よ} \text{ } t_i \text{ の 表 示.}$$

$$t_2 = s_2, \quad t_5 = s_5, \quad t_6 = s_6 - \frac{1}{24} s_2^3, \quad t_8 = s_8 + \frac{1}{4} s_2 s_6 - \frac{1}{576} s_2^4$$

$$t_9 = s_9 - \frac{1}{12} s_2^2 s_5, \quad t_{12} = s_{12} - \frac{1}{24} s_2^2 s_8 + \frac{1}{8} s_6^2 - \frac{1}{288} s_2^3 s_6 - \frac{1}{24} s_2 s_5^2$$

$$(3) \quad \{s_i\} \geq \text{SYS [2]} \text{ に よ} \text{ } 3 \text{ flat generators } \{y_i\} \text{ の 関係.}$$

$$y_2 = -s_2, \quad y_5 = \frac{\sqrt{6}}{4} s_5, \quad y_6 = -3s_6, \quad y_8 = -3s_8, \quad y_9 = \frac{3\sqrt{6}}{4} s_9, \quad y_{12} = -9s_{12}.$$

ambiguity is weight による $y_i \mapsto c_i y_i$ の事.

$$(4) \quad \text{Frame の invariants による } t \text{ の 表 示 と, Yukawa の } y, s_2 \text{ の 表 示.}$$

$$t_2 = -A, \quad t_5 = \frac{2\sqrt{6}}{3} B, \quad t_6 = -\frac{1}{3} C + \frac{1}{12} A^3, \quad t_8 = -\frac{1}{3} H + \frac{1}{6} AC - \frac{1}{48} A^4$$

$$t_9 = \frac{2\sqrt{6}}{9}J - \frac{\sqrt{6}}{18}A^2B, \quad t_{12} = -\frac{1}{9}K + \frac{1}{36}A^2H + \frac{1}{36}C^2 - \frac{7}{432}A^3C + \frac{2}{9}AB^2 + \frac{1}{864}A^6$$

$$A = y_2 = -s_2, \quad B = y_5 = \frac{\sqrt{6}}{4}s_5, \quad C = y_6 + \frac{1}{8}y_2^3 = -3s_6 - \frac{1}{8}s_2^3$$

$$H = y_8 + \frac{1}{4}y_2y_6 + \frac{1}{192}y_2^4 = -3s_8 + \frac{3}{4}s_2s_6 + \frac{1}{192}s_2^4, \quad J = y_9 = \frac{3\sqrt{6}}{4}s_9$$

$$K = y_{12} + \frac{1}{8}y_2^2y_8 + \frac{1}{8}y_6^2 + \frac{1}{96}y_2^3y_6 + y_2y_5^2 = -9s_{12} - \frac{3}{8}s_2^2s_8 + \frac{9}{8}s_6^2 + \frac{1}{32}s_2^3s_6 - \frac{3}{8}s_5^2$$

(5) $\langle ds_i, ds_j \rangle$. $\forall i \neq j$. $\langle ds_i, ds_j \rangle = 0$.

$$\langle ds_5, ds_5 \rangle = 8s_8 - 2s_2s_6 - \frac{1}{72}s_2^4, \quad \langle ds_5, ds_6 \rangle = 9s_9 + \frac{3}{8}s_2^2s_5$$

$$\langle ds_5, ds_8 \rangle = -\frac{11}{4}s_2s_9 - \frac{11}{4}s_5s_6 - \frac{1}{288}s_2^3s_5$$

$$\langle ds_5, ds_9 \rangle = 12s_{12} + \frac{1}{2}s_2^2s_8 - \frac{3}{2}s_6^2 - \frac{1}{24}s_2^3s_6 + \frac{1}{2}s_2s_5^2$$

$$\langle ds_6, ds_6 \rangle = -\frac{10}{3}s_2s_8 - \frac{5}{3}s_5^2 + \frac{1}{432}s_2^5$$

(6) $I_2(12)_E$ 型は $s_5 = s_6 = s_8 = s_9 = 0$ と L だけ? (既出)

$$F_{I_2(12)_E}(x, y) = x^4 + y^3 + s_2x^2y + -\frac{1}{24}s_2^3x^2 - \frac{1}{576}s_2^4y - \frac{1}{24}s_2s_5^2$$

$$E_7: F_{E_7}(x, t) = -\frac{1}{3}(x^3y + y^3) + t_2xy^2 + t_6y^2 + t_8xy + t_{10}x^2 + t_{12}y + t_{14}x + t_{16}$$

$$x^2y = t_2y^2 + t_8y + 2t_{10}x + t_{14}$$

$$\frac{1}{3}x^3 + y^2 = 2t_2xy + 2t_6y + t_8x + t_{12}$$

$$\frac{1}{6}Hess f = \frac{1}{6}(4xy^2 - x^4) = xy^2, \quad x^4 = -3xy^2$$

$$(1) \langle i, j \rangle = \langle e_i, e_j \rangle \quad e_i = \left[\frac{\partial}{\partial t_i} F_{E_7} dx \right]$$

$$\langle 6, 12 \rangle = \frac{5}{3}t_2, \quad \langle 8, 10 \rangle = t_2, \quad \langle 2, 14 \rangle = \frac{5}{3}t_2^2 = \langle 6, 10 \rangle = \langle 8, 8 \rangle$$

$$\langle 2, 12 \rangle = \langle 6, 8 \rangle = 2t_6 + \frac{5^2}{3^2}t_2^3, \quad \langle 2, 10 \rangle = t_8 + 2t_2t_6 + \frac{5^2}{3^2}t_2^4$$

$$\langle 6, 6 \rangle = \frac{2}{3}t_8 + \frac{20}{3}t_2t_6 + \frac{5^3}{3^3}t_2^4$$

$$\langle 2, 8 \rangle = 2t_{10} + \frac{7}{3}t_2t_8 + \frac{20}{3}t_2^2t_6 + \frac{5^3}{3^3}t_2^5$$

$$\langle 2, 6 \rangle = t_{12} + \frac{8}{3}t_2t_{10} + \frac{45}{9}t_2^2t_8 + 4t_6^2 + \frac{50}{3}t_2^3t_6 + \frac{5^4}{3^4}t_2^6$$

$$\langle 2, 2 \rangle = \frac{4}{3}t_2t_{14} + \frac{10}{3}t_2^2t_{12} + 4t_6t_{10} + \frac{80}{9}t_2^3t_{10} + \frac{2}{3}t_8^2 + \frac{28}{3}t_2t_6t_8 \\ + \frac{400}{27}t_2^4t_8 + 20t_2^2t_6^2 + \frac{1000}{27}t_2^5t_6 + \frac{5^5}{3^5}t_2^8$$

(2) flat wörrdinate s_i a t_i 1: t_i 表示.

$$s_2 = t_2, \quad s_6 = t_6 + \frac{4}{9}t_2^3, \quad s_8 = t_8 + \frac{4}{3}t_2t_6 + \frac{13}{27}t_2^4$$

$$s_{10} = t_{10}, \quad s_{12} = t_{12} + t_2t_{10} + \frac{5}{6}t_2^2t_8 + \frac{5}{6}t_6^2 + \frac{35}{27}t_2^3t_6 + \frac{161}{2 \cdot 3^5}t_2^6$$

$$s_{14} = t_{14} + \frac{1}{3}t_2t_{12} + \frac{1}{3}t_2^2t_{10} + \frac{1}{3}t_6t_8 + \frac{10}{27}t_2^3t_8 + \frac{5}{9}t_2t_6^2 + \frac{95}{162}t_2^4t_6 + \frac{271}{36}t_2^7$$

$$s_{18} = t_{18} + \frac{1}{3}t_2^2t_{14} + \frac{2}{3}t_6t_{12} + \frac{11}{27}t_2^3t_{12} + t_8t_{10} + \frac{2}{3}t_2t_6t_{10} + \frac{11}{27}t_2^4t_{10} + \frac{1}{3}t_2t_6^2 \\ + \frac{11}{9}t_2^2t_6t_8 + \frac{44}{3^4}t_2^5t_8 + \frac{11}{27}t_6^3 + \frac{110}{81}t_2^3t_6^2 + \frac{638}{36}t_2^6t_6 + \frac{10785}{2 \cdot 3^7}t_2^9$$

(3) t_i a s_i 1: t_i 表示.

$$t_2 = s_2, \quad t_6 = s_6 - \frac{4}{9}s_2^3, \quad t_8 = s_8 - \frac{4}{3}s_2s_6 + \frac{1}{9}s_2^4, \quad t_{10} = s_{10}$$

$$t_{12} = s_{12} - s_2s_{10} - \frac{5}{6}s_2^2s_8 - \frac{5}{6}s_6^2 + \frac{5}{9}s_2^3s_6 - \frac{1}{3^4}s_2^6,$$

$$t_{14} = s_{14} - \frac{1}{3} s_2 s_{12} + 0 \cdot s_2^2 s_{10} - \frac{1}{3} s_6 s_8 + \frac{1}{18} s_2^3 s_8 + \frac{1}{6} s_2 s_6^2 - \frac{1}{54} s_2^4 s_6 - \frac{184}{36} s_2^7$$

$$t_{18} = s_{18} - \frac{1}{3} s_2^2 s_{14} - \frac{2}{3} s_6 s_{12} - s_8 s_{10} + \frac{4}{3} s_2 s_6 s_{10} - \frac{1}{9} s_2^4 s_{10} - \frac{1}{3} s_2 s_8^2 + \frac{1}{3} s_2^2 s_6 s_8 \\ + \frac{4}{27} s_6^3 - \frac{1}{9} s_2^3 s_6^2 + \frac{1}{2 \cdot 3^4} s_2^6 s_6 + \dots \textcircled{=} s_2^9$$

$$(s_2^3 s_{12}, s_2^5 s_8, \dots)$$

\mathcal{G} , $(\mathbb{C}^n, 0)$ is a Lie alg. is germ.

$G = \exp \mathcal{G}$ is prehomogeneity is $\mathbb{R}^n \supset \mathbb{R}^k \supset \mathbb{R}^l \supset \dots \supset \mathbb{R}^1 \supset \mathbb{R}^0$.

[1] Guiventhal : Funct. Analy. et its appl. 1980.

[2] Saito-Yano-Sekiyuchi : Commun. in Alg. 1980