数理解析研究所講究録
421巻 1981年 134-148

1つのL scheme における locally catenative system について

京大 理学部 関 成子
小渕洋一

1、はじめに

L scheme は有限なアルファベットΣから生成される自由モノイドΣ^*からそれ自身への準同型写像hを定義するものであり、L system は、L scheme においてΣ^*のある元(axiom)を与え、その元に写像hを繰り返し適用することにより生成されるΣ^*の元の列を問題にするものである。

L system に関する研究はここ10年程隆盛を極め、種々の system や様々な性質について調べられた。中でも興味深い性質は、locally catenative(l.c.と略す)と呼ばれるもので、それは、何回かhを適用した時点で生成されたΣ^*の元が、それまでに生成されたΣ^*の元を連接したものとして表現でき、以降に生成されるΣ^*の元についても同じ関係が成立するというものである。我々は既に、このl.c.な性質を持つL system は、特別な型のL system が埋め込まれること

により特徴づけられることを示した。[1] その特別な型のL systemの元になるL schemeは、任意の1記号から出発するsystemがl.c.となるstandard l.c. L schemeと呼ばれるものである。このL schemeの1記号から出発するL systemが符号化による対応により埋め込まれる時、L systemはl.c.となることがわかっている。そこで我々は、対象をこのstandard l.c. L schemeに限定して、l.c.な性質をより深く探求したいと考えている。

一般に1つのL schemeが与えられた時、あるaxiomから出発したL systemがl.c.でも、別のaxiomから出発したL systemがl.c.になるとは限らない。また、いずれもがl.c.となった場合でも成立している関係式が同じとは限らない。我々はこの報告で、standard l.c. L schemeにおいて1記号以外から出発するL systemがl.c.となる条件、その時のaxiom，関係式等について述べたい。

2. 定義と準備

以下においてN_i, N_i^jはそれぞれi以上の整数、i以上j以下の整数を表わすことにする。Aを記号の有限集合とする時、Aから生成される自由モノイドをA^*で表わす。A^*の単位元をλとして、$A^+ = A^* - \{\lambda\}$とおく。A^*の元xの長

さを $|x|$ で表わす。また $Pref_k(x)$ ($Suff_k(x)$) で長さ k の x の prefix (suffix) を表わす。

ここで扱う L system は、特にそのことを明記しないが、総て決定性で、セル間に相互作用のない系である。

定義1. (L scheme)

L scheme S は2項組 $\langle \Sigma, h \rangle$ で表わされ、Σ は有限なアルファベット、h は Σ^* から Σ^* への準同型写像である。h を S の生成関数という。

定義2. (L system)

L system G は、3項組 $\langle \Sigma, h, \omega \rangle$ で表わされ、$\langle \Sigma, h \rangle$ は L scheme, ω は Σ^* の元である。ω, $h(\omega)$, $h^2(\omega)$, $\cdots$ を G が生成する列と呼び、$\mathcal{E}(G)$ と書く。$\langle \Sigma, h \rangle$ を G の元になる L scheme と呼ぶ。ω を axiom と言う。

定義3. (locally catenative L system)

L system G が生成する列 $\mathcal{E}(G)$ を $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \cdots$ とする。G が cut p で $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ locally catenative (l.c. と略す) であるとは、N_p の任意の元 t に対し $\omega_t = \omega_{t-i_1}\omega_{t-i_2}\cdots\omega_{t-i_k}$ が成立することである。但し $k \in N_2$, $p, i_1, i_2, \cdots, i_k \in N_1$ とする。$\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ を G の l.c. 関係式と呼ぶ。cut p を特に明記しないこともある。

定義4. (standard l.c. L scheme)

L scheme S が standard $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. L scheme であるとは、$S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ と表わされ、

$$n = \max.\{i_1, i_2, \cdots, i_k\}, \quad \Sigma_n = \{0, 1, \cdots, (n-1)\},$$

$$h(i) = i+1 \qquad i \in N_0^{n-2}$$

$$h(n-1) = (n-i_1)(n-i_2)\cdots(n-i_k)$$

となっていることである。但し $i_1, i_2, \cdots, i_k \in N_1$。$\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ を特に明記しない時もある。L system $\langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ を standard l.c. L scheme S の main L system と呼ぶ。

l.c. L system と standard l.c. L scheme との間には、次の関係があることがわかっている。

<u>定理1</u>.[1]

L system $G = \langle \Sigma, h \rangle$ が $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. であることは次のことと同値である。

standard $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. L scheme $S = \langle \Sigma_n, h' \rangle$ と λ-free 準同型写像 $\gamma : \Sigma_n \to \Sigma^+$ が存在して、$\mathcal{E}(G')$ の任意の元 x に対して $h(\gamma(x)) = \gamma(h'(x))$ が成り立つ。

但し、$G' = \langle \Sigma_n, h', 0 \rangle$。

すなわち、L system G が $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. であるということは、その生成列 $\mathcal{E}(G)$ が、本質的に standard $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. L scheme の main L system の構造を持つことである。

従って、axiomを適当に選ぶことによって l.c. な L system を持つことができる L scheme の構造を研究するための手がかりとして standard l.c. L scheme の構造を研究するのは、自然なことであると思われる。

命題1.[2]

任意の standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ の生成関数 h は単射である。

命題2.[2,3]

その生成関数が単射であるような L scheme において、ある axiom に対する L system が $\langle i_1, i_2, \cdots, i_k \rangle$ l.c. であれば、その cut は $\max.\{i_1, i_2, \cdots, i_k\}$ とできる。

以後 standard l.c. L scheme において、main L system 以外の L system が l.c. となる条件を求めていくが、その時の axiom について次のことがわかっている。

命題3.

standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ を元になる L scheme とする L system $G = \langle \Sigma_n, h, \omega_0 \rangle$ が l.c. ならば、ω_0 は $\varepsilon(G')$ に現われる Σ_n^+ の元の部分列である。但し $G' = \langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$。

（証明）

G が $\langle j_1, j_2, \cdots, j_\ell \rangle$ l.c. で $\varepsilon(G) = \omega_0, \omega_1, \cdots$ とする。命題1, 2より cut q は $\max.\{j_1, j_2, \cdots, j_\ell\}$ ととることができ

る。よって $\omega_g = \omega_{g-j_1}\omega_{g-j_2}\cdots\omega_{g-j_\ell}$ で、ある $\ell' \in N_1^\ell$ が存在して $j_{\ell'} = g$。すなわち $\omega_{g-j_{\ell'}} = \omega_0$。 $\omega_0 = b_1 b_2 \cdots b_p$ ($b_i \in N_0^{n-1}$ $1 \le i \le p$) とおく。$h^m(b_1)$ は ω_m の prefix であり、しかも $\mathcal{E}(G')$ に現われる。$|h^m(b_1)| \ge |\omega_g|$ でかつ $m-g$ が j_1 の倍数であるような m を考えると、$h^m(b_1)$ は部分列として ω_0 を含む。■

3. 記号列の並列分解

ここで、standard l.c. L scheme において main L system 以外の L system が l.c. となる1つの十分条件を与える。

定義5. （記号列の並列分解）

L scheme $S = \langle \Sigma, h \rangle$ において $x \in \Sigma^+$ が並列分解可能であるとは、$x = \omega_1 \omega_2 \cdots \omega_m$ ($\omega_i \in \Sigma^+$, $m \in N_2$) と書け、ある $i_0 \in N_1^m$ に対し、任意の $i \in N_1^m$ が $h^{g_i}(\omega_{i_0}) = \omega_i$ となる $g_i \in N_0$ をもつことである。ω_i を（x の並列分解の）成分、g_i を ω_i の深さと呼ぶ。

定理2. [2]

standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ の main L system $\langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ を G とし、$\mathcal{E}(G) = 0, 1, \cdots, n-1, \omega_n, \omega_{n+1}, \cdots$ とする。ある ω_p が並列分解可能なら、その成分を axiom とする L system は l.c. である。その時の l.c. 関係式は ω_p における

l.c.関係式を入れ替えたものになっている。

（証明略）

4. 擬周期的L scheme

ここではまた別の、standard l.c. L scheme が main L system 以外で l.c. L system を持つ十分条件を示す。

定理3.

standard $\langle b_0, b_1, b_1+c, \cdots, b_1+rc, b_2, b_2+c, \cdots, b_2+rc, \cdots, b_p, b_p+c, \cdots, b_p+rc\rangle$ l.c. L scheme $S=\langle \Sigma_n, h\rangle$ は、$r\in N_1$,

$$^{\exists}t_i \ (0\leq i\leq p)\in N_0$$

$$b_0-b_1+c=t_0b_0, \quad b_p+rc=t_pb_0$$

$$b_i-b_{i+1}+(r+1)c=t_ib_0 \qquad 1\leq i\leq p-1$$

の時、l.c. L system $G=\langle \Sigma_n, h, (rc)\cdot(r-1)c\cdot\cdots\cdot c\cdot 0\rangle$ を持つ。

また、これを逆転させた standard l.c. L scheme についても同様のことが言える。

（証明）

$\mathcal{E}(G)=\omega_0, \omega_1, \cdots$ とおく。以下、簡単のために $1\leq i\leq p$ について $(n-b_i)(n-b_i-c)\cdots(n-b_i-rc)$ を $\underline{n-b_i}$ で表わすことにする。先に定理に必要な補題を示す。

補題3－1.

$g\in N_{n-1}$ について

$w_g = h^{g-n+1+rc}(n-1)\,h^{g-n+1+(r-1)c}(n-1)\cdots h^{g-n+1+c}(n-1)\,h^{g-n+1}(n-1)$

<u>補題3－2</u>.

$m \in N_0$, $t \in N_1^{b_0}$ について

$h^0(n-1) = n-1$

$$
\begin{aligned}
h^{mb_0+t}(n-1) = (&n-b_0+t-1) \\
&h^{t-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{t-1}(\underline{n-b_p}) \\
&h^{b_0+t-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{b_0+t-1}(\underline{n-b_p}) \\
&\cdots \\
&h^{mb_0+t-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{mb_0+t-1}(\underline{n-b_p})
\end{aligned}
$$

<u>補題3－3</u>.

$i \in N_1^p$, $m \in N_{b_i+rc}$ について

$h^m(\underline{n-b_i}) = h^{m-b_i+1}(n-1)\,h^{m-b_i+1-c}(n-1)\cdots h^{m-b_i+1-rc}(n-1)$

<u>定義6</u>.

Σ_n^+ の元 w は、ある w_g の部分列になり、しかも $w = w_{g-j_1} w_{g-j_2}\cdots w_{g-j_l}$ （$l \in N_1$, $1 \le i \le l$ について $j_i \in N_1^g$ ）と書き表わせる時、w_g において分割可能という。

<u>補題3－4</u>.

$h^{m_1}(n-1)\,h^{m_2}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、$1 \le i \le r$ について $m_{i+1} - m_i + c = t_i b_0$ なる $t_i \in N_0$ が存在する時、w_g の<u>真</u>の部分列ならば w_g において分割可能である。

（証明）

まず $h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1)$ が w_q の真の部分列ならば w_q において分割可能であることを示す。条件より $m_{r+1}-m_1+rc=tb_0$ となる $t\in N_0$ が存在することがわかる。

$$h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_{r+1}}(n-1)$$

$$\begin{aligned}=\ & h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r-1)c}(n-1)h^{m_1-rc}(n-1)\\ & h^{m_1-rc+b_0-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_1-rc+b_0-1}(\underline{n-b_p})h^{m_1-rc+2b_0-1}(\underline{n-b_1})\\ & \cdots h^{m_1-rc+2b_0-1}(\underline{n-b_p})\cdots h^{m_{r+1}-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_{r+1}-1}(\underline{n-b_p})\end{aligned}$$

補題3－1より、これは、w_q の真の部分列であれば、w_q において分割可能である。

次に $r'\in N_1^{r-1}$ として $h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-r'c}(n-1)h^{m_{r'+2}}(n-1)h^{m_{r'+3}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ が w_q の真の部分列であれば分割可能であることがわかっているとして、$h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_{r'+1}}(n-1)h^{m_{r'+2}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ も w_q の真の部分列であれば分割可能になることを示す。条件より $m_{r'+1}-m_1+r'c=t'b_0$ なる $t'\in N_0$ が存在することがわかる。

$$h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_{r'+1}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$$

$$\begin{aligned}=\ & h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_1-r'c}(n-1)\\ & h^{m_1-r'c+b_0-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_1-r'c+b_0-1}(\underline{n-b_p})\cdots\\ & h^{m_{r'+1}-1}(\underline{n-b_1})\cdots h^{m_{r'+1}-1}(\underline{n-b_p})h^{m_{r'+2}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)\end{aligned}$$

$$= h^{m_1}(n-1)\, h^{m_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c}(n-1)$$

$$h^{m_1-r'c+b_0-b_1}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_1-rc}(n-1)$$

$$h^{m_1-r'c+b_0-b_2}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_2-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_2-rc}(n-1)$$

$$\cdots$$

$$h^{m_1-r'c+b_0-b_p}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_p-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_p-rc}(n-1)$$

$$h^{m_1-r'c+2b_0-b_1}(n-1)\, h^{m_1-r'c+2b_0-b_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c+2b_0-b_1-rc}(n-1)$$

$$\cdots$$

$$h^{m_{r'+1}-b_p}(n-1)\, h^{m_{r'+1}-b_p-c}(n-1) \cdots h^{m_{r'+1}-b_p-rc}(n-1)$$

$$h^{m_{r'+2}}(n-1) \cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$$

ところで、$b_0-b_1+c=t_0b_0$と帰納法の仮定により、$h^{m_1}(n-1)$ $h^{m_1-c}(n-1) \cdots h^{m_1-r'c}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_1}(n-1)\, h^{m_1-r'c+b_0-b_1-c}(n-1)$ $\cdots h^{m_1-r'c+b_0-b_1-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$i \in N_1^{p-1}$ と $j \in N_1^{t'}$ に対して、$b_i-b_{i+1}+(r+1)c=t_ib_0$ と帰納法の仮定により $h^{m_1-r'c+jb_0-b_i-(r-r')c}(n-1) \cdots$ $h^{m_1-r'c+jb_0-b_i-rc}(n-1)\, h^{m_1-r'c+jb_0-b_{i+1}}(n-1) \cdots$ $h^{m_1-r'c+jb_0-b_{i+1}-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$j \in N_1^{t'-1}$ に対して、$b_0-b_1+c=t_0b_0$ と $b_p+rc=t_pb_0$ と帰納法の仮定により、$h^{m_1-r'c+jb_0-b_p-(r-r')c}(n-1) \cdots$ $h^{m_1-r'c+jb_0-b_p-rc}(n-1)\, h^{m_1-r'c+(j+1)b_0-b_1}(n-1) \cdots$ $h^{m_1-r'c+(j+1)b_0-b_1-(r-r'-1)c}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

$m_{r'+2}-m_{r'+1}+c=t'_{r'+1}b_0$ と $b_p+rc=t_pb_0$ と帰納法の仮定に

より、$h^{m_1-r'c+t'b_0-b_p-(r-r')c}(n-1)\cdots h^{m_1-r'c+t'b_0-b_p-rc}(n-1)$
$h^{m_{r'+2}}(n-1)h^{m_{r'+3}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。

よって、$h^{m_1}(n-1)h^{m_1-c}(n-1)\cdots h^{m_1-(r'-1)c}(n-1)h^{m_{r'+1}}(n-1)$
$h^{m_{r'+2}}(n-1)\cdots h^{m_{r+1}}(n-1)$ は、部分列の時分割可能。■

（定理3の証明）

充分大きな g に対して

$$
\begin{aligned}
&\omega_g \\
&= h^{g-n+rc+1}(n-1)h^{g-n+(r-1)c+1}(n-1)\cdots h^{g-n+1}(n-1) \\
&= h^{g-n+rc+1-b_0}(n-1)h^{g-n+rc}(\underline{n-b_1})\cdots h^{g-n+rc}(\underline{n-b_p}) \\
&\quad h^{g-n+(r-1)c+1}(n-1)\cdots h^{g-n+1}(n-1) \\
&= h^{g-n+rc+1-b_0}(n-1)h^{g-n+rc+1-b_1}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_1-rc}(n-1) \\
&\quad h^{g-n+rc+1-b_2}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_2-rc}(n-1)\cdots \\
&\quad h^{g-n+rc+1-b_p}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_p-rc}(n-1) \\
&\quad h^{g-n+(r-1)c+1}(n-1)\cdots h^{g-n+1}(n-1) \\
&= \{h^{g-n+rc+1-b_0}(n-1)h^{g-n+rc+1-b_1}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_1-(r-1)c}(n-1)\} \\
&\quad \{h^{g-n+rc+1-b_1-rc}(n-1)h^{g-n+rc+1-b_2}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_2-(r-1)c}(n-1)\} \\
&\quad \cdots \\
&\quad \{h^{g-n+rc+1-b_{p-1}-rc}(n-1)h^{g-n+rc+1-b_p}(n-1)\cdots h^{g-n+rc+1-b_p-(r-1)c}(n-1)\} \\
&\quad \{h^{g-n+rc+1-b_p-rc}(n-1)h^{g-n+(r-1)c+1}(n-1)\cdots h^{g-n+1}(n-1)\}
\end{aligned}
$$

補題3－4より、{ }で括った各部分は ω_g において分割可

能。よってw_gはl.c.関係式を満たす。Gはl.c.. ∎

定理3において$r=1$の場合には条件$b_p+rc=t_pb_0$が無くても定理が成り立つことがわかっている。

定理4.

standard $\langle b_0, b_1, b_1+c, b_2, b_2+c, \cdots, b_p, b_p+c \rangle$ l.c. L scheme $S=\langle \Sigma_n, h \rangle$は、

$$^\exists t_i\,(0 \leq i \leq p-1) \in N_0$$

$$b_0 - b_1 + c = t_0 b_0$$

$$b_i - b_{i+1} + 2c = t_i b_0 \qquad 1 \leq i \leq p-1$$

の時、l.c. L system $G=\langle \Sigma_n, h, c0 \rangle$を持つ。

また、これを逆転させたstandard l.c. L schemeについても同様のことが言える。

(証明略)

定理3と4においては、$h(n-1)$の形を与えて、その部分列をaxiomとしたl.c. L systemの存在を述べたが、定理2と同様にmain L systemに現われるある記号列の形が定理3や4の$h(n-1)$の形になっている時も同じことが言える。

5. 周期的L system

定義7. (周期的L system)

L system $G=\langle \Sigma, h, w \rangle$が周期的であるとは、$\alpha_1^{(r)}$

$\alpha_2^{(r)} \cdots \alpha_{\nu_r}^{(r)} \in \Sigma^+$ ($r \in N_0^{d-1}$) が存在して、任意の $p \in N_0$ に対して $\omega_p \in \mathcal{E}(G)$ は $(\alpha_1^{(r)} \alpha_2^{(r)} \cdots \alpha_{\nu_r}^{(r)})^+$ の元の部分列となることである。但し $d \in N_1$ で p を d で割った余りが r であるとする。

定義8. （(n, c)－巡回的）

$\Sigma_n = \{0, 1, \cdots, (n-1)\}$ を考える。$\omega \in \Sigma_n^+$ が (n, c)－巡回的（$c \in N_0^{n-1}$）であるとは、$\omega \in \Sigma_n$ または $\omega = \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_s$ ($s \in N_2$, $\alpha_i \in \Sigma_n$) で $\alpha_i + c \equiv \alpha_{i+1} \pmod{n}$ ($i \in N_1^{s-1}$) となることである。L system $G = \langle \Sigma, h, \omega_0 \rangle$ が (n, c)－巡回的であるとは、$\Sigma = \Sigma_n$ で任意の $\omega_p \in \mathcal{E}(G)$ が (n, c)－巡回的となる事である。

補題5－1.[2]

standard l.c. L scheme $S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ の main L system $G = \langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ を考える。この時次の二つの条件は同値である。

(1) $h(n-1)$ が (n, c)－巡回的で $\mathrm{Pref}_1(h(n-1)) = \mathrm{Suff}_1(h(n-1)) = 0$

(2) G が (n, c)－巡回的

補題5－2.[2]

standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ の main L system $G = \langle \Sigma_n, h, 0 \rangle$ は、$h(n-1)$ が (n, c)－巡回的で $\mathrm{Pref}_1(h(n-1)) = \mathrm{Suff}_1(h(n-1)) = 0$ ならば周期的である。

定理2, 3, 4で述べられたもの以外の standard l.c. L

schemeで、main L system とは別の l.c. L systemを持つものがわかっている。それは $h(n-1)$ が (n,c)－巡回的で $\mathrm{Pref}_1(h(n-1)) = \mathrm{Suffi}_1(h(n-1)) = 0$ となっている standard l.c. L schemeである。我々は、次のことが言えるのではないかと予想している。

予測

standard l.c. L scheme $S = \langle \Sigma_n, h \rangle$ において、$h(n-1)$ が (n,c)－巡回的でかつ $\mathrm{Pref}_1(h(n-1)) = \mathrm{Suffi}_1(h(n-1)) = 0$ であるとする。この時任意の (n,c)－巡回的な記号列 $w_0 \in \Sigma_n^+$ に対して、$\langle \Sigma_n, h, w_0 \rangle$ は l.c. である。

上記の予測の特別な場合が定理3の系として言える。

命題4.

standard l.c. L scheme $\langle \Sigma_n, h \rangle$ において、$h(n-1)$ が (n,c)－巡回的で $\mathrm{Pref}_1(h(n-1)) = \mathrm{Suffi}_1(h(n-1)) = 0$、ある $r \in N_1$ に対して $n = (r+1)c$ とする。その時 $\langle \Sigma_n, h, 0 \cdot c \cdots (rc) \rangle$ は l.c. L systemである。但し $r+1$ は $r+1$ の約数。

6. さいごに

standard l.c. L scheme で main L system 以外に l.c. L systemが存在するための十分条件を示した。最後の予測になっている (n,c)－巡回的な L schemeも含めた3つの型が必要

条件にもなっているのではないかと考えている。定理3，4で新しくできたl.c.L systemのl.c.関係式は一般に元に比べて非常に複雑になっている。ある場合には元の関係式にγ回代入を施したものの順序を入れ替えたものになっている。

7．文献

1．Y. Kobuchi, Two characterization theorems of locally catenative developmental systems, Inform. Processing Lett., 6, 4 (1977), 120-124.

2．S. Seki, Cell Interactions and Local Catenativeness in L systems, Proc. of the 4-th IBM Symp. on Mathematical Foundations of Computer Science (1979).

3．G. Rozenberg & A. Salomaa, "The Mathematical Theory of L Systems," Academic Press (1980).

4．小渕・関，L schemeで実現されるl.c. formulaについて，昭和54年度通信学会全国大会 1200。

5．関・小渕，1つのL schemeの中のl.c systemについて，昭和56年度通信学会全国大会。