数理解析研究所講究録
424巻 1981年 112-113

Cern-class の p-local control

宮本雅彦
北大（理）

代数トポロジーにおいて，群の複素表現とベクトル束，そしてそれのK−理論，コホモロジーとの間の関連はよく知られている。又，コホモロジーは p-local control の性質を非常に簡単な構造の対応で示すことが知られているので，上の $\mathbb{C}$−表現との対応に関連させ，p-local control の性質を $\mathbb{C}$−表現に導入したのが以下の結果です。

定理． Gを有限群，pを素数，PをGのSylow p−部分群，$R(G)$をGの$\mathbb{C}$−表現の同値類によって生成される表現環とします。このとき，Atiyah の定義による topological filtration $R(G)=R_0(G) \supseteq R_1(G)=R_2(G) \supseteq R_3(G)=R_4(G) \supseteq \cdots$ があるわけですが，もし Sylow p−群Pが，

ある正の整数 t に対して，wreath product $F = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \wr \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ の factor group $F/Z_t(F)$ を involve しないならば，$0 \leq s \leq \frac{p-1}{p-t-1}$ なる整数 s に対して，次の同型が成り立つ。

$$\left(R_{2s}(G) / R_{2(s+1)}(G) \right)_p \cong \left(R_{2s}(N_G(P)) / R_{2(s+1)}(N_G(P)) \right)_p$$

ここで，$N_G(P)$ は P の正規化群，$(\quad)_p$ は p-primary part を表わすものとする。

証明の方法は，先の topological filtration と Chern-class とが密接に関係しており，Chern-class の定義にしたがって，line 束への G の部分群の作用を求めることによって出てくる。

Reference

M. F. Atiyah. Characters and cohomology of finite groups, I.H.E.S. 1961.