

岩沢類教公式の一般化 II

東大・教養 片岡俊孝

§ 0. Introduction.

p は素数, $m \in \mathbb{Q}$ とする. $\{\sqrt[p^n]{m}\}_{n=0}^{\infty} \in (\sqrt[p^n]{m})^p = \sqrt[p^{n-1}]{m}$, $n=1, 2, \dots$, とおきようにえらんでおく. 拡大
 $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt[p]{m}) \subset \mathbb{Q}(\sqrt[p^2]{m}) \subset \dots \subset \mathbb{Q}(\sqrt[p^n]{m}) \subset \dots \subset \bigcup_{n=0}^{\infty} \mathbb{Q}(\sqrt[p^n]{m})$
 を考える. $m=1$, $\sqrt[p]{m}$ は 1 の原始 p 乗根とすると, これは
 $\mathbb{Q}(\zeta_p)$ ($\zeta = \begin{cases} p & p \neq 2 \text{ or } 4 \\ 4 & p = 2 \text{ or } 4 \end{cases}$) 上の \mathbb{Z}_p 拡大と成っている. この
 とき, 整数 λ, μ, ν が存在して, 十分大きな n に対して,
 $\mathbb{Q}(\sqrt[p^n]{m})$ の類教の p -part は, p^{e_n} , $e_n = \lambda n + \mu p^n + \nu$, とかける
 ことが知られている (岩沢の類教公式). ここでは,
 $m \neq 1, 0$ の case への類教公式を, 拡張することを考
 える.

ところで, 上の岩沢の類教公式の証明は, \mathbb{Z}_p 上の一次形式
 的中級数環上の加群の話に還元される. それは, 任意の有
 限次代数体上の \mathbb{Z}_p -拡大の場合でも, 全く同一である. 我々

の場合でも、適当な分岐にかんする条件をみたしてやれば、他の場合についても同じようにあつかうことができる。

さて、片岡 [7] を、一般化した次のような有限次代教体 k 上の無限次代教拡大 K を考えよう。

(*)_p: k 上の拡大 L で次の i) ~ iii) をみたすものが存在する。

i) L/k : Galois 拡大,

ii) $L \cap K = k$,

iii) KL/L : \mathbb{Z}_p -拡大。

この拡大 K/k の中間体は、片岡 [7] と同じようにかける。

(α) 整数 $m \geq 0$ に対して、 k 上の拡大次数が、 p^m である K/k の中間体 k_m が唯一存在する。

(β) $k = k_0 \subset k_1 \subset k_2 \subset \dots \subset k_n \subset \dots \subset K$

(γ) $K = \bigcup_{n=0}^{\infty} k_n$

i) ~ iii) をみたす L に対して、 KL/k は、Galois 拡大となり、そのようなものの中で最小のものが存在する。以後、 L は \rightarrow ねにそのようにあるもの E であるとしてしよう。= α とし、 $\text{Gal}(L/k)$ は、自然に \mathbb{Z}_p^{\times} の closed subgroup \neq identity

することが出来る。ここで2つのCaseに分かれる。

$$(A) [L:k] < +\infty$$

$$(B) [L:k] = \infty$$

(A) のCaseは、すでに片田 [7] であがっている。このCaseでは、拡大 K/k の片田 [8] §1 の意味での Galois 群の作用全体のなす環 "R" によって中間体の p -class group の一様な記述が得られ、 \mathbb{Z}_p -拡大のときと同様の方針で、岩沢類数公式の成立することが示される。ところが、(B) の場合では、(A) のときと "R" にあたり \mathbb{Z}_p が \mathbb{Z} となってしまって、 \mathbb{Z}_p -拡大のときと同じ方針で類数公式をもとめることは、全く不可能になってしまう。したがって、拡大 KL/k まで考えることが必然的になってしまう。冒頭にあげた拡大は、 $(\mathbb{Z}_p)_p$ をみたし、(B) のCaseにあたる。以後、(B) が成立することを仮定する。

このような問題に対して、今のところは特殊な場合しかわかっていない。この報告では、一般解の方針をのみ、わかりやすい場合に限定して、結果を説明することにする。大雑把にいうと、考察は、次の3つの部分に分かれる。

- (1) 中間体の p -class group の一様な記述,
- (2) 分類問題,
- (3) index の計算.

以後, (1), (2) 及び " L/k が cyclotomic \mathbb{Z}_p 拡大を, S を L の
 拡大 K/L の記述のみを限定する. (2) の特殊な Case での
 explicit な記述, (3), p -rank にかんする結果 及び " L 列" など
 は割愛する.

記号

- (1) \mathbb{Q} 上の代数拡大 M に対して, C_M で $\varprojlim_{M' \subset M} C_{M'}$ を表す.
 ただし, M' は M の \mathbb{Q} 上有限次である部分体をめたり, $C_{M'}$
 は M' の p -class group を表す.
- (2) $\eta \in \text{Hom}(\text{Gal}(L/k), \mathbb{Z}_p^\times)$ を,

$$\eta; \text{Gal}(L/k) \longrightarrow \text{Aut}(\text{Gal}(KL/L)) = \mathbb{Z}_p^\times$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$\sigma \longmapsto (\alpha \longmapsto \tilde{\sigma}^{-1} \alpha \tilde{\sigma})$$
 で定める. ただし $\tilde{\sigma}$ は σ の kL 上の automorphism の代表として
 ある.
- (3) $G = \text{Gal}(KL/k)$, $H = \text{Gal}(KL/k)$, $N = \text{Gal}(KL/L)$
 とおく.
- (4) $\Lambda_G = \mathbb{Z}_p[G]$, $\Lambda_H = \mathbb{Z}_p[H]$, $\Lambda_N = \mathbb{Z}_p[N] = \Lambda$ とおく.

(5) L/k は、仮定より、 k 上の \mathbb{Z}_p -拡大を唯一つ含むが、
 それと k 上 linearly disjoint な極大右部分体 $\alpha \rightarrow E$
 L_0 とかく。 $p=2$, $\text{In } \gamma \ni -1$ のときには、このよりの L_0 は
 2つ存在し、それ以外の場合は unique に定まる。

(6) $\text{Gal}(KL/L_0) = G_0$ とかく。

§1. 分岐.

まず、類数公式が成立するためには、最低階次が必要と思
 われる。

(R-1); K/k で分岐する k の素点は有限個。

さらに強い条件として次のようなものが考えられる。

(R-2); K/k で分岐する k の素点は有限個であり、
 KL/L_0 で分岐する KL の素点の inertia field は、 L
 あるいは L_0 上の有限次拡大である。

(R-3); (R-2) をみたし、拡大 KL/k での inertia field が
 k_n ($n \in \mathbb{Z}, \geq 0$) である KL の素点が存在する。

(R-2), (R-3) に、さらに条件

“ KL/L_0 で分岐する KL の素点の decomposition field は、 L_0
 上の有限次である。”

を追加したものをそれぞれ、(R-2)', (R-3)' と呼ぶことにする。

以上の準備のもとで、

命題 1.1 $p \mid \text{odd}$ とする. (R-3) を仮定する. $n_0 \in \mathbb{N}$ 次のような性しつとてみたる非負整数とする.

$k_{n_0}L$ の素点 \mathfrak{p} が " $kL/k_{n_0}L$ で" 分岐するならば, $\tau = \tau$ "完全分岐する".

このとき.

(1) 整数 $m \geq n_0$ に対して, $C_m \cong C_{kL}/C_0 C_1^{\omega_{n_0, m}}$ が成り立つ.

ただし, $C_0 = \text{Ker}(C_{kL} \rightarrow C_k)$, $C_1 = \text{Ker}(C_{kL} \rightarrow C_{k_{n_0}L})$ である.

整数 $0 \leq m \leq n$ に対して, $\omega_{m, n} \in \frac{\sigma^{p^m} - 1}{\sigma^{p^n} - 1} \in \Lambda_N$ で定めよう.

$\omega_{m, n}$ は N の topological generator τ である.

(2) C_0 は, $[C_{kL}, H] (= \langle c^{\mathfrak{h}-1} \mid c \in C_{kL}, \mathfrak{h} \in H \rangle)$ である.

$C_0/[C_{kL}, H]$ は \mathbb{Z}_p -加群として, 有限生成で, generator

の数は, " $kL/k_{n_0}L$ で" 分岐する k の素点の数を -1 " とする.

$\tau \in H$ の topological generator とすると, $[C_{kL}; H] = C_{kL}^{\tau}$ である.

(3) C_1 は, $C_{kL}^{\omega_{n_0}}$ である. もし拡大 k/k_{n_0} (R-3)' とみれば,

$C_1/C_{kL}^{\omega_{n_0}}$ は, \mathbb{Z}_p -加群として, 有限生成で,

generator の数は, " $kL/k_{n_0}L$ で" 分岐する $k_{n_0}L$ の素点の数を -1 " とする.

ω_{n_0} は, $\sigma^{p^{n_0}} - 1 \in \Lambda$ である.

Remark. (R-2) の下でも同様のことが成り立つと思われ.

§ 2. 拡大の記述 (Cyclotomic Case).

この § では、 L/k に含まれる \mathbb{Z}_p -拡大が、cyclotomic と
なる拡大 K/k を決定する。 p は奇素数であるとし、有限次代
数体 k 、 k 上の無限次 \mathbb{Z}_p -拡大 L 、及び $\text{Gal}(L/k)$ が S
 \mathbb{Z}_p^\times への injective cont. hom. η を固定する。 $k(\mu_{p^\infty}) \subset L(\mu_p)$
を仮定する。 次のように記号を定める。

記号

- (1) $\mu_{p^\infty} = \{x \mid \exists n \in \mathbb{N}, x^{p^n} = 1\}$, $\mu_p = \{x \mid x^p = 1\}$.
- (2) $\chi : L(\mu_p)/k$ の cyclotomic character i.e.
 $\chi : \text{Gal}(L(\mu_p)/k) \rightarrow \mathbb{Z}_p^\times$ s.t. $\zeta^\sigma = \zeta^{\chi(\sigma)}$, $\forall \sigma \in \text{Gal}(L(\mu_p)/k), \forall \zeta \in \mu_{p^v}$
- (3) $\eta_0 : \text{Gal}(L_0(\mu_p)/k) \rightarrow \text{Gal}(L_0/k) \rightarrow \text{Gal}(L/k) \xrightarrow{\eta} \mathbb{Z}_p^\times$.
- (4) $\alpha_0 : \text{Gal}(L_0(\mu_p)/k) \rightarrow \mu_{p-1} \hookrightarrow \mathbb{Z}_p^\times$ s.t. $\zeta^\sigma = \zeta^{\chi(\sigma)}$,
 $\forall \sigma \in \text{Gal}(L_0(\mu_p)/k), \forall \zeta \in \mu_p$.
- (5) $\theta = \alpha_0 \eta_0^{-1} \in X(\text{Gal}(L_0(\mu_p)/k)) = \text{Hom}(\text{Gal}(L_0(\mu_p)/k), \mathbb{Z}_p^\times)$.
- (6) $K_\eta : \text{ker } \theta$ の固定体.
- (7) $\alpha_1 : \text{Gal}(k(\mathbb{Q}_\infty)/k) \hookrightarrow \text{Gal}(L(\mu_p)/k) \xrightarrow{\chi} \mathbb{Z}_p^\times$,
 $\eta_1 : \text{Gal}(k(\mathbb{Q}_\infty)/k) \hookrightarrow \text{Gal}(L(\mu_p)/k) \xrightarrow{\eta} \mathbb{Z}_p^\times$.
ただし、 \mathbb{Q}_∞ は \mathbb{Q} 上の \mathbb{Z}_p -拡大である。
- (8) $S : p$ 上の素点をすなわち S は k の素点の有限集合.
- (9) $E_{k,S} : k$ の有限次拡大 K の S -units 全体.
- (10) $e_\theta : \theta$ に対応する $\mathbb{Z}_p[\text{Gal}(L_0(\mu_p)/k)]$ の idempotent.

定理 2.1. 上の仮定の下で、

(1) $\chi_1 \neq \chi_2$ ならば、

" K/k : S -ramified $\Rightarrow K/k$: p -ramified"

が成り立つ。

(2) L_0 のみにより定まる $\text{Gal}(k\mathbb{Q}_p/k)$ の \mathbb{Q}_p -valued character よりなる有限集合が与って、 χ_1 がそれらに属すならば、

$$\text{rank}_{\mathbb{Z}_p} \text{Gal}(K_{\chi_1}/L) = \nu_2(k).$$

ここに、 K_{χ_1} は、対応する $\text{Gal}(L/k)$ の character $\chi = \eta$ となる $(*)_p$ をみたす k 上の拡大 K である合成体、 $\nu_2(k)$ は、 k の虚位数の数を表す。ただし、 $\nu_2(k) = 0$ のときは、 L は、対応する character $\chi = \eta$ となる $(*)_p$ をみたす拡大 K が存在しないことを意味する。

(3) $\chi_1 = \chi_2$ のとき、次のように自然に bijective に対応がある。

$\{ K/k ; \text{最大の } m \pm 1 \text{ が } L \text{ として、対応する } \text{Gal}(L/k) \text{ の } \chi / \sim \text{ 共役 character は } \eta \}$

$\Leftrightarrow \{ W ; (E_{k\eta} \otimes_{\mathbb{Z}_p})^{\oplus m}$ の \mathbb{Z}_p と isomorphic な直和因子 $\}$ 。

具体的に対応は、 $k \leftrightarrow W$ として、

$$k_{\eta} \cdot k_{\eta} = k_{\eta}(\sqrt{\alpha})^{p^n}, \text{ ただし、 } \alpha \text{ は、 } \text{Im}(W \rightarrow E_{k\eta, S} / E_{k\eta, S}^{p^n}) = \langle \alpha \pmod{E_{k\eta, S}^{p^n}} \rangle \text{ となる } E_{k\eta, S} \text{ の元である。}$$

$$(3)^* \quad (E_{k, S} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z})^{\mathbb{E}_0} \cong \begin{cases} 0 & k \neq L_0 \text{ のとき} \\ \mathbb{Z}/p^e \mathbb{Z} & k = L_0, \mu_{p^e} \cap k_{\eta} = \mu_{p^e}, e \geq 1 \end{cases}$$

したがって、 $k \neq L_0$ のときは、 $(E_{k, S} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}_p)^{\mathbb{E}_0}$ の一次元部分空間といっても同じである。

(4) (分岐にかんして) $\alpha_1 = \eta_1$ であるとする。

\mathfrak{p} は k の p 上の素点とする。 \mathfrak{P} は \mathfrak{p} 上の k_{η} の素点とする。

$$\widehat{k_{\eta, \mathfrak{p}}} = \varprojlim_{\mathfrak{P}^m} k_{\eta, \mathfrak{P}}^{\times} / k_{\eta, \mathfrak{P}}^{\times p^m} \quad \text{とある。}$$

$$\varphi_{\mathfrak{p}} : (E_{k, S} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}_p)^{\mathbb{E}_0} \longrightarrow \widehat{k_{\eta, \mathfrak{p}}} \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Q}_p$$

は $E_{k, S} \hookrightarrow k_{\eta, \mathfrak{p}}^{\times}$ により induce される homomorphism である。

このとき、

$$\varphi_{\mathfrak{p}}(W) \neq 0 \iff \mathfrak{p} \text{ の 拡大 } KL/k \text{ での 慣性体は } k \text{ の 有限次 拡大である。}$$

Remark. 1. (3) のみは、 n によって変化するかもしれない。

Remark. 2. 証明は、Kummer 拡大の理論による。

Cor. 2.2 $p = \text{odd}$, $k = \mathbb{Q}$ とする。

(1) ある n と m $k > 1$ として、 k_{η} が pure field

$$\iff L = \mathbb{Q}(\mu_{p^m}), \quad \eta \text{ は cyclotomic character.}$$

(2) $L = \mathbb{Q}(\mu_p)$, η は cyclotomic character とする。

$S = \{p, l_1, l_2, \dots, l_r\}$ (l_1, \dots, l_r, p は 相異なる素数) とする。

\exists $\alpha \in K/k$ に対して、 $\mathbb{P}_{\mathbb{Q}_p}^r$ の元 $x = (x_0, \dots, x_r)$ ($x_i \in \mathbb{Z}_p$, $\exists i$ $x_i \notin p\mathbb{Z}_p$) が存在して、 $k_n = \mathbb{Q}(\sqrt[p^n]{x_0^{x_0^{(n)}} \cdots x_r^{x_r^{(n)}}})$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) とおける。 $T = T_n$ ($x \in \mathbb{Z}_p$, $n \in \mathbb{N}$) に対して、 $x^{(n)} \in \mathbb{Z}$ 且、 $0 \leq x^{(n)} \leq p^n - 1$, $x^{(n)} \equiv x \pmod{p^n}$ と定める。

(3) (2) と同じ仮定の下で、

$$\begin{aligned}
 K/k \text{ が (R-3) を満たす} &\iff K/k \text{ が (R-2) を満たす} \\
 &\iff x_0 \neq 0, \text{ あるいは } \prod_{i=1}^r (x_i^{p-1})^{x_i} \neq 1 \\
 &\quad \text{in } \mathbb{Q}_p
 \end{aligned}$$

Remark. (3) で、(R-3), (R-2) に " / " をつけてもよい。

§3. Iwasawa algebra Λ の加群の分類.

M. Harris [4] の定理より、(R-1) の仮定の下で必要十分 Λ_G -加群の分類問題は、次のようなものである。

(CC-1); Λ_G -有限生成, Λ_{G_0} -Torsion 加群の分類。

しかし、§2 の結果及び Ferrero-Washington の定理 [3] により、次の分類で十分である。

(CC-2); Λ_N -有限生成, Λ_G -加群の分類。

実際、岩沢 [5] より

$$\text{" } C_L \text{ の } \mu\text{-invariant が } 0 \iff C_{KL} \text{ が } \Lambda_N\text{-有限生成 " }$$

が (C-2)' の仮定の下に成立するから, L_0 が p -adic 体
 L が cyclotomic \mathbb{Z}_p -拡大を ISC とする。 (C-2) で十分である。
 しかし, 完全な記述は,

(C-3): Λ_N -cyclic, Λ_G -加群の分類

に限定しての Λ である。

分類問題にかんする結果を Λ の前に τ のことを注意する。

命題 3.1. (M, Lazard [11] を参照)

M は completed \mathbb{Z}_p -module とする。 M 上に次の三つの構造
 τ を定めることは同値である。

- (1) M 上の continuous G -module structure,
- (2) M 上の continuous $\mathbb{Z}_p[[G]]$ -module structure,
- (3) M 上の continuous Λ_N -module structure と, continuous
 semi-linear H -module structure,

τ は Λ , M が, continuous Λ -module かつ, continuous H -module
 τ であるときに, M が semi-linear τ であることは,

$$\tau(\lambda m) = \lambda^\tau(\tau m), \quad \forall \tau \in H, \forall \lambda \in \Lambda, \forall m \in M$$

が成り立つことである。ここに $\lambda^\tau = \tau^{-1} \lambda \tau$ は Λ_G τ である。

我々は, (3) の立場をとることにする。

定理 3.2 $p \neq 2$, 或る ω は, $p=2$ のときは $-1 \in \text{Im } \omega$ である。

(1) 次のように τ は bijective に対応がある。

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda_N\text{-有限生成, } \Lambda_G\text{-加群} \\ \text{の isomorphism classes} \end{array} \right\} \xrightarrow{\sim} \coprod_M H^1(H, \text{Aut}_\Lambda(M))$$

ただし, M は, 有限生成 Λ_N -加群で, $S_R^*(M) \cong M$ ($\forall h \in H$)
 をみたす τ の isomorphism classes を与える。

H の $\text{Aut}_\Lambda(M)$ への action は, M の Λ_N -加群の構造と compatible
 な Λ_G -加群の構造を λ した τ の τ 一つ固定し, $h \in H, f \in \text{Aut}_\Lambda(M)$
 に対して,

$$(\tau h \cdot f)(x) = \tau h(f(\tau^{-1}x)) \quad , \forall x \in M$$

で λ する。

$S_R^*(M) = S_R^*(\Lambda) \otimes_{\Lambda} M$, $S_R^*(\Lambda)$ は, isomorphism $x \mapsto \tau x \tau^{-1}$ に
 対して, Λ に Λ -module structure を λ した τ の τ がある。(i.e., $x \in \Lambda$
 $y \in S_R^*(\Lambda)$ に対して, $S_R^*(\Lambda)$ の Λ -module として $(\tau x \tau^{-1}) y = x y$
 をみたす) $x * y = (\tau x \tau^{-1}) y$ である。

(2) (1) の M は Λ -module として, τ の τ に対して pseudo-isomorphic τ がある。

$$\Lambda^{(s)} \oplus \sum_a \Lambda / f_a \Lambda.$$

ただし, $s \geq 0$, f_a は, p である。 ξ_i ($i=0, 1, \dots$) の τ がある。
 $\xi_0 = \sigma - 1$, $\xi_i = \sigma^{p^i} - 1 / \sigma^{p^{i-1}} - 1$ ($i=1, 2, \dots$) $\in \Lambda$, τ がある。

(3) $\sigma \in \Lambda$ の τ があるとき,

$$\forall h \in H \quad S_R^*(\Lambda/\sigma) \cong \Lambda/\sigma \iff \forall h \in H, \sigma^h = \sigma.$$

(4) $\alpha^h = \alpha$, $\forall h \in H$ であり Λ の 1 行 1 列 $\alpha \neq 0$ ならば、次のように unique に決まる。

$$\alpha = \sum_{i=1}^n p_i^{e_0} \sum_{j=1}^{e_1} \dots \sum_{r=1}^{e_k} \quad (e_0 \geq 0, e_1 \geq 0, e_1 > 0, \dots, e_k > 0)$$

α は、 $\sum_{i=1}^n p_i^{e_0}$ の形の 1 行 1 列 α であり、1 行 1 列 τ として、 $\alpha^h = \alpha \tau$, $\forall h \in H$ であり得る。これは、局所環 Λ の maximal ideal。

Remark 1. $p=2$, $\text{Im } \eta \ni 1$ のときも適当に修正すれば、同様のもので成立する。

Remark 2. $\tau \in H$ の top. generator であるとき、

$$\mathcal{S}_\tau^*(M) \cong M \iff \forall h \in H \quad \mathcal{S}_h^*(M) \cong M$$

Remark 3. $\alpha^h = \alpha$, $\forall h \in H$, なる Λ の 1 行 1 列 α に対しては、

$x \pmod{\alpha} \mapsto x^h \pmod{\alpha}$ なる自然な $h \in H$ の action がはたしている。

上の定理の具体的な対応は次のようになる。

Λ_G -加群 M に対応する 1-cocycle f 。

$$f_\tau(x) = \tau(x^{\tau^{-1}}) \quad (x \in M)$$

で定める。ただし、 H に対して、固定してある Λ_G -加群の構造による H の action $\tau \in M$ の元 τ の右肩にかく。逆に、

1-cocycle $f \in Z^1(H, \text{Aut}_\Lambda(M))$ に対して、

$$\tau \cdot x = f_\tau(x^\tau) \quad (x \in M, \tau \in H)$$

で M 上の H の action τ を定めると、 G が continuous K -acts して、

(1) τ は Λ_N -加群の構造加である。

M が Λ_N -cyclic かつ τ は $H'(H, \text{Aut}_\Lambda(M))$ は、次のように
 なる。

命題 3.3 $\alpha \in \Lambda$ の行 "p.u.t.", $\alpha^{\tau} = \alpha$, $\forall \alpha \in H$ であるものを
 とする。

$$(1) \text{Aut}_\Lambda(\Lambda/\alpha) = (\Lambda/\alpha)^\times.$$

(2) $m > 0$ とする。

$$\begin{array}{ccc} H'(H, (\Lambda/\alpha)^\times) & \cong & H^m / (1+\alpha) [1+m, H] \\ \downarrow \psi & \longrightarrow & \downarrow \varphi \\ \mathcal{F} & & \mathcal{F}_\alpha \end{array}$$

ここに, τ は, H の top. generator, $[1+m, H] = \langle \alpha^{\tau-1} \mid \lambda \in 1+m, \forall \lambda \in H \rangle$
 とある。

$C_{K,L}$ が M -cyclic かつ Index $C_{K,L} : C_0 C_1^{v_{\text{non}}}$ の計算のため
 である。 $H'(H, (\Lambda/\alpha)^\times)$ の explicit な表現は [2] から [1] までであるが、
 それらは、別の機会に、譲るとしてよい。

文献

- [1] J. Coates-A. Wiles; On p-adic L-functions and elliptic units.
 , J. Australian Math. Soc., A, 25, 1-25, 1978.
 [2] R. F. Coleman; Division values in local fields, Inv. math.

, 53, 91-116, 1979

[3] B. Ferrero and L. Washington ; the Iwasawa invariant μ_p vanishes for abelian number fields, *Ann. Math.*, 109, 377-395, 1979.

[4] M. Harris ; p -adic representations arising from descent on abelian varieties. *Compos. Math.*, 39, 177-249, 1979

[5] K. Iwasawa ; On the μ -invariants of \mathbb{Z}_ℓ -extensions, Conference on number theory, algebraic geometry and commutative algebra in honor of Y. Akizuki, Tokyo, 1-11, 1973.

[6] K. Iwasawa and C.C. Sims ; Computation of μ -invariants in the theory of cyclotomic fields, *J. Math. Soc. Japan*, 18, 86-96, 1966

[7] 片岡俊孝 ; 岩沢類数公式の一般化, 数理解講究録 378, 47-60, 1980年2月

[8] 片岡俊孝 ; Class number relations, 数理解講究録 411, 142-161, 1981年1月

[9] 片岡俊孝 ; $\mathbb{Q}(\sqrt[2^n]{\pm 1})$ 及び $\mathbb{Q}(\sqrt[2^n]{\pm 1})$ の類数公式の 2-part, 日本数学会代数学分科会予稿集, 1980年10月.

- [16] S. Lang : Cyclotomic fields , Springer , Berlin-Heidelberg-
New York , 1978
- [17] M. Lazard : Groupes analytiques p -adiques , Pub. Math,
I.H.E.S. , 26, 1965