

KNOT SURGERY DESCRIPTIONS OF  
SOME CLOSED ORIENTABLE 3-MANIFOLDS

津田塾大学 円山憲子

本稿の目的は、homology 3-球面内の knot の exterior を 2-  
張り合せて得られる closed orientable 3-manifolds の knot surgery  
表現を求めることである。

§ 1 準備

1.1 定義. smooth oriented category の議論を進める。  
 $\Sigma$  を homology 3 球面,  $K$  を  $\Sigma$  内の oriented knot とする。  $N(K)$   
を  $K$  の 0-framed tubular neighborhood とする。即ち、  $N(K) \cong$   
 $S^1 \times D^2$ ,  $S^1 \times \{*\} \sim 0$  in  $\Sigma - N(K)$ ,  $* \in \partial D^2$  となっている。  
 $X = \Sigma - N(K)$  と置いたものを  $K$  の exterior といい、  $X$  の向きは、  
 $\Sigma$  と  $K$  から自然に決まるものである。  $\partial X$  はいつでも  $S^1 \times \partial D^2$   
と同視され、座標は  $(\theta, \varphi)$ ,  $0 \leq \theta, \varphi < 2\pi$  と入れる。  
 $\ell = S^1 \times \{*\}$  ( $* \in \partial D^2$ ),  $m = \{*\} \times \partial D^2$  ( $* \in S^1$ ) なる  $\partial X$  上の  
loops を各々  $K$  の longitude, meridian といい、  $\lambda = [\ell]$ ,

$\mu = [m]$  は  $H_1(\partial X) \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$  の生成元である。

1.2  $M(K_1, K_2; A)$ :  $K_i$  を homology 3-球面  $\Sigma_i$  内の oriented knot,  $X_i$  を  $K_i$  の exterior とする ( $i=1, 2$ ).  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL(2, \mathbb{Z})$  st.  $\det A = -1$  1-交代, 2,

$$h(\theta_1, \varphi_1) = (a\theta_1 + b\varphi_1, c\theta_1 + d\varphi_1)$$

により、向き逆転の同相写像  $h: \partial X_1 \rightarrow \partial X_2$  が決まる。よって

$h_*: H_1(\partial X_1) \rightarrow H_1(\partial X_2)$  は,

$$h_* \langle \lambda_1, \mu_1 \rangle = \langle \lambda_2, \mu_2 \rangle \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

となることがわかる。この  $h$  で  $X_1$  と  $X_2$  を張り合せて得られる 3-manifold  $X_1 \cup_h X_2$  は、 $h$  が向き逆転であるから  $X_1$  と  $X_2$  のそれぞれから決まる自然な向きを持つている。この closed orientable 3-manifold を  $M(K_1, K_2; A) (= X_1 \cup_h X_2)$  と表わす。

$M(K_1, K_2; A)$  の性質を上げしておく:

$$(1) M(K_1, K_2; A) = X_1 \cup_h X_2 \cong X_2 \cup_{h^{-1}} X_1 = M(K_2, K_1; A).$$

$$(2) M(0, K; A) \cong \mathcal{X}_\Sigma(K; \frac{c}{a}),$$

すなわち、 $0$  は  $S^3$  内の trivial knot,  $K$  は homology 3-球面  $\Sigma$  内の knot とき、 $\mathcal{X}_\Sigma(K; \frac{c}{a})$  は  $\Sigma$  を  $K$  に沿って type  $\frac{a}{c}$  の Dehn surgery を施して得られる closed orientable 3-manifold。

$$(3) M(K_1, K_2; A) \text{ は}$$

$$H_1(M(K_1, K_2; A)) \cong \mathbb{Z}/|c|\mathbb{Z}.$$

(2) は、 $N(K) \cong S^1 \times D^2$  と  $X(0) \cong D^2 \times S^1 \cong S^3 - N(0)$  との同相写像 (向き逆転) が  $(x, y) \mapsto (y, x)$  として与えられること、Dehn 構成にて得られる  $K$  の topological type が  $N(K)$  の meridian の行き先で決まることからわかることを注意しておく。

**1.3 Surgery on solid torus.**  $J$  を solid torus  $S^1 \times D^2$  内部の simple closed curve (s.c.c.) とし、 $J \not\subset B^3$  in  $S^1 \times D^2$  かつ  $J \neq \text{core of } S^1 \times D^2$  を満たすように  $K$  とする。

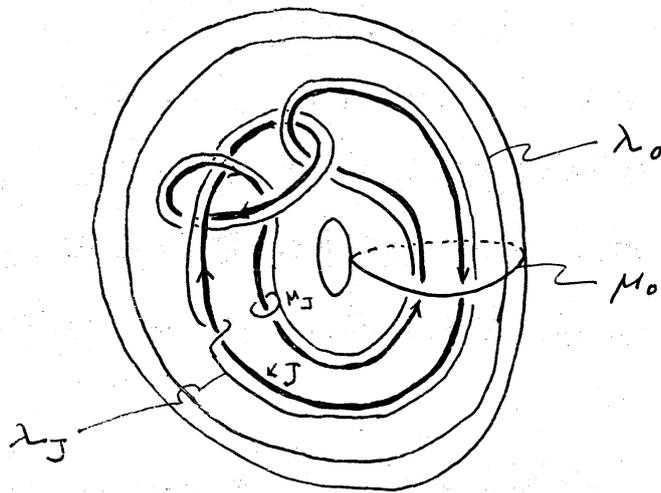


図 1.  $J \subset S^1 \times D^2$  ( $w=0$ )

$J$  の winding 数  $w$  は、 $\text{Im} [H_1(J) \rightarrow H_1(S^1 \times D^2)] = w\mathbb{Z}$  により決まる non negative integer とある。  $\lambda_0 = [S^1 \times *]$  ( $* \in \partial D^2$ )、 $\mu_0 = [* \times \partial D^2]$  ( $* \in S^1$ )  $\in H_1(S^1 \times \partial D^2)$  とする。  $S^1 \times D^2$  内の  $J$  の 0-framed tubular neighborhood  $N(J)$  は、 $g: S^1 \times D^2 \xrightarrow{\cong} N(J)$

s.t.  $g(S^1 \times \{0\}) = J$ ,  $g(S^1 \times \{*\})$  ( $* \in \partial D^2$ )  $\sim W \lambda_0$  in  $S^1 \times D^2 - N(J)$  に与えられる。  $\mu_J$  を  $N(J)$  内の null homotopic loop の  $H_1(\partial N(J))$  の class,  $\lambda_J = [g_*(S^1 \times *)]$  ( $* \in \partial D^2$ )  $\in H_1(\partial N(J))$  とする。  $\lambda_J, \mu_J$  が  $J$  の  $S^1 \times D^2$  における longitude & meridian とある。  $Y = S^1 \times D^2 - N(J)$  を  $J$  の  $S^1 \times D^2$  における exterior とする。  $\partial Y = S^1 \times \partial D^2 \cup \partial N(J)$  とある。 以下  $\partial_0 Y = S^1 \times \partial D^2$  と表わす。 従って  $\partial Y = \partial_0 Y \cup \partial N(J)$ 。 以上より  $m/n \in \mathbb{Q} \cup \{0\}$  ( $\infty = \frac{\pm 1}{0}$ ) に対し、  $J$  に沿って solid torus (= Dehn surgery) を施すことが出来る。 詳しく言へば、  $h: \partial N(J) \xrightarrow{\cong} \partial N(J)$  s.t.  $h_*[\mu_J] = m \mu_J + n \lambda_J \in H_1(\partial N(J))$  なる同相写像を  $Y$  に  $N(J)$  を張り直すことに伴って境界を持つ 3-manifold が得られる。 これを  $(J; \frac{m}{n}) = Y \cup_h N(J)$  と表わす。

$\partial(J; \frac{m}{n}) = \partial_0 Y$  とある。

次の補題は [G, Lemma 3.3.] から得られる。

補題 1.  $(W, m) = 1$  のとき

(1)  $H_1(J; \frac{m}{n}) \cong \mathbb{Z}$ .

(2)  $\text{Ker}[H_1(\partial(J; \frac{m}{n})) \rightarrow H_1(J; \frac{m}{n})] (\cong \mathbb{Z})$  は,

$\mu_0$  ( $W=0$ ) または  $nW^2 \lambda_0 + m \mu_0$  ( $W \neq 0$ ) と生成される。

1.4 定義.  $\varphi_k: S^1 \times D^2 \xrightarrow{\cong} S^1 \times D^2$  を

$$\varphi_k(\theta, (r, \varphi)) = (\theta, (r, k\theta + \varphi))$$

で与えられる同相写像とする。  $\varphi_k$  を  $k$ -twist homeomorphism と呼ぶことにする。  $(\varphi_k|_{\partial})_* : H_1(S^1 \times \partial D^2) \rightarrow H_1(S^1 \times \partial D^2) \neq$

$$(\varphi_k|_{\partial})_* \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle = \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$$

と定まっている。

$J$  を 1.3 のように  $S^1 \times \mathring{D}^2$  内の s.c.c. とする。  $J_k = \varphi_k(J)$  と置く。  
 $K$  を homology 3-sphere 内の knot とし、  $f : S^1 \times D^2 \cong N(K)$  を  $K$  の 0-framing とする。  $J(K) = f(J)$  を  $K$  の satellite,  $J_k(K) = f(J_k)$  を  $K$  の  $k$ -twisted satellite とする。

## §2. 主定理

定理 1.  $K_i$  を homology 3球面  $\Sigma_i$  内の knot,  $X_i$  を  $K_i$  の exterior とする ( $i=1, 2$ )。 winding 数  $w$  の 2点 simple closed curve  $J \subset S^1 \times \mathring{D}^2$  且  $J \cap B^3 \subset S^1 \times \mathring{D}^2$  且  $J \cap S^1 \times D^2$  a core と異字  $t$  の  $\partial$  が存在し。 且  $\frac{m}{n} \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}$  且  $(m, n) = 1$  且  $\frac{m}{n}$  比  $t$  の  $\partial$  が存在し。  $X_1 = (J : \frac{m}{n})$  且  $f : \partial(J : \frac{m}{n}) \rightarrow \partial X_1$  且  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  ( $w=0$ ) 且  $\begin{pmatrix} -s & t \\ m & -nw^2 \end{pmatrix}$  ( $w \neq 0$ )  $\det B = -1$  且与えられる。 且  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$  ( $w=0$ ) 且  $\begin{pmatrix} nw^2 & t \\ m+knw^2 & kt+s \end{pmatrix}$  ( $w \neq 0$ ),  $k \in \mathbb{Z}$  且  $\Sigma_2$  且  $M(K_1, K_2; A)$  且  $\Sigma_2$  且  $K_2$  a  $k$ -twisted satellite  $J_k(K_2)$  且  $\frac{m}{n} + kw^2$  a Dehn surgery を施し得られる。

$$M(K_1, K_2; A) \cong \mathcal{X}_{\Sigma_2}(J_k(K_2); \frac{m}{n} + kW^2).$$

証明. 仮定より  $g = h \circ f: \partial(J; \frac{m}{n}) = \partial Y = S^1 \times \partial D^2 \xrightarrow{f} \partial X_1 \xrightarrow{h} \partial X_2$  は,  $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$  と与えられる. よって,  
 $g_*: H_1(S^1 \times \partial D^2) \rightarrow H_1(\partial X_2)$  は,  $g_* \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle = \langle \lambda_2, \mu_2 \rangle \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$   
と与えられる.  $M(K_1, K_2; A) = X_1 \cup_h X_2 \cong (J; \frac{m}{n}) \cup_g X_2$   
とあるが,  $(J; \frac{m}{n}) = Y \cup_j N(J)$  ( $j$  は type  $\frac{m}{n}$  の surgery map)  
より,  $Y$  と  $Y \cup_j N(J)$  に沿った surgery をとれば,  $S^1 \times D^2$  を  $g$  で  $X_2$   
に張った後,  $J$  に対処するような  $S^1 \times D^2 \cup_g X_2$  内の s.c.c. に沿  
って適当な係数の surgery を施せば  $M(K_1, K_2; A)$  と同相な  
ものが得られる.  $g$  は上の  $\mu_0$  から solid torus の meridian  $\mu_0$  を  
 $K_2$  の meridian  $\mu_2$  に対応させていることがわかる.  $S^1 \times D^2 \cup_g X_2$  は  
与えられた  $K_2$  に沿って  $\Sigma_2$  に type  $\frac{1}{0}$  ( $=\infty$ ) の surgery を施した  
とある, i.e.  $S^1 \times D^2 \cup_g X_2 = \mathcal{X}_{\Sigma_2}(K_2; \frac{1}{0}) \cong \Sigma_2$ .  
一方,  $\Sigma_2 = N(K_2) \cup X_2$ ,  $\partial N(K_2) \rightarrow \partial X_2$  は  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  と与えら  
れるから, 上の同相は,  $S^1 \times D^2 \cong N(K_2)$  なる同相  $\tilde{\varphi}$  と  
 $\tilde{\varphi} \cup \text{id}$ ,  $\varphi_k: S^1 \times D^2 \rightarrow S^1 \times D^2$   $k$ -twist homeomorphism,  
 $\text{id}: X_2 \rightarrow X_2$  と与えられていることがわかる. よって,  $J$  は  
 $N(K_2)$  内に  $\varphi_k(J) = J_k$  とあり,  $J$  から  $J_k$  への surgery の係  
数の変化は,  $k$ -twist をうけて  $\frac{m}{n} + kW^2$  と与えられる. 従って  
 $M(K_1, K_2; A)$  は  $\Sigma_2$  内の knot  $K_2$  の satellite  $J_k(K_2)$  に

沿,  $r$  type  $\frac{m}{n} + kW^2$  の surgery を施し得られることを言える。□

さて、どんな closed orientable 3-manifold も必ず  $S^3$  内のある link に沿って  $S^3$  を surgery し得られることはよく知られたことである。定理1の  $M(K_1, K_2; A)$  のような表現について考える:  $\Sigma_2 \cong \mathcal{X}_{S^3}(L; \mathbb{R})$ , 即ち  $L$  は有限個の成分からなる  $S^3$  内の link,  $\mathbb{R}$  を  $L$  の各成分に対応する surgery の係数の組 (係数が  $\infty$  となることは許してよい) とすれば, 定理1の  $M(K_1, K_2; A)$  を表わすに必要な link は,  $\Sigma_2$  に関する link  $L \subset S^3$  に  $J_k(K_2) \subset \Sigma_2$  に対応する knot をやほし  $J_k(K_2)$  と加付けたものである。  $J_k(K_2)$  の  $S^3$  に於ける surgery の係数は  $(L; \mathbb{R})$  の linking matrix を  $\Gamma$  とし,  $(L; \mathbb{R}) \cup (J_k(K_2); 0)$  の linking matrix  $\Gamma(0)$  とした時 [Mt, corollary 2.1.1] より  $(\frac{m}{n} - kW^2) - \frac{\det \Gamma(0)}{\det \Gamma}$  となることを言える。よって,

系 1.1. 定理1の  $M(K_1, K_2; A)$  は次のように記述される。

$$M(K_1, K_2; A) \cong \mathcal{X}_{S^3}(L \cup J_k(K_2); \mathbb{R}, r),$$

$$r = \left(\frac{m}{n} - kW^2\right) - \frac{\det \Gamma(0)}{\det \Gamma}.$$

次に定理1の仮定を満たすような  $S^3$  内の knots の族を考へる。

1.4 に従って,  $T$  を  $S^1 \times D^2$  内部の s.c.c.  $J$ ,  $O$  を trivial knot とした時,  $T(O)$  が再び trivial knot となるような  $n$  とする。

$K_1 = T_n(O) \subset S^3$  とする。

補題 2.  $K_1 = T_n(O)$  に対し, solid torus 内に s.c.c.  $J$  が決り  $X_1 \cong (J; -\frac{1}{n})$  と  $f: \partial(J; -\frac{1}{n}) \rightarrow \partial X_1$  は  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & nw^2 \end{pmatrix}$ ,  $w$  は  $T$  の winding 数, と与えられる。

証明.  $K_1 = T_n(O) \subset N(O) \subset S^3$  とする。今,  $O$  の exterior を  $J'$  とし,  $J'$  に沿って type  $-\frac{1}{n}$  の surgery を  $S^3$  に施す。  $X_{S^3}(J'; -\frac{1}{n}) \cong S^3$  とする。  $J'$  に沿って  $n$  の surgery は,  $J'$  の exterior  $\cong N(O)$  に  $-n$  twist を加えることを意味する。  $K_1$  は solid torus 内の s.c.c.  $T$  に  $n$  twist を加えたもの,  $O$  の satellite としてとらえられるから,  $n$  の surgery と  $K_1$  はやはり trivial knot  $T(O)$  である。  $T(O)$  の exterior  $X \cong D^2 \times S^1$  内に  $J'$  があり,  $X$  を  $J'$  に沿って  $-\frac{1}{n}$  surgery (ただし  $n$  が  $X_1$  と同相である。この同相写像は境界  $\partial X \xrightarrow{\cong} \partial X_1$ ,  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ nw^2 & 1 \end{pmatrix}$  と決まるもの) とする。この同相写像  $t: S^1 \times D^2 \rightarrow X$  を  $t(\theta, (r, \varphi)) = (\varphi, (r, \theta))$  を考え,  $J \subset S^1 \times D^2$  が  $J' \subset X$  に対応するとすれば,  $J'$  に対する  $-\frac{1}{n}$  surgery 係数は,  $J$  に対して  $-\frac{1}{n}$  の係数を定める。  $X_1$  は solid torus  $S^1 \times D^2$  を  $J$  に沿って  $-\frac{1}{n}$  surgery (ただし  $n$  が  $X_1$  と同相である。  $X_1 \cong (J; -\frac{1}{n})$ 。また  $t|_{\partial}: S^1 \times \partial D^2 \xrightarrow{\cong} \partial X$  が  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  であることに注意すれば,  $\partial(J; -\frac{1}{n}) \xrightarrow{\cong} \partial X_1$  は  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ nw^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & nw^2 \end{pmatrix}$  と決まるもの) である。  $\square$

補題より  $K_1 = T_n(0)$ ,  $\Sigma_1 = S^3$ ,  $m=1$ ,  $n_1 = 1 \neq -n \in 4\mathbb{Z}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & nw^2 \end{pmatrix}$  に対して、定理1及び系1.1を用いると、次の定理を得る。

定理2.  $K_1 = T_n(0) \subset S^3$ ,  $T$  の winding 数  $= w$ , 且つ

$A = \begin{pmatrix} -nw^2 & 1 \\ 1 - knw^2 & k \end{pmatrix}$  ( $\forall k \in \mathbb{Z}$ ) とすれば、homology 3球面  $\Sigma_2$  中の任意の knot  $K_2$  に対して、

$$M(K_1, K_2; A) \cong \mathcal{X}_{\Sigma_2}(J_k(K_2); -\frac{1}{n} + kw^2).$$

さらに  $\Sigma_2 = \mathcal{X}_{S^3}(L; \mathbb{F})$  とすれば、

$$M(K_1, K_2; A) \cong \mathcal{X}_{S^3}(L \cup J_k(K_2); \mathbb{F}, -\frac{1}{n} + kw^2 - \frac{\det(T_k)}{\det T}).$$

次に定理2において  $K_2 = 0 \subset S^3 = \Sigma_2$  とする。1.2の(1)と(2)により、 $M(K_1; 0; A) \stackrel{(1)}{\cong} M(0, K_1; A^{-1}) \stackrel{(2)}{\cong} \mathcal{X}_{S^3}(T_n(0); nw^2 - \frac{1}{k})$  とおきから、

系2.1.  $\mathcal{X}_{S^3}(T_n(0); nw^2 - \frac{1}{k}) \cong \mathcal{X}_{S^3}(J_k(0); kw^2 - \frac{1}{n})$ 。

系2.2. ([B], Theorem 1).  $K_i = T_{q_i}^i(0)$ ,  $w_i$ :  $T$  の winding 数とすると  $i=1, 2$ . 3次元多様体  $M$  が  $K_2$  の satellite に沿って  $(1-N)/q_1$ -surgery した  $K_1$  の satellite に沿って  $(1-N)/q_2$ -surgery したと得られるものがある。  $\Rightarrow$   $N = w_1^2 w_2^2 q_1 q_2$  とする。

### §3. 応用.

ここでは、定理2の例として cable knot surgery 表現と twisted double knot を含むある knot の class による surgery 表現について述べ、定理1の仮定を満たす例について考える。

3.1  $T(nw \pm 1, w)$  を  $(nw \pm 1, w)$ -torus knot とする。  $T$  は solid torus 内に  $(\pm 1, w)$  torus knot を考えれば、

$$T(nw \pm 1, w) = T_n(\pm 1, w).$$

従って補題2を満たす。  $J(p, q; K)$  を  $K$  の  $(p, q)$ -cable knot とすれば、定理2より次を得る。

系2.3.  $A = \begin{pmatrix} -nw^2 & 1 \\ 1-knw^2 & n \end{pmatrix}$  ( $\forall k \in \mathbb{Z}$ ),  $K$  を homology

3球面  $\Sigma$  内の knot とする。

$$(1) M(T(nw \pm 1, w), K; A) \cong \chi_{\Sigma}(J(kw \pm 1, w; K); kw^2 \frac{1}{n})$$

$$(2) \chi_{\Sigma}(K; k \pm \frac{1}{4}) \cong \chi_{\Sigma}(J(2k \pm 1, 2; K); 4k \pm 1).$$

証明. (1)は定理よりたんにわかる。また(2)は、 $T((71)2 \pm 1, 2) = T(71, 2)$  が再び trivial knot になる。  $A = \begin{pmatrix} \pm 4 & 1 \\ 1 \pm 4k & 2 \end{pmatrix}$  を用いて、(1)から出てくる。□

系2.3の(2)は [FS, Theorem 2] を含む。



$$(2) \quad M(H(2m, 2n), K: Ae) \cong \chi_{\Sigma}(H(2m, 2k; K): -\frac{1}{n}) \\ \cong \chi_{\Sigma}(H(2n, 2k; K): -\frac{1}{m})$$

(3)  $H(\pm 2, 2m) \stackrel{\text{def}}{=} D_m^{\pm 1}$ ,  $D_m^{\pm 1}(K)$ :  $K$  an  $n$ -twisted double  
とある。

$$\chi_{\Sigma}(D_m^{\pm 1}(K): -\frac{1}{n}) \cong \chi_{\Sigma}(H(2n, k; K): \mp 1)。$$

証明. (1)は定理2より明らか. (2)も(1)で表わすことができる. (3)は(2)より.  $\square$

3.3. 定理1の仮定を満たす knots の族は定理2で扱った  
ものの外に, solid torus 内の torus knot を特に  $(p, q)$  で表  
わすれ,  $(\frac{p}{q}; \frac{m}{n})$  の torus knot の exterior を表わす  
ことができる. Gordon [G, Lemma 7.2] は次のように述べている.

補題 3. (Gordon)

$(p, q) = 1, q \geq 2$  とする.

(1)  $S^1 \times D^2 \# L(q-p)$   $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}, n=1$ .

$(\frac{p}{q}; \frac{m}{n}) \cong \begin{cases} (2) S^1 \times D^2 & |npq - m| = 1 \end{cases}$

(3) multiplicity  $q$ ,  $|npq - m|$  a singular  
fibres を持つ  $D^2$  上の Seifert fibre  
space.

補題 3 において, (2) から trivial knot の exterior が得られるときとせよ.  
 (3) のうち,  $p \equiv m \pmod{q}$  かつ  $p \equiv q \pmod{|m-npq|}$  と仮定している  
 とき, torus knot  $T(m-npq, q)$  の exterior が得られることが  
 fibration の ordinary fibre の追跡を言及する。これは定理 1 を  
 使って, 次の系を得る。

系 1.2.  $K$  は homology 3-sphere  $\Sigma$  内の knot,

$$A = \begin{pmatrix} nq^2 & t \\ m+knq^2 & kt+s \end{pmatrix}, \det A = -1, (p, q) = 1. \text{ とする.}$$

$$(1) \chi_{\Sigma}(K; \frac{m}{nq^2} + k) \cong \chi_{\Sigma}(T(kq+p, q); K; \frac{m}{n} + kq^2)$$

$$(2) p \equiv m \pmod{q}, p \equiv q \pmod{|m-npq|} \text{ の時.}$$

$$M(T(m-npq, q); K; A) \cong \chi_{\Sigma}(T((k-np)q+m, q); K; \frac{m}{n} + kq^2)$$

### 3.4. 注意.

(1) Brakes [B] は定理 2 と同様のアイデアで系 2.2 を示した。  
 これは, 少くとも 2 つの異なる knots から surgery により, 別の  
 3-manifold が作れるかどうかの答を問っている。また,

系 2.1 からまたこの様な例を作ることが出来る。系 2.1 は結局  $S^3$  内の各成分  $T, J$  が trivial である。link  $(T, J) = w$  の link  $L = T \cup J$  を考へ、 $T$  には係数  $-\frac{1}{k}$ ,  $J$  には係数  $-\frac{1}{n}$  を付し、得られる 3-manifold a knot による surgery 表現の間の変換を意味している。  $T$  と  $J$  が  $S^3$  の isotopy により互いに移りあふ。  $w \neq 0$ ,  $k \neq n$  ならば, Alexander polynomial の計算により  $T_n(0)$  と  $J_k(0)$  が異なり knot type を持ち示すことが出来る。

(2) 本稿の内容は, [M] を修正, 一般化したものである。他方向への応用等についてはこれを参照されたい。

## REFERENCES

- [W] W. Brakes, Manifolds with multiple knot-surgery descriptions, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 87(1980), 443-448.
- [FS] R. Fintushel and R. Stern, Constructing lens spaces by surgery on knots, Math. Zeit. 175(1980), 33-51.
- [G] C. McA. Gordon, Dehn surgery and satellite knots, preprint.
- [Mr] N. Maruyama, Knot surgery descriptions of some closed orientable 3-manifolds---preliminary notes, preprint.
- [Mt] Y. Matsumoto, On the bounding genus of homology 3-spheres, preprint.