

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 G_1(x, x') &= \delta^2(x - x') \equiv \delta(x - x') \delta(y - y') \\ (\nabla^2 + \frac{\partial}{\partial t}) G_2(x, t; x', t') &= \delta^2(x - x') \delta(t - t') \end{aligned} \right\} x, x' \in D \quad (2.1)$$

$$\left. \begin{aligned} G_1(x, x') = G_2(x, t; x', t') &= 0, \quad x \in \partial D, \quad x' \in D + \partial D \\ G_2(x, t; x', t') &= 0 \quad t \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

D は 2 次元の開領域, ∂D は D の境界である。

次の 2 つの Green の定理:

$$\iint_D (v' \nabla'^2 u' - u' \nabla'^2 v') d^2 x' = \int_{\partial D} (v' \frac{\partial u'}{\partial n'} - u' \frac{\partial v'}{\partial n'}) ds' \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^{\infty} \iint_D [v' (\nabla'^2 - \frac{\partial}{\partial t'}) u' - u' (\nabla'^2 + \frac{\partial}{\partial t'}) v'] d^2 x' dt' \\ &= \int_{t_0}^{\infty} \int_{\partial D} (v' \frac{\partial u'}{\partial n'} - u' \frac{\partial v'}{\partial n'}) ds' - \iint_D [u' v']_{t_0}^{\infty} d^2 x' \end{aligned} \quad (2.4)$$

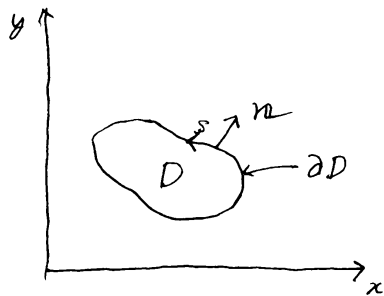
を考へて。 n' は ∂D にあつる外向き法線である。 (2.3)

を考へて

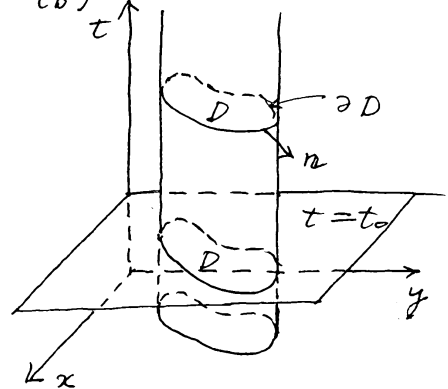
$$u' = \psi(x', t) \quad v' = G_1(x', x)$$

(2.4) を考へて

(a)



(b)



第 1 図 Green の定理の適用せられた領域 (a): (2.3), (b): (2.4)

$$u' = \omega(x', t'), \quad v' = G_2(x', t'; x, t)$$

とおくと

$$\psi(x, t) = - \iint_D \omega(x', t) G_1(x', x) d^2x' + \int_{\partial D} \psi(s, t) \frac{\partial}{\partial n'} G_1(s', x) ds' \quad (2.5)$$

$$\omega(x, t) = - R \int_{t_0}^t \iint \frac{\partial(\psi', \omega')}{\partial(x', y')}(t') G_2(x', t'; x, t) d^2x' dt'$$

$$+ \int_{t_0}^t \int_{\partial D} \omega(s', t') \frac{\partial G_2}{\partial n'}(s', t'; x, t) ds' dt'$$

$$- \iint_D \omega(x', t_0) G_2(x', t_0; x, t) d^2x' \quad (2.6)$$

をうる。ここで s は ∂D の点 s' の位置、 n は ∂D の外向き法線、 $\psi(s, t)$ は $x \rightarrow s (\in \partial D)$ の値、 $\frac{\partial}{\partial n'} G_2(s', t'; x, t)$ は $G_2(x', t'; x, t)$ の $x' = s'$ における外向き法線方向の微分である。

$\psi(s', t')$, $\omega(s', t')$ ($t_0 \leq t' \leq t$) 及び $\omega(x, t_0)$ が与えられれば、(2.5), (2.6) から $\psi(x, t)$, $\omega(x, t)$ を求めることができる。初期値問題を考へれば、 $\omega(x, t_0)$ は初期値として与えられ、 ∂D が流線の場合は $\psi (= 0)$ も与えられている。しかし、 $\omega(s', t')$ は直接には与えられず、一般に ψ の一つの条件 $\partial\psi/\partial n =$ 接線速度を与え、この条件を解いて、決定されることになる。

境界条件：

$$\left. \begin{aligned} \psi(s, t) &= 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial n}(s, t) &= f(s, t) \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

が与えられている。 ω の表式 (2.6) を (2.5) に代入し、(2.7) の第2の境界条件をもちいと

$$\int_{t_0}^t \int_{\partial D} \omega(s', t') H_1(s', t'; s, t) ds' dt' = -f(s, t) \\ + R \int_{t_0}^t \iint_D \frac{\partial(\psi', \omega')}{\partial(x', y')} (t') H_2(x', t'; s, t) d^2x' \\ + \iint_D \omega(x', t_0) H_2(x', t_0; s, t) d^2x' \quad (2.8)$$

$$\left. \begin{aligned} H_1(s', t'; s, t) &= \iint_D \frac{\partial}{\partial n'} G_2(s', t'; x'', t) \frac{\partial}{\partial n} G_1(x', s) d^2x'' \\ H_2(x', t'; s, t) &= \iint_D G_2(x', t'; x'', t) \frac{\partial}{\partial n} G_1(x'', s) d^2x'' \end{aligned} \right\} (2.9)$$

を)る。(2.8)において $\omega(s', t)$ は未知で ($\omega(s', t')$ ($t' < t$) は既知) 二つに対する特異積分方程式である。

§3. 2次元の箱の中の流れ

$M(2)$ は3方の壁が停止し一方の壁が一定速度で動く長方形の2次元の箱の中の定常流の数値計算を行う。この問題を Green関数を用いた方法で前回解いた¹⁾。 D が長方形のばあいの $G_1(x, x')$ は鏡像の方法によって容易に求められ、その複素解析関数:

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{l=-\infty}^{\infty} [\log(z - z_l - u) - \log(z - \bar{z}_l - u) + \log(z + \bar{z}_l - u) \\ - \log(z + z_l - u)] \quad (3.1)$$

の実数部で表わされる。 \rightarrow で

$$\left. \begin{aligned} z &= x+iy, \quad \bar{z} = x-iy \\ z'_{lm} &= z' + 2lb + 2mi, \quad \bar{z}'_{lm} = \bar{z}' + 2lb - 2mi \end{aligned} \right\} (1.2)$$

である。(x, y) は長方形の高さ (y 方向) で規格され、したがって z も長方形の中である。(3.1) は又重同期関数であり、結局複素関数 ϑ_1 で表わされる。G₁ は又 z' の解析関数としても表わされる。こゝうなると

$$\left. \begin{aligned} G_1(x, y; x', y') &= \operatorname{Re} F(z, z') = \operatorname{Re} F_1(z, z') \\ F(z, z') &= \frac{1}{2\alpha} \log \frac{\vartheta_1(\alpha(z-z')) \vartheta_1(\alpha(z+z'))}{\vartheta_1(\alpha(z-\bar{z}')) \vartheta_1(\alpha(z+\bar{z}'))} \\ F_1(z, z') &= \frac{1}{2\alpha} \log \frac{\vartheta_1(\alpha(z-z')) \vartheta_1(\alpha(z+z'))}{\vartheta_1(\alpha(\bar{z}-z')) \vartheta_1(\alpha(\bar{z}+z'))} \\ \alpha &= \frac{1}{2b} \end{aligned} \right\} (3.3)$$

と存する。F₁ は z' の解析関数である。したがって微分演算は次のように表わされる:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} G_1(x, x') &= \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial z} F(z, z') = \operatorname{Re} \frac{dF}{dz} \\ \frac{\partial}{\partial y} G_1(x, x') &= \operatorname{Re} i' \frac{\partial}{\partial y} F(z, z') = \operatorname{Re} i' \frac{dF}{dz} = -\operatorname{Im} \frac{dF}{dz} \\ \frac{\partial}{\partial x'} G_1(x, x') &= \operatorname{Re} i \frac{dF_1}{dz}, \quad \frac{\partial}{\partial y'} G_1(x, x') = -\operatorname{Im} \frac{dF_1}{dz} \end{aligned} \right\} (3.4)$$

熱伝導 κ の階伴熱伝導 κ_1 の κ_1 に対する基本解 F_2

$$(x, t), F_2(x, t)$$

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 - \frac{\partial}{\partial t}) \hat{F}_2(x, t) &= \delta^2(x) \delta(t) \\ (\nabla^2 + \frac{\partial}{\partial t}) F_2(x, t) &= \delta^2(x) \delta(t) \end{aligned} \right\} (3.5)$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_2(x, t) &= 0 & t \rightarrow -\infty \\ F_2(x, t) &= 0 & t \rightarrow \infty \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \hat{F}_2(x, t) &= 0 \\ F_2(x, t) &= 0 \end{aligned}} \right\}$$

は

$$\begin{aligned} \hat{F}_2(x, t) &= -\frac{Y(t)}{4\pi t} e^{-\frac{|x|^2}{4t}} \\ F_2(x, t) &= \frac{Y(-t)}{4\pi t} e^{\frac{|x|^2}{4t}} = \hat{F}_2(x, -t) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \hat{F}_2(x, t) &= -\frac{Y(t)}{4\pi t} e^{-\frac{|x|^2}{4t}} \\ F_2(x, t) &= \frac{Y(-t)}{4\pi t} e^{\frac{|x|^2}{4t}} \end{aligned}} \right\} (3.6)$$

と等しい。 $Y(t)$ は Heaviside 関数:

$$Y(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

である。そこで

$$F(x, t) = \sum_{l, m=-\infty}^{\infty} F_2(x - 2le_1 - 2me_2, t) \quad (3.8)$$

とかくと Green 関数 G_2 は

$$\begin{aligned} G_2(x, t; x', t') &= F(x' - x, t' - t) - F(\bar{x}' - x, t' - t) \\ &\quad - F(-x' - x, t' - t) + F(-\bar{x}' - x, t' - t) \\ \bar{x}' &= x' - y'e_2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} G_2(x, t; x', t') &= F(x' - x, t' - t) \\ &\quad - F(\bar{x}' - x, t' - t) \\ &\quad - F(-x' - x, t' - t) \\ &\quad + F(-\bar{x}' - x, t' - t) \end{aligned}} \right\} (3.9)$$

と等しい。 e_1, e_2 は x 軸と y 方向の単位ベクトルである。

計算のためには、空間、時間と等間隔に分割し、格子点の値を考へる。時間 $t_0 = t - N\Delta t, t - (N-1)\Delta t, \dots$

$\dots, t - \Delta t, t$, 空間は $x_{lm} = (\Delta x l, \Delta y m)$ ($l = 0, \dots, L, m = 0, \dots, M$), とくに境界の点 S_p ($p = 0, \dots, 2L + 2M - 1$)

と分割する。 S_p は

$$s_p \longleftrightarrow x_{p0} \quad 0 \leq p \leq L$$

$$s_p \longleftrightarrow x_{L, p-L} \quad L \leq p \leq L+M$$

$$s_p \longleftrightarrow x_{p-L, M} \quad L+M \leq p \leq 2L+M$$

$$s_p \longleftrightarrow x_{0, p-2L-M} \quad 2L+M \leq p \leq 2L+2M \quad (\sum_{2L+2M} = s_0)$$

の対応と存す。 $n(t)$, $l(x)$, $m(y)$ の対応する格子点の値は

$$\left. \begin{aligned} f_{lm}^n & \quad (n=0, \dots, N; l=1, \dots, L-1; m=1, \dots, M-1) \\ & \quad : \text{内部の値} \\ f_p^n & \quad (n=0, \dots, N; p=0, \dots, 2L+2M-1) : \\ & \quad : \text{境界値} \end{aligned} \right\} (3.11)$$

とかく。

(2.8) は特異積分方程式であり、左辺の $H_1(s', t'; s, t)$ の $t' = t$ の特異性をもつ。そこで左辺の時間積分を

$$\int_{t_0}^t f(t) dt = \frac{1}{2} f^N \Delta t + \sum_{n=1}^{N-1} f^n \Delta t + \int_{t-\Delta t/2}^t f(t) dt$$

と近似する。更に境界積分を格子点に分割して、その中の一つ $(y=0)$ 上にある積分の1格子分を

$$\begin{aligned} I_{p'p} & \equiv \int_{t-\Delta t/2}^t \int_{s_{p'-\Delta x/2}}^{s_{p'+\Delta x/2}} \omega(s', t') H_1(s', t'; s, t) ds' dt' \\ & = \omega(s_{p'}, t) \int_{t-\Delta t/2}^t \int_{s_{p'-\Delta x/2}}^{s_{p'+\Delta x/2}} H_1(s', t'; s, t) ds' dt' \end{aligned}$$

と近似する。 H_1 中の $\frac{\partial}{\partial n'} G_2(s', t'; x'', t)$ は $t' \approx t$ のときの
その主要部

$$\frac{y'}{2\pi(t-t')^2} e^{-\frac{(x''-x')^2+y''^2}{4(t-t')}}$$

これを、時間 \$n\$ の 2 種命を 実行した結果、

$$I_{pp} = \frac{2}{\pi} \int_{s_{p'-\Delta x/2}}^{s_{p'+\Delta x/2}} \int_0^{\Delta y/2} \int_{s_{p'-\Delta x/2}}^{s_{p'+\Delta x/2}} \frac{1}{(x''-x')^2+y''^2} e^{-\frac{1}{2\Delta t}\{(x''-x')^2+y''^2\}}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} G_1(x'', s) d^2x'', ds' \tag{3.12}$$

を、 \$s < n\$ \$p' = p\$ (\$x'' = s\$) の とき、これは \$\frac{\partial}{\partial n} G_1(x'', s)\$ の 主要部

$$\frac{1}{\pi} \frac{y''}{(x''-x)^2+y''^2}$$

に、近づく

$$I_{pp} = \frac{2}{\pi^2} \int_{s_{p'-\Delta x/2}}^{s_{p'+\Delta x/2}} \int_0^{\Delta y/2} \int_{s_{p'-\Delta x/2}}^{s_{p'+\Delta x/2}} \frac{y''^2}{(x''^2+y''^2)\{(x''-x')^2+y''^2\}} e^{-\frac{1}{2\Delta t}\{(x''-x')^2+y''^2\}} dx'' dy'' dx' \tag{3.13}$$

を、 \$s < n\$

種命方程式中の記号を対応する格子量 の 値に 改める。

$$\frac{\partial}{\partial n'} G_2(s', t'; x'', t) \longrightarrow DG_2^n_{p'(l'', m'')}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} G_1(x'', s) \longrightarrow DG_1^n_{(l'', m'')} p$$

$$G_2(s', t'; x'', t) \longrightarrow G_2^n_{p'(l'', m'')}$$

$$H_1(s', t'; s, t) \longrightarrow H_1^n_{p'p}$$

$$H_2(x', t'; s, t) \longrightarrow H_2^n_{(l', m')} p$$

$$t-t' = n \Delta t$$

そこで (2.8) の積分方程式は

$$\begin{aligned} \sum_{p'=1}^{2L+2M} I_{p'p} \omega_{p'}^0 + \sum_{n=1}^N \sum_{p'=1}^{2L+2M} (H1_{p'p}^{n'} \Delta t^n \Delta p') \omega_{p'}^n = -f_p^0 \\ + R \sum_{n=1}^N \sum_{\ell=1}^{L-1} \sum_{m=1}^{M-1} (H2_{(\ell',m')p}^n \Delta t^n \Delta x \Delta y) J_{(\ell',m')}^n \\ + \sum_{\ell=1}^{L-1} \sum_{m=1}^{M-1} (H2_{(\ell',m')p}^N \Delta x \Delta y) \omega_{\ell'm'}^N \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} H1_{p'p}^n &= \sum_{\ell=1}^{L-1} \sum_{m=1}^{M-1} DG 2_{p'(\ell'',m'')}^n DG_{(\ell'',m'')}_{p'} \Delta x \Delta y \\ H2_{(\ell',m')p}^n &= \sum_{\ell=1}^{L-1} \sum_{m=1}^{M-1} G 2_{(\ell',m')(\ell'',m'')}^n DG_{(\ell'',m'')}_{p'} \Delta x \Delta y \\ J_{(\ell',m')}^n &= \frac{\partial(\psi', \omega')}{\partial(x', y')} (t') \Bigg|_{\substack{t'=t-n\Delta t \\ x'=x_{\ell'm'}}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

と存す。これは ω_p^0 ($t=0$ における境界の温度分布) に対する代数方程式である。

§4. 円柱をすまゝ定常及び非定常の流

§2で行った解析を円柱をすまゝ外部問題^{流れの}について適用する。その前に定常の問題を考へる。定常の問題を考へるにあい、温度の運動方程式において非線形項をまづなく落した Laplace オペレーターの Green 関数から始めると収束する。この問題 (Stokes のハーフボックス) が起るので隣接の Green オペレーターの Green 関数から考へる。

Navier-Stokes の連続の方程式系を規格化した形で

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 - 2k \frac{\partial}{\partial x}) \omega &= -2k \frac{\partial(\psi, \omega)}{\partial(x, y)} - 2k \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ \nabla^2 \psi &= -\omega \\ 2k &= \nu a / \nu = R/2 \end{aligned} \right\} (4.1)$$

とかく。次の Green 関数 G_3, G_4 を考へよ。

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 G_3(x, x') &= \delta^2(x - x') \\ (\nabla^2 + 2k \frac{\partial}{\partial x}) G_4(x, x') &= \delta^2(x - x') \\ G_3(x, x') = G_4(x, x') &= 0 \quad x \in \partial D, x' \in D + \partial D \end{aligned} \right\} (4.2)$$

よす D は円柱の外側, ∂D は円周は無限遠である。 G_3 は

$$\left. \begin{aligned} G_3(x, x') &= \frac{1}{2\pi} \log \left| \frac{x - x'}{2|x - x'|/2} \right| \\ r &= |x| \quad r' = |x'| \end{aligned} \right\} (4.3)$$

と存す。次に

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + 2k \frac{\partial}{\partial x}) F_4(x) &= \delta^2(x) \\ F_4(x) &= 0 \quad |x| \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} (4.4)$$

の基本解は

$$F_4(x) = -\frac{1}{2\pi} e^{-kx} K_0(kr) \quad (4.5)$$

である。Green 関数 G_4 は $x = x'$ に (4.5) を, 円周上に F_4 を分布させた方法で求めよとてかく。その結果

$$\begin{aligned} G_4(x, x') &= F_4(x - x') + \frac{1}{2\pi} e^{-kx - x'} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{J_k(k)}{K_k(k)} \\ &\quad K_k(kr) K_k(kr') e^{i'k(\alpha - \alpha')} \end{aligned} \quad (4.6)$$

と存す。 此二種分方程式は

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi} \omega(\theta') H_3(\theta', \theta) d\theta' &= -2k\omega\theta - 2k \iint \left(\frac{\partial(\psi', \omega')}{\partial(x', y')} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x'} \omega(x') \right) H_4(x', \theta) d^2x' \\ H_3(\theta', \theta) &= \iint_D \frac{\partial}{\partial z'} G_4(\theta', x'') \frac{\partial}{\partial z} G_3(x'', \theta) d^2x'' \\ H_4(x', \theta) &= \iint_D G_4(x', x'') \frac{\partial}{\partial z} G_3(x'', \theta) d^2x'' \end{aligned} \right\} (4.7)$$

と存す。 此の関数 ψ , 渦度 ω は

$$\left. \begin{aligned} \psi(x) &= (2 - \frac{1}{2}) \omega\theta - \iint_D \omega(x') G_3(x', x) d^2x' \\ \omega(x) &= - \int_{\partial D_1} \omega(\theta') \frac{\partial}{\partial z'} G_4(\theta', x) d\theta' \\ &\quad - 2k \iint_D \left(\frac{\partial(\psi', \omega')}{\partial(x', y')} + \frac{\partial}{\partial x'} \omega(x') \right) G_4(x', x) d^2x' \end{aligned} \right\} (4.8)$$

と存す。 ∂D_1 は円周上を表わす。

急激一定速度で動く位しをばあいの非定常の流と見做し考へる。 基礎方程式は

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 - 2k \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t}) \omega &= -2k \frac{\partial(\psi, \omega)}{\partial(x, y)} - 2k \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ \nabla^2 \psi &= -\omega \end{aligned} \right\} (4.9)$$

と存す。 階層非定常 Oseen 方程式の基本解:

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + 2k \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}) F_5(x, t) &= \delta^2(x) \delta(t) \\ F(x, t) &= 0 \quad |x| \rightarrow 0 \\ F(x, t) &= 0 \quad t \rightarrow +\infty \end{aligned} \right\} (4.10)$$

と

$$F_5(x, t) = \frac{Y(-t)}{4\pi t} e^{-kx + k^2 t + \frac{|x|^2}{4t}} \quad (4.11)$$

と存在。

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + 2k \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}) G_5(x, t; x', t') &= \delta^2(x - x') \delta(t - t') \\ G_5(x, t; x', t') &= 0 \quad x \in \partial D, x' \in D + \partial D \\ G_5(x, t; x', t') &= 0 \quad t \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} (4.12)$$

と満足する Green 関数 G_5 を Laplace 変換を用いて求め

と

$$\begin{aligned} G_5(x, t; x', t') &= F_5(x - x'; t - t') + \frac{Y(-t)}{(2\pi)^2} e^{-k(x-x')} \\ &\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{J_l(\sqrt{k^2 p})}{K_l(\sqrt{k^2 - p})} K_l(\sqrt{k^2 - p} r) K_l(\sqrt{k^2 - p} r') \\ &e^{i l(\theta - \theta')} e^{p t} dp \end{aligned} \quad (4.13)$$

と存在することを確かめる。

$\omega(\theta, t)$ に対する種命方程式は

$$\left. \begin{aligned} \int_{t_0}^t \int_{\partial D_1} \omega(\theta', t') H_5(\theta', t'; \theta, t) d\theta' dt' &= 2 \sin \theta \\ -2k \int_{t_0}^t \iint_D \left(\frac{\partial(\psi', \omega')}{\partial(x', y')}(\theta) + \frac{\partial}{\partial x'} \omega(x') \right) H_6(x', t'; \theta, t) d^2 x' dt' \\ + \iint_D \omega(x', t_0) H_6(x', t_0; \theta, t) d^2 x' \\ H_5(\theta', t'; \theta, t) &= \iint_D \frac{\partial}{\partial z'} G_5(\theta', t'; x'', t) \frac{\partial}{\partial z} G_3(x'', \theta) d^2 x'' \\ H_6(x', t'; \theta, t) &= \iint_D G_5(x', t'; x'', t) \frac{\partial}{\partial z} G_3(x'', \theta) d^2 x'' \end{aligned} \right\} (4.15)$$

と存子。 ψ, ω は

$$\left. \begin{aligned} \psi(x, t) &= \left(2 - \frac{1}{2}\right) \sin \theta - \iint_D \omega(x', t) G_3(x', x) d^2x' \\ \omega(x, t) &= -2k \int_{t_0}^t \iint_D \left(\frac{\partial(\psi', \omega')}{\partial(x', y')} (t') + \frac{\partial}{\partial x'} \omega(x', t') \right) \\ &\quad G_5(x', t'; x, t) d^2x' dt' + \int_{t_0}^t \int_{\partial D_1} \omega(\theta', t') \\ &\quad \frac{\partial}{\partial x'} G_5(\theta', t'; x, t) d\theta' dt' - \iint_D \omega(x, t_0) \\ &\quad G_5(x', t_0; x, t) d^2x' \end{aligned} \right\} (4.16)$$

と存子。

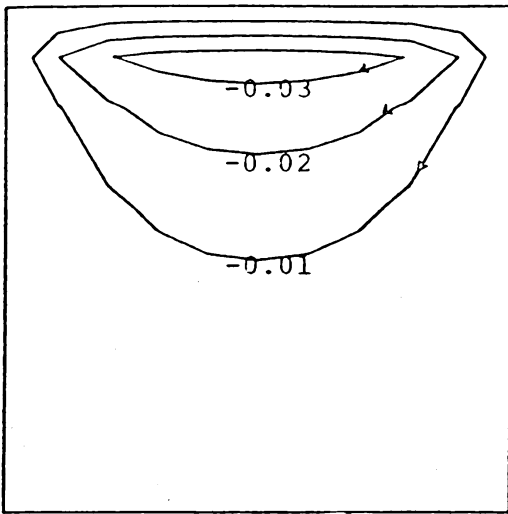
§ 5. 結果

この論文では2次元非定常の Navier-Stokes 方程式の初期値問題を Green 関数を用いて、積分方程式に帰着して解くことを考えた。これらの積分方程式は非線形特異積分方程式である。箱の中の流れについて数値計算を行い、 $R=0$ (第2回), $R=100$ (第3回), $R=200$ (第4回) のばあいの流線 (a), 等速度線 (b) の時間的发展をおめた。いずれも上の壁が急に一定速度で動き出しをばあいである。いずれのばあいにも $t=0.1$ 位で定常解に達するようである。差分法等で箱の中の $R=200$ の定常解は求められていたが2の方法では十分定常とみられる解がえられた。

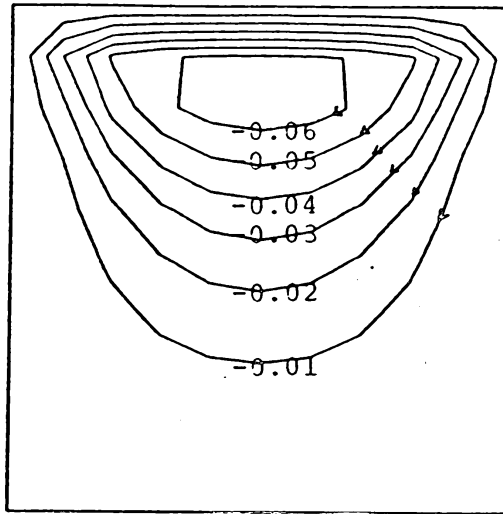
一般の Navier-Stokes 方程式のような放物形偏微分方程式の初期値問題を差分法で解くには、境界条件を合わせるために時間の各ステップで繰りかえし計算を必要とするが、この方法では Green 関数の性質によってその必要はなく、計算時間を節約することができる。

参考文献:

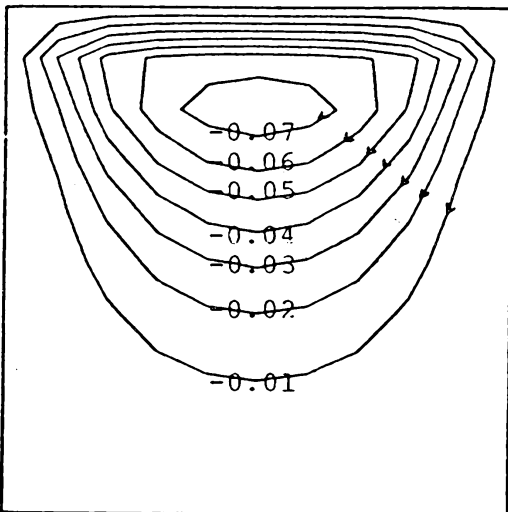
- 1) Farooq, M. U. and S. Kuwabara: Analysis of the Navier-Stokes Equations Based on Green's Function Technique, 京大教理解析研講究録 393 (1980) 84.
- 2) Kawaguti, M., JPSJ 16 (1961) 2307.
- 3) Mills, R. D., JFM 70 (1977) 609.
- 4) Ozawa, S., JPSJ 38 (1975) 889.



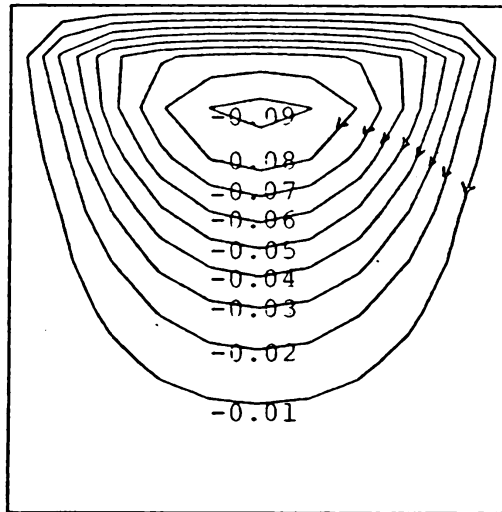
$t=0.002$



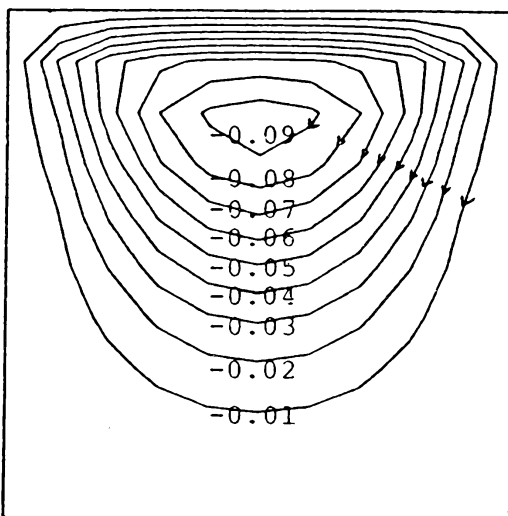
$t=0.008$



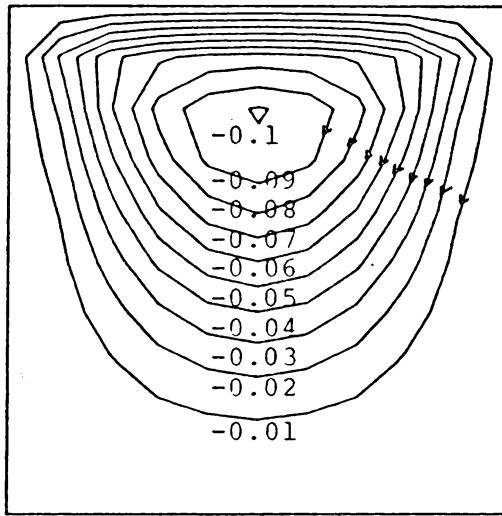
$t=0.012$



$t=0.022$



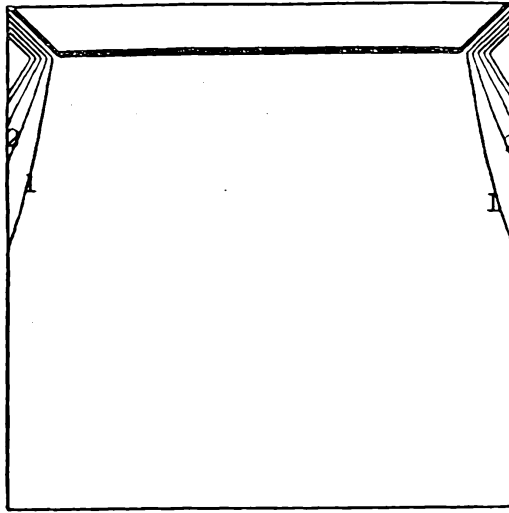
$t=0.030$



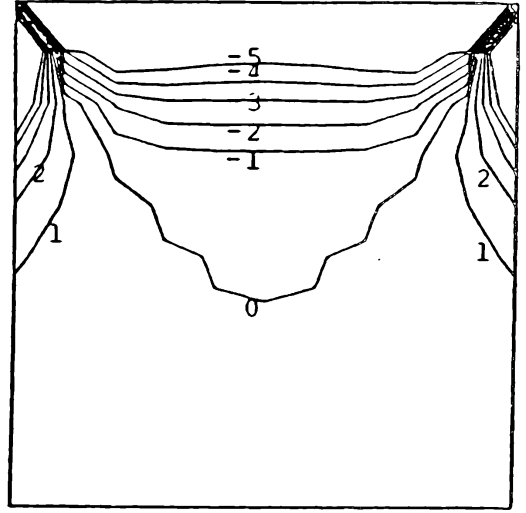
$t=0.1$

才2图 (a)

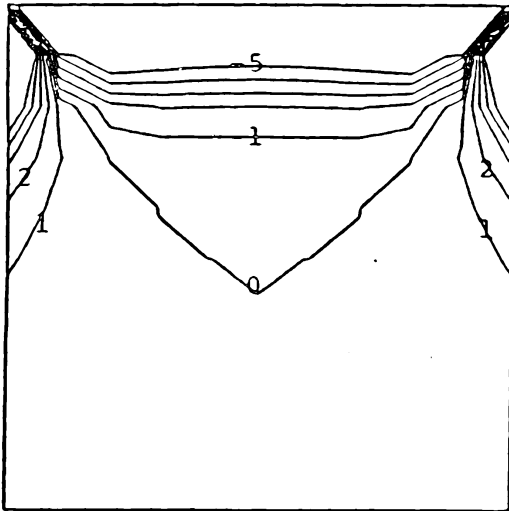
STREAM LINES AT $R = 0$



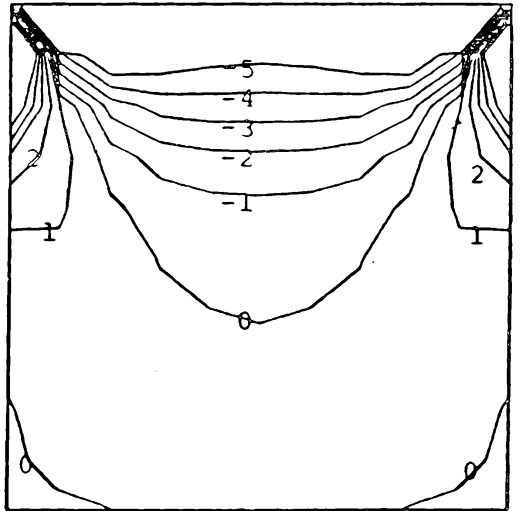
$t=0.002$



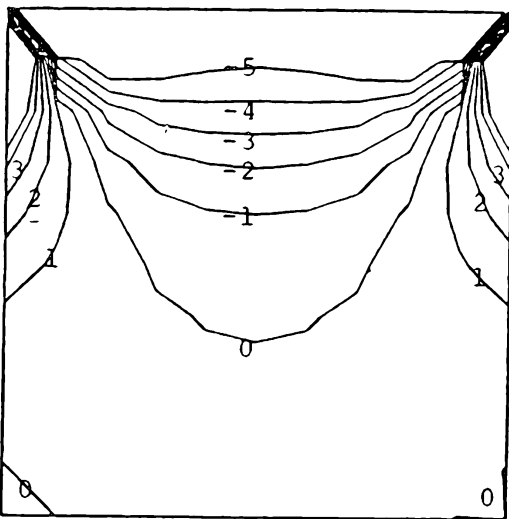
$t=0.008$



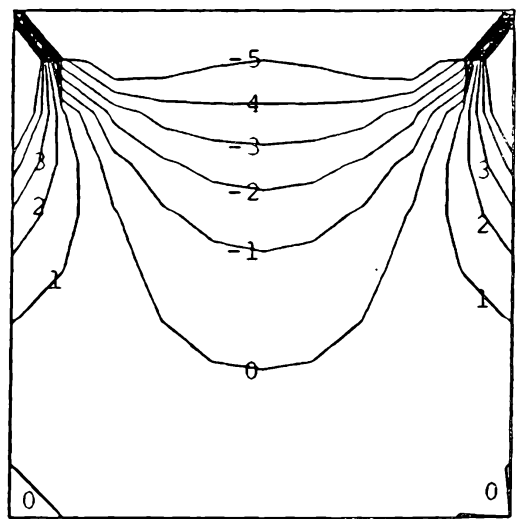
$t=0.012$



$t=0.022$



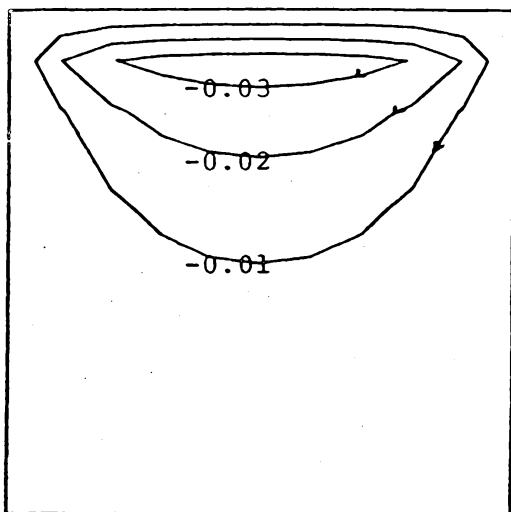
$t=0.030$



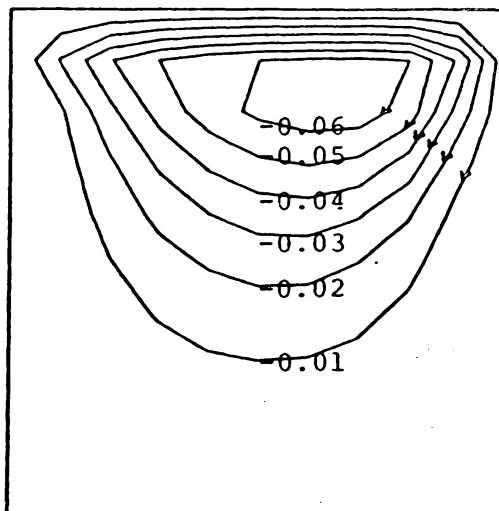
$t=0.1$

Figure (b)

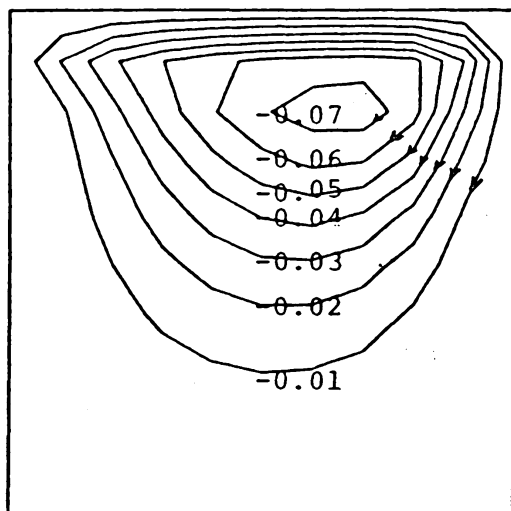
EQUI-VORTICITY LINES AT $R=0$



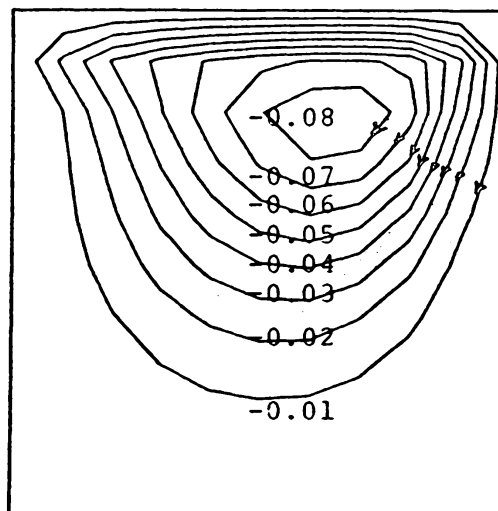
$t=0.002$



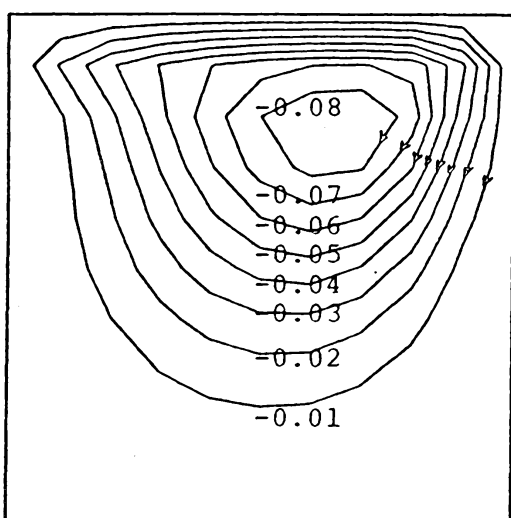
$t=0.008$



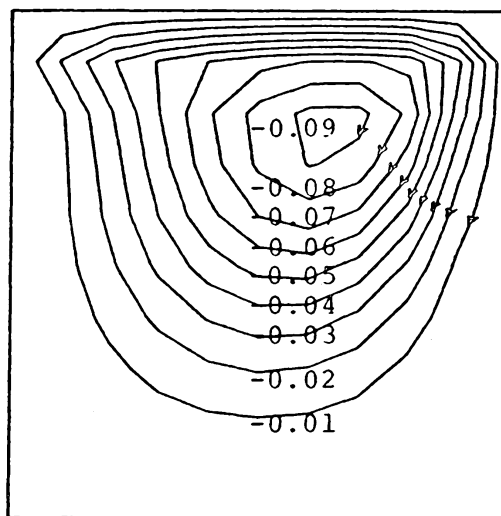
$t=0.012$



$t=0.022$



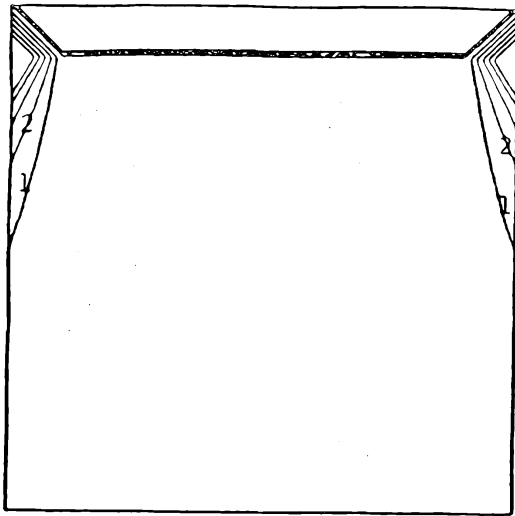
$t=0.03$



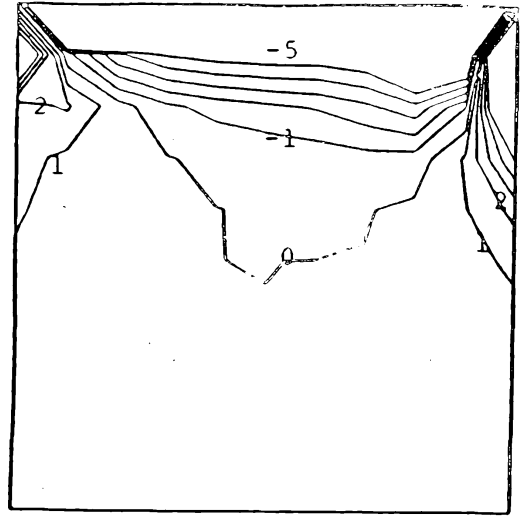
$t=0.1$

图 312 (a)

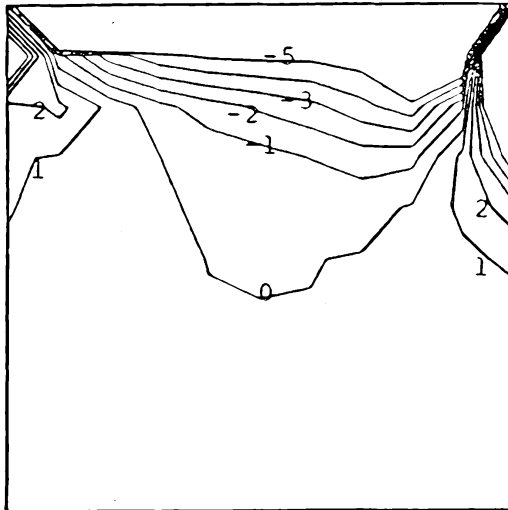
STREAM LINES AT $R = 100$



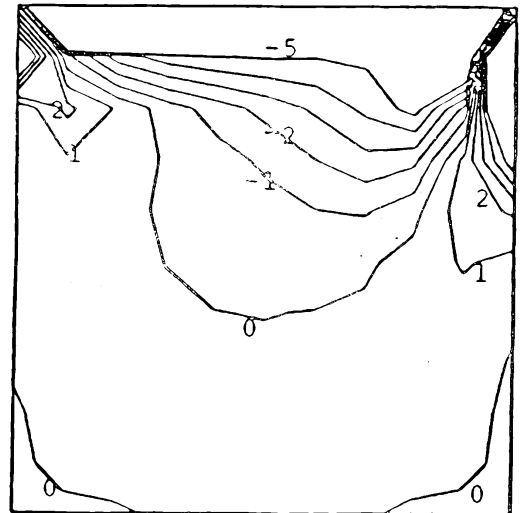
$t = 0.002$



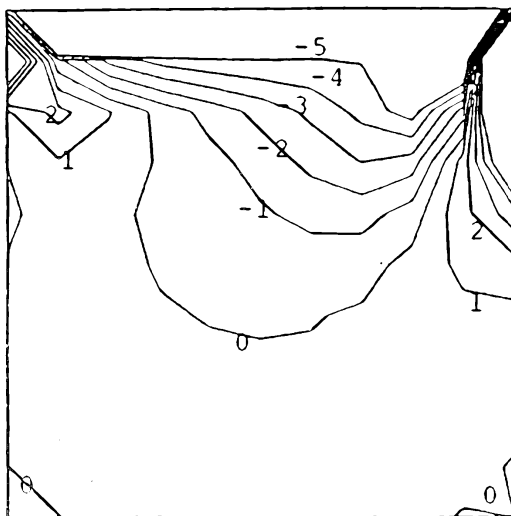
$t = 0.008$



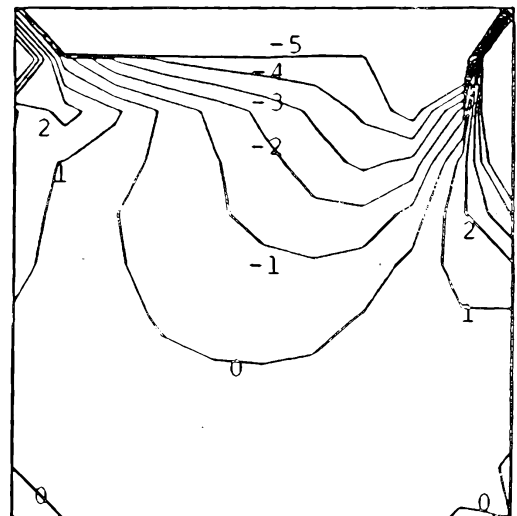
$t = 0.012$



$t = 0.022$



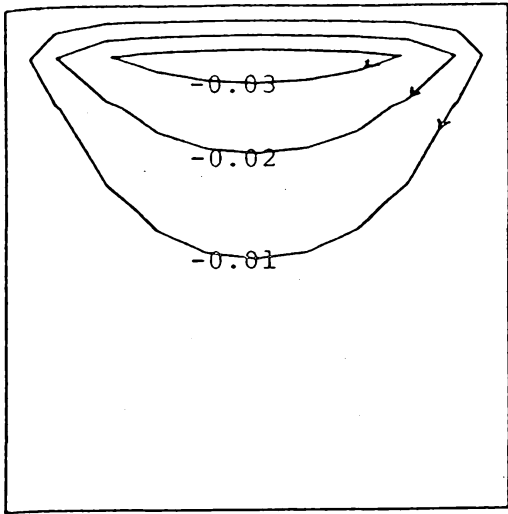
$t = 0.030$



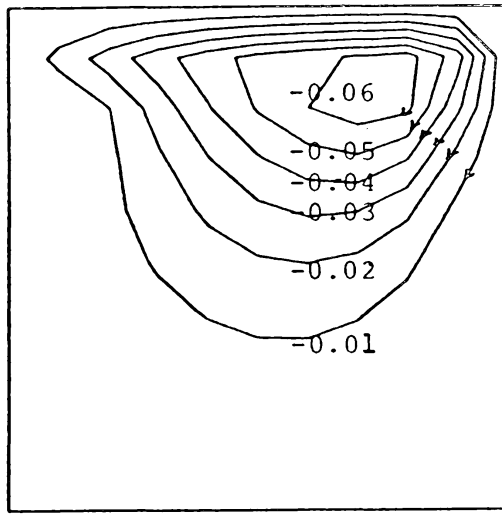
$t = 0.1$

第3图(6)

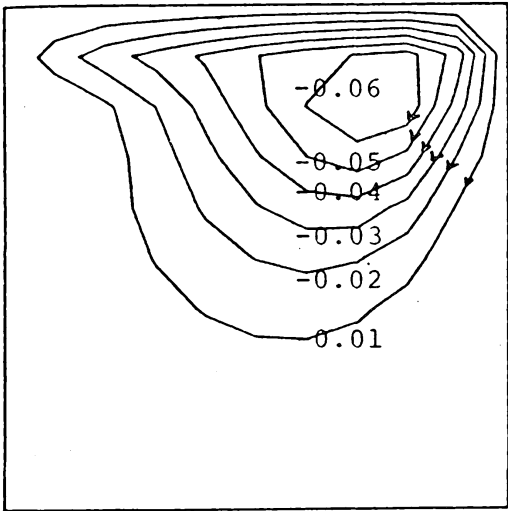
EQUI-VORTICITY LINES AT $R = 100$



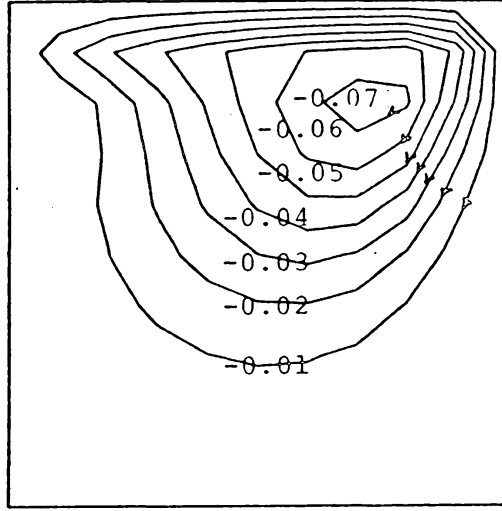
$t=0.002$



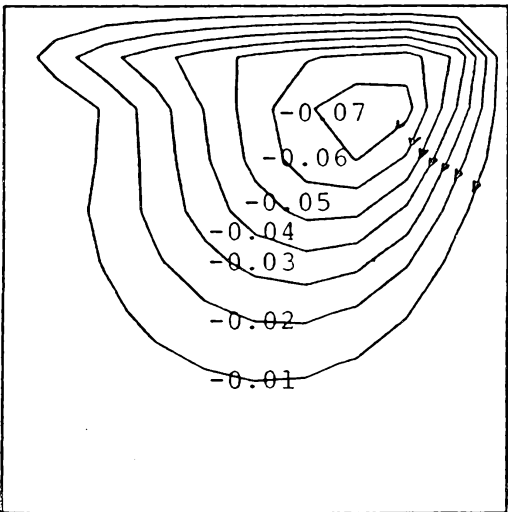
$t=0.008$



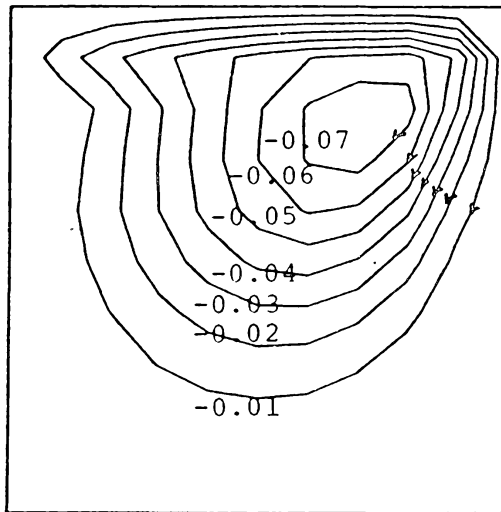
$t=0.012$



$t=0.022$



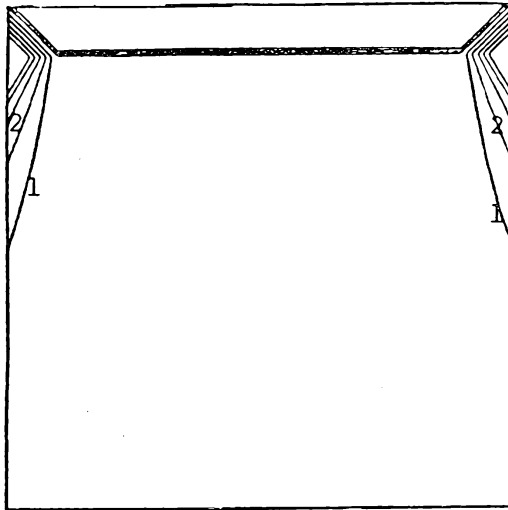
$t=0.03$



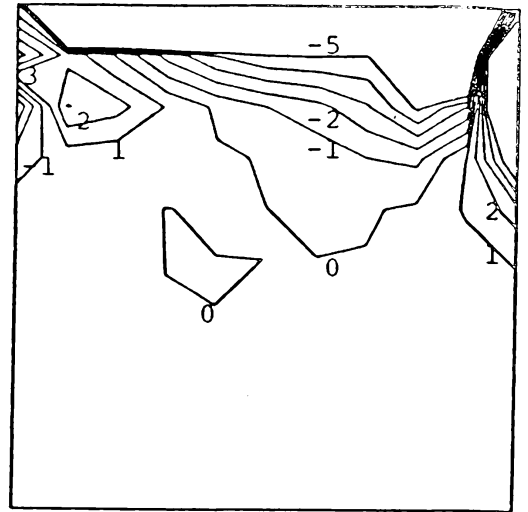
$t=0.22$

图4(a)

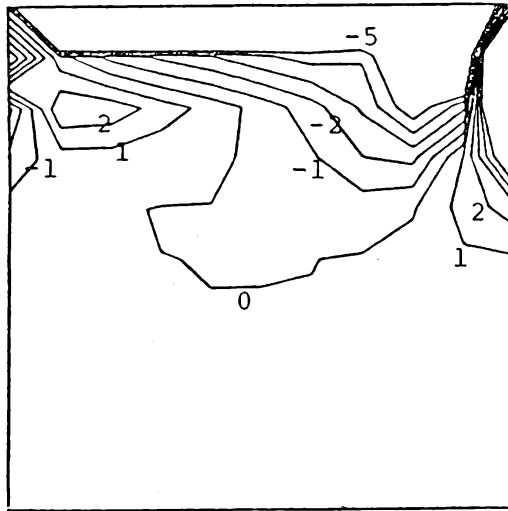
STREAM LINES AT $R = 200$



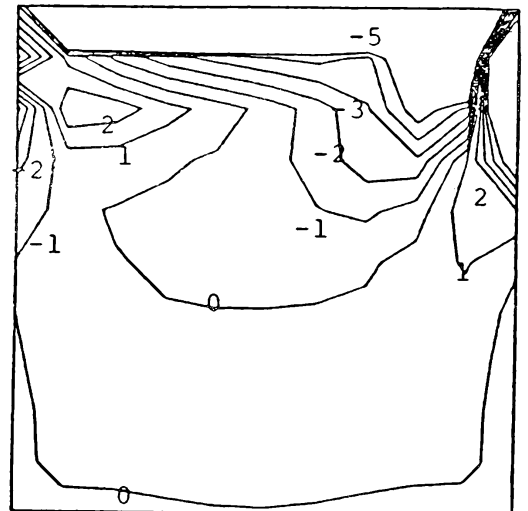
$t=0.002$



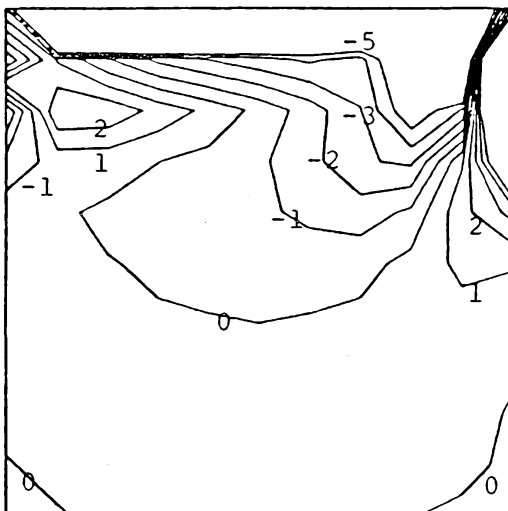
$t=0.008$



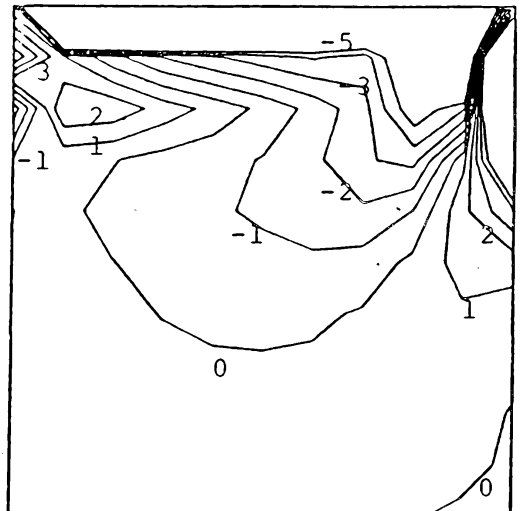
$t=0.012$



$t=0.022$



$t=0.030$



$t=0.22$

第4回(t)

EQUI-VORTICITY LINES AT $R = 200$