数理解析研究所講究録
450巻 1982年 49-61

On a certain decomposition of 2-dimensional cycles on a product of two algebraic surfaces

都立大 理　岡本 真理子

I　二つの曲線の積多様体についての復習

C. C′を複素数体$\mathbb{C}$上定義された. 非特異代数曲線とする.

1°　Xを積多様体 $C\times C'$ 上のdivisorとする. $X\equiv 0$ とは. C'上の 0-cycle $\mathfrak{a}$ と C 上の 0-cycle $\mathfrak{b}$ が存在して. $X\sim C\times\mathfrak{a}+\mathfrak{b}\times C'$（線型同値）と書けることとする. このとき

$$\mathrm{Cor}(C.C')=\{\text{divisors on } C\times C'\}\big/\{\text{divisors } X \text{ on } C\times C' \text{ s.t. } X\equiv 0\}$$

とおく.

$\varphi: C\to J(C)$, $\varphi': C'\to J(C')$ を C. C′のJacobi多様体とし. π_1. π_2を $C\times C'$ から C, C′への projection とする. Cの閉点 P に対して. $X(P)=\pi_{2*}(X.\pi_1^*P)$ はC′上の 0-cycle を. 従って $\varphi_*(X(P))$ は$J(C')$上の 0-cycle を定める. $J(C')$上の 0-cycle としての形式和をAbel多様体$J(C')$の算法にかえる準同型を

Sとすると，$S(\varphi_*(X(P)))$ は$J(C')$の点を定める．Cから$J(C')$への写像 $P \rightsquigarrow S(\varphi_*(X(P)))$ の線型化を $\xi_X : J(C) \to J(C')$ とする．このとき$\mathrm{Cor}(C, C')$の元の代表 X のえらび方によらず，$\mathrm{Hom}(J(C), J(C'))$ の元 ξ_X が定まることが確かめられる．

$$\mathrm{Cor}(C, C') \xrightarrow{\sim} \mathrm{Hom}(J(C), J(C'))$$
$$; [X] \longmapsto \xi_X$$

となる（ここに$[X]$はXの"$\equiv$"による同値類）．（[12]）．

2° C，C' の genus をそれぞれg，g'とする．

$\gamma_1, \cdots, \gamma_{2g}$ ($\gamma_1', \cdots, \gamma_{2g'}'$)：$H_1(C, \mathbb{Z})$ ($H_1(C', \mathbb{Z})$) の basis．

$\delta_1, \cdots, \delta_{2g}$ ($\delta_1', \cdots, \delta_{2g'}'$)：$H^1(C, \mathbb{Z})$ ($H^1(C', \mathbb{Z})$)における$\gamma_1, \cdots, \gamma_{2g}$ ($\gamma_1', \cdots, \gamma_{2g'}'$) の dual basis．

$\omega_1, \cdots, \omega_g$ ($\omega_1', \cdots, \omega_{g'}'$)：$H^0(C, \Omega_C)$ ($H^0(C', \Omega_{C'})$) の basis．

と定め，これらによってきまるperiod matrixを$\Omega_C = \left[\int_{\gamma_i} \omega_j\right]$，$\Omega_{C'} = \left[\int_{\gamma_i'} \omega_j'\right]$ とする．

今，Xは $H^1(C, \mathbb{Z}) \otimes H^1(C', \mathbb{Z})$ の元で $X = \sum a_{ij} \delta_i \otimes \delta_j'$，$A_X = [a_{ij}] \in M(2g, \mathbb{Z})$ と表わされているとする．このとき

$$X \in H^{1,1}(C \times C') \text{ (Hodge (1.1)-part) } \Leftrightarrow {}^t\Omega_C A_X \Omega_{C'} = 0$$

であり，さらにこのときXはalgebraic となる．

II　S, S′を複素数体 $\mathbb{C}$ 上定義された，非特異射影曲面とする．

1°　$C^2(S\times S')$ で余次元2の cycles の rational equivalence class group を表わす．また，積多様体 $S\times S'$ から S, S' への projection を π_1, π_2 とする．

定義 1.1

$$FC^2(S.S')=\left\langle [X]\in C^2(S\times S') \;\middle|\; \begin{array}{l} X: S\times S'\text{上の既約. 2次元} \\ \text{subvariety で} \\ \min[\dim\pi_1(X).\dim\pi_2(X)]\leqq 1 \end{array} \right\rangle$$

$$Cor^2(S.S')=C^2(S\times S')\big/FC^2(S.S')$$

cycle map　$cl: C^2(S\times S')\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q}\longrightarrow H^4(S\times S'.\mathbb{C})$ を考え，
$H^4(S\times S'.\mathbb{Q})_{alg}=\mathrm{Im}(cl)$ とおく．
$H^4(S\times S'.\mathbb{Q})_{alg}\subseteqq H^{2.2}(S\times S')\cap H^4(S\times S'.\mathbb{Q})$ である．

[6], [7] における Lieberman の結果から，$H^4(S\times S'.\mathbb{Q})_{alg}$ の元の各 Künneth 成分は再び algebraic になる．すなわち

(1.2)　$H^4(S\times S'.\mathbb{Q})_{alg}\cong\bigoplus_{p+q=4}[H^p(S.\mathbb{Q})\otimes H^q(S'.\mathbb{Q})]_{alg}$

が成り立つ（ここに $[H^p(S.\mathbb{Q})\otimes H^q(S'.\mathbb{Q})]_{alg}$
$=[H^p(S.\mathbb{Q})\otimes H^q(S'.\mathbb{Q})]\cap H^4(S\times S'.\mathbb{Q})_{alg}$ ）．

ところで，$H^2(S.\mathbb{C})_{trans}=\varinjlim_{U\subset S.\ \text{Zariski open}} H^2(U.\mathbb{C})$ とおくと，交点数に関する $H^2(S.\mathbb{C})$ の超越的分解：

$$H^2(S.\mathbb{C})\cong H^2(S.\mathbb{C})_{alg}\oplus H^2(S.\mathbb{C})_{trans}$$

が存在する（ここに $H^2(S.\mathbb{C})_{alg}=H^2(S.\mathbb{Q})_{alg}\otimes_{\mathbb{Q}}\mathbb{C}$ ）.
$H^2(S.\mathbb{C})_{trans}$ はS上の第２種微分型式のなす空間に相当している（cf. [1], [3]）.

ここでは．$S\times S'$ 上のHodge分解．Künneth分解と．上の超越的分解を組み合わせて．$H^4(S\times S'.\mathbb{C})$ のHKT-part と呼ばれる部分空間をとりだし．それを用いて $H^4(S\times S'.\mathbb{Q})_{alg}$ を調べることを考える.

<u>定義 1.3</u>

$$H^4_{hkt}(S.S')\cong[H^{2.0}(S)\otimes H^{0.2}(S')]\oplus[H^{0.2}(S)\otimes H^{2.0}(S')]$$
$$\oplus[H^{1.1}(S)\underset{trans}{\otimes}H^{1.1}(S')_{trans}]$$
$$:\ H^4(S\times S'.\mathbb{C})\text{ の HKT-part}$$

（ここに．$H^{1.1}(S)_{trans}=H^{1.1}(S)\cap H^2(S.\mathbb{C})_{trans}$ ）.

$$H^4_{hkt}(S.S')_{alg}=H^4_{hkt}(S.S')\cap H^4(S\times S'.\mathbb{Q})_{alg}$$
$$:\ \text{algebraic HKT-part}.$$

このとき．

$$H^4_{hkt}(S.S')_{alg}\cong[H^2(S.\mathbb{C})_{trans}\otimes H^2(S'.\mathbb{C})_{trans}]\cap H^4(S\times S'.\mathbb{Q})_{alg}$$

となっていることに注意しておく.

<u>定義 1.4</u> $FH^4(S.S')=cl(FC^2(S.S')\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q})$

$$DC^2(S\times S')=\langle D.D'\in C^2(S\times S')\mid D,D'\in C^1(S\times S')\rangle$$
$$DH^4(S\times S')=cl(DC^2(S\times S')\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q}).$$

<u>仮定</u>　以下 $q(S)(=\dim_{\mathbb{C}} H^{1,0}(S))=q(S')=0$ とする.

<u>補題 1.5</u>　$H^4(S\times S',\mathbb{Q})_{alg}\cong[H^4(S,\mathbb{Q})\otimes H^0(S',\mathbb{Q})]$
$\oplus[H^0(S,\mathbb{Q})\otimes H^4(S',\mathbb{Q})]\oplus[H^2(S,\mathbb{Q})_{alg}\otimes H^2(S',\mathbb{Q})_{alg}]\oplus H^4_{\text{直積}}(S,S')_{alg}$.

これは. (1.2) から得られる. 右辺の第3の成分まではSおよびS'上のalgebraic cycleから得られるcycleである. さらに次のことがいえる. $p: H^4(S\times S',\mathbb{Q})_{alg}\to H^4_{\text{直積}}(S,S')_{alg}$ を (1.5) の分解に関するprojectionとする.

<u>定理 1.6</u>　i) $FH^4(S,S')\cong[H^4(S,\mathbb{Q})\otimes H^0(S',\mathbb{Q})]$
$\oplus[H^0(S,\mathbb{Q})\otimes H^4(S',\mathbb{Q})]\oplus[H^2(S,\mathbb{Q})_{alg}\otimes H^2(S',\mathbb{Q})_{alg}]$,
ii)　$DH^4(S\times S')\subseteq FH^4(S,S')$, 従って $p(DH^4(S\times S'))=0$.
特に. $X\in C^2(S\times S')$, $p(cl(X))\neq 0$ ならXは2つのdivisorsの交わりの和とhomologousでない.

<u>証明</u> i) Poincaré duality より自然な同型

$$H^2(S,\mathbb{C})_{trans}\otimes H^2(S',\mathbb{C})_{trans}\xrightarrow{\sim}\mathrm{Hom}(H^2(S,\mathbb{C})_{trans},H^2(S',\mathbb{C})_{trans})$$
$$;\qquad X\longmapsto X(\ ):u\longmapsto \pi_{2*}(X\cdot\pi_1^*u)$$

が存在する. $H^2(S,\mathbb{C})_{trans}$ の定義から. $X\in FH^4(S,S')$ なら. $X(\ ): H^2(S,\mathbb{C})_{trans}\to H^2(S',\mathbb{C})_{trans}$ はzero mapとなる. 従って (1.3) の

後の注意から i) がいえる.

ii). S と S′ の divisorial correspondence ([5], [11]) を考えれば $q(S)=q(S')=0$ より.

$$H^2(S\times S', \mathbb{Q})_{alg} \cong H^2(S, \mathbb{Q})_{alg} \oplus H^2(S', \mathbb{Q})_{alg}.$$

ii) はこのことから明らかである.

また, $H^4_{\text{古典}}(S, S')$ は (1.1) で定義した $\mathrm{Cor}^2(S, S')$ の cohomology 空間での対応物となっている. すなわち, 次の可換で exact な図式が存在する:

$$\begin{array}{ccccccccc}
0 & \rightarrow & FC^2(S,S')\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q} & \rightarrow & C^2(S\times S')\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q} & \rightarrow & \mathrm{Cor}^2(S,S')\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q} & \rightarrow & 0 \\
 & & \downarrow \text{cl の制限} & & \downarrow \mathrm{cl} & & \downarrow \overline{\mathrm{cl}} & & \\
0 & \rightarrow & FH^4(S,S') & \rightarrow & H^4(S\times S', \mathbb{Q})_{alg} & \xrightarrow{p} & H^4_{\text{古典}}(S,S')_{alg} & \rightarrow & 0 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 & & 0 & & 0 & & 0 & &
\end{array}$$

以下, 2°, 3° では, ある種の曲面の積多様体について, その algebraic HKT-part を調べてみる.

2° Singular K3 surfaces

S を K3 surface とする. すなわち $q(S)=0$, $\dim_{\mathbb{C}} H^{2,0}(S)=1$.

K3 surface S は $\dim_{\mathbb{C}} H^2(S, \mathbb{C})_{alg} = \dim_{\mathbb{C}} H^{1,1}(S)$ なるとき, singular であるという. これは $H^{1,1}(S)_{trans} \cong 0$ と同値である.

S. S' を singular K3 surfaces とする. ω, ω' をそれぞれ $H^0(S, \Omega_S^2)$, $H^0(S', \Omega_{S'}^2)$ の basis, γ_1, γ_2 を $H_2(S, \mathbb{Q})_{trans}$ の, γ_1', γ_2' を $H_2(S', \mathbb{Q})_{trans}$ の basis とし, $\tau = \dfrac{\int_{\gamma_1}\omega}{\int_{\gamma_2}\omega}$, $\eta = \dfrac{\int_{\gamma_1'}\omega'}{\int_{\gamma_2'}\omega'}$ とおく. $\tau \in \mathbb{C}$ に対し E_τ を $\mathbb{C}/\mathbb{Z}+\tau\mathbb{Z}$ の形の elliptic curve とする. このとき. 次の定理が成立する.

<u>定理 2.1</u> $H^4_{tr.t}(S.S')_{alg} \cong Cor(E_\tau.E_\eta)\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q}$

$$\cong Hom(E_\tau.E_\eta)\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q} .$$

3° <u>Some quotient surfaces</u>

n を素数とし, $\mathbb{P}^2$ の代数曲線 C_i $(i=1.2.3.4)$ を

$$u_2^n = \prod_{j=1}^n (u_1 - a_{ij}u_0) \quad , \quad \prod_{j \neq j'} (a_{ij} - a_{ij'}) \neq 0$$

で定める. (たとえばすべての j に対して $a_{ij} = \zeta^j$, $\zeta = \exp\left(\frac{2\pi\sqrt{-1}}{n}\right)$ としたとき C_i は degree n の Fermat curve となる). $G_n = \langle\zeta\rangle$ とおくと. $(u_0 : u_1 : u_2) \mapsto (u_0 : u_1 : \zeta u_2)$ によって G_n は C_i に作用する. $\zeta \mapsto (\zeta . \zeta^r)$ で写像 $i_r : G_n \hookrightarrow G_n \times G_n$ を定め $(1 \leq r \leq n-1)$, $G^{(r)} = Im(i_r)$ とおく. 今. $G^{(r)}$ は $\tilde{S} = C_1 \times C_2$ に. $G^{(s)}$ は $\tilde{S}' = C_3 \times C_4$ に作用しているとする. したがって $G^{(r.s)} = G^{(r)} \times G^{(s)}$ は $\tilde{S} \times \tilde{S}'$ に作用している.

一方. $\tilde{S}/G^{(r)}$, $\tilde{S}'/G^{(s)}$ の non-singular model をそれぞれ. S_r, S_s' とする. このとき S_1, S_1' は次のようにとれる [8] :

$$S_1 :\ \prod_{j=1}^{n}(x_3 - a_{1j}x_2) = \prod_{j=1}^{n}(x_1 - a_{2j}x_0) \hookrightarrow \mathbb{P}^3$$

(たとえば、$a_{1j}=a_{2j}=\zeta^j$ とすれば、S_1はFermat surfaceとなる).

$$S_1' :\ \prod_{j=1}^{n}(x_3 - a_{3j}x_2) = \prod_{j=1}^{n}(x_1 - a_{4j}x_0) \hookrightarrow \mathbb{P}^3$$

このとき、$q(S_1)=q(S_1')=0$ となることに注意しておく。
やさしい計算から、

(3.1) $$H^4_{\text{ét}}(\tilde{S},\tilde{S}')_{alg} \cong \bigoplus_{1\leq r,s\leq n-1}\left[H^4_{\text{ét}}(\tilde{S},\tilde{S}')_{alg}\right]^{G^{(r,s)}}$$

を得る。ここに右辺は$G^{(r,s)}$-不変部分を表わす。さらに準同型

(3.2) $$\left[H^4_{\text{ét}}(\tilde{S},\tilde{S}')_{alg}\right]^{G^{(r,s)}} \longrightarrow H^4_{\text{ét}}(S_r,S_s')_{alg}$$

が存在するが、$H^{2,0}(\tilde{S})^{G^{(r)}} \cong H^{2,0}(S_r)$ となることから、これは左辺が零でなければ、non-zero mapである。

さらに、$J(C_i)$をC_iのJacobi多様体とし($i=1,2,3,4$)、
$J = Hom_{\mathbb{Q}}(J(C_1),J(C_3)) \otimes Hom_{\mathbb{Q}}(J(C_2),J(C_4))$ とおくと
(ここに $Hom_{\mathbb{Q}}(J(C_1),J(C_3)) = Hom(J(C_1),J(C_3))\otimes_{\mathbb{Z}}\mathbb{Q}$)、I、1°より自然な準同型 $J \longrightarrow H^4_{\text{ét}}(\tilde{S},\tilde{S}')_{alg}$ が存在するので、(3.1)、(3.2)とあわせて準同型

$$\theta^{r,s} :\ J \longrightarrow H^4_{\text{ét}}(S_r,S_s')_{alg} \quad (1\leq r,s\leq n-1)$$

を得る。以上のことから、$J\neq\{0\}$ ならば次がいえる。

定理 3.3　　$\exists (r.s)$ such that $\mathrm{Im}(\theta^{r.s}) \neq 0$.

定理 3.4　　$u: J(C_1) \to J(C_3)$,　$v: J(C_2) \to J(C_4)$ が.
isogenies ならば．すべての $(r.s)$ に対して $\mathrm{Im}(\theta^{r.s}) \neq 0$.
特に．$\theta^{1.1}(u \otimes v)$ は2つの divisors の交わりの和と
homologous でない algebraic cycle class となっている．

4°　　最後に．3°における $J \to H^4_{\text{extr}}(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4)_{\text{alg}}$ の
部分を．一般の代数曲線 C_i にもどって考察する．

$\left.\begin{array}{l} C_1, C_2, C_3, C_4 : \text{genus } g \text{ の非特異代数曲線} \\ J(C_i) : C_i \text{ の Jacobi 多様体 } (i=1.2.3.4). \end{array}\right\}$ とする．

a)　このとき (1.2) より．

$$H^4(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4 . \mathbb{Q})_{\text{alg}} \cong FH^4(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4) \oplus H^4_{\text{extr}}(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4)_{\text{alg}}$$

が成り立つ．また．自然な準同型

$$\lambda : \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(J(C_1).J(C_3)) \otimes \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(J(C_2).J(C_4)) \oplus \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(J(C_1).J(C_4)) \otimes \mathrm{Hom}_{\mathbb{Q}}(J(C_2).J(C_3))$$
$$\longrightarrow H^4_{\text{extr}}(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4)_{\text{alg}}$$

が存在し，次の命題が成立する．

命題 4.1

$$\frac{DH^4(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4)}{DH^4(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4) \cap FH^4(C_1 \times C_2, C_3 \times C_4)} \cong \mathrm{Im}(\lambda).$$

b) 一方．このような曲線の積として得られる曲面に対しては．I，2°と類似のことが考えられる．

$$\left.\begin{array}{l}\gamma_1^k,\cdots,\gamma_{2g}^k:\ H_1(C_k,\mathbb{Z})\text{ の basis},\\ \delta_1^k,\cdots,\delta_{2g}^k:\ H^1(C_k,\mathbb{Z})\text{ における }\gamma_1^k,\cdots,\gamma_{2g}^k\text{ の dual basis},\\ \omega_1^k,\cdots,\omega_g^k:\ H^{1,0}(C_k)\text{ の basis}\end{array}\right\}\text{ で，}$$

$$\Omega^k=\left[\int_{\gamma_i^k}\omega_j^k\right]=\begin{bmatrix}E_g\\ Z^k\end{bmatrix}\qquad \begin{array}{l}E_g:\ g\times g\text{ 単位行列}\\ {}^t(Z^k)=Z^k,\ \mathrm{Im}(Z^k)>0\ (Z^k\text{ の imaginary part})\end{array}$$

をみたすものとする($k=1,2,3,4$)．また．行列 $A=[a_{ij}]\in M(m,n)$，B に対して，行列 $A\otimes B$ を

$$A\otimes B=\begin{bmatrix}a_{11}B & \cdots & a_{1n}B\\ \vdots & & \vdots\\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B\end{bmatrix}\quad\text{で定める．}$$

<u>補題 4.2</u>　$X\in H^1(C_1,\mathbb{Z})\otimes H^1(C_2,\mathbb{Z})\otimes H^1(C_3,\mathbb{Z})\otimes H^1(C_4,\mathbb{Z})$ が．特に．$X=\sum a_{ik}^{13}a_{jl}^{24}\delta_i^1\otimes\delta_j^2\otimes\delta_k^3\otimes\delta_l^4$，$A^{13}=[a_{ij}^{13}]$，$A^{24}=[a_{ij}^{24}]\in M(2g,\mathbb{Z})$ の形に書けているとする．また，$X=\sum_{p+q=4}X^{p,q}$，$X^{p,q}\in H^{p,q}(C_1\times C_2\times C_3\times C_4)$ とする．このとき．

i) $X^{4,0}=0 \iff {}^t(\Omega^1\otimes\Omega^2)(A^{13}\otimes A^{24})(\Omega^3\otimes\Omega^4)=0$

ii) $X^{3,1}=0 \iff \begin{cases}{}^t(\overline{\Omega}^1\otimes\Omega^2)(A^{13}\otimes A^{24})(\Omega^3\otimes\Omega^4)=0\\ {}^t(\Omega^1\otimes\overline{\Omega}^2)(A^{13}\otimes A^{24})(\Omega^3\otimes\Omega^4)=0\\ {}^t(\Omega^1\otimes\Omega^2)(A^{13}\otimes A^{24})(\overline{\Omega}^3\otimes\Omega^4)=0\\ {}^t(\Omega^1\otimes\Omega^2)(A^{13}\otimes A^{24})(\Omega^3\otimes\overline{\Omega}^4)=0\end{cases}$

<u>命題 4.3</u>　$X \in H^1(C_1.\mathbb{Z}) \otimes H^1(C_2.\mathbb{Z}) \otimes H^1(C_3.\mathbb{Z}) \otimes H^1(C_4.\mathbb{Z})$ とする．このとき次は同値である．

i) $X = \sum a^{13}_{ik} a^{24}_{jl} \delta^1_i \otimes \delta^2_j \otimes \delta^3_k \otimes \delta^4_l$ の形に書けて．

$X \in H^{2.2}(C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4)$．

ii) $X \in \mathrm{Im}(\mathrm{Hom}(J(C_1), J(C_3)) \otimes \mathrm{Hom}(J(C_2), J(C_4))$

$\longrightarrow H^1(C_1.\mathbb{Z}) \otimes H^1(C_2.\mathbb{Z}) \otimes H^1(C_3.\mathbb{Z}) \otimes H^1(C_4.\mathbb{Z}))$

<u>証明</u>

$${}^t(\Omega^1 \otimes \Omega^2)(A^{13} \otimes A^{24})(\Omega^3 \otimes \Omega^4) = 0 \Leftrightarrow (\forall i.l) \sum_{j.k=1}^{2g} \omega^1_{ji} a^{13}_{jk} \omega^3_{kl}\, {}^t\Omega^2 A^{24} \Omega^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow {}^t\Omega^1 A^{13} \Omega^3 = 0 \text{ or } {}^t\Omega^2 A^{24} \Omega^4 = 0$$

等に注意すれば (4.2) より．

i) $\Leftrightarrow$ 次の iii) ～ v) のいずれか．

iii) ${}^t\Omega^1 A^{13} \Omega^3 = 0$ かつ ${}^t\bar{\Omega}^1 A^{13} \Omega^3 = 0$

iv) ${}^t\Omega^2 A^{24} \Omega^4 = 0$ かつ ${}^t\bar{\Omega}^2 A^{24} \Omega^4 = 0$

v) ${}^t\Omega^1 A^{13} \Omega^3 = 0$ かつ ${}^t\Omega^2 A^{24} \Omega^4 = 0$

ところが iii) または iv) ならば $X = 0$ となってしまう．

v) $\Leftrightarrow$ ii)

は I の 1°, 2° より明らかである．

References

1. Grothendieck, A.: Le groupe de Brauer. Dix Exposés sur la cohomologie des schémas. North-Holland (1968).

2. Grothendieck, A.: SGA5 Cohomologie ℓ-adique et fonctions L. Lecture Notes in Math. 589, Springer (1977).

3. Hodge, W. V. D., and Atiyah, M. F.: Integrals of the second kind on an algebraic variety. Annales of Math. 62 (1955) 56-91.

4. Kleiman, S. L.: Algebraic cycles and the Weil conjectures. Dix Exposés sur la cohomologie des schémas. North-Holland (1968).

5. Lang, S.: Abelian Varieties. Interscience Pub., New York (1959).

6. Lieberman, D.: Higher Picard varieties. Amer. J. Math. 90 (1968) 1165-1199.

7. Lieberman, D.: Numerical and homological equivalence of algebraic cycles on Hodge manifolds. ibid. 90 (1968) 366-374.

8. Sasakura, N.: On some results on the Picard numbers of certain algebraic surfaces. J. Math. Soc. Japan 20 (1968) 297-321.

9. Shioda, T., and Inose, H.: On singular K3 surfaces. Complex Analysis and Algebraic Geometry, Iwanami-Cambridge Univ. Press (1977) 119-136.

10. Tate, J. T.: Algebraic cycles and poles of the zeta function. Arithmetical Algebraic Geometry. Happer & Row, New York (1965) 93-110.

11. Tate, J. T.: Endomorphisms of abelian varieties over finite fields. Inv. math. 2 (1966) 134-144.

12. Weil, A.: Variétés Abéliennes et Courves Algébriques. Hermannn, Paris (1948).