数理解析研究所講究録
466巻 1982年 41-42

ジョセフソン接合線路における空間的に非一様な発振状態について

東大 工学部 計数工学科
馬被 健次郎
Maginu Kenjiro

ジョセフソン接合線路の振舞いは、定性的には damped sine-Gordon 方程式 $\phi_{tt}+\varepsilon\phi_t+\sin\phi=\phi_{xx}+I$ によって記述される。ここで ϕ は超伝導体の量子力学的位相に相当する量、$\varepsilon>0$ は非超伝導電子によるエネルギー損失の係数、I は線路に加えられる一定のバイアス電流である。線路上の ϕ の分布は直接には測定できず、$V=\kappa\frac{\partial}{\partial t}\phi$ の値が電圧分布として測定される。線路の振舞いはパラメータ ε, I と線路の長さに大きく依存するが、通常次の5種類の状態が数値的シミュレーションにおいて観測される。(1) 空間的一様な定常状態。(2) 空間的一様な周期振動。(3) 孤立パルス及び周期パルス列型の進行波の伝播。(4) 空間的非一様な定在波型の周期振動。(5) カオス的な発振状態。

ジョセフソン線路が長さ ℓ のリングになっている場合、一様な周期振動 $\phi=\phi_0(t)$ は ℓ がある臨界長 ℓ_0 より小さければ安定で、$\ell>\ell_0$ の時（空間的非一様な外乱に対して）不安定である。そして ℓ が ℓ_0 を超える時、定在波型の安定な周期振動 $\phi=\phi_1(x,t;\ell)$ が $\phi_0(t)$ から分岐する。ℓ をさらに大きくすると、

$\phi_1(x,t;\ell)$ は period doubling 分岐を起こし、複雑な波形を持った定在波 $\phi_2(x,t;\ell)$, $\phi_3(x,t;\ell)$, ・・・ が次々に出現する。そして ℓ がある値 ℓ_∞ を超えると、系はカオス的な発振状態になってしまう。 ここで無限に長いジョセフソン線路を考えよう。上に述べた定在波 $\phi_1(x,t;\ell)$, $\phi_2(x,t;\ell)$, ・・・ は、この系の（周期 ℓ の空間的周期構造を持った）定在波と見做すことができる。一般に、周期構造を持った定在波は、タイプⅠとタイプⅡの2つに分類され、タイプⅠのものは（線路が十分長いとき）不安定であることが証明される。定在波 $\phi_1(x,t;\ell)$, $\phi_2(x,t;\ell)$, ・・・ は、その時間周期 $T_1(\ell)$, $T_2(\ell)$, ・・・ が ℓ の単調増加関数であることを使うとどれもタイプⅠであることが示される。従って、これらの周期構造を持った定在波は無限に長いジョセフソン線路では、安定ではあり得ないことがわかる。

[1] K. Maginu, Stability of travelling wave solutions of the active Josephson junction transmission line, J. Differential Equations 37 (1980), 238 - 260

[2] K. Maginu, Spatially homogeneous and inhomogeneous oscillations and chaotic motion in the active Josephson junction line, to appear in SIAM J. Appl. Math. (1982)

[3] K. Maginu, Standing wave oscillations with periodical spatial structures in active Josephson junction line and in reaction-diffusion systems, to appear in SIAM J. Appl. Math.