数理解析研究所講究録
487巻 1983年 43-64

Equivariant Sphere Theorem

早大 教育 相馬輝彦 (Teruhiko Soma)

Gを集合Xに作用しているgroupとする。Xの部分集合YがG-equivariantであるとは，Gの各元gに対して$g \cdot Y = Y$あるいは$g \cdot Y \cap Y = \phi$のいずれかが起ることをいう。

3-manifold Mにembedされた2-sphere SがMの中のembedded 3-ballをboundしないとき，Mの中でessentialであるという。また3-manifoldがessential 2-sphereを含まないとき，irreducibleであるという.

このノートにおける我々の目的は次の定理を証明することである。Meeks-Simon-Yau [3]はより一般的な結果を得ているが，ここで与える証明は講演者が独立に考えていたものである。

定理(Equivariant Sphere Theorem). Mをcompact, orientable 3-manifoldとする。GをM上にorientation preserving C^∞-diffeomorphismsとして作用している

finite group とする。もしMがirreducibleでないならば, MはG-equivariant essential 2-sphereを含む。

この定理の応用として次の2つの系が得られる。定理から系1を証明するのは簡単な練習問題である。系2はSakuma [7, Theorem 2(b)]の議論に上の定理を適用すればよい。

系1. Mをcompact, orientable 3-manifold, $p:\tilde{M}\to M$をfinite coveringとする。このときMがirreducibleであるための必要十分条件は$\tilde{M}$がirreducibleになることである。

系2. $p:M\to S^3$をS^3の中のlink Lにbranchしているregular branched coveringとする。このときMがirreducibleであるための必要十分条件はLがprime(すなわちnon-compositeかつnon-splittable)となることである。

§1. 準備

このノートの中では常にC^∞-categoryで議論する。またすべての3-manifoldsはorientableであると仮定しておく。

Surface Fの中のsimple loop lがessentialであるとは,

lがFの中でcontractibleでないことをいう。同様にproper simple arc $(\alpha, \partial\alpha)$ in $(F, \partial F)$がessentialであるとは，αが∂Fの中のいかなるarcにもhomotopic rel $\partial\alpha$でないことをいう。

Mをcompact 3-manifoldとし，Eを∂Mにembedされたsurfaceとする。またFをS^2，D^2以外のcompact surface，$f:(F, \partial F) \to (M, E)$をcontinuous mapとする。もし$f_*: \pi_1(F) \to \pi_1(M)$がinjectiveであれば，fはincompressible mapと呼ばれる。また$f_*: \pi_1(F, \partial F) \to \pi_1(M, E)$がinjectiveのとき，fは$\partial$-incompressible in (M, E)であるという。Incompressible map (∂-incompressible map) $f:(F, \partial F) \to (M, E)$がembeddingであるとき，$f(F)$をincompressible ($\partial$-incompressible) surface in (M, E)という。

3-manifold Mがatoroidalであるとは，Mが含む任意のincompressible torusは∂Mのあるcomponentと平行であり，かつMがincomprecible，∂-incompressible annulusを含まないことをいう。

Compact, irreducible 3-manifoldが2-sided incompressible surfaceを含むとき，Haken manifoldという。

Mをmetric gを持つriemannian manifoldとし，Fをcompact, orientable surfaceとする。$f: F \to M$を

piecewise smooth map とするとき，f の area $A(f)$ を次の式で定義する。

$$A(f) = \int_F \omega$$

ただし，ω は F の local coordinate (x, y) に対して

$$\omega = \sqrt{|f_x|^2 |f_y|^2 - g(f_x, f_y)}\, dx\, dy$$

で定義される 2-form とする（$|f_x|^2 = g(f_x, f_x)$）。

Piecewise smooth map $f : (F, \partial F) \to (M, E)$ が その proper homotopy class の中の任意の piecewise smooth map h に対して $A(f) \leqq A(h)$ となるとき least area map であるという。

定理（Freedman-Hass-Scott [2]）．M を incompressible な境界 ∂M をもつ Haken manifold とし，E を ∂M に embed された compact, incompressible surface とする。また M 上に ∂M が convex となるような riemannian metric が定義されていると仮定する。F を compact, orientable surface とし，$f : (F, \partial F) \to (M, E)$ を incompressible, ∂-incompressible embedding とするとき，次の (i), (ii) を満足する least area map $h : (F, \partial F) \to (M, E)$ が存在する。

(i) h は f に properly homotopic in (M, E)。

(ii) h は embedding であるか，または $h(F)$ は M の 1-sided proper submanifold でありかつ $h: F \to h(F)$ が double covering になる。

ここで ∂M が convex とは，∂M の各点における mean curvature vector field が zero であるか inward pointing になることをいう。与えられた compact 3-manifold M 上に ∂M が convex になるような riemannian metric を定義するのは容易である。

M を riemannian 3-manifold とする。また F を riemannian metric μ を持つ compact orientable surface とし，$f: F \to M$ を piecewise smooth map とする。このとき，f の energy $E(f, \mu)$ を次の式で定義する。

$$E(f, \mu) = \int_F |df|^2 d\mu$$

ただし，$d\mu$ は (F, μ) の area form とする。F 上の2つの metrics μ_1, μ_2 が同じ conformal structure を定義するとき，$E(f, \mu_1) = E(f, \mu_2)$ であるのはよく知られている。したがって μ の定義する F 上の conformal structure を σ とするとき，$E(f, \mu) = E(f, \sigma)$ と書く

ことができる。

§2. Equivariant Sphere Theorem の証明

M を compact, 3-manifold とし，G を M に orientation preserving C^∞-diffeomorphism として作用している finite group とする。∂M の component に 2-sphere があるとき，定理の証明は自明である。

(2.1) ∂M の各 component は 2-sphere でないと仮定できる。

点 $x \in M$ における G の isotropy subgroup を $G_x = \{g \in G \mid g \cdot x = x\}$ とする。このとき $\Sigma = \{x \in M \mid G_x \neq \{1\}\}$ は M の 1-dimensional subcomplex になる（図 1）。特に G が free な作用のときは，$\Sigma = \phi$ である。$N(\Sigma)$ を M における Σ の G-invariant regular neighborhood とする（Bredon [1, Chapter VI, Theorem 2.2] 参照）。このとき G の作用の $M_1 = M - \mathrm{int}\, N(\Sigma)$ 上への制限は free な作用を定義する。したがって quotient map $p : M \to M/G$ の M_1 上への制限 $p|M_1 : M_1 \to M_1/G$ は (unbranched) covering である。$\bar{\Sigma} = p(\Sigma)$ は M/G 内の 1-dimensional subcomplex となり，

$N(\bar{\Sigma}) = p(N(\Sigma))$ は $\bar{\Sigma}$ の M/G における regular neighborhood となる（図1）。

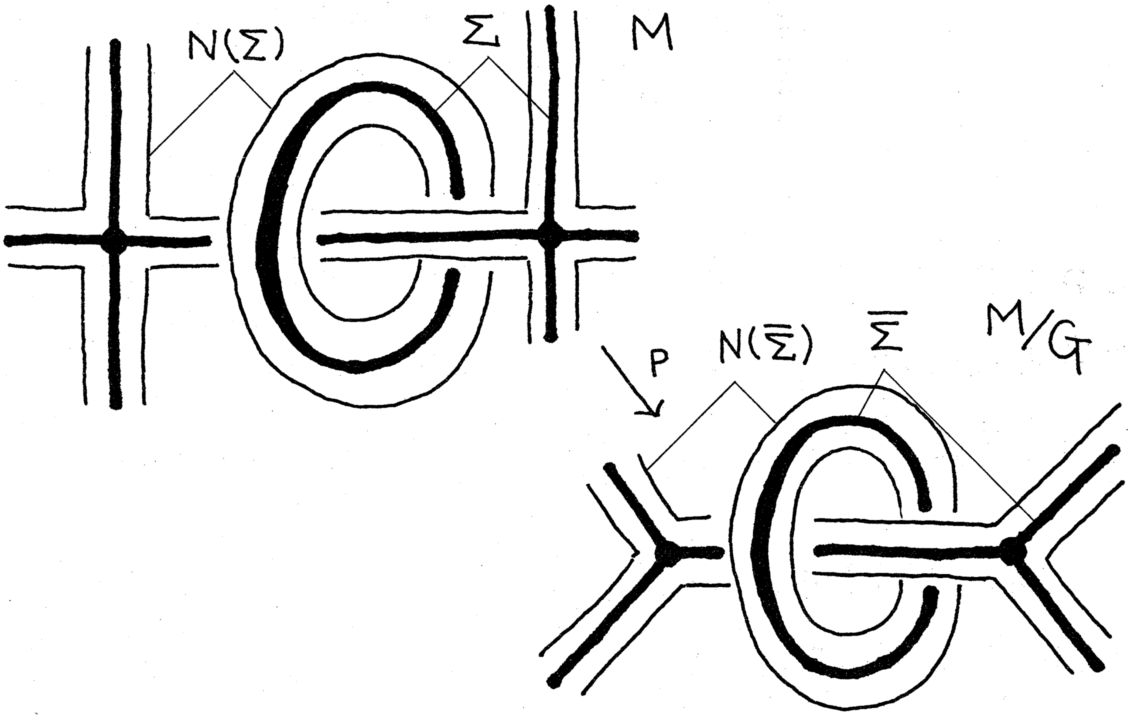

図1

(2.2) $\partial(M_1/G)$ の各 component は 2-sphere でない。

証明. $\partial(M_1/G)$ のある component S が 2-sphere であるとする。もし $S \cap \partial N = \phi$ ならば, $S \subset \partial(M/G)$ でありかつ $p|p^{-1}(S) : p^{-1}(S) \to S$ は covering になる。$p^{-1}(S) \subset \partial M$ であるから，これは (2.1) に矛盾する。もし $S \cap \partial N \neq \phi$ ならば, S は $\partial N(\bar{\Sigma})$ のある component A を含む。このとき適当な embedded 2-disk $(D, \partial D) \subset (M_1/G, A)$ を取れば, ∂D が $\bar{\Sigma}$ と1点で transverse に交わるような $N(\bar{\Sigma})$ の中の disk D_1 を bound するようにできる（図2）。

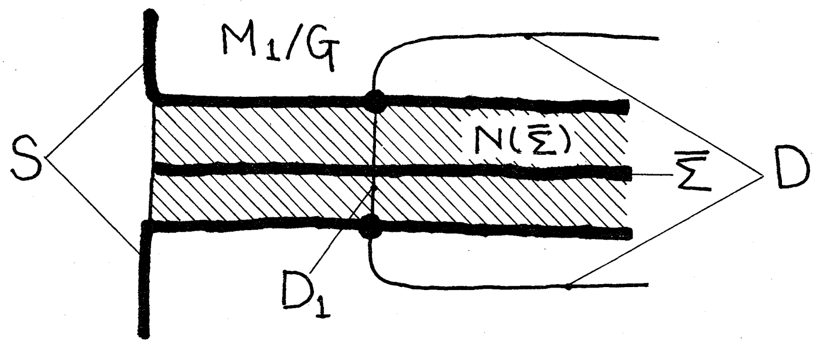

図2

このとき $D \cup D_1$ は $\overline{\Sigma}$ と transverse に1点で交わる M/G の中の 2-sphere であるが，このような 2-sphere は存在し得ない（Thurston [9, Chapter 13] 参照）。□

Myers [5] より，int M_1/G の中の simple loop l で $M_1/G - \mathrm{int}\, N(l)$ が atoroidal, irreducible, ∂-irreducible になるようなものが存在する。ここで $\overline{N} = N(\overline{\Sigma}) \cup N(l)$ とおく。

$\overline{\Sigma} \cup l$ の各 simple loop component 上の1点を指定しておく。それらの点と $\overline{\Sigma}$ の vertices 全てからなる集合を V とし，$\overline{\Sigma} \cup l - V$ の各 arc component に対して $\partial \overline{N}$ 上に互いに disjoint な embedded annulus を図3のように対応させる。このような annuli 全体の和集合を $\overline{E}$ と書く。(2.2) の証明と同様の議論によって，$\overline{E}$ が incompressible in $M/G - \mathrm{int}\, \overline{N}$ であることを示すことができる。$E = p^{-1}(\overline{E})$, $N = p^{-1}(\overline{N})$, $C = M - \mathrm{int}\, N$ とおくと，$p|C : C \to M/G - \mathrm{int}\, \overline{N}$ は unbranched covering であるから，E は incompressible in C であり, C は irreducible, ∂-irreducible, atoroidal 3-manifold である。

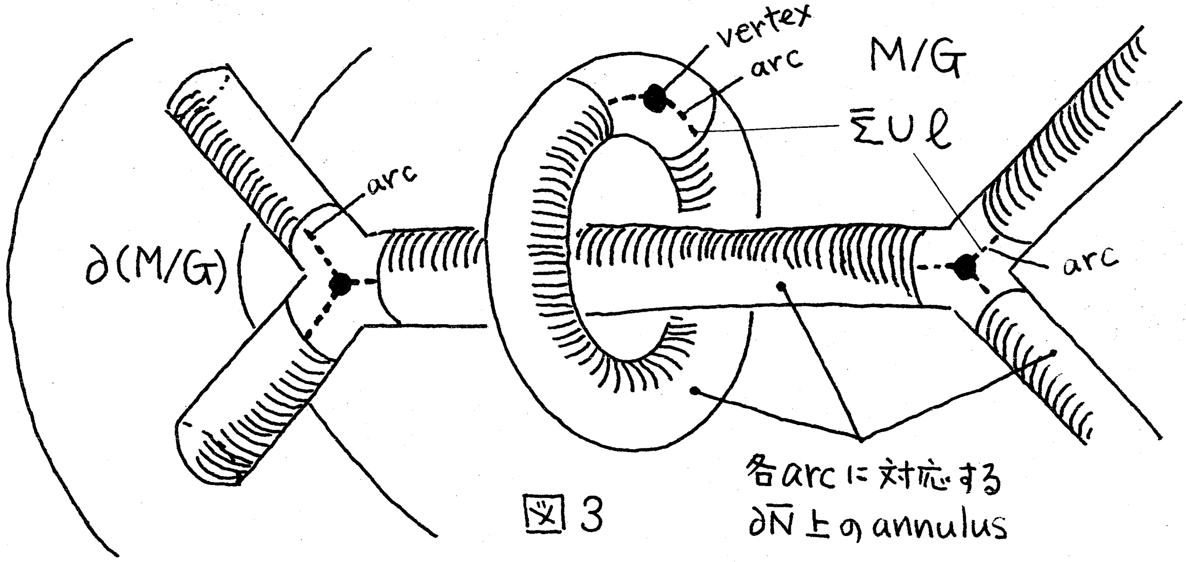

図3

SをMにembedされたessential 2-sphereとする。もし $S\cap N=\emptyset$ であれば, $S\subset C$ となり, Sが essential in Mであることに反する。よって $S\cap N\neq\emptyset$。このSをMの中のisotopyで動かして $S\cap\partial N\subset E$ かつ $S\cap N$ が solid handlebody N の meridian disks になるようにできる。$P=S-\mathrm{int}(S\cap N)$ とおくと, $(P,\partial P)$ は (C,E) に proper に embed された planar surface である(図4)。

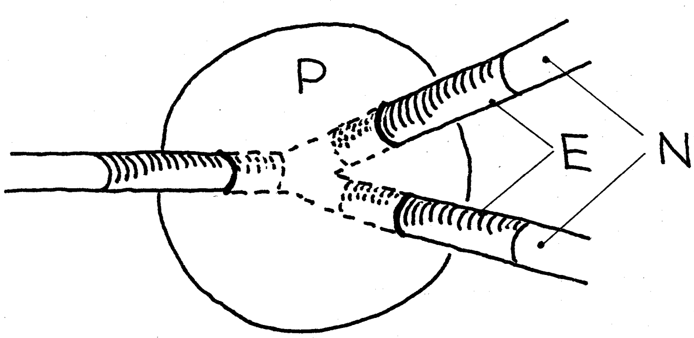

図4

逆に $(P, \partial P)$ を (C, E) 内の planar surface とし，∂P の各 component $\partial_i P$ が N の中の互いに disjoint な meridian disk D_i を bound するとき，P は completion 可能であるといい，$\mathcal{S}(P) = P \cup (\bigcup_i D_i)$ を P の completion という。$\mathcal{S}(P)$ は (isotopy in M を除けば) $\{D_i\}$ の取り方によらない。

集合 $\mathcal{P}$ を次ようように定義する。

$$\mathcal{P} = \left\{ (P, \partial P) \subset (C, E) \;\middle|\; \begin{array}{l} P \text{ は completion 可能な planar} \\ \text{surface, } \mathcal{S}(P) \text{ は essential in } M \end{array} \right\}$$

上の議論より，$\mathcal{P} \neq \emptyset$。

Topological space X に対してその connected component の個数を $|X|$ で表すことにする。

$\mathcal{P}_0 = \{ P \in \mathcal{P} \mid |\partial P| = n \}$

とおく。ただし $n = \min\{ |\partial P| \mid P \in \mathcal{P} \}$。$\mathcal{P}_0$ の各元 P が incompressible, ∂-incompressible in (C, E) であることは容易に示される。

(2.3) $n > 2$。

この証明は C が atoroidal でありかつ E が incompressible in C であることより明らか。

これ以後は，C 上には常に ∂C が convex になるような G-invariant riemannian metric が定義されているとす

る。このようなmetricが定義できるのを示すのは容易である(Bredon [1, Chapter VI, Theorem 2.1] 参照)。

$|\partial\overline{P}|=n$ となるplanar surface $\overline{P}$ を1つ固定しておく。$\mathcal{P}_0$ の各元 P に対し, embedding $f_P : \overline{P} \to C$ で $f_P(\overline{P})=P$ になるものを1つ対応させる。Freedman-Hass-Scottの定理により, f_P はleast area map h_P にproper homotopicであり, かつ h_P はembeddingであるか, あるいは M の中の1-sided submanifold $h_P(\overline{P})$ 上のdouble coveringである。

注意. f_P に対して, そのproper homotopy classの中のleast area mapは唯一つとは限らないが, その中の1つを指定して h_P とおく。

compact, orientable surface F から M へのproper immersionの列 $\{f_n\}$ で $\{A(f_n)\}$ が有界となるものがあるとき, それらの面積 $A(f_n)$ の中で最小のものを求めようとするとき, $A(f_n)$ の代りに f_n のenergy $E(f_n)$ を利用する場合がある。f_n によって M からinduceされるconformal structureを σ_n とすると, $A(f_n)=\frac{1}{2}E(f_n,\sigma_n)$ となる。もし F が2-diskであれば, F 上に定義できるconformal structureは唯一つであるから, $A(f_n)=\frac{1}{2}E(f_n)$

と書くことができる。しかし一般の場合はF上に定義できるconformal structureは一意的でない。したがって$\{f_n\}$に何らかの条件を付けることによって，$\{\sigma_n\}$をcontrolしなければならない。Schoen-Yau [8, Theorem 3.1] は各f_nがincompressible, ∂-incompressibleであれば，$\{\sigma_n\}$はFのmoduli $R(F)$の中のcompact集合に含まれることを示した。よって，この場合（必要ならば部分列を取ることによって）$\sigma_n \to \sigma \in R(F)$と仮定できる。

(2.4) 補題. $A(h_{P_0}) = \inf\{A(h_P) \mid P \in \mathcal{P}_0\}$を満たす$P_0 \in \mathcal{P}_0$が存在する。

証明. 補題が成立しないとすると，$\{P_n\}_{n=1}^{\infty} \subset \mathcal{P}_0$で

$$A(h_1) > A(h_2) > A(h_3) > \cdots$$

を満足するものが存在する。ただし$h_n = h_{P_n}$とする。σ_nをh_nによってinduceされた$\overline{F}$上のconformal structureとすると，$E(h_n, \sigma_n) = 2A(h_n)$ $(n = 1, 2, \ldots)$は有界である。上で注意したように$\sigma_n \to \sigma \in R(\overline{F})$と仮定できる。$\{h_n\}$の部分列$\{h_{n_k}\}$でharmonic map $h \in C^1(\overline{F} - \{z_1, \ldots, z_q\})$に収束するものが存在する（Sacks-Uhlenbeck [6, Theorem 2.3]参照）。このとき十分大きなk, l $(k < l)$に対してh_{n_k}はh_{n_l}にproperly homotopic in (C, E)になる。$A(h_{n_k}) > A(h_{n_l})$であるから，

これはh_{n_k}が least area map であることに反する。よって補題は証明された。□

$h_{P_0}=h_0$, $\mathrm{Im}\,h_0=Q$ とおく。$(Q,\partial Q)$は(C,E)の1-sided あるいは2-sidedの proper submanifold である。

まずQがG-equivariant であることを示す。もしそうでないならば、Gのある元gに対して$Q\neq g\cdot Q$かつ$Q\cap g\cdot Q\neq\emptyset$が成立する。このようなことが起こらないことをいうには、次の3つの場合が成立しないことを示せばよい。

場合1．h_0は embedding であり、かつQは$g\cdot Q$と transverse に交わる。

Cの subset Aに対し、$\mathcal{D}A$でAとその copy A'を$A\cap E$に沿って貼り合せたものを表わすことにする。特に$A\cap E=\emptyset$のとき$\mathcal{D}A$はAとA'の disjoint union である。Waldhausen [10, Proposition 5.4] により、QはP_0に isotopic in (C,E)である。よって$Q\in\mathcal{P}_n$。Q, $g\cdot Q$を completion するためのNの meridian disks $\{D_i\}_{i=1}^n$, $\{\bar{D}_i\}_{i=1}^n$を適当に取ることによって、$\mathcal{S}(Q)$は$\mathcal{S}(g\cdot Q)$に transverse に交わり、かつ$D_i\cap\bar{D}_i$は proper arcs in $D_i(\bar{D}_i)$のみからなるようにできる。Minimal surface の標準的議論により次の(2.5)(したがって(2.6))が示される。

(2.5) $Q \cap g\cdot Q$ の各 arc（および loop）component は Q, $g\cdot Q$ のいずれにおいても essential である。

(2.6) $\mathcal{D}Q \cap \mathcal{D}(g\cdot Q)$ の各 loop component は $\mathcal{D}Q$, $\mathcal{D}(g\cdot Q)$ のいずれにおいても essential である。

$\mathcal{S}(Q) \cap \mathcal{S}(g\cdot Q)$ の simple loop component で bound される $\mathcal{S}(Q)$ または $\mathcal{S}(g\cdot Q)$ の中の各 disk D に対して，その complexity $c(D)$ を次の辞書的順序対で定義する。

$$c(D) = (-\chi(\mathcal{D}(D \cap C)),\ A(D \cap C)).$$

ここで $D \cap C$ の代りに $\mathcal{D}(D \cap C)$ の Euler 標数を考えるのは，$\partial(\mathcal{D}(D \cap C))$ の各 component が loop になり Euler 標数の計算が容易になるからである（図 5）。

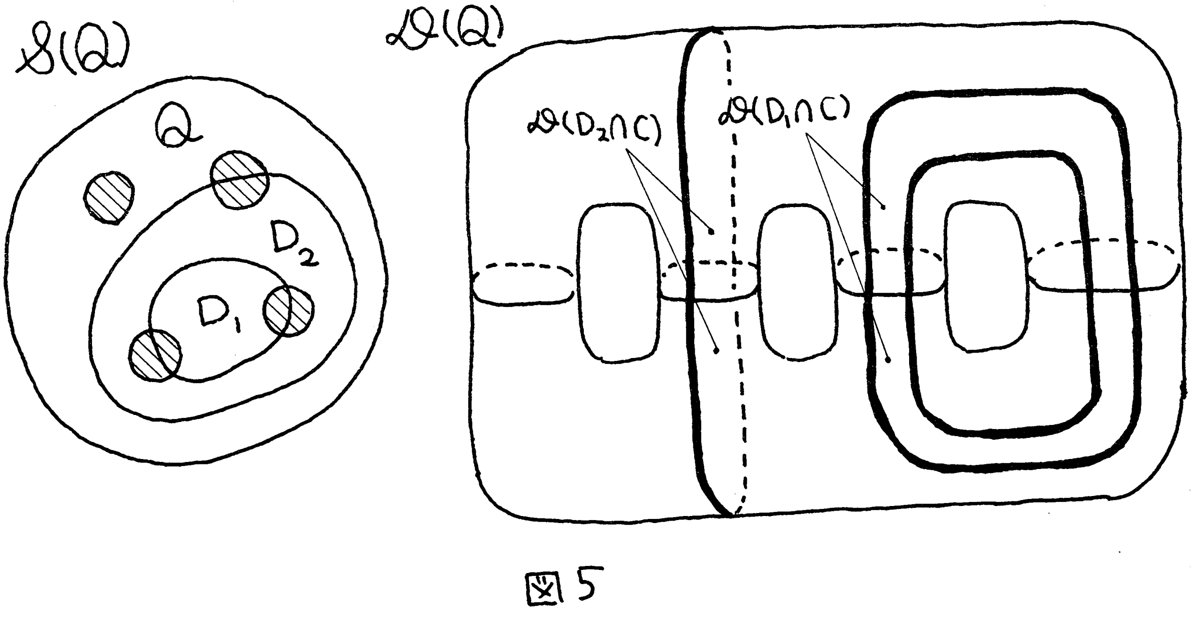

図 5

また (C, E) に proper に embed された planar surface (connectedでなくてもよい)$(P, \partial P)$のcomplexityを$c(P)=(-\chi(P), A(P))$で定義する。$-\chi(\mathscr{D}P)=-2\chi(P)$であることに注意せよ。

$D_1 \subsetneqq D_2$のとき，$A(D_1\cap C)<A(D_2\cap C)$でありかつ$\mathscr{D}(D_1\cap C)\subsetneqq \mathscr{D}(D_2\cap C)$である。このとき$-\chi(\mathscr{D}(D_2\cap C))=-\chi(\mathscr{D}(D_1\cap C))-\chi(\mathscr{D}\overline{(D_2\cap D_1)}\cap C)$であり，(2.6)より$-\chi(\overline{\mathscr{D}(D_2-D_1)})\geqq 0$であるから，$-\chi(\mathscr{D}(D_2\cap C))\geqq -\chi(\mathscr{D}(D_1\cap C))$となる。したがって$c(D_1)<c(D_2)$となる。よってcomplexityが最小のdisk D_0はinner most diskである。ここで$D_0\subset \mathscr{S}(g\cdot Q)$と仮定してよい。$\partial D_0$は$\mathscr{S}(Q)$を2つのdisks D_1, D_2にseparateする。$S_i=D_0\cup D_i$，$P_i=S_i\cap C$とおく。少なくともS_1, S_2の一方はessential in Mであるが，P_1, P_2がcompletion可能かどうか，あるいはconnectedであるかどうかも自明でない。

まずS_1はessential in Mであると仮定してよい。$c(D_0)\leqq c(D_2)$より，$c(P_1)\leqq c(Q)$である。

(2.7) P_1はdisk componentを持たない。

証明. P_1がdisk component Δを持ったとする。$\Delta\cap\partial D_0=\phi$ならば，$\Delta\subset Q$(または$\Delta\subset g\cdot Q$)であり，$\partial\Delta\subset E$より$\partial C\subset\partial Q$(または$\partial C\subset\partial(g\cdot Q)$)。よって$\Delta=Q$(または$\Delta=g\cdot Q$となり，(2.3)に矛盾する。$\Delta\cap\partial D_0\neq\phi$のとき，

Δにおける$\Delta \cap \partial D_0$の中のinner most arc(またはloop) αはΔの中のdisk Δ_0を切り取る。Δ_0はQ(または$g \cdot Q$)に含まれるから，αはinessential in Q(またはin $g \cdot Q$)となり，(2.5)に矛盾する。よって(2.7)が成立する。□

ここでP_1はsmoothなembeddingではないので，folding curveを持っている。P_1を(C, E)の中の適当なC^0-isotopyでdeformすることにより，そのfolding curveを解消して$A(P_1') < A(P_1)$となるplanar surface P_1'が得られる(Meeks-Yau [4, Lemma 7]参照)，(図6)。S_1のこのisotopyによる結果をS_1'とする。

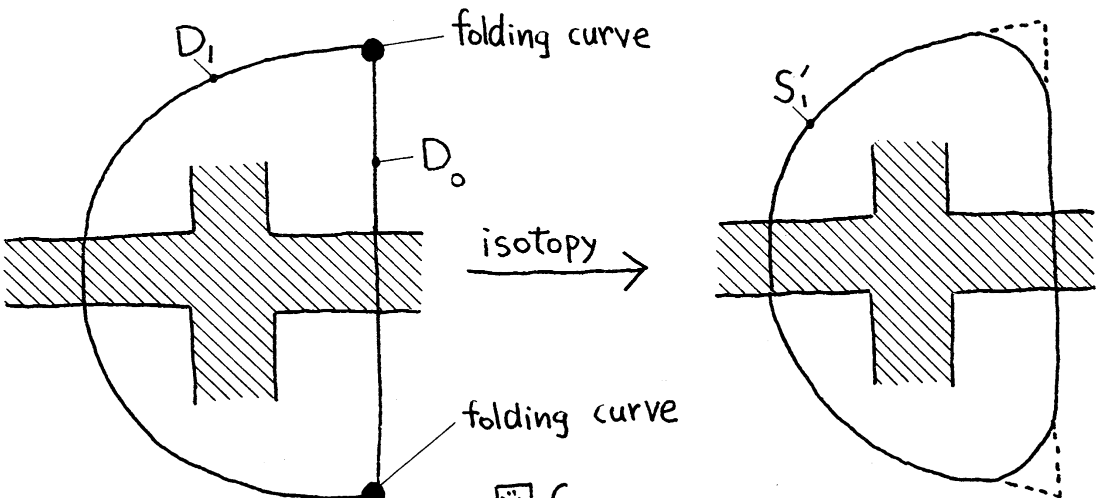

図6

このとき$c(P_1') < c(Q)$である。P_1'がcompletion可能でないときは少なくとも次の(a)または(b)が起こる。

(a) $\partial P'$のあるcomponentがEでcontractible。

このときE内の 2-disk Δ で $\Delta \cap \partial P_1' = \partial\Delta$ となるものが存在する。このとき S_1' を Δ に沿って surgery することによって2つの 2-spheres S_{11}, S_{12} が得られる(図7)。

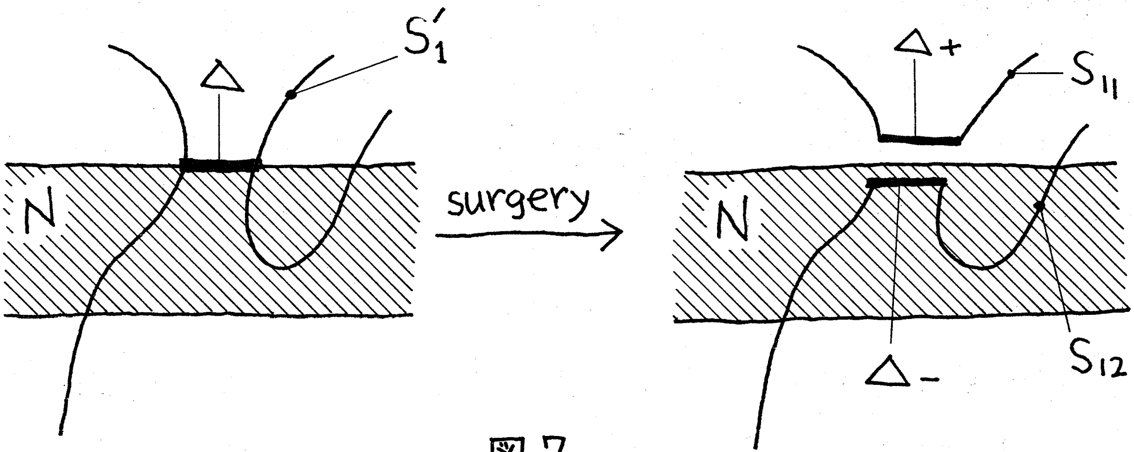

図7

$P_{1i} = S_{1i} \cap C$ とおく。(2.7)より $-\chi(P_{11}) < -\chi(P_1')$, $-\chi(P_{12}) \leqq -\chi(P_1')$ かつ $A(P_{12}) < A(P_1')$。明らかに P_{12} は disk component を持たない。P_{11} が disk component D を持つならば、明らかに $D \supset \Delta_+$ である。E は incompressible in C であるから、∂D は E の中の disk Δ_1 を bound する。B を $\Delta_1 \cup D$ によって bound される C の中の 3-ball とする。S_{11} を B の M の中での十分小さな近傍 N(B) を support としてもつ isotopy で deform して、D を N の中に押し込むようにできる(図8)。S_{11} のこの isotopy による結果を S_{13} とし、$P_{13} = S_{13} \cap C$ とする。P_{13} は P_1' の components のいくつかからなる proper subset になる。よって (2.7) より $-\chi(P_{13}) \leqq -\chi(P_1')$,

$A(P_{13}) < A(P_1')$である。

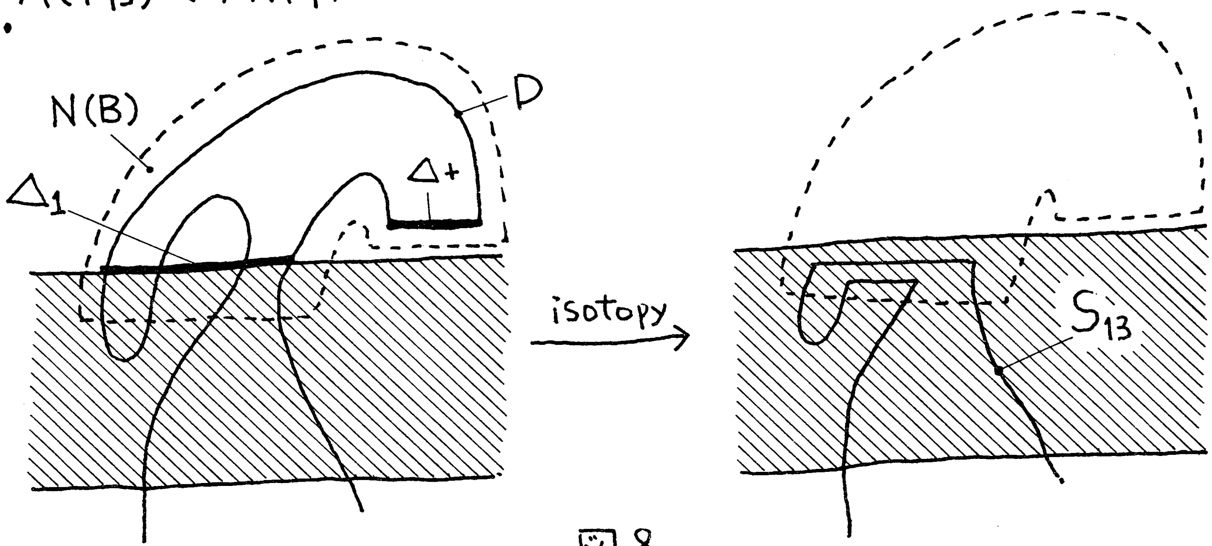

図8

したがって S_{1i} $(i=1,2,3)$ の中の少なくとも1つはessential in Mであり，P_{1i}はdisk componentを持たず，かつ$c(P_{1i}) < c(P')$である。またP_{1i}の作り方から，$|P_{1i}| - \chi(P_{1i}) < |P_1'| - \chi(P_1')$ である。したがって上のような操作は有限回で終り，その結果としてできた2-sphereをS_aとすると，S_aはessential in M，$P_a = S_a \cap C$はdisk componentを持たない，∂P_aの各componentはessential in E ，かつ$c(P_a) < c(P')$。

S_aがP_aのcompletionによる2-sphereでないときは，次の(b)が起る。

(b) $S_a \cap N$のcomponentでdiskでないものが存在する。

このとき$S_a \cap N$はcompressible in Nである。Δを$S_a \cap N$のNにおけるcompressing diskとする。S_aをΔに沿って

surgery することによって2つの2-spheres S_{a1}, S_{a2} が得られる(図9)。$P_{ai}=S_{ai}\cap C$ とおく。

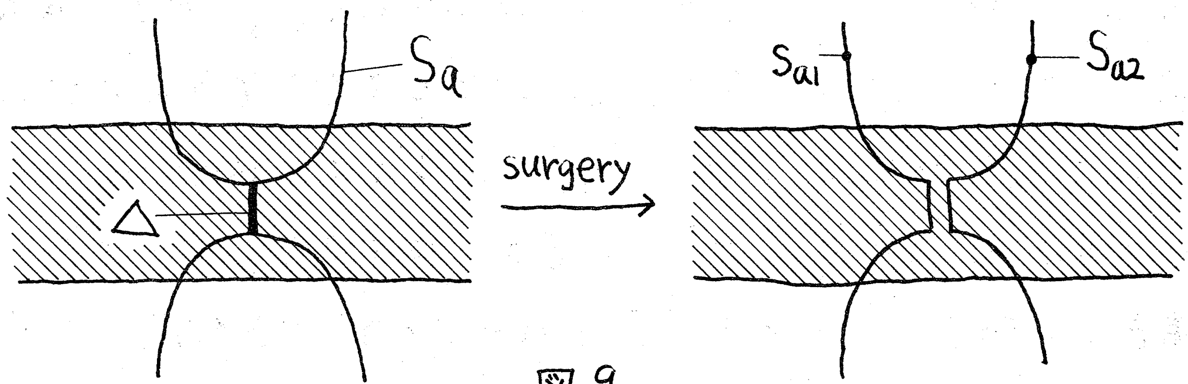

図9

S_{a1} は essential in M であると仮定できる。P_{a1} は P_a のいくつかの components からなる proper subset である。P_a は disk component を持たないから, $c(P_{a1})<c(P_a)$ である。また $|P_{a1}|<|P_1|$ であるから, このような操作は有限回で終る。その結果できた 2-sphere を S_b とし, $P_b=S_b\cap C$ とすると, S_b は essential in M, $c(P_b)<c(P_1')<c(Q)$, $S_b\cap N$ は N の meridian disks。特に $P_b\in\mathcal{P}$ である (P_1' に対して (a), (b) が成立しないとき, $P_1'=P_b$ とする)。このとき $c(P_b)<c(Q)$。もし $-\chi(P_b)<-\chi(Q)$ であれば, $|\partial P_b|<|\partial Q|=n$ となり n の定義に矛盾する。$-\chi(P_b)=-\chi(Q)$, $A(P_b)<A(Q)$ であれば, $P_b\in\mathcal{P}_0$ であるから補題(2.4)に矛盾する。よって場合1は起こり得ない。

場合2. h_0 は embedding であるが, Q と $g\cdot Q$ の intersectionはtransverseでない。

[4, Lemma 2]よりQと$g \cdot Q$は有限個の点を除いてtransverseに交わる。このとき任意の正数εに対して，これらの有限個の点の十分小さな近傍をsupportとしてもつようなisotopyによってQを動かしQ'を作り，Q'は$g \cdot Q'$とtransverseに交わりかつ$A(Q') < A(Q) + \varepsilon$となるようにできる。このときも場合1と同様にして$P_1$から$P_1'$を作ることができるが，この$P_1'$に対して$A(P_1') < A(P_1) - \varepsilon \leqq A(Q') - \varepsilon < A(Q)$が成立するように上の$\varepsilon$を選ぶことができる([2, Lemma 1.3]参照)。以下、場合1と同様にして場合2が起らないことが証明できる。

場合3．$h_0 : \bar{P} \to Q \subset M$がdouble covering。

任意の$\varepsilon > 0$に対し，Qのregular neighborhood $N(Q)$が存在して，$Q' = \overline{(\partial N(Q) - \partial N(Q) \cap E)}$とおいたとき，$A(Q') < A(h_0) + \varepsilon$となりかつ$Q'$と$g \cdot Q'$がtransverseに交わるようにできる。この場合も場合1，2と同様にして起こらないことが証明できる。

したがってQはG-equivariantである。h_0がembeddingのときは$Q = P$とおく。h_0がdouble coveringのときは，QのG-equivariant regular neighborhood $N(Q)$に対して，場合3と同様にして作ったQ'をPとする。いずれの場合もPはG-equivariantでありかつ$P \in \mathcal{P}_0$である。よって

$\mathcal{S}(P)$として G-equivariant であるものが存在する。$\mathcal{S}(P)$ は essential in M であるから，これが我々が求めていた 2-sphere である。これで証明を終わる。□

参考文献

[1] G. Bredon, Introduction to compact transformation groups, Academic Press 1972.

[2] M. Freedman, J. Hass and P. Scott, Least area incompressible surfaces in 3-manifolds (to appear).

[3] W. Meeks III, L. Simon and S.-T. Yau, Embedded minimal surfaces, exotic spheres, and manifolds with positive Ricci curvature, Ann. of Math. 116 (1982), 621-659.

[4] W. Meeks III and S.-T. Yau, The classical Plateau problem and the topology of three-dimensional manifolds — the embedding of the solution given by Douglas-Morrey and an analytic proof of Dehn's lemma, Topology 21 (1982), 409-442.

[5] R. Myers, Simple knots in compact orientable

3-manifolds, Trans. A. M. S. 273 (1982), 75-91.

[6] J. Sacks and K. Uhlenbeck, Minimal immersions of closed Riemannian surfaces, Trans. A.M.S. 271 (1982), 639-652.

[7] M. Sakuma, On regular coverings of links, Math. Ann. 260 (1982), 303-315.

[8] R. Schoen and S.-T. Yau, Existence of incompressible minimal surfaces and the topology of three dimensional manifolds with non-negative scalar curvature, Ann. of Math. 110 (1979), 127-142.

[9] W. Thurston, The geometry and topology of 3-manifolds (to appear).

[10] F. Waldhausen, On irreducible 3-manifolds which are sufficiently large, Ann. of Math. 87 (1968), 56-88.