数理解析研究所講究録
326巻 1978年 187-213

二次元噴流における遷移過程と乱流構造の関連

東大 宇宙研 佐藤 浩
山岸 利治

1、はじめに

乱流についての最も根本的な質問の一つは、境界条件とレイノルズ数がきまったとき、乱流の作られ方とは全く無関係な普遍的な"十分に発達した乱流"というものが存在するか？ということである。その存在は多くの人々によって信じられているが、積極的な証明はない。

もう一つの話題は乱流の中の大規模な秩序運動であって、この運動はどのようにして作られるのかわからない。一つの有力な説は乱流の作られる遷移領域から来たのではないかということである。大きなスケールの変動は減衰しにくいから遷移領域で作られたものが残り、ひいてはそれが普遍的な乱流の形成の妨げとなる可能性がある。

そこで我々はこれらのことを実験によってしらべることにした。乱流の構造としては固体壁のない場合の方が単純なの

で、2次元の噴流を対象とした。このとき大規模運動の典型として乱流と層流を分ける、いわゆる間欠層をとりあげる。間欠層の凸凹は大きな規模の横方向速度変動によるものと考えられ、その凸凹の統計的性質が遷移のしかたによってどのようにちがうかということをしらべようというものである。遷移の条件としては自然のままのものと適当な周波数の音を入射して人工的に制御したものを採用する。

2. 実験装置

実験に使用した風洞を図1に示す。吹出口の幅は10mm（=2h）で高さは400mmである。遷移領域の構造を変えるためのスピーカーは下流のX=6mに置いた。速度変動の測定には熱線風速計を用いた。熱線風速計は定温度型で、線形化器として2個の掛算器を用いている。間欠因子や相関などは、すべて計算機（TOSBAC-40L）を使って求めた。吹出口での乱れの強さ$\sqrt{\overline{u^2}}/U_{00}$（$U_{00}$は吹出口での中心軸上の平均速度で11m/sec）の最大値は0.5%であった。

3. 実験結果

3-1. 平均速度と乱れの強さ

静止流体中へ吹き出された噴流は層流の不安定性により、

特定の周波数成分の変動が選択されて、$0 \leqq X/2h \leqq 6$ の範囲では指数関数的に成長する。平面噴流においては、X軸に関して対称な2点をとったときX方向の速度変動uの位相が等しいもの（対称モード，周波数 f_1）と180°ずれているもの（反対称モード，周波数 f_2）とがある。図2に自然遷移のとき発生する変動の周波数と U_{00} との関係を示す。両モードの周波数とも、U_{00} が増すにつれて直線的に増加する。この周波数の変動の振幅がある大きさに達すると非線形干渉を起こし第2次波（$2f_1$, f_1-f_2 など），第3次波（$2f_1-f_2$, $2(f_1+f_2)$ など）を生じ、基本波の成長はとまり、これらの高調波の振幅が、大きい成分が干渉し合い、やがて特徴的なスペクトル成分のない乱流となる。遷移の初期条件を変えるために最も効果的な周波数を見つけるために、$X/2h=15$ で音の周波数を変えてそのときの平均速度の半値幅と中心軸上の平均速度を調べた。その結果を図3に示す。実験は $Re \equiv U_{00}\cdot 2h/\nu = 7500$, $U_{00}=11m/sec$ で行なった。この結果から，$St=0.24$ ($f=265$ Hz）の音を使用することに決めた。この周波数では対称モードの変動が励起される。図4は $X/2h=4$ における平均速度分布と乱れの強さの分布である。（以後、黒く塗りつぶした記号は音によって励起した場合を表わす。）平均速度分布にはほとんど相違は見られないが、乱れの強さの分布について

は、自然遷移の場合（以下Nと略す）はY/h＝±4付近で最大となり反対称モードの変動が大きいが励起した場合（以下Eと略す）はY/h＝0で最大となり、反対称モードの変動は抑制されている。これは、対称モードの周波数の音を入射したので、対称モードの変動が増幅され、反対称モードの変動が抑制されたと考えられる。図5は平均速度の半値幅bと中心軸上の平均速度U_0のX方向の変化である。Eの場合、半値幅は小さくなりU_0は大きくなっている。またb/hと$(U_{00}/U_0)^2$の直線性は乱流の特徴であるが、Nの場合もEの場合も遷移はほぼ同じ範囲で起っていると考えられる。図6は中心軸上での乱れの強さのX方向の変化であるが、Eの場合乱れの強さの最大値が小さくなっている。

3－2．自己相関

中心軸上での速度変動の自己相関を図7～12に示す。X/2h＝5ではNの場合もEの場合も1つの周波数成分が卓越している。この周波数は、Nの場合275Hzでこれは対称モードの周波数であり、Eの場合265Hzでこれは入射した音の周波数に一致している。下流に進むにつれてこの周波数成分は相対的に弱くなり、X/2h＝20ではNの場合もEの場合も乱流の場合の相関を示している。しかしX/2h＝10（図9）では

Nの場合の相関はほゞ完全に乱流の相関を示しているが、Eの場合の相関は入射した音の周波数成分がまだ優越している。図15にこの自己相関の極値の$R(0)$に対する比の絶対値を示した。極値は図13の上部に示すように$\tau=0$に近い順にFirst, Second, Thirdとした。Eの場合、この極値は小さくなりにくくなっている。またNの場合は$X/2h=10$付近で遷移が完了しているがEの場合は$X/2h=14$付近まで遷移が続いている。

図14は、同じく中心軸上の自己相関から求めた微分特性時間のX方向の変化である。また図15は、積分特性時間と、全体的な流れの場に関係する時間スケールb/U_0のX方向の変化である。但し、積分特性時間の場合、積分は$\tau=0$から最初に$R(\tau)=0$となるτまでとした。微分特性時間と積分特性時間は、乱流域ではX方向にほゞ直線的に増加しており、わずかながらEの場合の方が小さくなっている。また乱流域では$b\propto X$, $U_0\propto X^{-\frac{1}{2}}$であるので、$b/U_0\propto X^{3/2}$に従って変化している。そしてEの場合の方が小さくなっている。この時間スケールの変化は、Eの場合乱流構造の変化が小さくなったからと考えられる。

3－3. 間欠性

自由噴流などのように乱流域が拡大していく流れの場合、乱流域は層流域との間に不規則に変形した境界面をもつ。この境界面付近で間欠性が観察される。間欠信号を求める方法を図16に示した。まずthreshold level とhold timeを設定し、速度変動uの絶対値がthreshold level以上でかつ周期がhold time以下のときを乱流と看做した。このthreshold levelは中心軸上の乱れの強さ（図6）の約1/3にとり、hold timeは微分特性時間（図14）の約30倍にとった。この倍率は$X/2h=16$, $Y/2h=5$での速度変動と間欠信号とをオシロスコープで観察し、threshold level とhold timeとを変えながら最適と思われる間欠信号が得られるように決めた。間欠係数の値についてはやゝ不確定なところがあるがY方向の変化を調べたり、NとEとの場合を比較することはできる。

この方法で求めた間欠信号の例を図17に示す。間欠信号$I(t)$は、$I(t)=1$（乱流の時），$I(t)=0$（層流の時）で定義され、間欠係数（intermittency factor）γは、$\gamma=\overline{I(t)}$である。また出現数（crossing rate）fは、考えている点を境界面が単位時間に同じ方向に横切る回数である。

間欠係数分布と出現数分布を図18〜22に示す。出現数は最大値で規格化してある。いろいろな$X/2h$でEの場合、γは小さくなっている。またfが最大となるYも、Eの場合、

小さくなっているが、Nの場合もEの場合も、ほゞ$\gamma=0.5$となるYでfが最大となっている。図23に間欠係数分布の半値幅$Y_{1/2}$のX方向の変化を示す。半値幅は直線的に増加しているが、平均速度分布の半値幅bで無次元化すると両者の仮想原点が一致していないので$Y_{\frac{1}{2}}/b$はゆるやかな曲線となる。Eの場合$Y_{\frac{1}{2}}/2h$は小さくなるが、$Y_{\frac{1}{2}}/b$は$Y_{\frac{1}{2}}/2h$ほどNの場合とEの場合とで大きな相違はみられない。

次に間欠領域の幅Bとして$B\equiv|Y(\gamma=0.8)-Y(\gamma=0.2)|$をとり、$B/2h$と$B/b$のX方向の変化を図24に示した。$B/2h$は、Nの場合もEの場合もほゞ直線的に増加し、Eの場合に小さくなっている。この両方の場合のBの大きさの相違は下流へ進むにつれてますます大きくなっていくことがわかる。しかしB/bにはそれほど大きな相違はみられない。$Y_{\frac{1}{2}}/b$とB/bについてNとEの場合とで大きな相違は見られないことから、NとEの場合、それぞれの自己保存則に従っていると考えられる。これは最初に述べた初期条件が異なっていても最後にはある統計的状態になるということの一つの験証であろう。

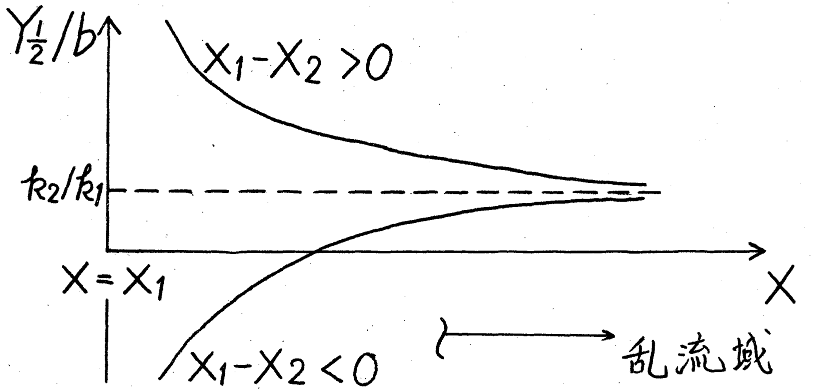
また、二つの半値幅の流れ方向への変化について

$$\begin{cases} b = k_1(X - X_1) \\ Y_{\frac{1}{2}} = k_2(X - X_2) \end{cases}$$

とすると

$$\frac{Y_{\frac{1}{2}}}{b} = \frac{k_2}{k_1}\left(1 + \frac{X_1 - X_2}{X - X_1}\right)$$

両半値幅の増加率の比 k_2/k_1 は、$\frac{k_2}{k_1} = \lim_{X\to\infty} Y_{\frac{1}{2}}/b$ である。仮想原点の差 X_1-X_2 の正負によって $Y_{\frac{1}{2}}/b$ の変化は下図のように全く異なる。



k_2/k_1 は1の程度であり、乱流域のすべての X で $Y_{\frac{1}{2}}/b > 1$ であるから、$X_1 - X_2 > 0$ すなわち、平均速度の半値幅の仮想原点は間欠係数の半値幅の仮想原点より下流にある。

本実験では

	k_2/k_1	$(X_1-X_2)/2h$
N	1.25	5
E	1.13	5

3－4 自由境界面の運動

両側の境界面の運動について、最も簡単で理想的な場合と

して、図25の上部に示したように対称な運動と反対称な運動を考える。I_1を$Y=Y_1$における間欠信号、I_2を$Y=Y_2$における間欠信号として二種類の相関(a) $\overline{I_1I_2}/\overline{I_1}$, (b) $\overline{I_1I_2}^2/\overline{I_1}\,\overline{I_2}$ を考える。トラバース装置の都合で$Y=Y_1$は固定し、Y_2を移動させた。完全に対称な運動と反対対称な運動の場合には、これらの相関の分布はそれぞれ同図の下部に描いたようになる筈である。(c)のI_2は間欠係数の分布である。実際の境界面の運動は対称運動と反対称運動がある割合で重なっていると仮定し、実験で得られた相関の分布と図25に描いた分布とを比較して実験の境界面の運動が対称運動と反対称運動のいずれに近いかを判断しようというわけである。図26に$X/2h=12$, $Y/2h=\pm 3$における間欠信号とその積I_1I_2とを示す。図27は$X/2h=12$における相関$\overline{I_1I_2}/\overline{I_1}$の分布である。Nの場合は対称運動と反対称運動のほゞ中間の運動をしているが、Eの場合は完全に反対称な運動をしている。図28は$X/2h=22$における相関$\overline{I_1I_2}/\overline{I_1}$の分布である。$X/2h=12$のときほど顕著ではないが、やはりEの場合には対称運動の割合が小さくなっている。従って音によって励起すると対称な運動が抑制され、反対称な運動の割合が大きくなることがわかる。このことは相関$\overline{I_1I_2}^2/\overline{I_1}\cdot\overline{I_2}$の測定からも確かめられた。この結果と遷移過程との関係については

以下のように考えられる。励起した音の周波数($f_1 = 265Hz$)の変動が$255Hz$付近の周波数の変動と非線形干渉を起こし$10Hz$程度の変動が生じるものとする。即ち

$$f_3 = f_1 - f_2 \qquad \text{ただし} \begin{cases} f_1 = 265Hz \\ f_2 \sim 255Hz \\ f_3 \sim 10Hz \end{cases}$$

そして周波数f_2の変動は自然遷移の場合も励起した場合も反対称モードに近いと考える。このとき周波数f_3の大きなスケールの変動のモードは表1のようになる。すなわち自然遷移の場合は$v(f_3)$は反対称モードに近く、これは境界面の対称な運動に寄与する。しかし励起した場合は$v(f_3)$は対称モードに近くなり、境界面の反対称な運動を促す。

	$u(f_1)$	$u(f_2)$	$u(f_3)$	$v(f_3)$	境界面の運動
Natural	A	A	S	A	S
Excited	S	A	A	S	A

表1　　S：対称，A：反対称

また図27と図28を比較すると、Nの場合もEの場合も$Y_2 = -Y_1$での相関の値が大きくなっているので、下流へ進むにつれて、励起による対称運動の抑制が効かなくなると言うこともできる。

最後に図29、30は$Y=0$に関して対称な2点の速度変動u_1、u_2の相互相関$R(r,\tau)$である。$R(r,0)$はNのとき負でEのとき正である。従ってNの場合一方で加速されると他方では減速されるが、Eの場合は一方で加速されると他方でも加速され、一方で減速されると他方でも減速される。

4. むすび

本実験により以下の結論が得られた。

(1) 音によって励起すると遷移の完了が吹出口の幅の3〜4倍の距離だけ下流方向へずれる。

(2) 人工励起のある場合は平均速度分布の半値幅は小さくなり、中心軸上の平均速度は大きくなる。

(3) 人工励起のとき、微分特性時間などの時間スケールは小さくなる。

(4) 人工励起のとき間欠領域の幅は小さくなる。しかし平均速度の半値幅との比は、自然遷移のときも励起したときもほぼ同じ大きさであり、下流方向にもほぼ一定である。

(5) 乱流境界が変動する周波数は高々10Hzの程度であり、これは自然遷移のときも人工的に励起したときもほぼ同じで下流方向にもほとんど変化しない。

(6) 両側の乱流境界面の運動は、励起すると対称な運動の割

合が小さくなり、反対称運動の割合が大きくなる。

(7) 両側の乱流境界面の運動は、自然遷移のときも人工励起のあるときも下流へ進むにつれて対称な運動に近くなっていく。

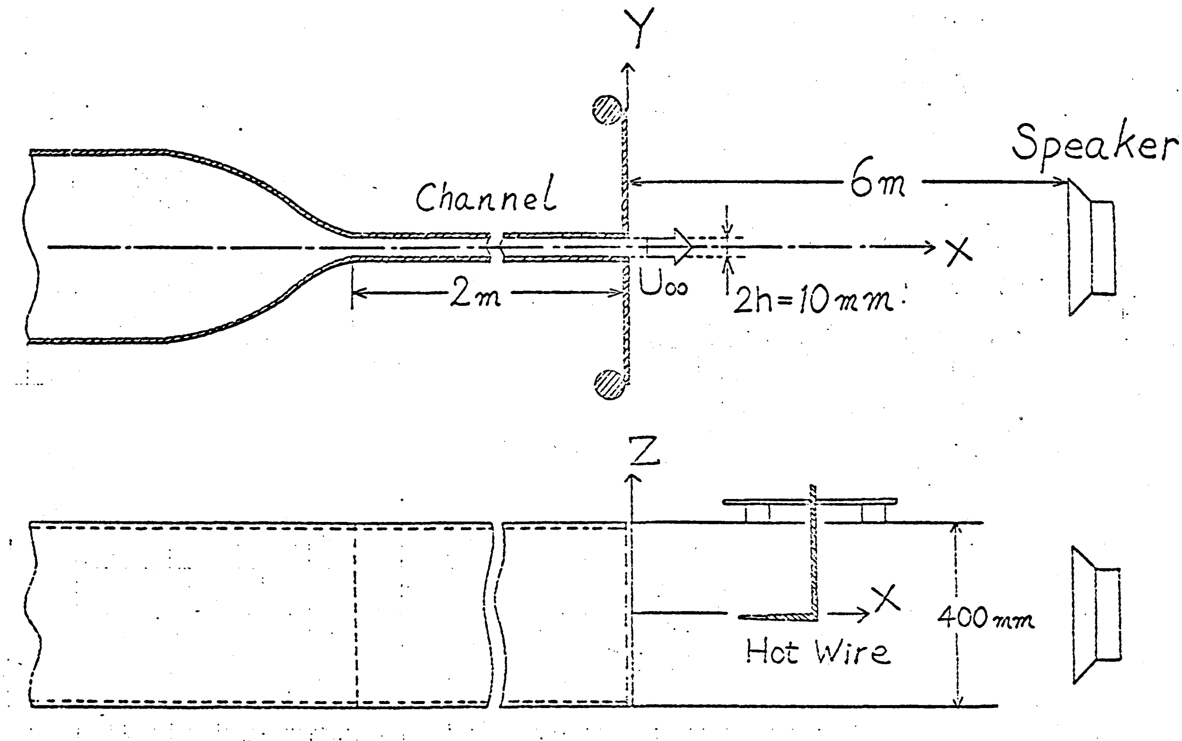


図-1

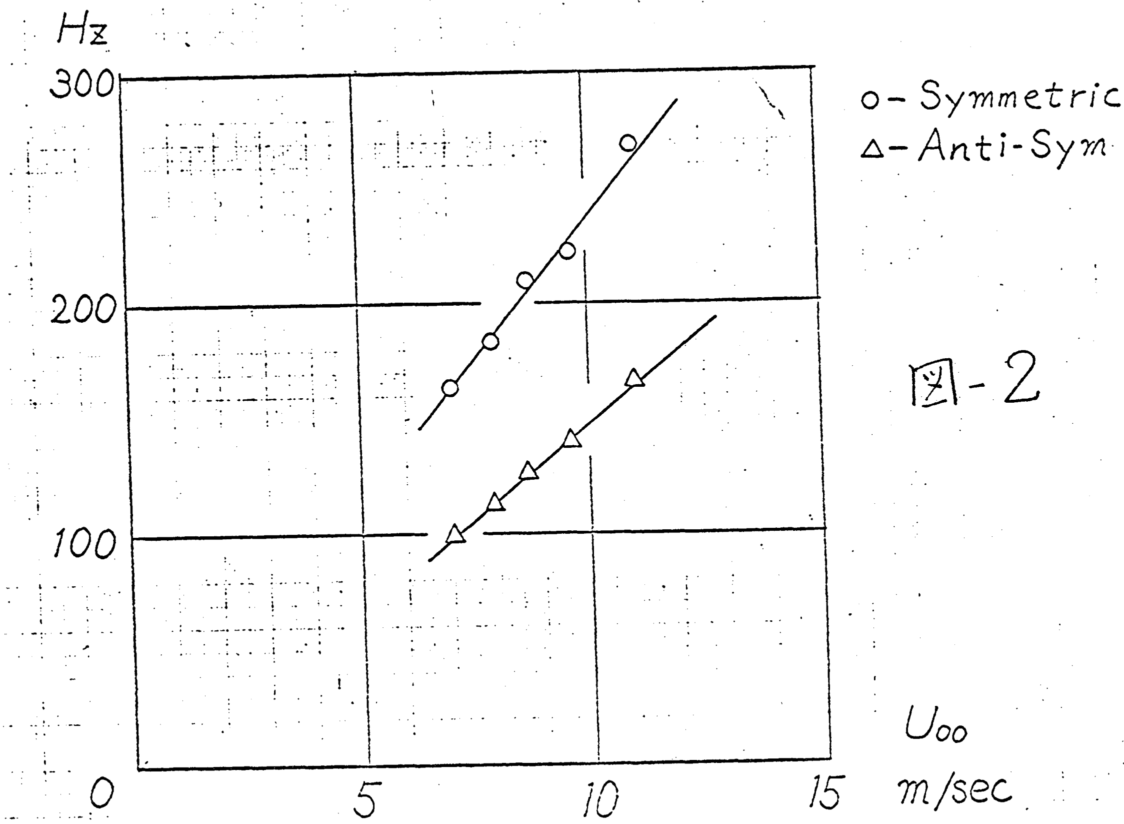

Hz
300
200
100
0
5
10
15
o- Symmetric
Δ- Anti-Sym
U∞
m/sec

図-2

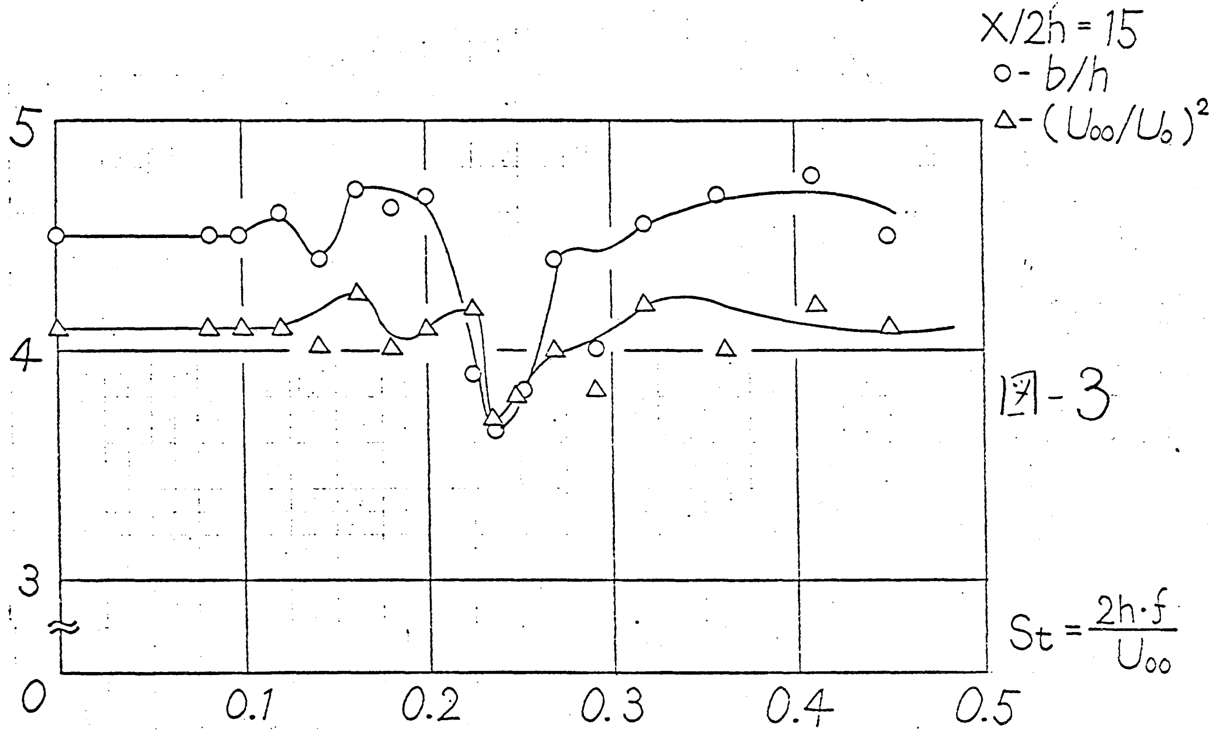

X/2h = 15
o- b/h
Δ- (U∞/U₀)²
5
4
3
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
St = 2h·f / U∞

図-3

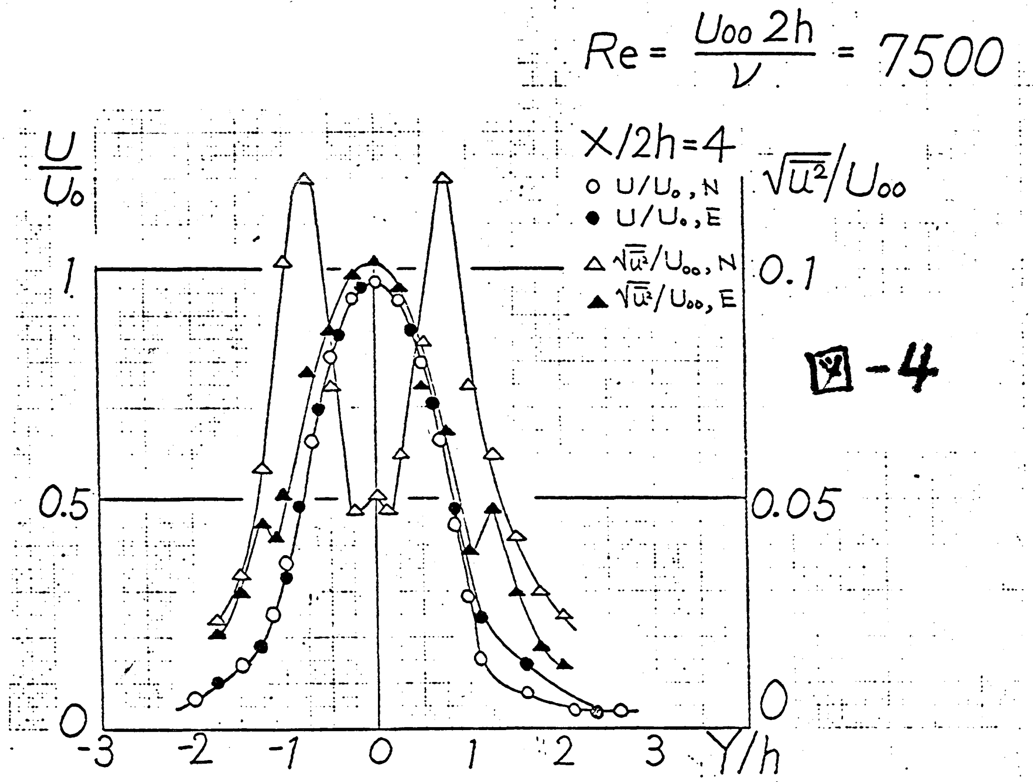

$Re = \frac{U_{00} 2h}{\nu} = 7500$
X/2h=4
U/U₀
√u²/U₀₀
○ U/U₀, N
● U/U₀, E
△ √u²/U₀₀, N
▲ √u²/U₀₀, E
1
0.5
0
0.1
0.05
0
-3
-2
-1
0
1
2
3
Y/h

図-4

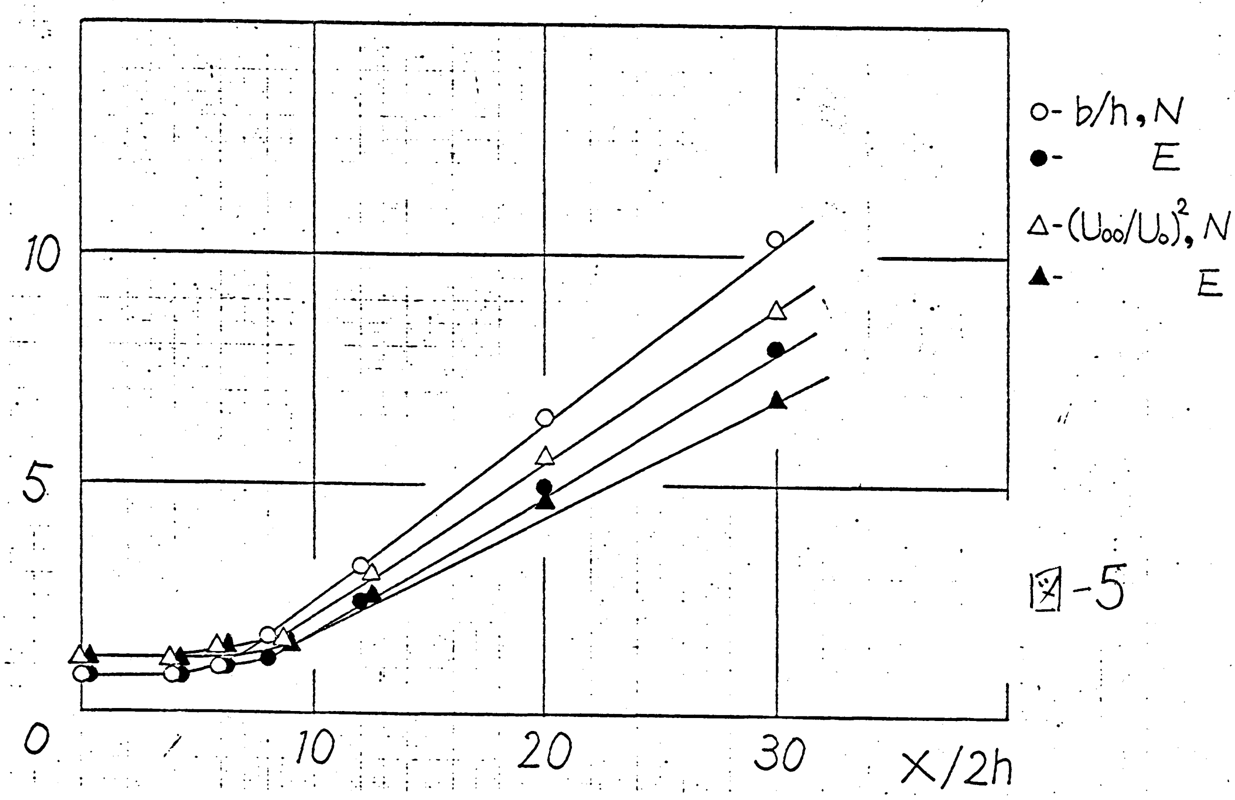

○- b/h, N
●- E
△-(U₀₀/U₀)², N
▲- E
10
5
0
10
20
30
X/2h

図-5

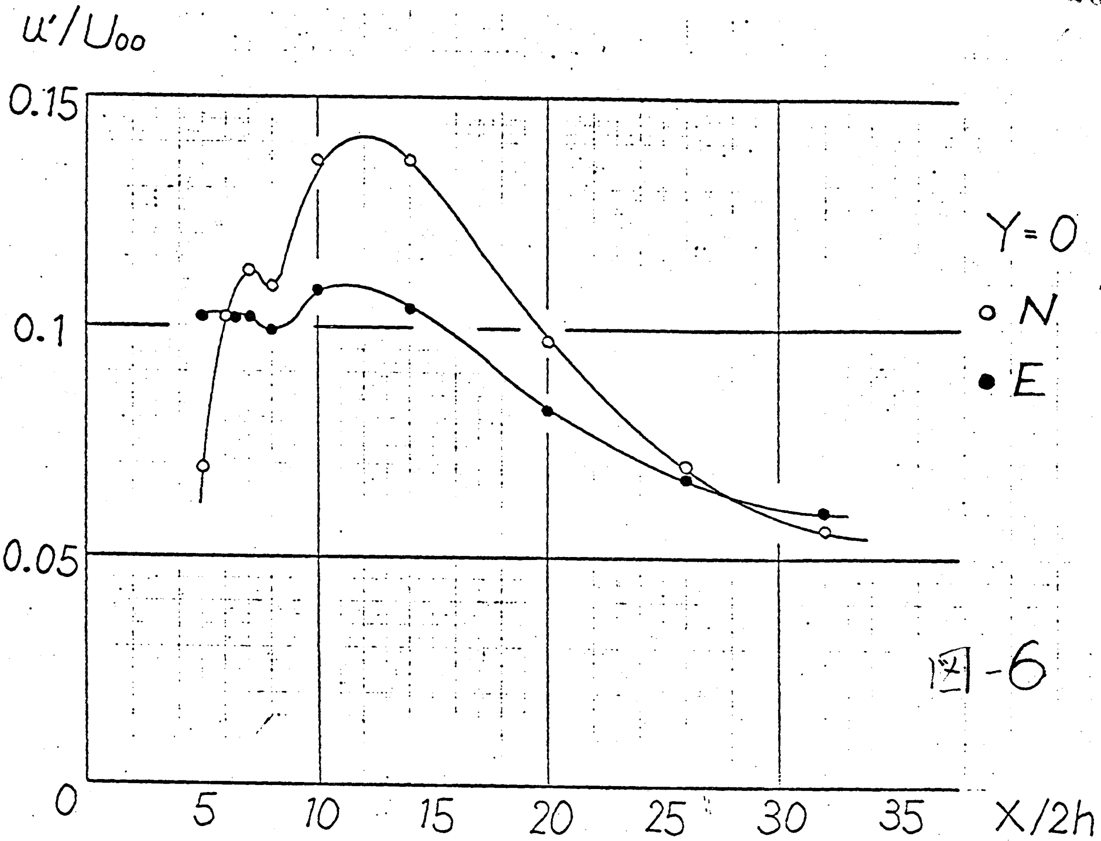

u'/U∞
0.15
0.1
0.05
0
5
10
15
20
25
30
35
X/2h
Y=0
○ N
● E

図-6

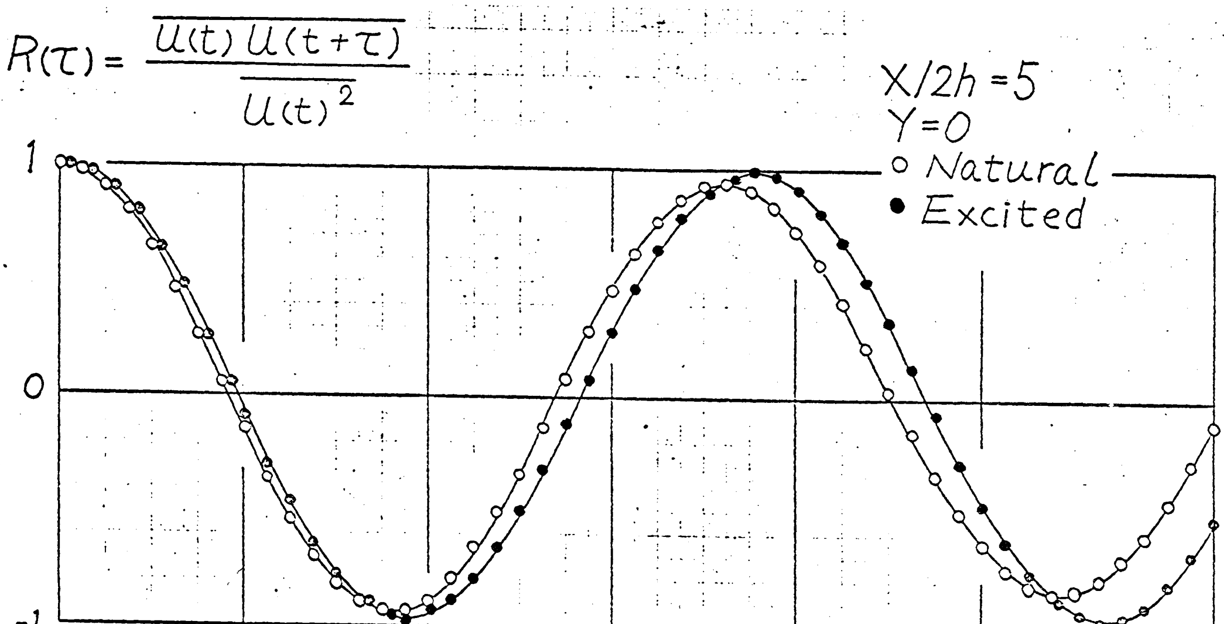

$R(\tau)=\dfrac{\overline{u(t)\,u(t+\tau)}}{\overline{u(t)^2}}$
X/2h =5
Y=0
○ Natural
● Excited
1
0
-1
0
1
2
3
4
5
U∞τ/2h

図-7

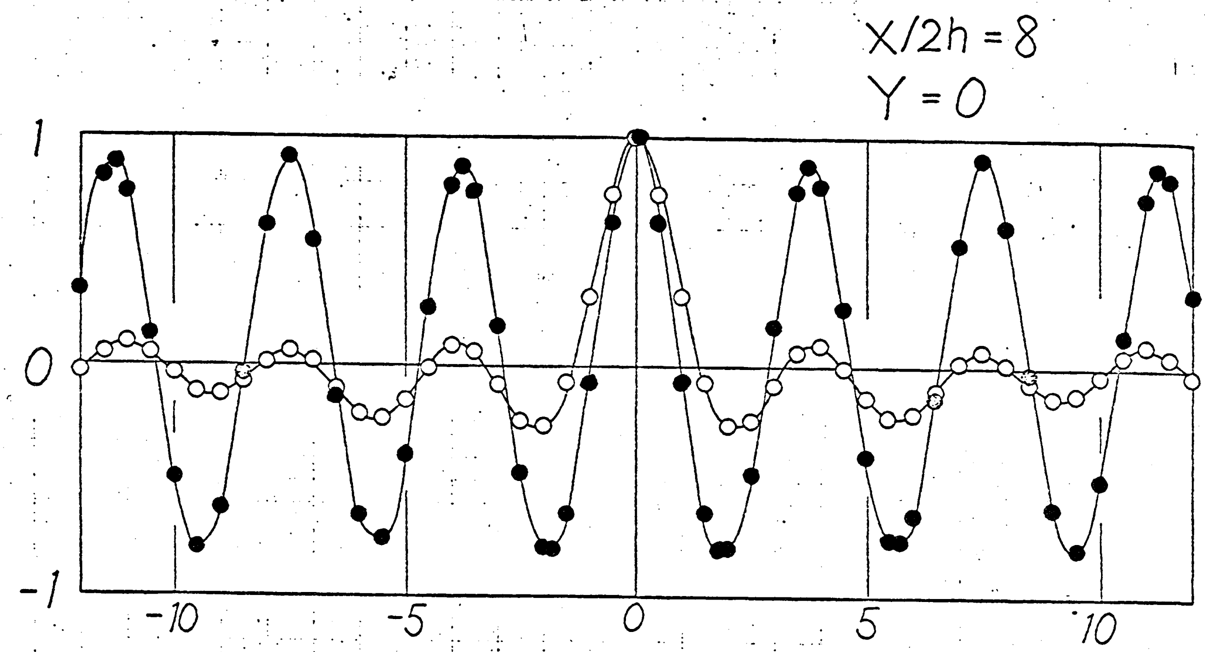


図-8

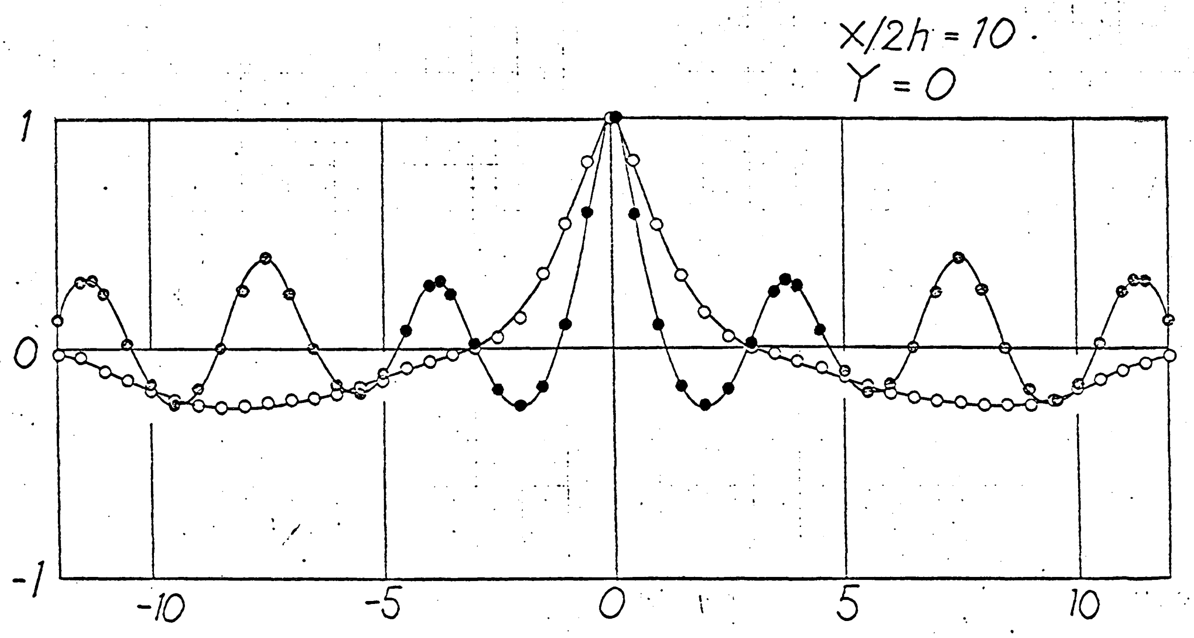


図-9

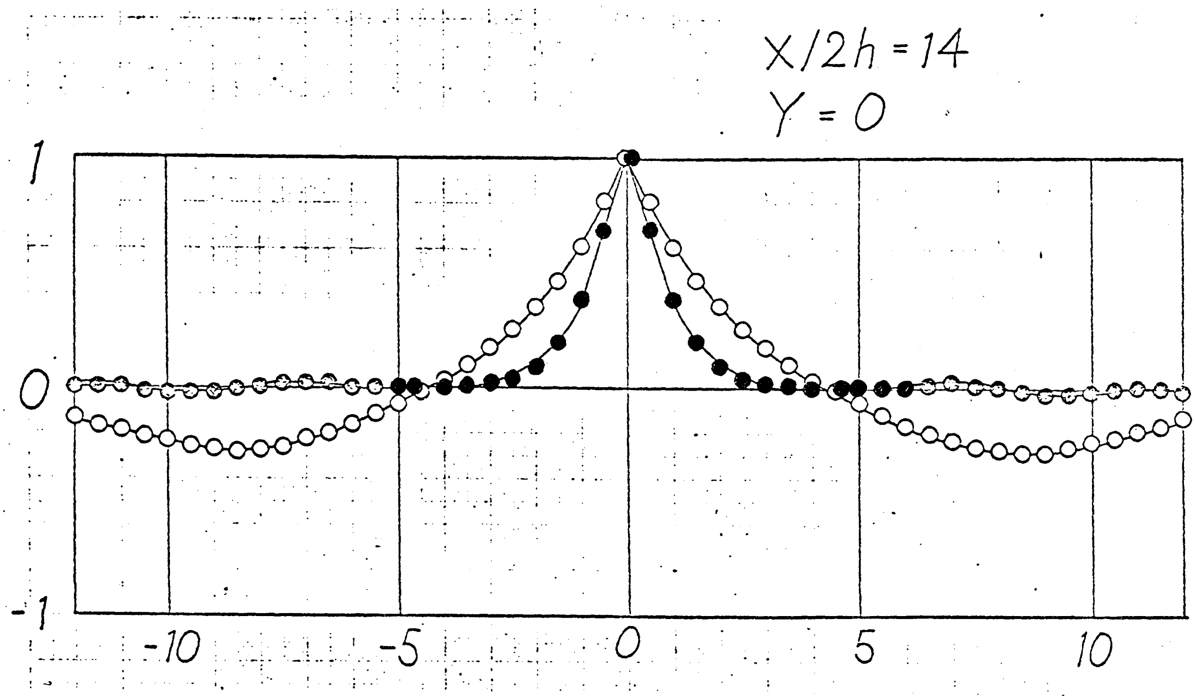


図-10

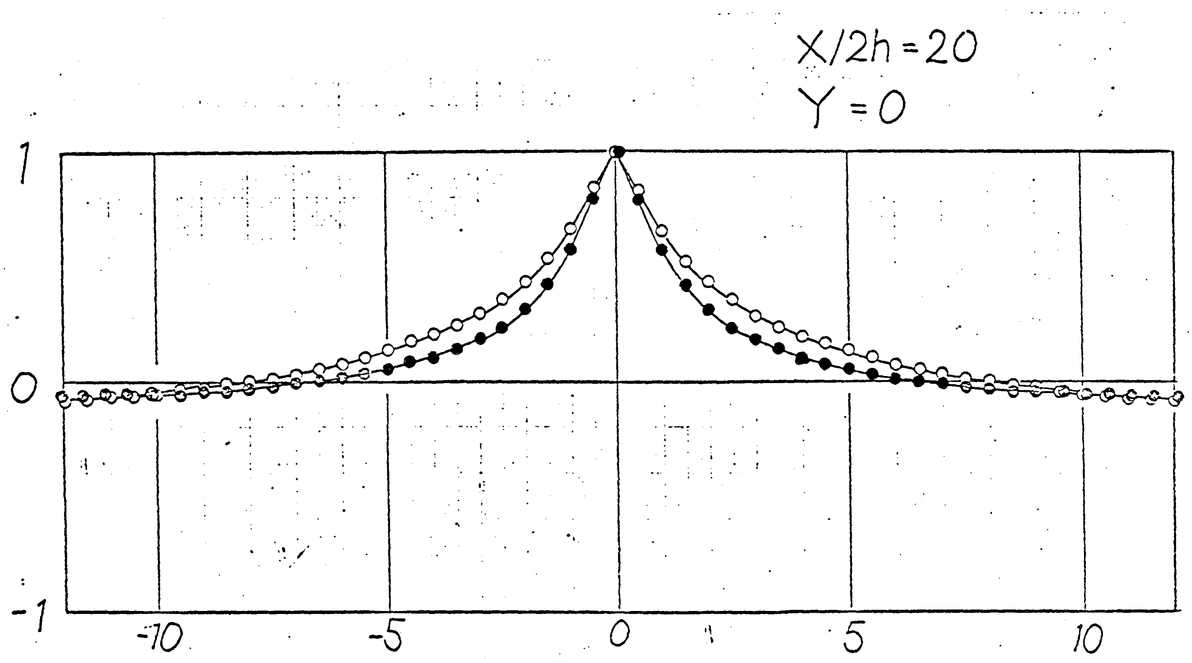


図-11

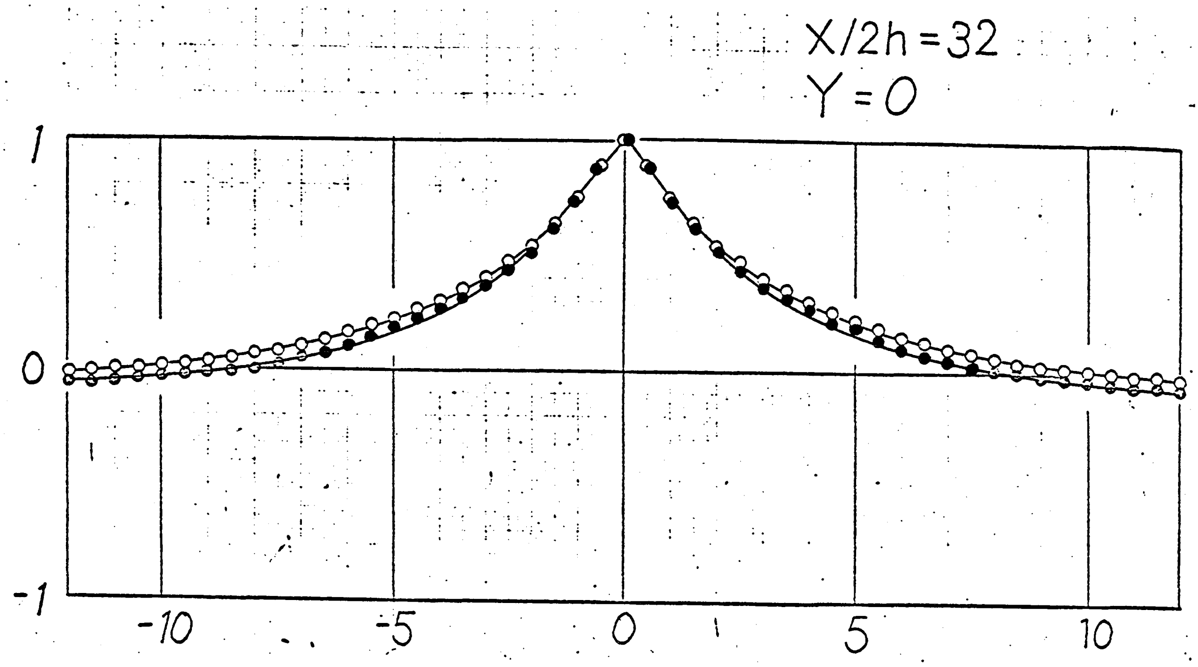

X/2h = 32
Y = 0
1
0
-1
-10
-5
0
5
10

図-12

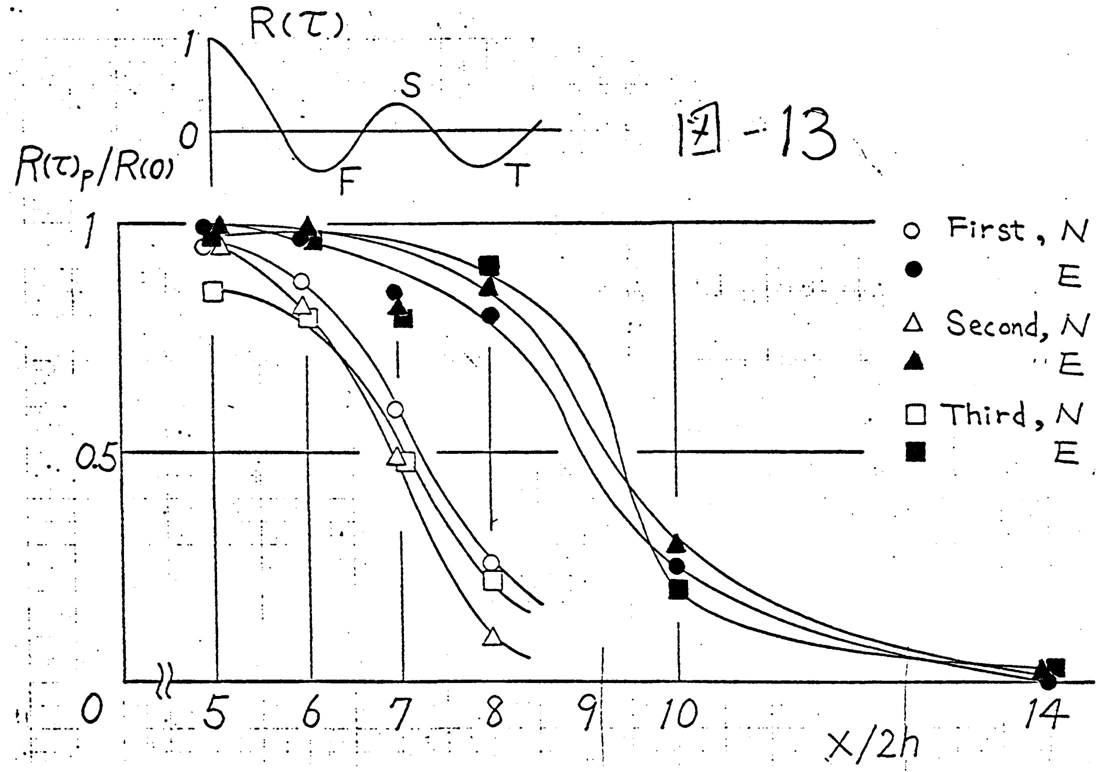
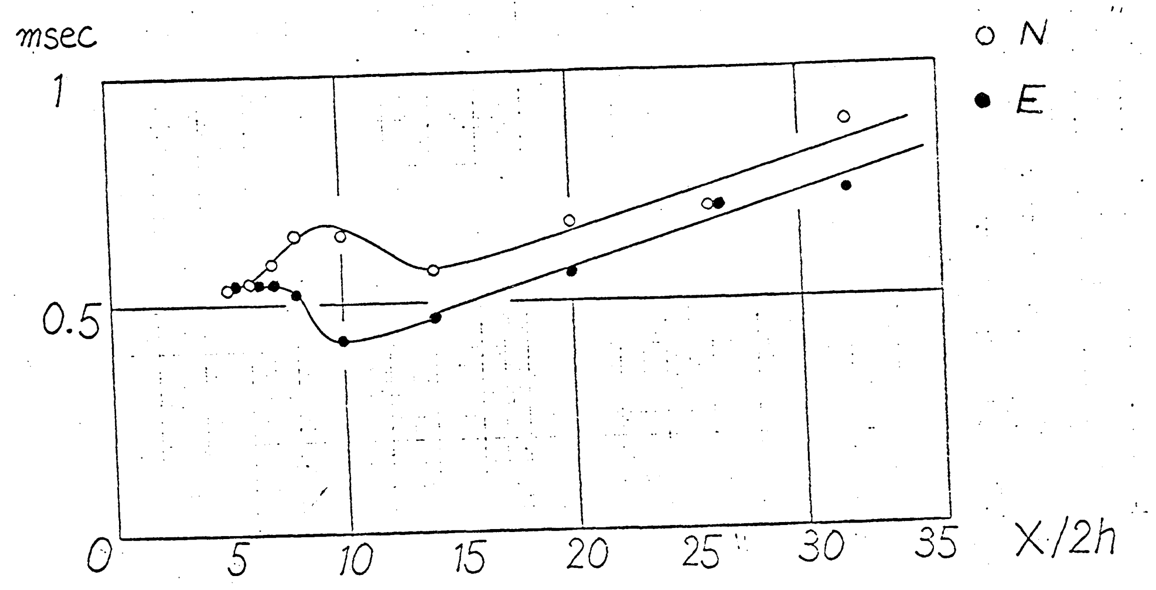

R(τ)
1
0
S
F
T
R(τ)p/R(0)
1
0.5
0
5
6
7
8
9
10
14
X/2h
○ First, N
● E
△ Second, N
▲ E
□ Third, N
■ E

図-13

$$T_{micro} \equiv \left(-\frac{1}{\partial^2 R/\partial \tau^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

図-14



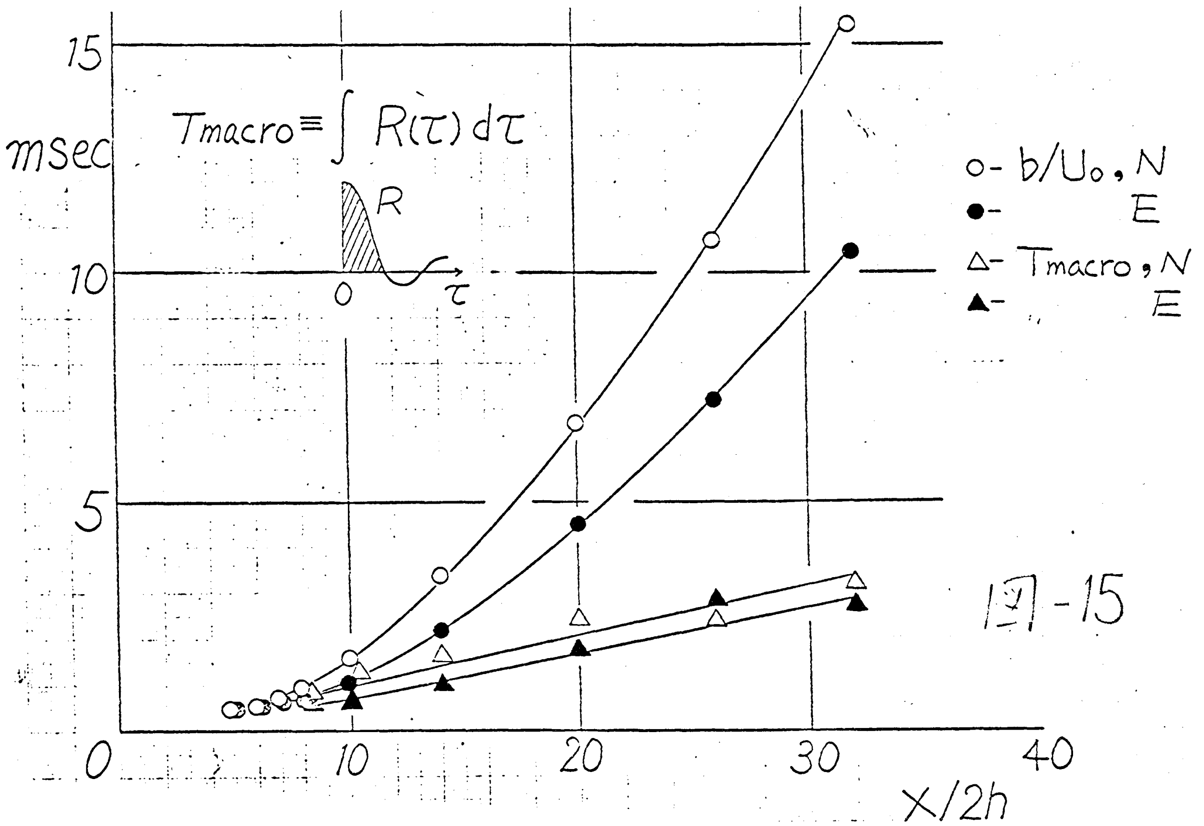
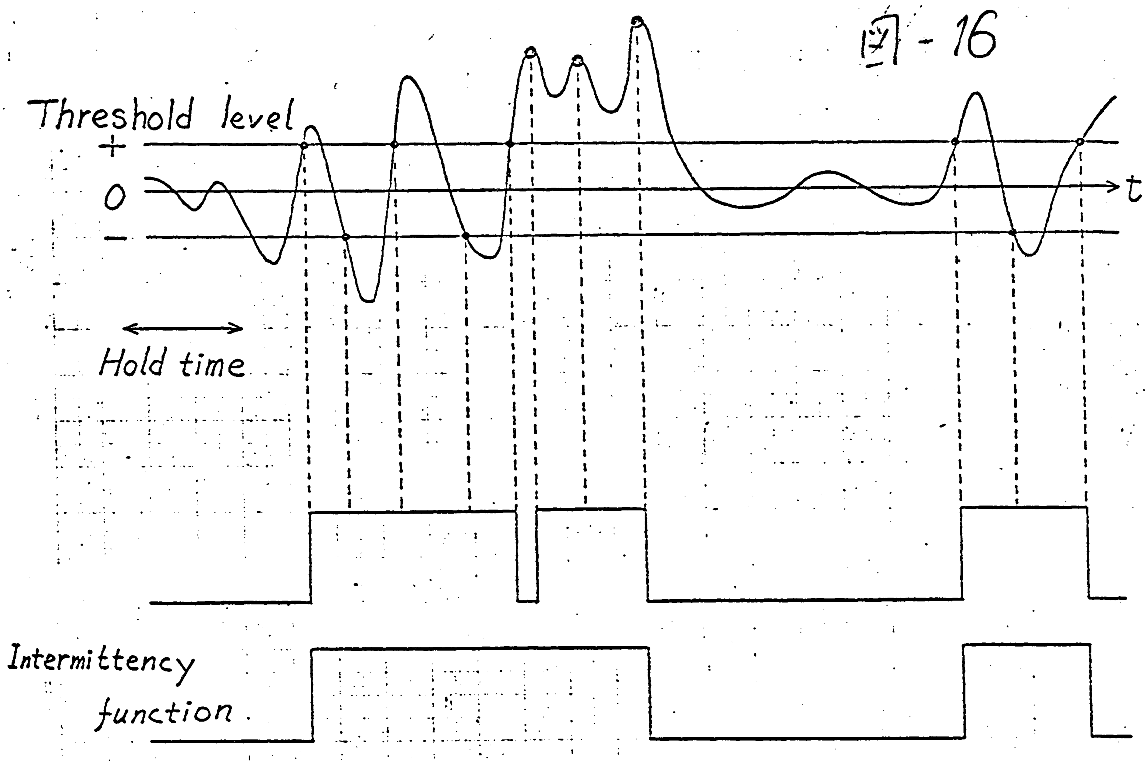


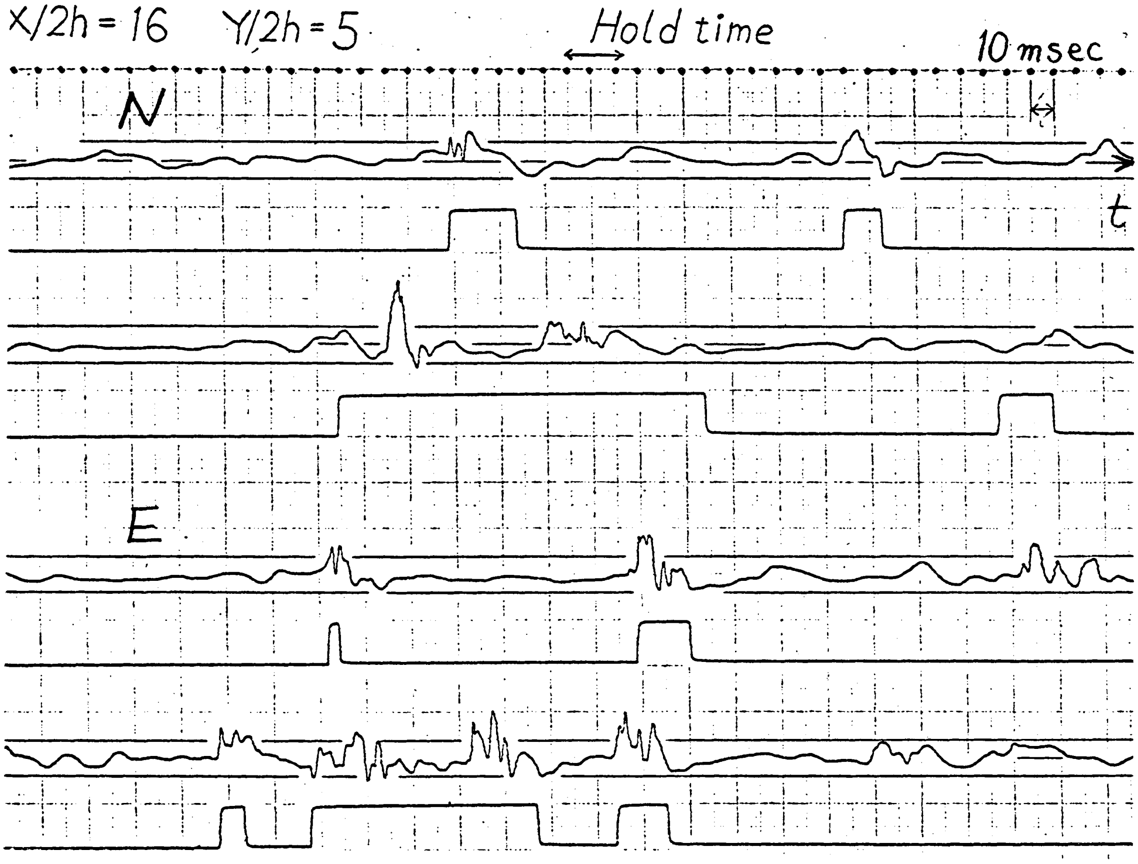
図-15

図-16



Threshold level
+
0
−
t
Hold time
Intermittency function

図-17



X/2h = 16
Y/2h = 5
Hold time
10 msec
N
t
E

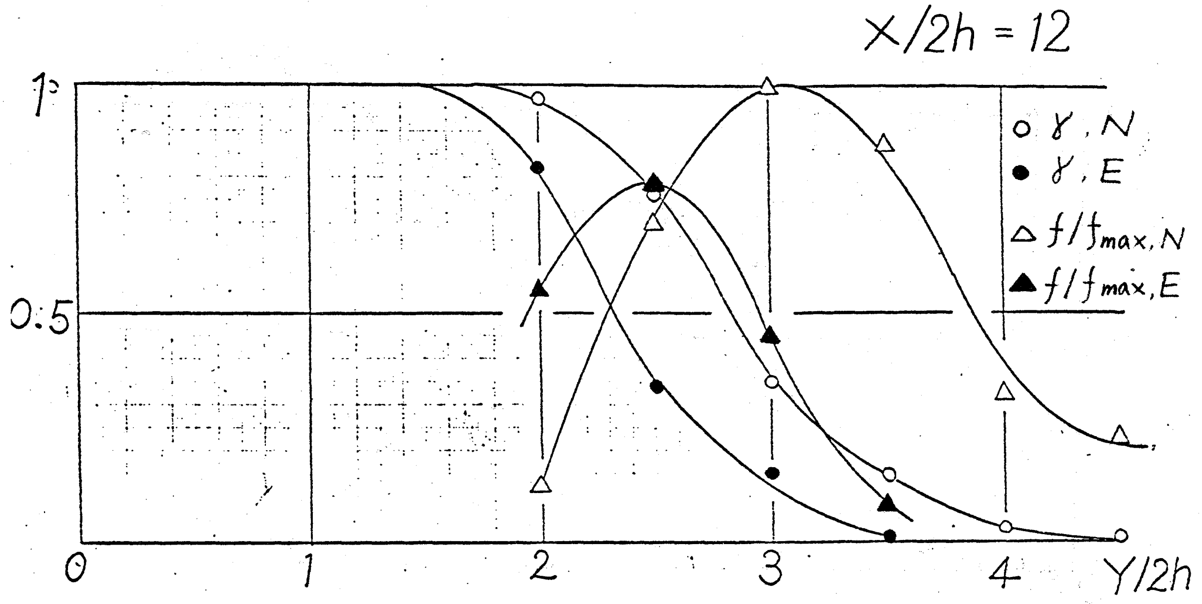


図-18

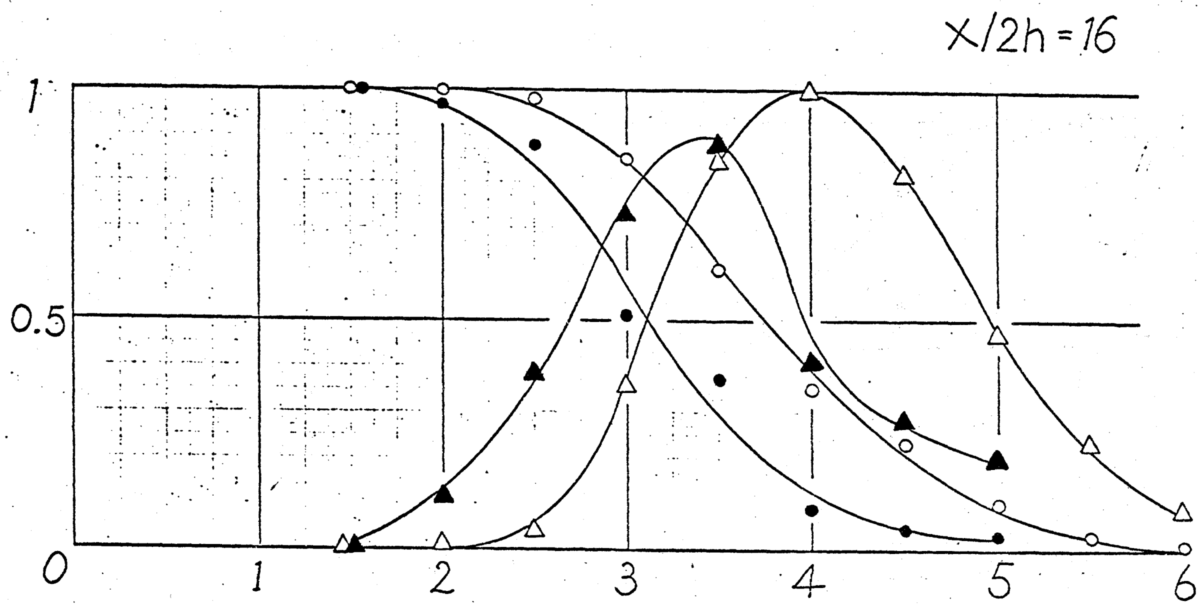


図-19

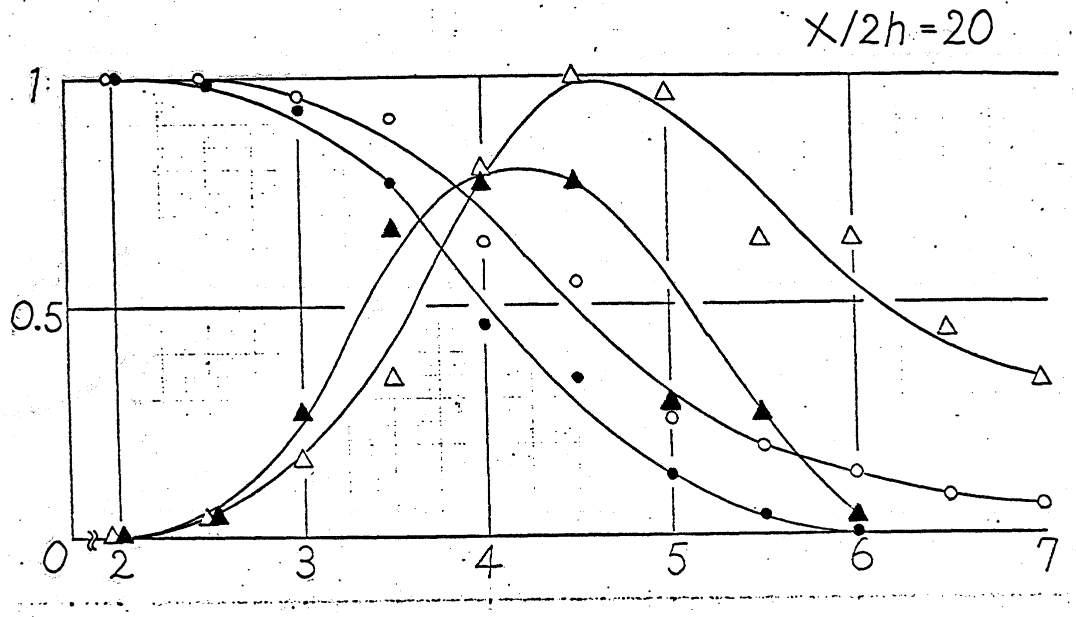


図-20

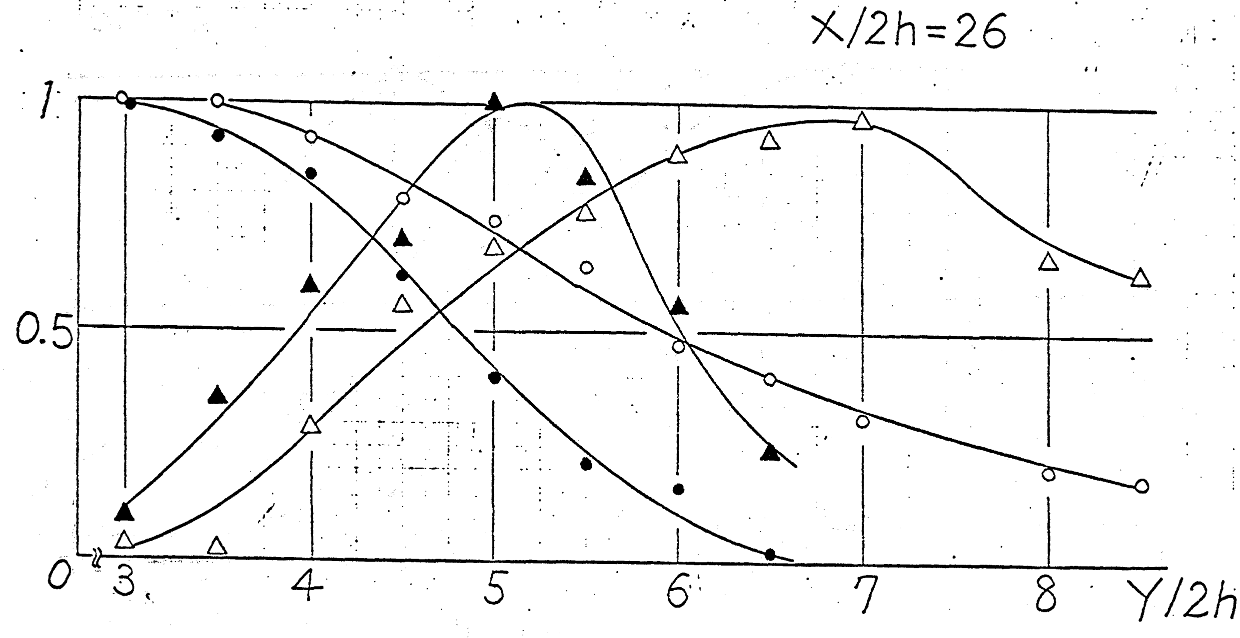


図-21

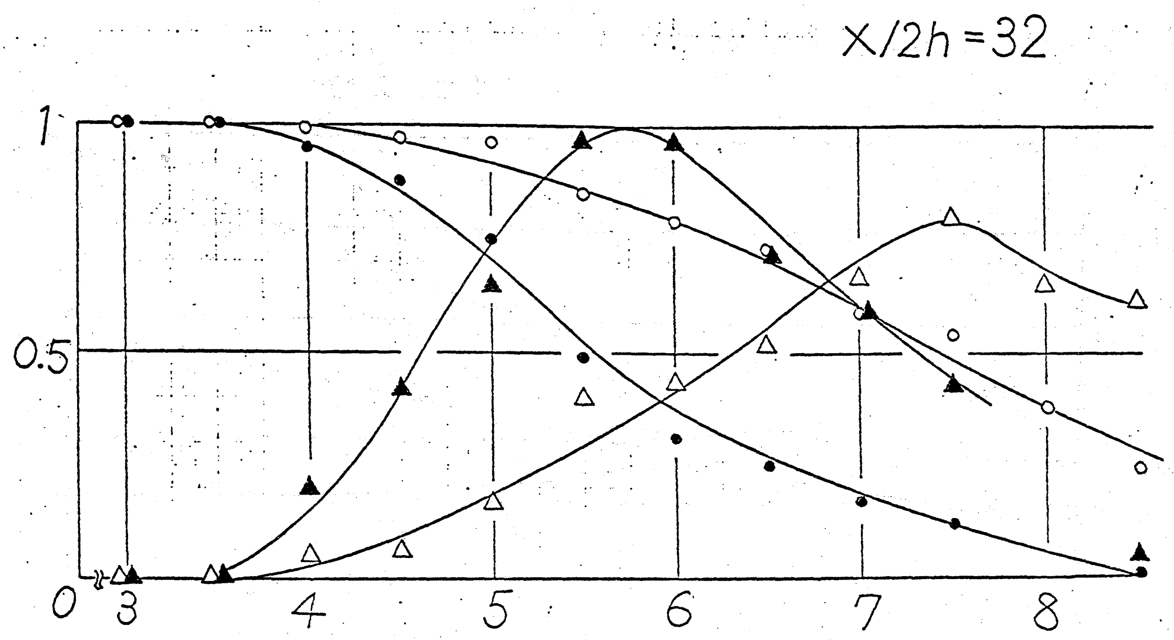

X/2h =32
1
0.5
0
3
4
5
6
7
8

図-22

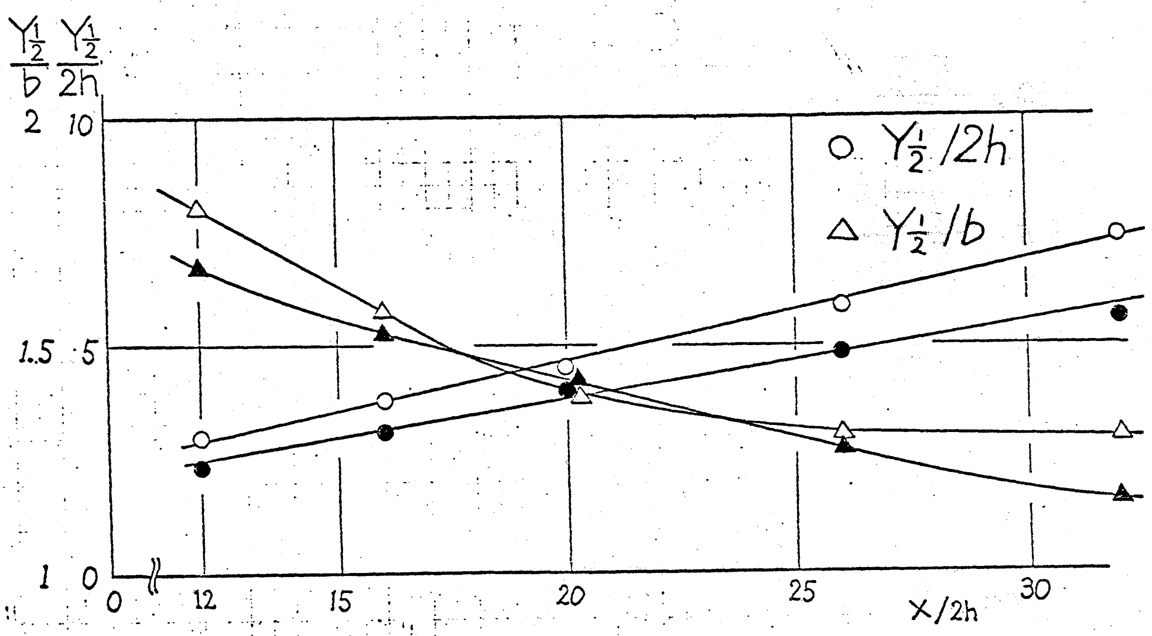

Y½/b
Y½/2h
2
10
1.5
5
1
0
0
12
15
20
25
30
X/2h
○ Y½/2h
△ Y½/b

図-23

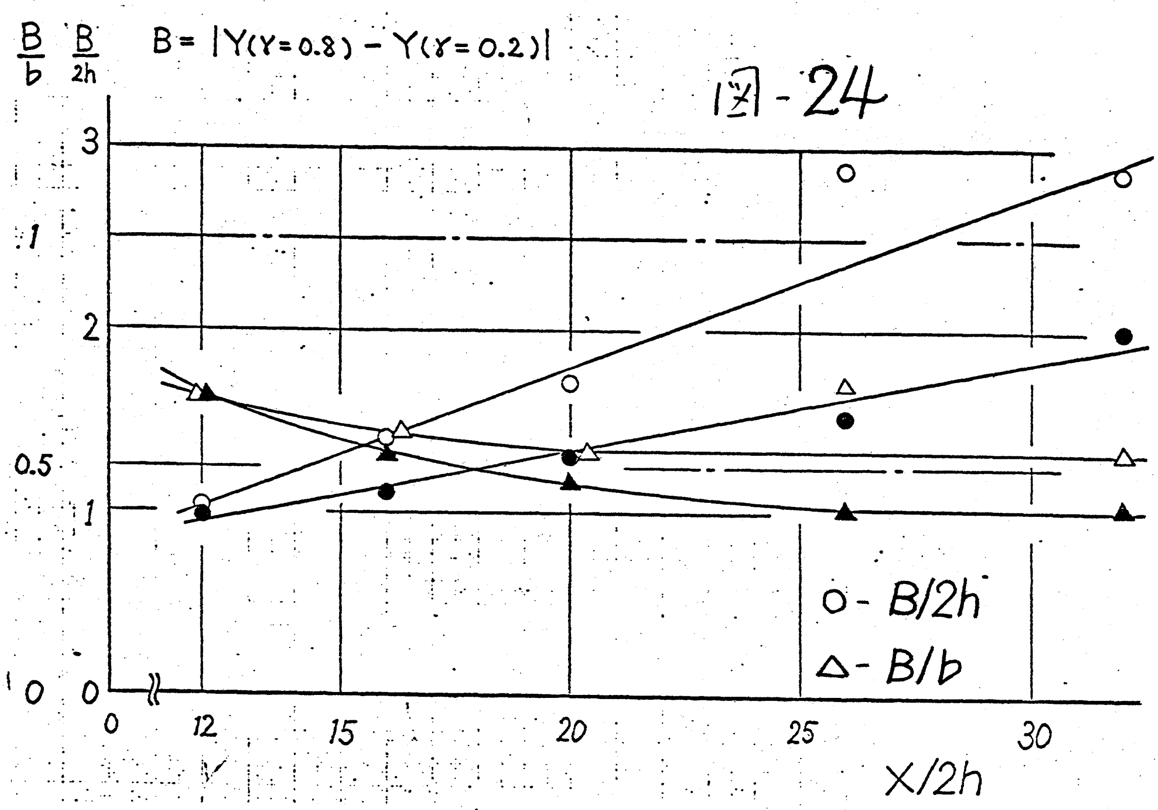

B/b B/2h
B = |Y(γ=0.8) − Y(γ=0.2)|
3
2
1
0.5
1
0 0
0 12 15 20 25 30
X/2h
o - B/2h
△ - B/b

図-24

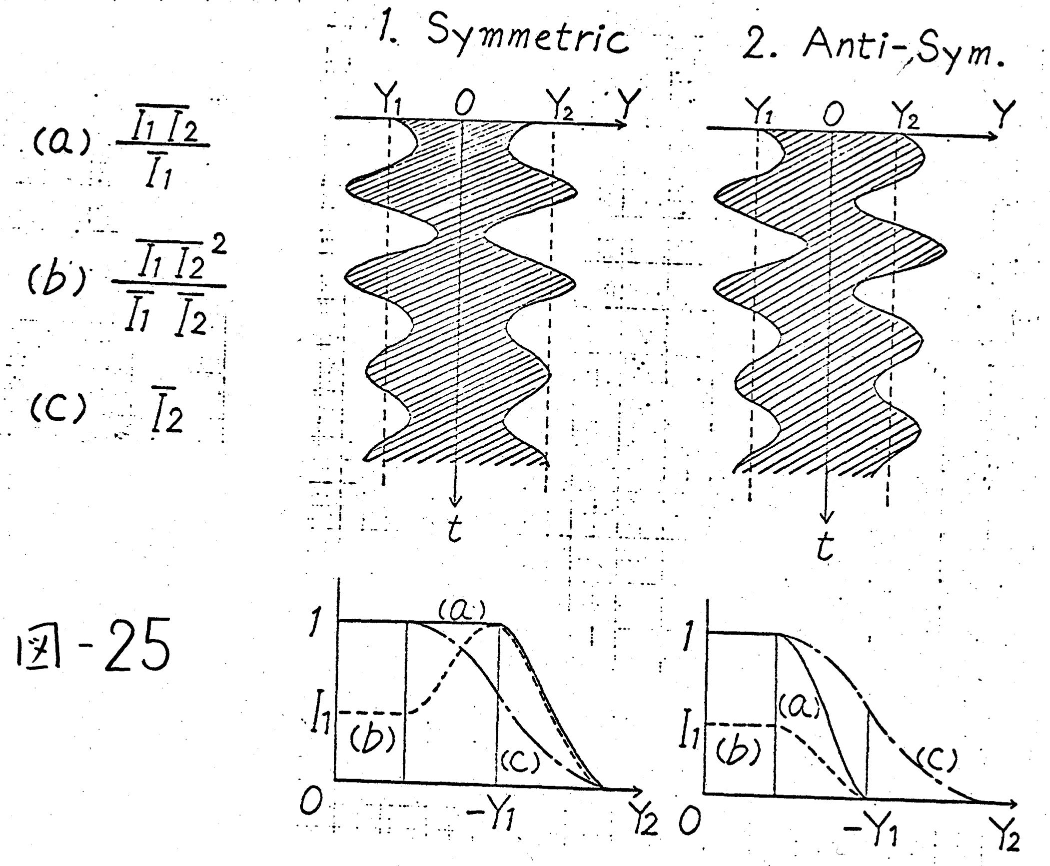

1. Symmetric
2. Anti-Sym.
(a) $\frac{\overline{I_1 I_2}}{\overline{I_1}}$
(b) $\frac{\overline{I_1 I_2}^2}{\overline{I_1}\ \overline{I_2}}$
(c) $\overline{I_2}$
Y1 0 Y2 Y
t
1
I1
(a)
(b)
(c)
0
-Y1
Y2

図-25

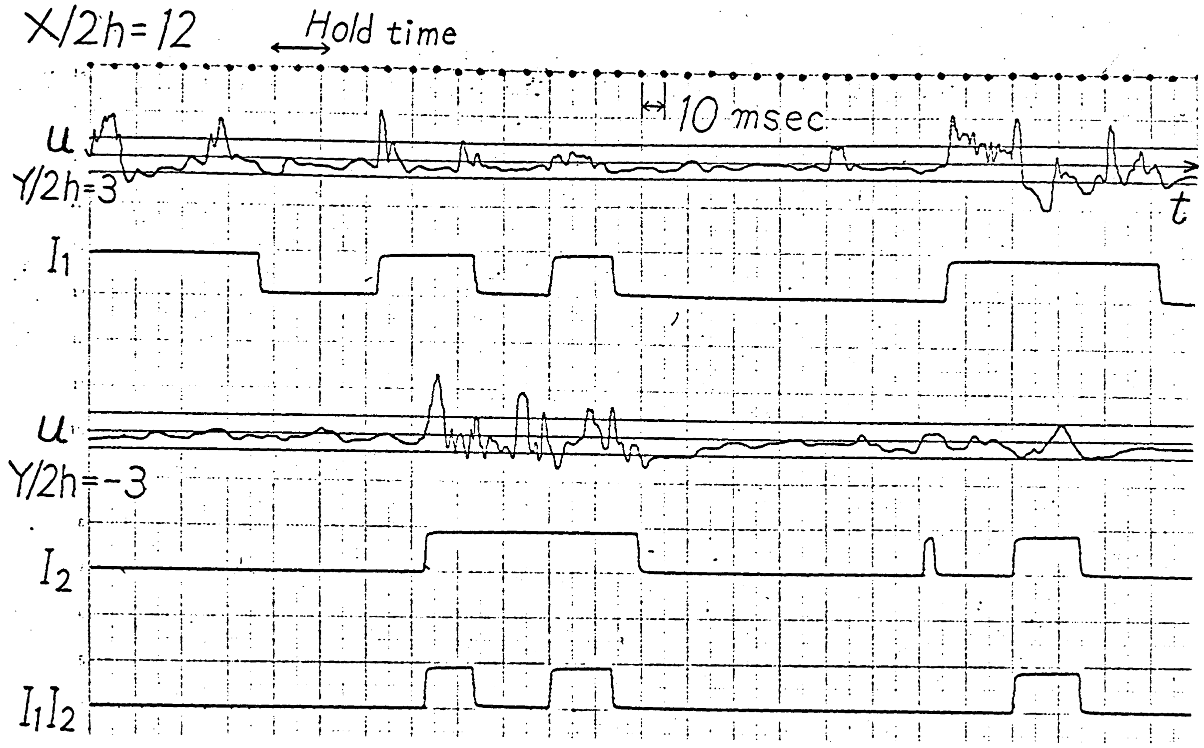
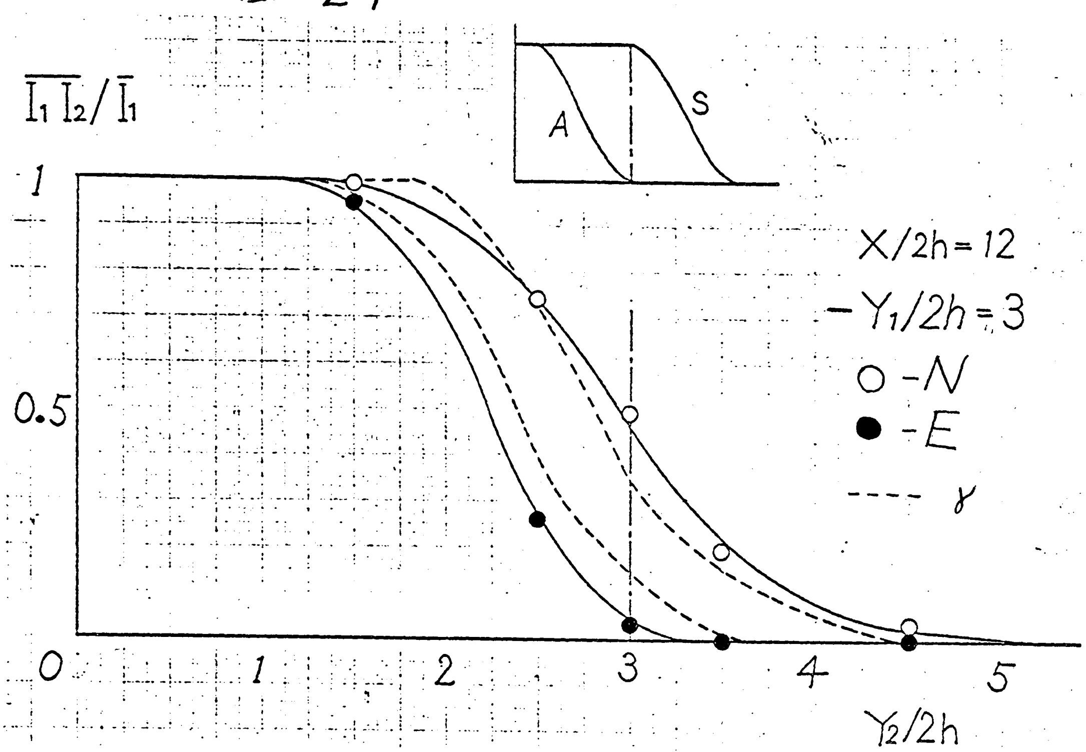
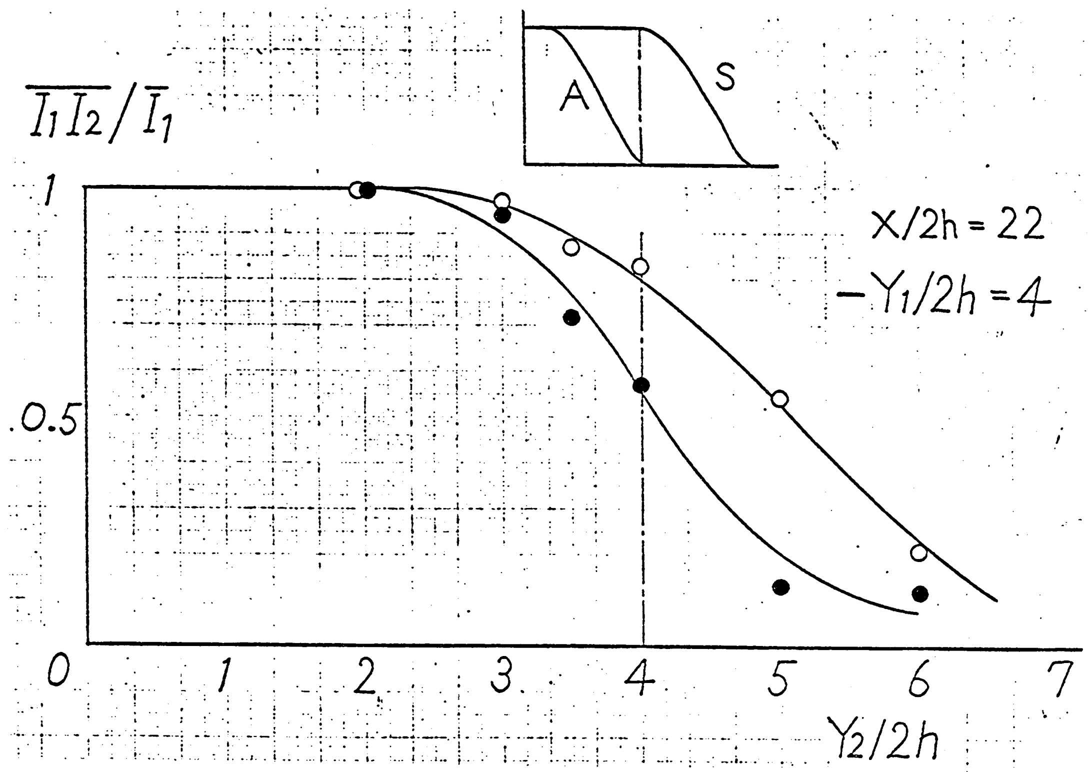

X/2h=12
Hold time
10 msec
u
Y/2h=3
t
I_1
u
Y/2h=-3
I_2
I_1I_2

図-26

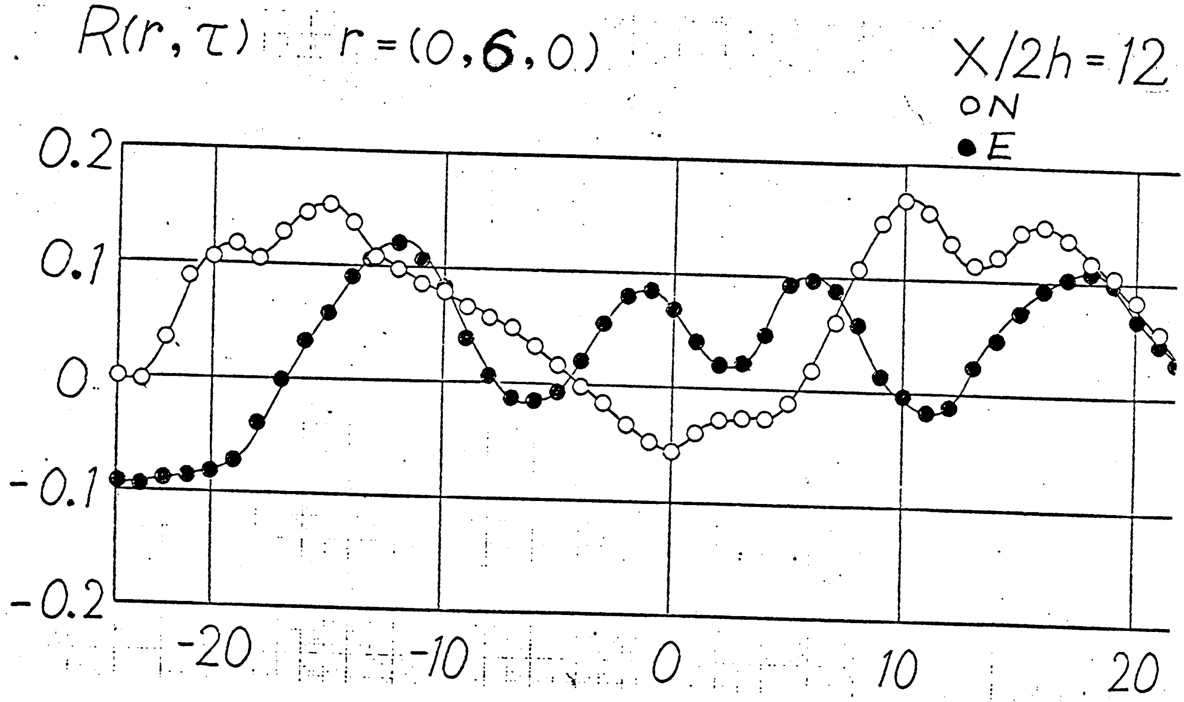
図-27


$\overline{I_1 I_2}/\overline{I_1}$
A
S
1
0.5
0
1
2
3
4
5
X/2h=12
$-Y_1/2h=3$
○ -N
● -E
---- γ
$Y_2/2h$



$\overline{I_1 I_2}/\overline{I_1}$
A
S
X/2h = 22
−Y₁/2h = 4
1
0.5
0
1
2
3
4
5
6
7
Y₂/2h

図-28



R(r, τ)
r = (0, 6, 0)
X/2h = 12
○ N
● E
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-20
-10
0
10
20

図-29

$$R(r,\tau)=\frac{\overline{u_1(t)\,u_2(t+\tau)}}{\sqrt{\overline{u_1(t)^2}}\sqrt{\overline{u_2(t)^2}}}\qquad r=(0,8,0)\qquad x/2h=22$$

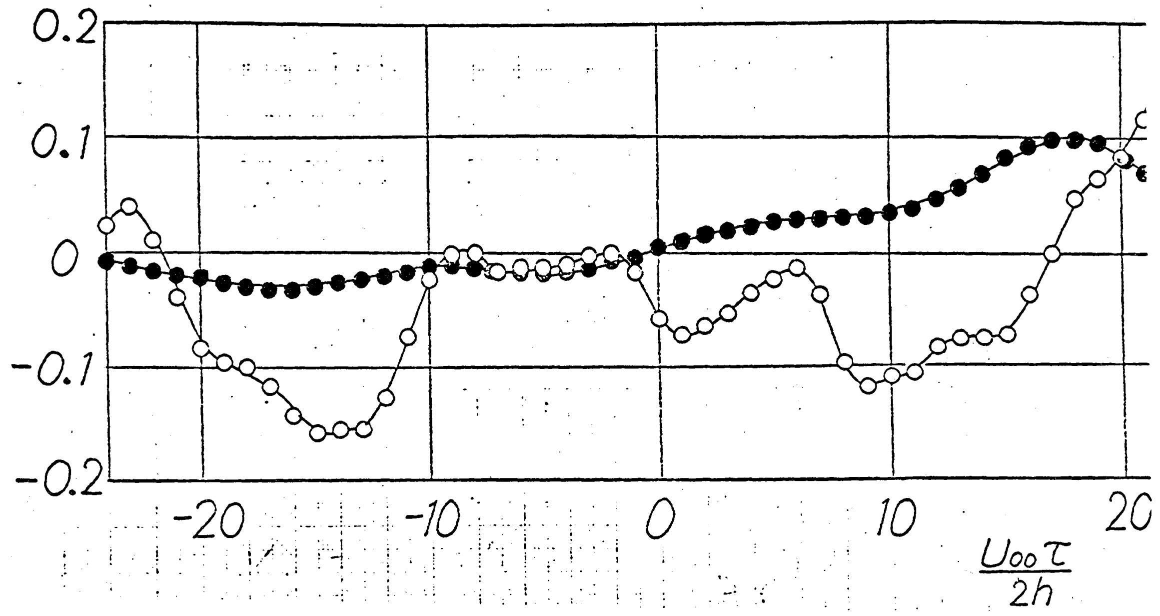


図-30