数理解析研究所講究録
330巻 1978年 7-8

自由L空間

愛媛大 理　永見 啓応

調和ある次元論を展開できる空間はこの四半世紀間距離空間の枠を本質的にぬけだすことができなかつたといえる．この枠をはずすために考えたのが自由L空間である．次元論の展開の詳細は省いてここではその定義をのべることにする．

パラコンパクトHausdorff空間Xを考える．その閉集合の族$\mathcal{F}$とその各元$F \in \mathcal{F}$に対してその反被覆（即ちFの補集合の開被覆のこと）$\mathcal{U}_F$が与えられているとする．UがFの$\mathcal{U}_F$に関する正規近傍とは各iに対して

$$Cl\ \mathcal{U}_F^{\,i}(X-U) \cap F = \phi$$

をみたすFの開近傍のこととする．Xが自由L空間であるとはσ疎な$\mathcal{F}$がとれて

(＊)　任意の$x \in X$とその任意の開近傍Uに対して$\mathcal{F}$の元$F_1, \cdots, F_n$がとれ，それらの正規近傍$U_1, \cdots, U_n$がとれ，

$$x \in \bigcap_{i=1}^{n} F_i \subset \bigcap_{i=1}^{n} U_i \subset U$$

とできることとする．この性質をみたす $\mathcal{L}=(\mathcal{F}, \{\mathcal{U}_F\})$ を自由L構造という．より強く

(#) 任意の $x \in X$ とその任意の開近傍 U に対してある $F \in \mathcal{F}$ とその正規近傍 V に対して $x \in F \subset V \subset U$ とできる，ならばLネットワークという．$\mathcal{F} = \{F_\alpha ; \alpha \in A\}$ と書いたとき $B \subset A$ に対して

$$F_B = \cap \{F_\alpha : \alpha \in B\},$$
$$F^B = \cup \{F_\alpha : \alpha \in B\}$$

とおく．$\forall B \subset A$, $F_B \in \mathcal{F}$ かつ $C \subset B$ なら F_C の $\mathcal{U}_{F_C}$ に関する正規近傍は F_B の $\mathcal{U}_{F_B}$ に関する正規近傍になっているならば $\mathcal{L}$ は乗法的であるという．F^B に対して同様のことを考えて $\mathcal{L}$ の加法性を定義する．次は同等である．

1) X は自由L空間である．

2) X は σ局所有限な自由L構造をもつ．

3) X は σ疎なLネットワークをもつ．

4) X は σ局所有限なLネットワークをもつ．

5) X はLネットワーク $\mathcal{F} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \mathcal{F}_i$ をもち各 $\mathcal{F}_i$ は疎かつ乗法的（かつ加法的）である．