数理解析研究所講究録
341巻 1978年 182-195

non compact porter をもつ解析汎函数について
（n次元の場合）

上智大 理工　森本光生

§1 定義.

$\mathbb{D}^n = \mathbb{R}^n \sqcup S_\infty^{n-1}$ とし，Lを $\mathbb{D}^n \times i\mathbb{R}^n$ のコンパクト集合で，$L \cap \mathbb{C}^n$ が凸なるものとする。例えば，$\mathbb{R}^n$ の閉凸集合Aと $\mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合Kをとり，$L = \overline{A + iK}$（バーは $\mathbb{D}^n$ における閉包）とおけば，このLは上の条件をみたす。

いま，

$$L_\varepsilon = \overline{L \cap \mathbb{C}^n + \{ z \in \mathbb{C}^n ; \|z\| \leq \varepsilon \}}$$

$\|z\|$ は $\mathbb{C}^n$ のあるノルム，とおく。

K'を $\mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合とし，

$$K'(\varepsilon') = K' + \{ x \in \mathbb{R}^n ; \|x\| \leq \varepsilon \}$$

$$H_{K'}(x) = \sup \{ \langle x, \eta \rangle ; \eta \in K' \}$$

とおく。

いま，整型函数の空間 $Q(L ; K')$ を次のように定める：

$$Q(L ; K') = \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \operatorname*{ind}_{\varepsilon' \downarrow 0} Q_b(L_\varepsilon ; K'(\varepsilon')),$$

$$Q_b(L_\varepsilon ; K'(\varepsilon')) = \{ f \in C(L_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n) \cap \mathcal{O}(\mathring{L}_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n);$$
$$\sup_{z \in L_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n} |f(z)| \exp(H_{K'}(x) + \varepsilon' \|x\|) < \infty \},$$

ここで，$z = x + iy$ とし，$C(X)$ はX上の連続函数の全体，$\mathcal{O}(X)$ はX上の整型函数の全体を表わす。

この小文では，$Q(L;K')$ 上の線型汎函数（Lに支台をもちK'に型をもつ解析汎函数）の Cauchy 変換，Fourier 変換について論じたい。Lが$\mathbb{C}^n$のコンパクト（凸）集合のときには，A. Martineau により論じられている。又 $n=1$ の時には，著者が[Tokyo J. Math vol 1]で研究を行った。

§2 Cauchy 変換

(10)　LおよびK'が直積型の場合には，1変数の場合に容易に帰着する。

$$L_j = ([a_j, b_j] \cap \mathbb{R}) + i[k_j, l_j], \quad i = \sqrt{-1}$$
$$-\infty \leqq a_j \leqq b_j \leqq \infty, \quad -\infty < k_j \leqq l_j < \infty, \quad j = 1, 2, \cdots, n;$$
$$K_j' = [k_j', l_j'], \quad -\infty < k_j' \leqq l_j' < \infty,$$
$$j = 1, 2, \cdots, n$$

とし，

$$L = \overline{L_1 \times L_2 \times \cdots \times L_n}, \quad K' = K_1' \times K_2' \times \cdots \times K_n'$$

とおく．$\varepsilon > 0$ に対し，

$$L_{j,\varepsilon} = ([a_j - \varepsilon,\ b_j + \varepsilon] \cap \mathbb{R}) + i[k_j - \varepsilon,\ l_j + \varepsilon]$$

とおく．ここで $-\infty - \varepsilon = -\infty$，$\infty + \varepsilon = \infty$ と規約する．

命題　$f \in Q(L; K')$ とすれば，ある $\varepsilon > 0$ が存在して，$z \in \mathring{L}_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n$ に対し，Cauchy の積分公式

$$f(z) = \left(\frac{1}{2\pi i}\right)^n \int_{\partial L_{1,\varepsilon}} \cdots \int_{\partial L_{n,\varepsilon}} \frac{f(w)\exp(-(w-z)^2)\,dw_1 \cdots dw_n}{(w_1 - z_1)(w_2 - z_2)\cdots(w_n - z_n)}$$

が成り立つ．ただし，$(w-z)^2 = (w_1 - z_1)^2 + \cdots + (w_n - z_n)^2$

定義　$T \in Q'(L; K')$ に対し，

$$\check{T}(w) = \left(\frac{-1}{2\pi i}\right)^n \left\langle T_z,\ \frac{\exp(-(w-z)^2)}{(w_1 - z_1)(w_2 - z_2)\cdots(w_n - z_n)} \right\rangle$$

により，$\mathbb{C}^n \# L \equiv (\mathbb{C} \setminus L_1) \times (\mathbb{C} \setminus L_2) \times \cdots \times (\mathbb{C} \setminus L_n)$ 上の整型函数を同伴させ，解析汎函数 T の Cauchy 変換という。

いま，$r > \varepsilon > 0$ に対し，

$$L_r \# L_\varepsilon = (L_{1,r} \setminus L_{1,\varepsilon}) \times (L_{2,r} \setminus L_{2,\varepsilon}) \times \cdots \times (L_{n,r} \setminus L_{n,\varepsilon})$$

とおき，

$$Rb(\overline{L_r \# L_\varepsilon}; K'(\varepsilon')) = \{ F \in C(\overline{L_r \# L_\varepsilon}) \cap \mathcal{O}(\mathring{L}_r \# L_\varepsilon);$$

$$\sup_{w \in \overline{L_r \# L_\varepsilon}} |F(w)| \exp(-H_{K'}(u) - \varepsilon'|u|) < \infty \}$$

$|u| = |u_1| + \cdots + |u_n|$，$w = u + iv$，

$$R^L(\mathbb{C}^n \# L\ ;\ K') = \operatorname*{lim\,proj}_{\substack{r>\varepsilon>0\\ \varepsilon'>0}} R_{\theta}(\overline{L_r \# L_\varepsilon}\ ;\ K'(\varepsilon'))$$

とする。さらに，

$$L_r \#_j L_\varepsilon = ((L_{1,r} \setminus L_{1,\varepsilon}) \times \cdots \times \underset{\substack{\uparrow\\ j\text{番目}}}{L_{j,r}} \times \cdots \times (L_{n,r} \setminus L_{n,\varepsilon}))$$

として，

$$R^L(\mathbb{C}^n \#_j L\ ;\ K') = \operatorname*{lim\,proj}_{\substack{r>\varepsilon>0\\ \varepsilon'>0}} R_{\theta}(L_r \#_j L_\varepsilon\ ;\ K'(\varepsilon'))$$

とおく。$\mathcal{C}$ で，$T \in Q'(L;K')$ に，$\check{T}$ の $\sum_{j=1}^{n} R^L(\mathbb{C}^n \#_j L;K')$ クラスを対応させる写像（Cauchy 変換という）を表わせば，次の定理を得る。

定理　Cauchy 変換

$$\mathcal{C}:\quad \begin{array}{ccc} T_z & \longmapsto & \check{T}(w) \text{ のクラス} \\ \cap & & \\ Q'(L;K') & \xrightarrow{\ \sim\ } & R^L(\mathbb{C}^n \# L;K') \Big/ \sum_{j=1}^{n} R^L(\mathbb{C}^n \#_j L\ ;\ K') \end{array}$$

は線型位相同型である。この同型を与える $Q(L;K')$ と $R^L(\mathbb{C}^n \# L;K') \Big/ \sum_{j=1}^{n} R^L(\mathbb{C}^n \#_j L\ ;\ K')$ の内積は，次式で与えられる：

$$\langle f,\ F\rangle = (-1)^n \int\cdots\int_{\partial L_{1,\varepsilon} \times \cdots \times \partial L_{n,\varepsilon}} f(z)\ F(z)\ dz_1\, dz_2 \cdots\cdots dz_n$$

(2°) $L\cap\mathbb{C}^n$がもう少し一般の形をした凸集合とする。すなわち，$\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_m, \cdots \in \mathbb{R}^n$とし，$L_1, L_2 \cdots, L_m, \cdots$を複素平面$\mathbb{C}$の中の閉凸集合で，虚の方向に有界であるものとする。すなわち $L_j \subset \{z; |\mathrm{Im}\, z| \leq {}^{\exists}M\}$.

$$L\cap\mathbb{C}^n = \bigcap_{j=1}^{\infty} (\xi_j)^{-1}(L_j)$$
$$= \{z\in\mathbb{C}^n;\ \xi_j(z)\in L_j,\ j=1,2\cdots\},$$

但し，$\xi_j(z) = \langle \xi_j, z\rangle$，とする。このとき，$f\in \mathcal{Q}(L;K')$に対しある$\varepsilon>0$が存在して，

$$f(z) = \left(\frac{1}{2\pi i}\right)^n \sum_{j_1,\cdots,j_n} \int_{\partial L_{j_1,\varepsilon}} \cdots\cdots \int_{\partial L_{j_n,\varepsilon}}$$

$$\frac{f(w)\exp(-(w-z)^2)}{\xi_{j_1}(w-z)\,\xi_{j_2}(w-z)\cdots\cdots\xi_{j_n}(w-z)}\, d\xi_{j_1}(w)\wedge\cdots\wedge d\xi_{j_n}(w)$$

が，$z\in L_\varepsilon\cap\mathbb{C}^n$に対して成り立つ（Cauchy-Weil の公式）．したがって，$\check{T}_{j_1,\cdots j_n}(w)$を$n$-形式として次のように定めれば，

$$\check{T}_{j_1,\cdots j_n}(w) = \left(\frac{-1}{2\pi i}\right)^n \left\langle T_z, \frac{\exp(-(w-z)^2)}{\xi_{j_1}(w-z)\cdots\xi_{j_n}(w-z)}\right\rangle \times$$

$$\times\, d\xi_{j_1}(w)\wedge\cdots\wedge d\xi_{j_n}(w),$$

$\check{T}_{j_1,\cdots,j_n}(w)$は$\mathbb{C}^n\setminus L$の開被覆

$$\mathcal{U} = \{\xi_j^{-1}(\mathbb{C}\setminus L_j);\ j=1,2,\cdots,m,\cdots\}$$

上の $n-1$ 次の余輪体を定め,

$$\langle T, f\rangle = (-1)^n \sum_{j_1,\cdots,j_n} \int_{\partial L_{j_1,\varepsilon}} \cdots \int_{\partial L_{j_n,\varepsilon}} f(z)\check{T}_{j_1\cdots j_n}(z)$$

なる反転公式が成立する。$\check{T}_{j_1\cdots j_n}(\omega)$ の増大度をきちんと表示することが, 問題として残るが, (1°) と同様の結果が予想できる。

(3°) 再び L を (1°)の形とし, 少し形の異なる Cauchy 変換を考える. すなわち, 簡単のために A の形を限定して,

$$L\cap\mathbb{C}^n = A + iK$$

$$A = [a_1,\infty)\times[a_2,\infty)\times\cdots\times[a_n,\infty)$$

$$K = [k_1,l_1]\times[k_2,l_2]\times\cdots\times[k_n,l_n]$$

$$K' = [k_1',l_1']\times[k_2',l_2']\times\cdots\times[k_n',l_n']$$

$$-\infty<a_j<\infty,\ -\infty<k_j\le l_j<\infty,\ -\infty<k_j'\le l_j'<\infty$$

とする。$x_1\ge 0, x_2\ge 0, \cdots, x_n\ge 0$ の時

$$H_{K'}(x) = l_1'x_1 + l_2'x_2 + \cdots + l_n'x_n$$

となるから, L が左側に有界なることより,

$$Q_b(L_\varepsilon; K'(\varepsilon')) = \{f\in C(L_\varepsilon\cap\mathbb{C}^n)\cap\mathcal{O}(\mathring{L}_\varepsilon\cap\mathbb{C}^n);$$

$$\sup_{z\in L_\varepsilon\cap\mathbb{C}^n} |f(z)|\exp((l_1'+\varepsilon')x_1+\cdots+(l_n'+\varepsilon')x_n) < \infty\}$$

となる。そこで, $T\in Q'(L; K')$ が与えられたとき, 任意

の $\varepsilon'>0$ に対し,

$$\check{T}(\omega;\varepsilon')=\left(\frac{-1}{2\pi i}\right)^n\left\langle T_z,\ \frac{\exp((l_1'+\varepsilon')(\omega_1-z_1)+\cdots+(l_n'+\varepsilon')(\omega_n-z_n))}{(\omega_1-z_1)\cdots\cdots(\omega_n-z_n)}\right\rangle$$

とおくことができる。

いま,

$$\begin{aligned}&R_f^L(\mathbb{C}^n\# L;\ K'(\varepsilon'))\\&=\lim_{r>\varepsilon>0}\mathrm{proj}\ R_f(\overline{L_r\# L_\varepsilon};\ K'(\varepsilon'))\end{aligned}$$

とおけば, $\varepsilon'>0$ を動かして得られる系 $[\check{T}(\omega;0)]=\{\check{T}(\omega;\varepsilon')\}_{\varepsilon'>0}$ は空間

$$(*)\quad \lim_{\varepsilon'>0}\mathrm{proj}\ \frac{R_f^L(\mathbb{C}^n\# L;\ K'(\varepsilon'))}{\sum_{j=1}^n R_f^L(\mathbb{C}^n\#_j L;\ K'(\varepsilon'))}$$

により, $T\longmapsto[\check{T}(\omega;0)]$ なる変換は, $Q'(L;K')$ と空間 $(*)$ との間の同型を与える。これは, 1 変数の場合の森本 [Tokyo J. Math] の結果と同様である。

§3. Fourier-(Borel) 変換

$T\in Q'(L;K')$ に対し,

$$\tilde{T}(\zeta)=\langle T_z,\ e^{-i\langle z,\zeta\rangle}\rangle\equiv(\mathcal{F}T)(\zeta)$$

を同伴させ，Tの Fourier-(Borel)変換という。この§では，Lを次の形とする：

$$L = \overline{A + iK},$$

Aは $\mathbb{R}^n$ の0を頂点とする凸錐，

Kは $\mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合．

さて，Aの極集合 A° を

$$A^\circ = \{\eta \in \mathbb{R}^n ;\ \langle x, \eta\rangle < 0,\ {}^\forall x \in A\}$$

とおき，

$$A^\circ \ominus K' = \{\eta ;\ \eta + K' \subset A^\circ\}$$

とおく。次の補題は容易に示すことができる。

補題　$0 \in K' \Longrightarrow A^\circ \ominus K' \subset A^\circ$

$$\eta \in A^\circ \ominus K' \Longrightarrow \eta + A^\circ \subset A^\circ \ominus K'.$$

定義　$h_L(\zeta) = \sup\{\mathrm{Im}\langle z, \zeta\rangle ;\ z \in L\}$

$$= \sup\{\langle x, \eta\rangle + \langle y, \xi\rangle,\ x \in A,\ y \in K\}$$

$$= \begin{cases} \infty & \eta \notin \overline{A^\circ} \text{ のとき}, \\ H_K(\xi) & \eta \in \overline{A^\circ} \text{ のとき}. \end{cases}$$

定義　$\mathrm{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K') ; L)$

$$= \{F \in \mathcal{O}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K')) ;\ {}^\forall\varepsilon > 0,\ {}^\forall\varepsilon' > 0,\ {}^\exists C \geq 0$$

$$|F(\zeta)| \leq C \exp(h_L(\zeta) + \varepsilon|\zeta|)$$

$$\text{for } \zeta \in \mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'(\varepsilon'))\}.$$

さて，$T \in Q'(L\,;K')$ が与えられたとしよう。$\forall \varepsilon>0$, $\forall \varepsilon'>0$ に対し，T は $Q_b(L_\varepsilon\,;K'(\varepsilon'))$ 上で連続であるから，ある $C\geqq 0$ と $C'\geqq 0$ が存在して次式が成立する：

① ------ $|\tilde{T}(\zeta)|$

$$\leqq C \sup_{z\in L_\varepsilon} |e^{-i\langle z,\zeta\rangle}|\, e^{H_{K'}(x)+\varepsilon\|x\|}$$

$$\leqq C' \sup_{z\in A(\varepsilon)+iK(\varepsilon)} e^{\langle x,\eta\rangle+\langle y,\xi\rangle+H_{K'}(x)+\varepsilon\|x\|}$$

$$= C' \sup_{x\in A(\varepsilon)} e^{\langle x,\eta\rangle+H_{K'}(x)+\varepsilon\|x\|}\, e^{H_K(\xi)+\varepsilon\|\xi\|}$$

さて，$\eta \in A^\circ \ominus K' \ominus B_\varepsilon$（$B_\varepsilon$ は半径 ε の超球），すなわち，$\eta + K' + B_\varepsilon \subset A^\circ$ のとき，

$$\langle x,\eta\rangle + \langle k',x\rangle + \langle \varepsilon\frac{x}{\|x\|}, x\rangle$$

$$= \langle x, \eta + k' + \varepsilon\frac{x}{\|x\|}\rangle \leqq 0 \quad ,\ \forall k'\in K',\ x\in A.$$

故に，$\langle x,\eta\rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon\|x\| \leqq 0$ がすべての $x\in A^\circ$ と $\eta\in A^\circ \ominus K' \ominus B_\varepsilon$ に対して成立する。したがって，$x\in A(\varepsilon)$ ならば，$x = x_1 + x_2$，$x_1\in A$，$\|x_2\|\leqq\varepsilon$ と分解して，

$$\langle x,\eta\rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon\|x\|$$

$$< \{\langle x_1,\eta\rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon\|x_1\|\}$$
$$+ \{\langle x_2,\eta\rangle + H_{K'}(x_2) + \varepsilon\|x_2\|\}$$
$$\leq 0 + \varepsilon\|\eta\| + \mathrm{Const}.$$

と評価できる。故に ① より、

$$|\tilde{T}(\zeta)| \leq C_1\, e^{H_K(\xi) + \varepsilon\|\xi\| + \varepsilon\|\eta\|}$$

がすべての $\eta \in A^\circ \ominus K' \ominus B_\varepsilon$ に対して成立する。これは、$\tilde{T}$ が $\mathrm{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L)$ に属することをいみする。

<u>定理</u> Fourier 変換 $\mathcal{F}$: $T \longmapsto \tilde{T}$ は、次の空間の線型位相同型を与える:

$$\mathcal{F}: \ \mathcal{Q}'(L; K') \xrightarrow{\sim} \mathrm{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L).$$

<u>証明の方針</u> Fourier 変換 $\mathcal{F}$ の逆写像を構成すればよい。簡単のために、

$$A = [0,\infty) \times \cdots \times [0,\infty)$$
$$K' = [k_1', l_1'] \times \cdots \times [k_n', l_n']$$
$$A^\circ = (-\infty, 0) \times \cdots \times (-\infty, 0)$$
$$A^\circ \ominus K' = (-\infty, -l_1') \times \cdots \times (-\infty, -l_n')$$

とする。$F \in \mathrm{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L)$ に対し、その Fourier-Laplace 変換を、

$$\mathcal{L}F(w) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{-\infty+i\eta_1^0}^{\infty+i\eta_1^0} \cdots\cdots \int_{-\infty+i\eta_n^0}^{\infty+i\eta_n^0} F(\zeta)\times$$

$$\times\ e^{i\langle w,\zeta\rangle}\ \Psi\left(-\frac{\zeta}{2}\right) d\zeta_1 d\zeta_2, \cdots d\zeta_n$$

とおく。但し，$\eta_j^0 < -l_j$，$j=1,2,\cdots,n$ は任意に固定する。また，

$$\Psi(\zeta) = \psi(\zeta_1)\,\psi(\zeta_2)\ \cdots\cdots\ \psi(\zeta_n)$$

で，

$$\psi(\zeta_1) = \int_{\zeta_1}^{\infty} e^{-t^2} dt \equiv \int_0^{\infty} e^{-(\zeta_1+t)^2} dt$$

は誤差函数である。

$\mathcal{L}F(w) \in \mathcal{R}^L(\mathbb{C}^n \# L;\ K')$ が示せて，§2 (1°) で与えた $\mathcal{R}^L(\mathbb{C}^n \# L;\ K')$ と $Q(L;\ K')$ の内積により，$\mathcal{L}F$ は $Q'(L;K')$ の元を定める。この変換が Fourier 変換の逆になる。

(別法) Fourier変換の逆は，著者が [Tokyo J. Math] で行ったように，次の方法でも与えられる。

$F \in \mathrm{Exp}\,(\mathbb{R}^n + i(A^0 \ominus K');\ L)$ と $\varepsilon' > 0$ に対し，

$$\hat{F}(w;\ \varepsilon') = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{-i(l_1'+\varepsilon')}^{\infty} \cdots\cdots \int_{-i(l_n'+\varepsilon')}^{\infty} F(\zeta)\times$$

$$\times\ e^{i\langle w,\zeta\rangle} d\zeta_1 d\zeta_2 \cdots d\zeta_n$$

とする。積分路を $\mathbb{R}^n + i(A^0 \ominus K')$ の中で動かすと，$\hat{F}(w;\varepsilon')$

が $\mathbb{C}^n\#L$ まで解析接続できる。そして，$\varepsilon'>0$ を動かすと，§2，(3°) の空間 ($\ast$) の元を与えることがわかり，それが Fourier 変換の逆になる。

§4 Avanissian - Gay 変換

L が §2 (3°) で考えた時は，森本・吉野 [Hokkaido Math. J] で考えた Avanissian - Gay 変換がそのまま拡張できる。但し，各 L_j の幅 $l_j-k_j<2\pi$ とし，増大度を与える l_j' は，$l_j'<1$ なる条件をみたすとする。このとき，$T\in\mathcal{Q}'(L;K')$ に対し，

$$\check{T}_\pi(w)\equiv\left\langle T_z\,,\,\frac{1}{(1-\exp(z_1-w_1))\cdots(1-\exp(z_n-w_n))}\right\rangle$$

とおく。下つきの π は，$\check{T}_\pi$ が周期 (period) $(2\pi i,2\pi i,\cdots,2\pi i)$ を持つことを表わす。また，$\mathrm{Re}\,w_1\to-\infty,\cdots,\mathrm{Re}\,w_n\to-\infty$ のとき $|\check{T}_\pi(w)|\to0$ となる。いま，$R^L_{0,\pi}(\mathbb{C}^n\#L;K')$ で $R^L(\mathbb{C}^n\#L;K')$ の部分空間で，周期 $(2\pi i,2\pi i,\cdots,2\pi i)$ をもち，$\mathrm{Re}\,w_1\to-\infty,\cdots,\mathrm{Re}\,w_n\to-\infty$ のとき 0 になるものの全体を表わせば次の定理が成り立つ：

定理　T に $\check{T}_\pi$ を対応させる対応 (Avanissian - Gay 変

換）は，線形位相空間の同型である．

$$\begin{array}{ccc} T & \longmapsto & \check{T}_\pi \\ \cap & & \cap \\ Q'(L;K') & \xrightarrow{\sim} & R^L_{0,\pi}(\mathbb{C}^n\# L;K'). \end{array}$$

さて，$\mathbb{N}_+=\{1,2,\cdots\}$ とすれば，$|t_j|\gg 1$ のとき，

$$(1-t_1e^{z_1})^{-1}(1-t_2e^{z_2})^{-1}\cdots(1-t_ne^{z_n})^{-1}$$
$$=\sum_{\alpha\in\mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha}e^{-\langle z,\alpha\rangle}$$

と展開できる。したがって，$|t_j|\gg 1$ のとき，

$$\check{T}_\pi(-\log t_1,\cdots,-\log t_n)$$
$$=\left\langle T_z,\ \frac{1}{(1-t_1e^{z_1})\cdots(1-t_ne^{z_n})}\right\rangle$$
$$=\sum_{\alpha\in\mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha}\langle T_z,\ e^{-i\langle z,-i\alpha\rangle}\rangle$$
$$=\sum_{\alpha\in\mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha}\,\tilde{T}(-i\alpha)$$

と展開できる．但し，

$$\tilde{T}(\xi)=\langle T_z,\ e^{-i\langle z,\xi\rangle}\rangle$$

は，前§で扱ったFourier変換である。Fourier変換の同型性を用いれば，森本－吉野［Hokkaido Math. J］の結果

をn次元に拡張することができる（前回の共同研究集会の報告も参照）

例えば、次が成立する.

定理 $L = A + iK$, K'をこの§のはじめに述べた通りとする. $F \in Exp(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); K)$が, 条件

$$F(-i) = F(-2i) = F(-3i) = \cdots = F(-mi) = \cdots = 0$$

をみたせば, $F \equiv 0$である。

— 以上 —