

渦糸近似による振動翼の数值計算

日大 工学部 小野清秋

東大 工学部 桑原邦郎

1 緒言

「振動翼後流の実験(夏目・大島)」で示された測定値との比較を行ない、流れ場の特徴を考察するために、ポテンシャル理論を用いた数值計算を行なった。

フラッタや突風荷重応答の問題に関連して、二次元翼が一樣流中でヒービング運動やロッキング運動を行なう場合について、翼面に働く力とモーメントを求めるための研究は古くから行なわれており、Theodersen⁽¹⁾や Karman & Sears⁽²⁾がポテンシャル理論を用いたいわゆる「線型振動翼理論」を示して以来、種々の改良が加えられてきた。「線型振動翼理論」とは、二次元平板翼が微小振動振中で振動する場合に、翼に働く力とモーメントを求めた理論で、時々刻々変化する翼まわりの循環の強さの変化を補なうように、後流に渦層が放出されると考えたことが特徴である。この循環と渦層の強さを決定する

ためにケルビンの循環定理を流れ場全体に適用し、さらにクッタの条件が後縁で成立している、即ち後縁が後方旋み点となると仮定している。翼の振動の振巾と振動数が小さい場合には理論値が実験値とかなりよく一致することが確かめられている⁽³⁾。しかしどの程度まで振巾や振動数を大きくしても線型理論を適用できるのか、その適用限界ははっきりとわかってはいない。

最近ペリコプターのダイナミックストール現象や魚の推進機構の解析のため、大きな迎角(実効迎角にして 30° 程度まで)をとって振動する場合や、大きな振動数(無次元化振動数 $k = \frac{\omega \cdot (2a)}{U_c}$ [ただし ω は振動数、 $2a$ は半翼弦長、 U_c が一様流速、]が1程度以上)で振動する場合について関心が集まっている⁽⁴⁾。このような場合の特徴は、翼面上で剥離と再付着をくり返すことと、後流が大きく変形し、渦のいわゆる「まきあがり」が起こることである⁽⁵⁾、⁽⁶⁾。

これらの現象を理論的に説明し、翼に働く外力等を求めるために、渦糸近似法を用いた計算を行なった。その際振動翼の場合、特に剥離を伴う場合には、後縁が後方旋み点となるという保障がないことから、クッタ条件を用いるには、いわば「滑り無し条件」を適用した⁽⁷⁾。この方法によれば、後流の変形を計算できるばかりでなく、翼面上での剥離をも考慮に

いれられるはずである。計算は実験条件にあわせて、NACA 0012 翼模型がヒューズ運動のみを行なう場合にフックを行なった。

又 理論式

翼弦長 $4a = 8\text{ cm}$ の NACA0012 翼型が振幅 H でヒューズ運動を行なう場合を考える。物理面 (Z 面) において、50% 弦長点が原点となり、前後縁が X 軸上にあるような振動座標系を考える。(図1) このような座標系から見た場合、一様流が X 軸方向に、又 Y 軸の負の方向に

$$\dot{H} = -H\omega \sin \omega t \quad (1)$$

なる流速の流れが当たることとなる。等角写像により図2に示す単位静止円 η の写像を考える。写像関数として

$$Z = a' \left(\zeta + \gamma + \frac{c^2}{\zeta + \gamma} \right) - b$$

$$\gamma = \zeta_0 + i\gamma_0 \quad (2)$$

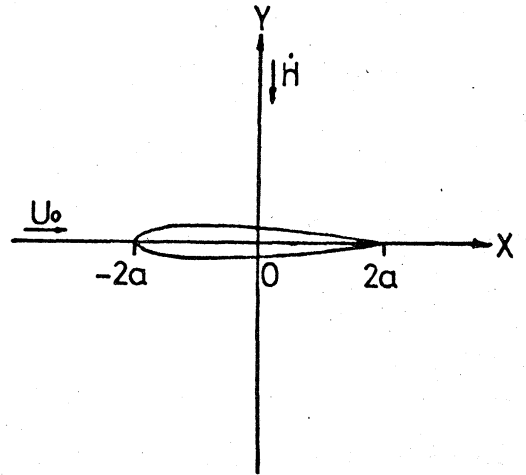


図1 物理面 (Z 面) での座標系

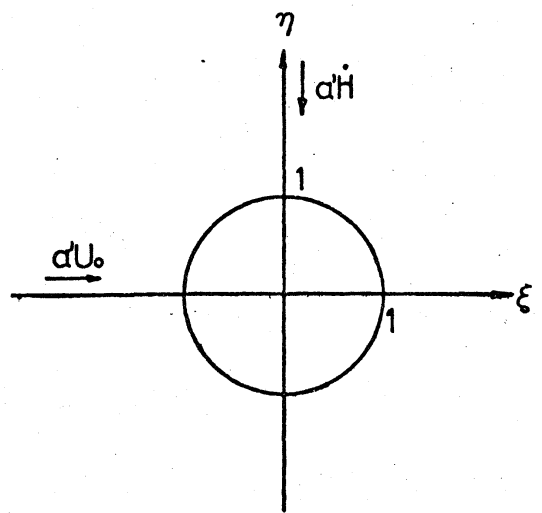


図2 写像面 (ζ 面) での座標系

$$C = (\xi_0 + (1 - \eta_0^2)^{\frac{1}{2}})(1 - \delta) \quad 0 < \delta \ll 1$$

なる関数を考え、係数として

$$a' = 2.2105194$$

$$b' = -0.0272574$$

(3)

$$\xi_0 = -0.0647384$$

$$\eta_0 = 0$$

なる数値をとると、後縁に丸みがついて NACA0012 翼型に非常に近い形となる。

計算の基本は各タイムステップごとに M 個の渦糸を翼面上で「滑り無し条件」が満たされるように放出し、その後渦糸同士の相互干渉を計算して、各タイムステップごとの渦糸の位置を求め、それらの渦糸によって形成される流れ場を調べようとするものである。5面体タイムステップ N における複素ポテンシャル $F(z)$ は

$$F(z) = a' u \left(z + \frac{1}{z} \right) + i a' H \left(z - \frac{1}{z} \right) + i \sum_{k=1}^N \sum_{|l|=1}^M K_{lk} \left\{ \ln(z - z_{lk}) - \ln(z - z_{lk}^*) \right\} \quad (4)$$

ただし $z_{lk}^* = 1/\bar{z}_{lk}$

で与えられる。第一項は一様流のポテンシャル、第二項はヒュービング運動のポテンシャル、第三項は渦糸とその鏡像によるポテンシャルをあらわす。タイムステップ N においてあらたに放出される渦の位置は、

$$\zeta^{M,k} = (1 + \varepsilon) e^{i \frac{2\pi}{M} (k-1)}, \quad k = 1, \dots, M \quad (5)$$

と仮定する。ただし ε は正の数である。従って問題は k 波の強さ (ただし 1 度放出された渦糸は強さが変化しないとする) を決定することと、各タイムステップにおける渦の位置 ζ_k を決定することである。

渦糸の強さ k 波を決定する方法として、「滑り無し条件」を考える。円周上が流線となる条件は (4) 式で保証されている。そこでこれに加え、円周上の 2 節点間で、円周に沿った速度成分が 0 であるという条件を与えることとする。そこで円周上の各節点 ζ_1, \dots, ζ_M で

$$\Phi_{\zeta=\zeta_1} = \Phi_{\zeta=\zeta_2} = \dots = \Phi_{\zeta=\zeta_M} \quad (6)$$

ただし

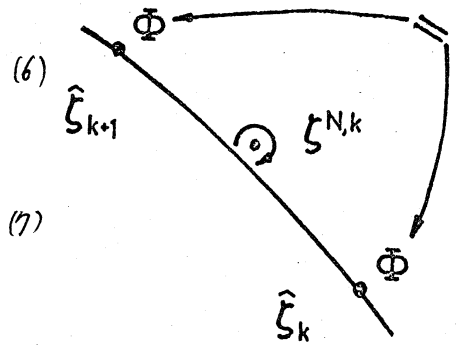
$$\zeta_k = \exp i \left(\frac{\arg(\zeta^{M,k+1}) + \arg(\zeta^{M,k})}{2} \right) \quad (7)$$

$$\zeta^{M,M+1} = \zeta^{M,1}$$

なる条件を課す。円周上の 2 点 ζ_k と ζ_{k+1} での速度ポテンシャルが等しいという条件

図3 滑り無し条件

(6) 式はあわせている。即ち ζ_k と ζ_{k+1} の間で平均としてどちらか一方へ向かう流れが存在しないという条件である。そしてそのような条件を満たすように、2 節点の中間で、円周の外側 (内側) に渦糸を放出する。図3に「滑り無し条件」の意味を示す。渦糸は各タイムステップごとに放出して、常に「滑り



無し条件が満たされているようにする。「滑り無し条件」として、さらに円周に沿っての循環が0である必要であるから、

$$K^{M1} + K^{M2} + \dots + K^{MM} = 0 \quad (8)$$

を7に加えなければならぬ。

(6)~(8)により強さを決定された渦糸は、その後渦糸間の相互作用と一樣流さらに翼の振動により誘起される速度により流されると考えて、各タイムステップごとにすべての渦糸の位置を決定する。第*i*ステップに放出された*k*番目の渦糸の誘導速度は

$$\frac{dz^{ik}}{dt} = \left(\frac{dF^{ik}}{dz} \right)_{z=z^{ik}} \quad (9)$$

とあらわされる。ただし

$$F^{ik} \equiv F(\zeta) - K^{ik} \ln(\zeta - \zeta^{ik}) \quad (10)$$

である。 ζ 面で考えた場合は

$$\frac{d\zeta^{ik}}{dt} = \left(\frac{dF^{ik}}{d\zeta} \left| \frac{d\zeta}{dz} \right|^2 \right)_{\zeta=\zeta^{ik}} \quad (11)$$

となる。新しい渦の位置は

$$\zeta_{N+1}^{ik} = \zeta_N^{ik} + \frac{1}{3} \left(2 \left(\frac{d\zeta^{ik}}{dt} \right)_N + \left(\frac{d\zeta^{ik}}{dt} \right)_{N-1} \right) \cdot \Delta t + O(\Delta t^3) \quad (12)$$

により決定する。 Δt は計算の時間きざみをあらわす。量に働く揚力*L*, 抵抗*D*は、非定常のブラジウスの公式

$$D - iL = i\rho \int \frac{\partial \Gamma}{\partial t} dz + \frac{1}{2} i\rho \int \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right)^2 dz \quad (13)$$

より求める。

3 数値計算手順

計算の流れ図を図4に示す。図中のTSは時間きざみ $\Delta t/T_0$ のことである。(T₀は周期) 時刻 $t=0$ に翼が上端から(1)で与えられる速度で運動を開始すると考える。各タイムステップのはじめに渦を放出し、その誘導速度を計算して新しい渦系の位置を決定するわけであるが、この際該差のため渦系が円の中に飛び込んでしまう場合がある。その場合はTSを半分として同様の計算を行おう。

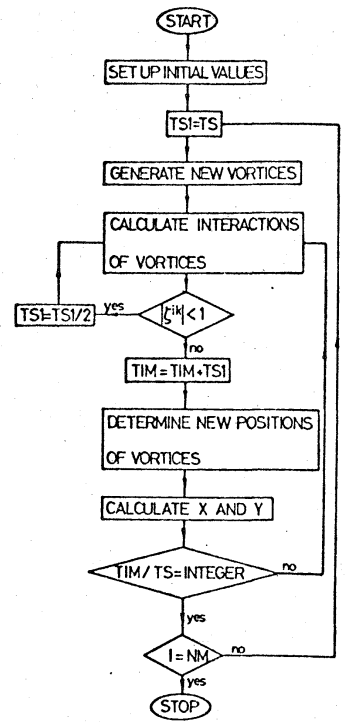
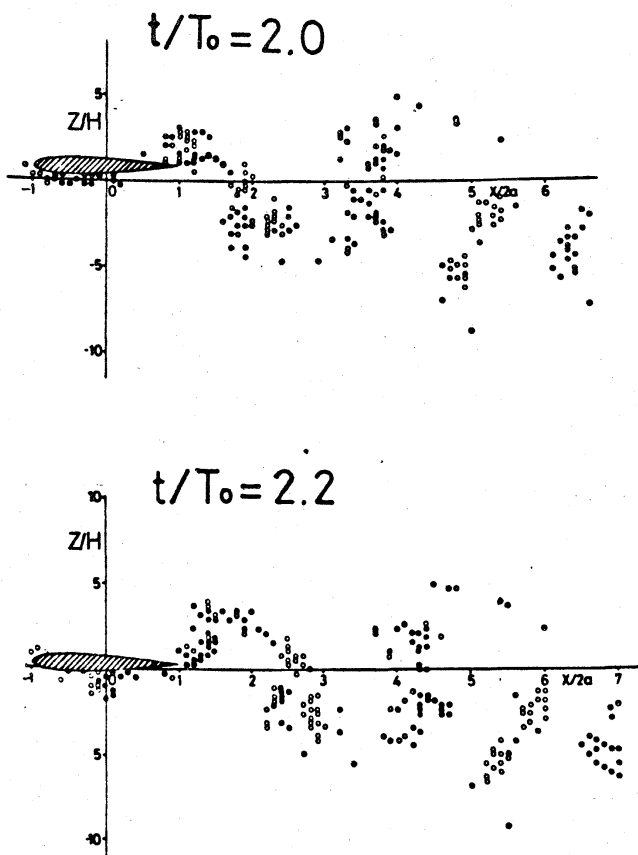


図4 計算流れ図

渦系の個数が多く存ると計算時間を非常に必要とするため各タイムステップごとに放出する渦系の個数は2個とした。この場合前縁と後縁の少し外側に渦系を置いた。εは0.3に選んだ。互面を考えると、前縁と後縁の翼弦長の30%程度外側においたことに存る。計算は翼が上端の位置から振動を開始すると考え、その時刻 $t=0$ からはじめ、3周期分行なった。時間きざみ $TS = \Delta t/T_0$ は $1/50$ とした。計算は表1に示す6のケースについて行なった。ただし表中の α_{max} は最大実効迎角である。

表1 計算条件

CASE	A	B	C	D	E	F
H(cm)	1.0	1.0	1.0	0.5	0.5	0.5
T ₀ (sec)	0.35	0.51	0.85	0.51	0.85	1.28
K	3.3	2.2	1.3	2.2	1.3	0.9
$\alpha_{\max}(\circ)$	39	29	19	16	10	6



4 計算結果

図5はCASE Bについて、 t/T_0 として計算開始から2.0, 2.2, 2.4周期後の後流パターンを示したものである。白ぬきの丸は時計方向まわりの渦系、黒丸は反時計方向まわりの渦系をあらわす。同一種類の渦系同志が集まって、渦系の集中した領域が形成されていることがわかる。これが渦の「生きあがり」をあらわしているものと

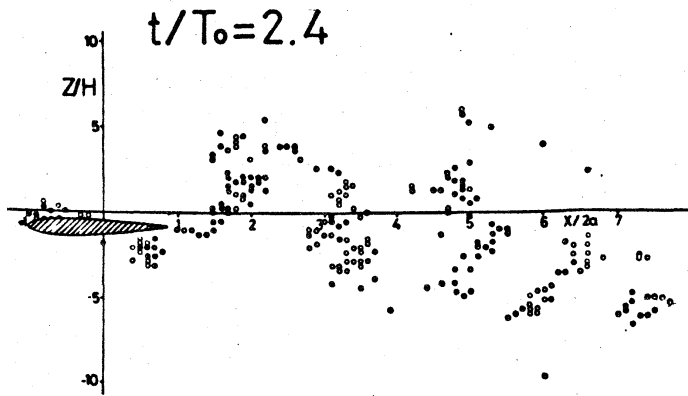


図5 後流の渦糸分布 (Case B)

考えられる。図6に
Case F の $t/T_0 = 2.0$ に
おける渦糸分布を示す。
この場合にはあきらかに「まきあがり」はおこ
っていない。これら
の図は流れ場のストリー

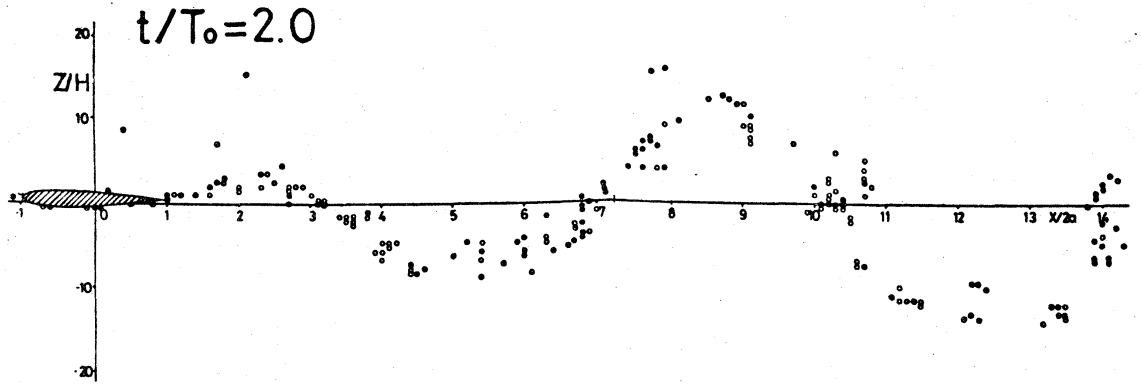


図6 後流の渦糸分布 (Case F)

クラインをあらわしていると考えられ、色素注入法による可
視化写真と直接比較できる。Case B では壁面上で剥離をおこ
していることが可視化写真から観察されるが、図5からも渦
糸が壁面上で旋入していることがみとめられる。

図7にCase B についての $t/T_0 = 2.0$ から 3.0 までの間の瞬間
流線を示す。図中の斜文字の数値は流れ関数の値を示し、十
の場合が反時計方向まわりの渦、一の場合が時計方向まわりの

の渦をあらわし、数値1が $10\text{cm}^2/\text{sec}$ に相当する。1周期の間
に互いに向きの逆の渦が2つ放出され、その中心は振動中心
から少し離れた場所に位置しており、カルマン渦列と逆の配
置となっている。ただし各図のま、とも右端にある渦は

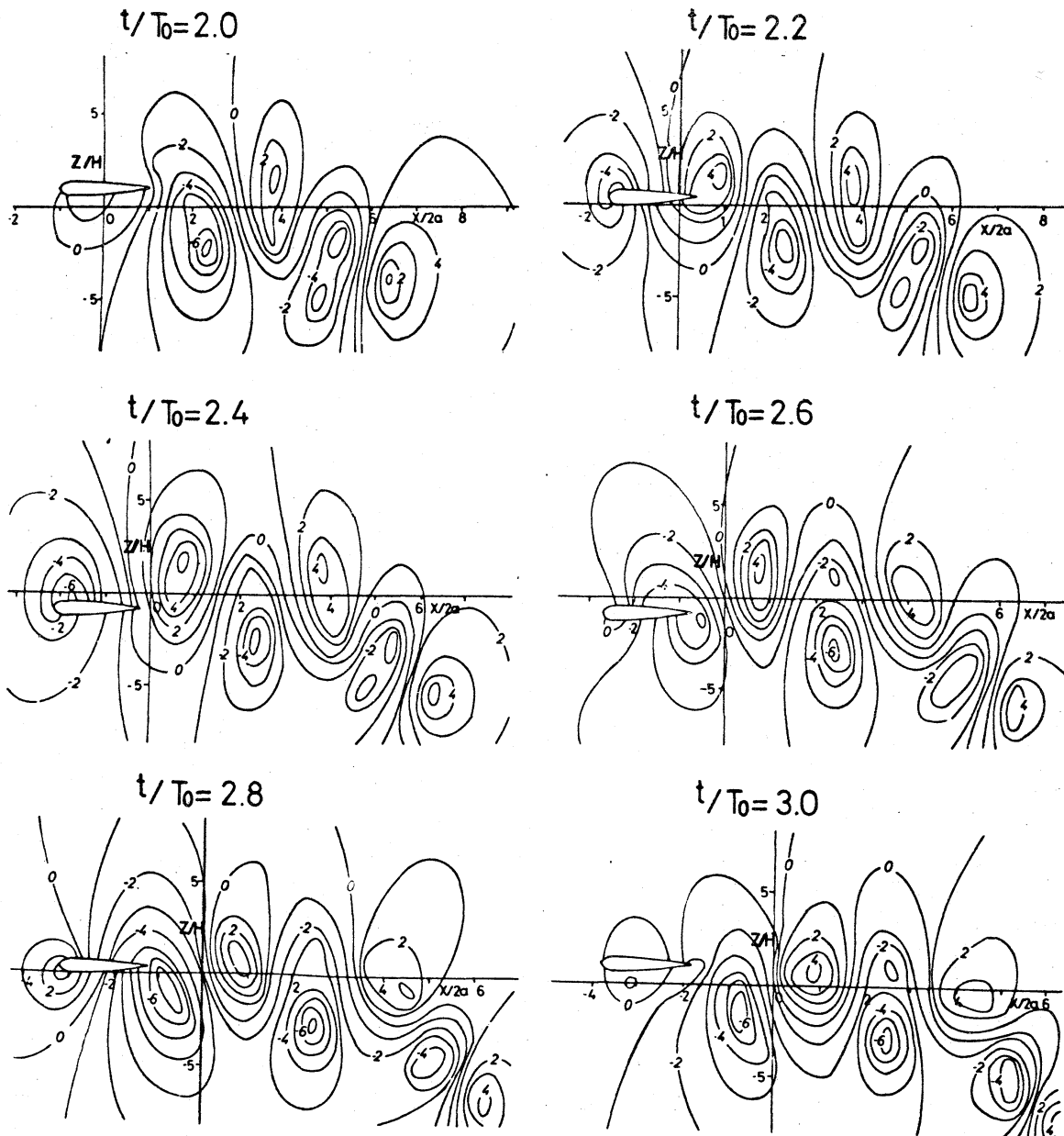


図7 各時刻における瞬間流線 (CASE B)

計算、立ち上がりの不安定さのために、他とは異なる配置となっている。翼面上で剝離をおこしているかどうかは、この流線間隔ではわからない。渦が発生する時刻とその配置は case A~F を通じてあまりかわりがない。ただし、case E, F の場合には渦の中心が、振動中心上に並ぶようになり。

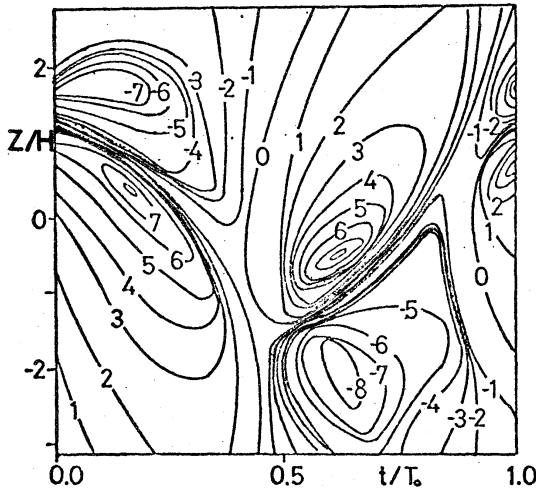


図8-1 一様流方向の速度の等高線

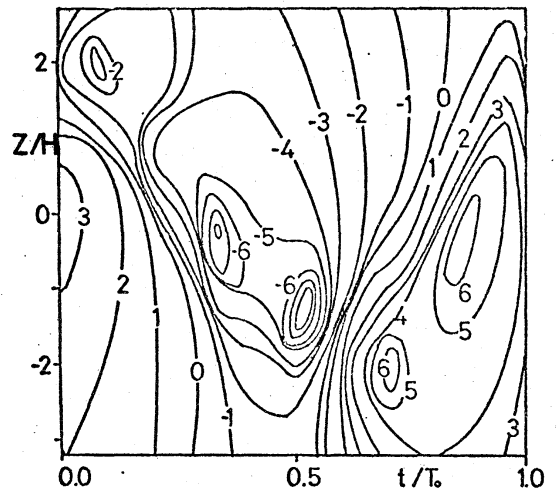


図8-2 一様流と垂直方向の速度の等高線

図8に一様流方向の速度 u とそれと垂直方向の速度 v の、1周期にわたる変化をみる。1めもりは約 2 cm/sec に相当する。(u については u_0 を差し引いてある。) 軸の原点は翼が最上端にきた時点をおさめる。たて軸は振動中心を 0 として振中で無次元化してある。これらの図は case B について、後縁の直後の速度変化である。 u については後縁の軌跡によってせん断層が形成されており、そのせん断の向きが、半周期ごとに逆向きとなることが特徴的である。

図9に case B についての C_D と C_L (動圧で無次元化してあ

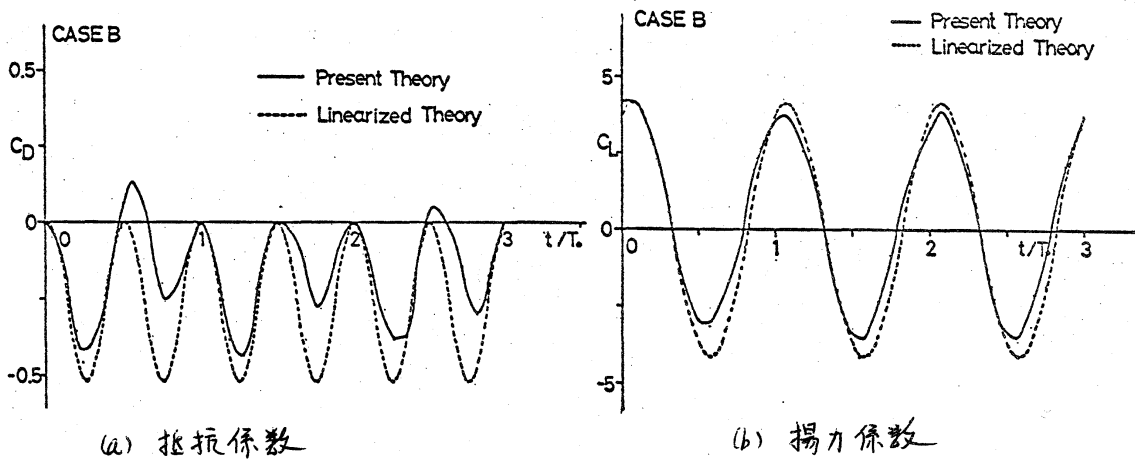


図9 抵抗係数と揚力係数の時間変化

る。)の時間変化を示してあり。図中の点線は線型理論の計算結果である。 C_D, C_L が最大値、最小値をとる位相については両者の間にかなりよい一致がみられる。一方振中についてみると、 C_L についてはあまりかゝりないが C_D については、本計算の方が小さくなっている。又 C_D の平均値も本計算の方が大きい。即ち抵抗分が大きいという結果となっている。

5 議論

図10に「まきあがり」をおこす場合とおこさぬ場合の境界についての大橋・石川⁽⁸⁾の結果と本実験・計算条件を示す。横軸が無次元化周波数、たて軸が振中である。「まきあがり」がおこる場

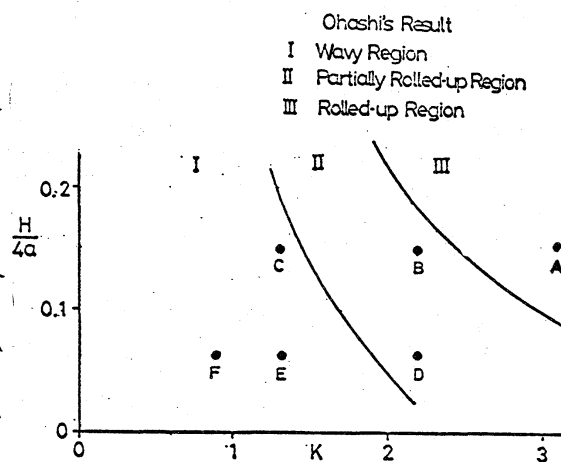


図10 後流流れ場の変化領域

合とおこる場合は、本実験結果と計算結果については完全に一致しており、大橋・石川の分類とも一致している。即ち振中を一定にする、振動数を大きくした場合「まきあがり」がおこり、振動数を一定とした場合には振中を大きくすると「まきあがり」がはじまる。

表2に揚力変化の振中と位相について示す。本計算結果は線型理論値とかなりよく一致している。この理由は主として、計算を行った振動条件によるものと考えられる。即ちこの条件の範囲の無次元化周波数で、振動の場合には仮想質量、効果即ち翼の加速度の効果支配的となるために、剥離を起しても、後流が変形しても、あまり揚力には影響を与えないためであると考えられる。図11は推力係数についての測定値と本計算結果、線型理論値と比較して

表2 揚力の振幅と位相

CASE	Present Theory		Linearized Theory	
	C_L	θ	C_L	θ
A	8.85	-7.43°	9.07	-17.1°
B	3.61	-18.5°	4.16	-25.6°
C	1.14	-49.0°	1.67	-41.8°
D	1.76	-20.6°	2.08	-25.6°
E	0.60	-50.1°	0.83	-41.8°
F	0.41	-77.0°	0.45	-58.2°

- Present Theory
- Linearized Theory
- Experiment

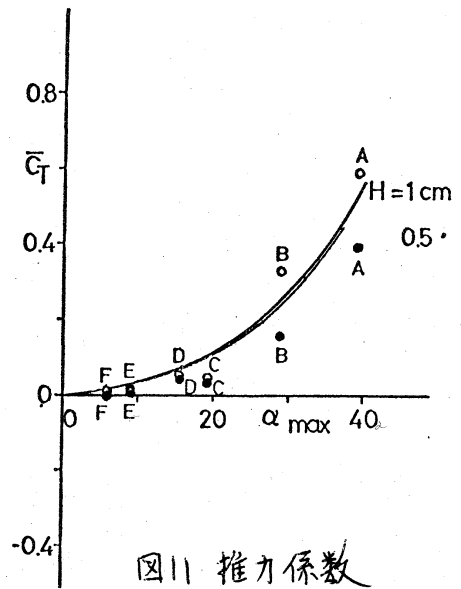


図11 推力係数

示したものである。夏にヒールンク運動を行なわせた場合、たしかに推力が発生していることが確かめられた。その大きさは、理論値とほぼ同じ大きさを示している。本計算での推力係数の大きさは線型理論値の60%程度と存しているが、これは前縁付近から渦を放出することにより、前縁サクションの効果が弱められていることによるものと考えられる。

図12に後縁から放出される渦の強さの変化の位相を示す。本計算、線型理論、実験結果とも統一的な関係は見い出せなかった。後縁から放出される渦の位相が

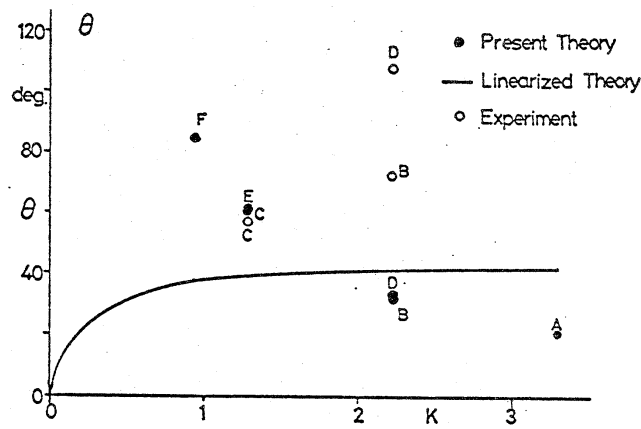


図12 渦放出の位相

線型理論とリリーレン写真からの測定値とが一致していることが、大橋 石川⁽⁸⁾によっても指摘されており、この不一致は今後解決されねばならぬ問題である。

後縁でのクッタ条件については、翼面上で大規模な剥離が起こりうる場合でも、後縁から少し離れた所では、クッタ条件を満たすように流れ場が形成されているということが測定から得られた結論である。本計算においては、後縁ではクッタ条件は成立しないが、その少し下流側では、クッタ条件をあたかも満足するように渦を置いたためにうまくいったので

ある。

6 結 論

クッタ条件を用いずに、いわゆる「滑り無し条件」を翼面上の各節点に適用することにより放出される渦の強さを決定して、渦糸近似法により後流の变形を考慮に入れた振動翼の計算を行なった。後流渦の配置や、速度場については測定結果とよく一致した結果が得られた。又本計算法によれば翼面上での剝離の影響も取り入れられることがわかった。McCrosby⁽⁶⁾等のダイナミックストールの実験によると、剝離が起こることによる揚力の大きさの変化は本計算法による計算結果より倍近くに大きいものとなっている。その理由として、これは振動条件が異なることにもよるが、各タイムステップごとに放出される渦の個数が少なくなると、流れ場特に翼まわりの流れ場の変化を充分にあらわせないことが考えられる。従ってもっと渦糸の個数を多くして計算を行なう必要があるものと考えられる。

References

- (1) T.Theodorsen; "General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of the Flutter" NACA Report No.496,1935.
- (2) T.von Karman and W.R Sears; "Airfoil Theory for the Non-Uniform Motion" J.Aeronautical Science, vol 5,1938.

- (3) H.C.Lessing, J.W.Troutman and G.P.Menees; "Experimental Determination of the Pressure Distribution on a Rectangular Wing Oscillation in the First Bending Mode for the Mach Numbers from 0.24 to 1.30" NASA TND-344, 1960.
- (4) W.J.McCrosky; "Some Current Research in the Unsteady Fluid Dynamics" J.Fluids Eng., Transactions of the ASME, vol 99, 1977.
- (5) L.W.Carr, K.W.McAlister and W.J.McCrosky; "Analysis of the Development of Dynamic Stall based on Oscillating Airfoil Experiments" NASA TND-8382, 1977.
- (6) J.B.Bratt; "Flow Patterns in the Wake of an Oscillating Airfoil" R&M 2773, 1953.
- (7) K.Kuwahara; "Study of the Flow past a Circular Cylinder by an Inviscid Model" J.Phys. Soc.Japan, vol 45, 1978.
- (8) 大橋秀雄・石川宣勝; "非定常翼の後流付近の流況の可視化研究" 日本機械学会誌, 第74巻, 第634号, 1973