数理解析研究所講究録
368巻 1979年 183-184

SL(2,F)上の不変超関数の端点分解について

京大 理　　松本茂樹

Fを、剰余体の標数が2でない非アルキメデス的局所体とし$G=SL(2,F)$とする。われわれは、G上の任意の不変超関数が軌道的測度（Gのひとつの共役類にsupportされた不変超関数）の重ね合わせとして得られることを示す。このことにより P.J.Sally, Jr. and J.A.Shalika [1]の序文において提出された問題“すべてのG上の不変超関数がFourier変換をもつか”に肯定的な答を与えることができる。

定理を述べるために定義と記号を用意する。

定義　Gの閉部分集合Bで、Gのコンパクトな開部分集合Aを用いて$\{gag^{-1};\ g\in G$ かつ $a\in A\}$の形にかけるものをtubeという。また、このようなAをtube Bのsliceという。

記号　Gの部分集合Nで、任意のtube Bに対して$N\cap B$がBのsliceになるものをひとつ固定し、$\mathcal{O}=\{\nu;\ \nu$は軌道的測度で $\nu(N)=1\}$とおく。これはG上のラドン測度全体の

なす空間$\mathcal{M}$の部分集合だが，$\mathcal{O}$には$\mathcal{M}$の漠位相に関する相対位相を入れておく。Gの正則元の全体をG'とし，$G''=G-G'$とおく。また，$\mathcal{O}$の元で，正則元からなる共役類に対応するもの全体を$\mathcal{O}'$とし，$\mathcal{O}''=\mathcal{O}-\mathcal{O}'$とおく。このとき$\mathcal{O}'$は零次元の，距離の付く局所コンパクト空間となり，$\mathcal{O}''$は10個の元$\nu_1,\nu_2,\cdots,\nu_{10}$からなる集合である。$G$上のSchwartz空間$\mathcal{S}(G)$から$\mathcal{O}'$上の連続関数全体のなす空間$C(\mathcal{O}')$への線型写像$\mathcal{J}$を$\mathcal{J}(f)(\nu)=\nu(f)$　($f\in\mathcal{S}(G)$，$\nu\in\mathcal{O}'$)で定める。さて，fがG''上で0なら$\mathcal{J}(f)$の台はコンパクトだが，一般にはそうではない。そこで$\mathcal{S}(G)$の元$f_1,f_2,\cdots,f_{10}$を10行10列の行列$(\nu_i(f_j))$が正則になるようにとり，その逆行列を(s_{ij})として$i=1,2,\cdots,10$に対して$c_i=\sum_j s_{ij}\nu_j$とおくと　$\mathcal{L}: f\longmapsto \mathcal{J}(f-\sum_i c_i(f)f_i)$は$\mathcal{S}(G)$から$\mathcal{O}'$上のSchwartz空間$\mathcal{S}(\mathcal{O}')$への全射線型写像となる。

定理　$\mathcal{S}(\mathcal{O}')$の代数的双対空間$\mathcal{S}(\mathcal{O}')^*$の元$\alpha$と$(\lambda_i)\in\mathbb{C}^{10}$に対して　$\alpha\circ\mathcal{L}+\sum_i\lambda_i c_i$を対応させることにより$\mathcal{S}(\mathcal{O}')^*\oplus\mathbb{C}^{10}$から$G$上の不変超関数全体のなす空間への線型同型が得られる。

[1] P. J. Sally, Jr. and J. A. Shalika, The Fourier transform on SL_2 over a non-archimedean local field. (preprint)