

## 生命表と死因について

福島県立医科大学 南條 善治

## 1. はじめに

ある死因による死亡数が全く除去されたとすると寿命はどの位延長するかを論ずるのに、生命表を用いて全死因に対する平均余命と、ある死因による死亡数が全くなかったと仮定して計算された平均余命との差を求めることが多い。そのための計算法としては Greville その他 ([1], [2], [6]) によるものが知られている。しかしこれら従来の方法を用いるとき、およそ次のことが問題になる。

(1) ある死因 A が除去されたとして計算された場合の平均余命の延長を  $d_A$  とし、死因 B が除去されたとして計算された平均余命の延長を  $d_B$  とする。次に死因 A と死因 B が同時に除去された場合の平均余命の延長を  $d_{A+B}$  とすると、一般に

$$d_A + d_B < d_{A+B}$$

となり、等号は成立しない。すなわち、平均余命の延長で

は2つの死因の間に加法性がない。いくつかの死因を考慮しても同様である。

(2) 今迄の方法では、ある死因による死亡数がすべて除去された場合を論じているが、これは現実的なものでない。むしろ、いくつかの死因による死亡数のうち、その何%かが減少する場合を論ずるのに関心がある。

そして、この場合、ある死因による死亡が除去された場合の従来の計算法による寿命の延びの、例えば、100分の1で、その死因の1%が除去された場合の寿命の延びとすることは出来ない。

(3) いくつかの死因の独立性を仮定している。之は計算上やむを得ない仮定であった。

我々の場合も(3)の仮定を除くわけにはいかないが、

Keyfitz [4] は仮定(1), (2)に関して次の様に考えた。すなわち、彼はある死因による死亡数がごくわずか減少した時寿命がどの位延長するかを測るためのあるパラメーターを作った。このパラメーターはいくつかの死因の間で加法性をもっている。

我々の方法は Keyfitz の考えの一般化であって、ある死因による死亡数が各年齢階級に必ずしも一律でなく、何%か

が減った時寿命がどの位延長するかを、前以って作成しておいたパラメターの表を用いることにより、容易に計算出来る様にした。

## 2. Keyfitz の結果の一般化,

先づ Keyfitz ([4], [5]) の考えを簡単に説明しよう。

$x$  才に達した人が次の  $dx$  年の間に死ぬ確率は  $\mu(x)dx$  であるとき、之が  $\mu^*(x)dx = \mu(x)(1+\delta)dx$  に変わったとする。ここで  $\delta$  は負の小さな量である。例えば、 $\delta = -0.01$  ならば、これはすべての年齢階級で、すべての死因による死亡数が1%だけ減少した場合を意味する。このとき、 $x$  才まで生きる確率は

$$l(x) = \exp \left[ - \int_0^x \mu(x) dx \right]$$

から

$$l^*(x) = \exp \left[ - \int_0^x \mu(x)(1+\delta) dx \right] = l(x)^{1+\delta}$$

になる。この最後の式は、Taylor の定理により  $\delta = 0$  の近傍で近似的に

$$l(x) (1 + \delta \log l(x))$$

に等しい。また出生時の平均寿命は  $\bar{e}_0 = \int_0^{\omega} l(x) dx$

から

$$\bar{e}_0^* = \int_0^{\omega} l^*(x) dx$$

になる。従って

$$\begin{aligned}
 (\dot{e}_0^* - \dot{e}_0) / \dot{e}_0 &= \int_0^{\omega} (l^*(x) - l(x)) dx / \int_0^{\omega} l(x) dx \\
 &= -\delta \left( \int_0^{\omega} -l^*(x) \log l(x) dx / \int_0^{\omega} l(x) dx \right) \\
 &= -\delta H,
 \end{aligned}$$

すなわち、全死因による死亡数が $\delta$ %減少するとき、 $\dot{e}_0$ は $H$ %増加することを示している。同様に死因 $i$ による死亡率が $l^{(i)}(x)$ から $l^{(i)}(x)(1+\delta)$ に変わったとすると、 $x$ 才まで生きる確率は $l(x)$ から

$$l(x)[l^{(i)}(x)]^\delta \doteq l(x)[1+\delta \log l^{(i)}(x)]$$

に変わる。ここで $l^{(i)}(x)$ は $x$ 才まで生きる確率で、その生存者はすべて死因 $i$ でいつかは死ぬ運命にある。言い換えれば、

は $x$ 才以上において死因 $i$ でいつかは死ぬ確率である。

従って上と同じ方法で

$$(\dot{e}_0^* - \dot{e}_0) / \dot{e}_0 = -\delta H^{(i)}$$

をうる。こゝに

$$H^{(i)} = - \int_0^{\omega} l(x) \log l^{(i)}(x) dx / \int_0^{\omega} l(x) dx$$

である。これは死因 $i$ による死亡が $\delta$ %減少した時 $\dot{e}_0$ は $H^{(i)}$ %増加することを示している。

以上で Keyfitz の考えの説明を終る。

さて死亡率が各年齢階級で必ずしも一様に減少するとは限

らないう我々の場合を説明する。Grevilleによれば生命表において死因 $i$ が全くなくなった場合 $x$ 才の人が更に $n$ 年間生きる確率 ${}_n p_x^{(-i)}$ は近似的に

$${}_n p_x^{(-i)} = {}_n p_x^{1 - n r_x^{(i)}}$$

で表わされることが知られている。こゝに ${}_n p_x$ すべての死因を考えた時の、 $x$ 才の人が更に $n$ 年間生きる確率であり、また年齢階級 $(x, x-n+1)$ における全死因および死因 $i$ による死亡数とそれぞれ ${}_n D_x, {}_n D_x^{(i)}$ とすると $n r_x^{(i)} = {}_n D_x^{(i)} / {}_n D_x$ である。

我々の場合は死因 $i$ による死亡が年齢階級 $(x, x-n+1)$ で $-100 \delta_x$  %減少すると、この年齢階級における生存確率は

$${}_n p_x^{1 + n r_x^{(i)} \delta_x} \quad (\delta_x < 0)$$

で表わされる。

従って死因 $i$ からの死亡数が年齢階級 $0 \sim 4, 5 \sim 9, \dots, 80 \sim 84, 85+$ でそれぞれ $-\delta_0, -\delta_5, \dots, -\delta_{85}$ だけ減少したとすれば、 $x$ 才まで生きる確率は

$$l^*(x) = {}_5 p_0^{1 + s r_0^{(i)} \delta_0} \times {}_5 p_5^{1 + s r_5^{(i)} \delta_5} \times \dots \times {}_5 p_{x-5}^{1 + s r_{x-5}^{(i)} \delta_{x-5}}$$

(2.1)

$$= ({}_5 p_0 {}_5 p_5 \dots {}_5 p_{x-5}) ({}_5 p_0^{s r_0^{(i)}})^{\delta_0} ({}_5 p_5^{s r_5^{(i)}})^{\delta_5} \dots ({}_5 p_{x-5}^{s r_{x-5}^{(i)}})^{\delta_{x-5}}$$

となる。

これはもし $\delta_0 = \delta_5 = \dots = \delta$ の場合 Keyfitzの式 $l(x) (l^{(i)}(x))^\delta$ に相当するものである。こゝで Taylor の定理を用いて

$$\begin{aligned}
 (2.2) \quad l^*(x) &= s p_0 s p_5 \dots s p_{x-5} (1 + \delta_0 \log_5 p_0^{s p_0^{(i)}}) (1 + \delta_5 \log_5 p_5^{s p_5^{(i)}}) \dots \\
 &\quad \times (1 + \delta_{x-5} \log_5 p_{x-5}^{s p_{x-5}^{(i)}}) \\
 &\approx (s p_0 \dots s p_{x-5}) (1 + \delta_0 \log_5 p_0^{s p_0^{(i)}} + \dots + \delta_{x-5} \log_5 p_{x-5}^{s p_{x-5}^{(i)}})
 \end{aligned}$$

をうる。この式は各  $\delta_k$  が十分小なるときよい近似式と手  
える。ゆえに

$$(2.3) \quad \dot{e}_0^* - \dot{e}_0 = \int_0^{\omega} l^*(x) dx - \int_0^{\omega} l(x) dx$$

は  $\delta_0, \delta_5, \dots, \delta_{85}$  の一次式で表わされる:

$$(-\delta_0) c_0^{(i)} + (-\delta_5) c_5^{(i)} + \dots + (-\delta_{85}) c_{85}^{(i)}$$

従ってこの式から死因  $i$  に対し係数  $c_0^{(i)}, c_5^{(i)}, \dots, c_{85}^{(i)}$  を前以っ  
て計算しておけば直ちに出生時における平均余命の延長

$\dot{e}_0^* - \dot{e}_0$  を求めることが出来る。 $\dot{e}_x^* - \dot{e}_x$  に対しても同様である。

我々の方法は Keyfitz <sup>(3)</sup> による他の結果すなわち死亡率  $m_x$  が  
 $\Delta m_x$  だけ変化した場合の  $\dot{e}_0$  への影響を示す公式と殆んど同等な  
ものであることと注意しよう。

### 3. 応用例といくつかの注意.

例として1970年日本男子の2つの死因B19(がん), および  
B30(脳血管疾患) に対する係数  $c_k^{(i)}$  の表の一部を次に示  
す。用いられたデータは1970年の厚生省による完全生命表と  
死亡統計である。この表の用い方と説明しよう。

まずB19による死亡数又は死亡率がすべての年齢階級で3%

Table. the coefficients  $C_k^{(i)}$  for B19 and B30  
Japanese males, 1970

Start of Age Interval	coefficients	causes of death	
		B19	B30
Total	$C$	2.02632	2.46930
0	$C_0$	0.02698	0.00530
5	$C_5$	0.01705	0.00148
10	$C_{10}$	0.01338	0.00158
15	$C_{15}$	0.01855	0.00352
20	$C_{20}$	0.02115	0.00448
25	$C_{25}$	0.02680	0.00958
30	$C_{30}$	0.03874	0.01798
35	$C_{35}$	0.05910	0.04426
40	$C_{40}$	0.08999	0.07757
45	$C_{45}$	0.13889	0.10699
50	$C_{50}$	0.19812	0.16027
55	$C_{55}$	0.26542	0.23360
60	$C_{60}$	0.31843	0.33045
65	$C_{65}$	0.32470	0.41371
70	$C_{70}$	0.25360	0.44192
75	$C_{75}$	0.14763	0.35570
80	$C_{80}$	0.05458	0.18977
85	$C_{85}$	0.01322	0.07116

B19: Malignant Neoplasms  
B30: Cerebrovascular Disease

減少したとする場合には  $C$  に 0.03 をかけるだけで  $e_0$  の増加量 0.061 をうる:

$$2.02632 \times 0.03 = 0.061.$$

もう一つの例として B19 による死亡率が 50 才以上で 4% 減少し、それ以外では 2% 減少したとするならば

$$0.02 \times (C_0 + \dots + C_{45}) + 0.04 \times (C_{50} + \dots + C_{85}) = 0.072$$

が  $e_0$  の増加量である。

また B30 の死亡率が 60 才以上で 3% 減少したとすれば  $e_0$  は

$$0.03 \times (C_{60} + C_{65} + \dots + C_{85}) = 0.054$$

だけ増加することになる。

もし上の二つの場合を同時に考えるときは、上の二つの結果を合計すればよい。すなわち

$$0.072 + 0.054 = 0.126 (\%)$$

が  $e_0$  の増加量となる。

我々の計算では死因の独立性を仮定している。ある死因による死亡数の減少が  $e_0$  に及ぼす影響はかなり小さい。もし独立性の仮定がなされなければ、さらに小さくなるだろう。Keyfitz の方法でもしある死因の死亡が全くなくなると仮定した場合の影響は Greville の方法によるものにくらべ少し小さい。また我々の方法によるものは Keyfitz による影響よりごくわずか小さい。

もし死因の独立性を考慮に入れるとき、我々の方法による結果が平均寿命にある死因による死亡が何%かが減少した時及ぼす影響の上限と考えることが出来る。

## 文献

- [1] Greville, T.N.E. (1948), Mortality Tables analysed by Cause of Death. Record of the American Institute of Actuaries 37; 283-294.
- [2] Greville, T.N.E. (1954), On the Formula for the L-Function in a Special Mortality Table Eliminating a Given Cause of Death. Transactions of the Society of Actuaries vol. 6:1, 1-5.
- [3] Keyfitz, Nathan. (1968), Introduction to the Mathematics of Population. Addison-Wesley, Reading, Mass.
- [4] Keyfitz, Nathan. (1977), What difference would it make if cancer were eradicated? An examination of the Taeuber Paradox. Demography 14; 411-418, 1977.
- [5] Keyfitz, Nathan. (1977), Applied Mathematical Demography, John Wiley & Sons, New York.
- [6] Preston, Samuel H., Keyfitz, Nathan, and Schoen, Robert. (1972), Causes of Death: Life Tables for National Populations. Studies in Population Series, Seminar Press, New York.