数理解析研究所講究録
208巻 1974年 118-131

束縛状態がある場合の散乱理論
― 漸近場を中心として ―

宇都宮大 工　　加藤 祐輔
明星大 理工　　関根 克彦

§1. 序

Lehmann ら［1］, Haag［2］, Ruelle［3］らによる場の量子論における散乱理論の展開と前後して，漸近状態，漸近場の考察がさまざまのやり方で進められた。与えられた Hamiltonian のもとで漸近場の存在を証明しまた全系のスペクトルについても論ずるという手法に限ってみてもいくつかの仕事がみられる。たとえば相互作用の Hamiltonian が並進不変の性質をもたない（運動量が保存しない）場合が調べられている。［4］．またたとえば Höegh-Krohn［5］は運動量が保存する場合について調べたが，相互作用の形状因子に対する制限のほかに，相互作用 Hamiltonian は各項が2個以上の粒子生成演算子と2個以上の消滅演算子の積を含むものと限定されている。

周知の如く Lee model にあっては Ⓗ, N, V の3種の粒

子の相互作用を扱うのであるが，2組の粒子数保存則が成立していることにより取扱が簡単である。以下の考察ではこの簡単さと並んで次の事実を重視する。すなわち，相互作用 Hamiltonian の各項は生成または消滅演算子のうち一方は1個だけとなっている。従って前記の Höegh-Krohn の model には含まれていない。われわれは今回は，Lee model を並進不変性（運動量保存）の成立する一例となる形において考え，漸近場の存在，系のスペクトルの性質を調べたい。この観点から次の諸性質の成立に着目して考察を進める。

1)．free Hamiltonian による1粒子状態と total Hamiltonian によるそれとが一致しない。（物理的 V 粒子）.

2)．物理的1粒子状態が並進不変である。

3)．1粒子状態のエネルギー・スペクトルが free Hamiltonian と total Hamiltonian とで異なる。

［注意　[4] では 1) が成立，2), 3) 不成立．
　　　　[5] では 2) が成立，1), 3) 不成立．］

4)，物理的 V 粒子以外に別の"束縛状態"があらわれ，これもまた並進不変の物理的1粒子状態 [2] である。この状態に対応する漸近場を定義しその性質を調べる。

§2 は準備事項，§3 で束縛状態（物理的 V 粒子以外）を

調べその存在を例示する。また物理的1粒子状態のエネルギー・スペクトルを調べる。§4で物理的1粒子状態（束縛状態を含む）の漸近場の存在を示す。§5では total Hamiltonian のスペクトルと漸近場の交換関係を調べる。

なお§4以降，しばしば並進不変性をもつ Lee model をさらに限定して Galilei 不変性をもつものとした。これは差当りは計算の便宜上のことである。

§2．準備事項

d 次元空間で考え運動量表示をとる。1粒子エネルギーは free Hamiltonian にあっては：V 粒子；$w_V(p)=p^2/2m_V+\mho_1$，N 粒子；$w_N(l)=l^2/2m_N$，Θ 粒子；$w_\Theta(k)=k^2/2m_\Theta$．

Fock 空間；$\mathcal{F}=\bigoplus_{\alpha\beta\gamma=0}^{\infty}\mathcal{F}^{(\alpha,\beta,\gamma)}$，$\mathcal{F}^{(\alpha,\beta,\gamma)}:L^2(R^{(\alpha+\beta+\gamma)d})$

ただし $\mathcal{F}^{(\alpha,\beta,\gamma)}$ は V, N, Θ それぞれにつき対称化（V, N について反対称化でもよい）。

$$\Phi\in\mathcal{F}:\quad \Phi=\{\varphi_{\alpha\beta\gamma}\,;\|\Phi\|^2=\sum_{\alpha\beta\gamma}^{\infty}\|\varphi_{\alpha\beta\gamma}\|^2<\infty,\ \varphi_{\alpha\beta\gamma}\in\mathcal{F}^{(\alpha,\beta,\gamma)}\}$$

内積：$(\psi_{\alpha\beta\gamma},\varphi_{\alpha\beta\gamma})=\int dp_1\cdots dp_\alpha\,dl_1\cdots dl_\beta\,dq_1\cdots dq_\gamma\,\varphi_{\alpha\beta\gamma}(\cdots)\psi^*_{\alpha\beta\gamma}(\cdots)$

$$=\int(dp)_\alpha(dl)_\beta(dq)_\gamma\,\varphi_{\alpha\beta\gamma}\psi^*_{\alpha\beta\gamma}\ .$$

正準交換関係：$[V(p),V^*(p')]=\delta(p-p')$ etc.

消滅演算子：$(V(p)\varphi)_{\alpha-1,\beta,\gamma}(p_1,\cdots,p_{\alpha-1},l_1\cdots)=\sqrt{\alpha}\,\varphi_{\alpha\beta\gamma}(p_1\cdots p_{\alpha-1},p;l_1,\cdots)$ etc.

生成演算子 $V^*(p)$ は $V(p)$ の adjoint etc.

$V^{\#}(p)$ は $V^*(p)$, $V(p)$ を代表し

$V^*\{h\} = \int V^*(p)\, h(p)\, dp$, $V\{h\} = \int V(p)\, h^*(p)\, dp$ etc. とする。

なお h^* は h の複素共役。

$H = H_0 + H_I$: total Hamiltonian

$$H_0 = \int w_V(p) V^*(p) V(p) dp + \int w_N(l) N^*(l) N(l) dl + \int w_{\Theta}(k) \Theta^*(k) \Theta(k) dk,$$

$$H_I = \lambda \int \{ F(p,k) V^*(p) N(l) \Theta(k) + h.c. \} \delta(p-k-l) dp\, dl\, dk$$

--- 並進不変（運動量保存）.

n_V : V 粒子数（固有値 α）etc.

$n_1 \equiv n_V + n_N$, $n_2 \equiv n_N + n_{\Theta}$ は H と可換

$\mathcal{F} = \bigoplus_{n_1, n_2}^{\infty} \mathcal{F}(n_1, n_2)$, $\mathcal{F}(n_1, n_2)$: (n_1, n_2) sector.

定義 [1 − D]. $F(p,k) = \hat{F}(p, q)$, $q = k - (m_{\Theta}/m_V)p$,

$m_V = m_N + m_{\Theta}$, $\hat{F}(p, q) = \hat{F}(q)$ （p によらない）。このとき H は Galilei 不変であるとよぶ。

（註: q は $N-\Theta$ の相対運動量, p は全運動量）.

仮定 [2 − A]. $\sup_p \{ \int |F(p,k)|^2 dk \}^{\frac{1}{2}} = G < \infty$,

（ $\{ \int |\hat{F}(q)|^2 dq \}^{\frac{1}{2}} = G < \infty$; Galilei 不変 ）.

Lemma [3 − L]. （ Eckmann [7] の拡張 ）.

$$W \equiv \int V^*(p_1') \cdots V^*(p_\alpha') N^*(l_1') \cdots N^*(l_\beta') \Theta^*(k_1') \cdots \Theta^*(k_\gamma') \times$$

$$\times V(p_1) \cdots V(p_\alpha) N(l_1) \cdots N(l_\beta) \Theta(k_1) \cdots \Theta(k_\gamma) \times$$

$$\times w(p_1'\cdots p_{\alpha'}', l_1'\cdots l_{\beta'}', k_1'\cdots k_{\gamma'}'; p_1\cdots p_\alpha, l_1\cdots l_\beta, k_1\cdots k_\gamma)\times$$
$$\times\,\delta(p_1'+\cdots+l_1'+\cdots+k_1'+\cdots-p_1-\cdots-l_1-\cdots-k_1-\cdots)$$
$$\times(dp)_{\alpha+\alpha'}(dl)_{\beta+\beta'}(dk)_{\gamma+\gamma'}\ .$$

ここで w は $(p)_\alpha$, $(p')_{\alpha'}$, $(l)_\beta$, $(l')_{\beta'}$, $(k)_\gamma$, $(k')_{\gamma'}$ につきそれぞれ対称（または反対称）. $\alpha\geqq 1$, $\beta'\geqq 1$.

このとき
$$\sup_{p_1}\int|w(p_1',\cdots, l_1'=p_1+\sum-\sum', l_2',\cdots; p_1,\cdots)|^2\times$$
$$\times(dp)_{\alpha+\alpha'-1}(dl)_{\beta+\beta'-1}(dk)_{\gamma+\gamma'}=\Upsilon^2<\infty$$

であれば
$$\|W(n+1)^{-\frac{1}{2}(\alpha+\beta+\gamma+\alpha'+\beta'+\gamma')}\|\leqq\Upsilon\cdot\mathrm{const.}$$

ただし，$\sum$ は $'$ のない運動量変数の和（p_1 は除く）

$\sum'$ は $'$ のある運動量変数の和（l_1' は除く），

$n=n_V+n_N+n_\Theta$. const. は d のみによる。

なお一般に $\alpha+\beta+\gamma\geqq 1$, $\alpha'+\beta'+\gamma'\geqq 1$ で類似の関係がえられる。また粒子の種類は3でなくともよい。

（証明） [7] と略同様。

Lemma [4-L]. (Regular perturbation [8]).

仮定 [2-A] のもとで H_I は各 (n_1, n_2) sector での有界演算子。$\Psi\in D(H_0+1)$ に対して各 sector で定数 c, b $(0<b<1)$ が存在して

$\|H_I\Psi\| \leq C\|\Psi\| + \varepsilon\|(H_0+1)\Psi\|$ が成立し、
$H = H_0 + H_I$ は $D(H) = D(H_0)$ で自己共役。
（証明）．［3－L］による。

Lemma［5－L］．$\Psi \in D(H)$ のとき適当な C, C' を各 sector で選ぶことにより

$$\|(H_0+n+1)\Psi\| \leq C\|(H+n+1)\Psi\| \leq C'\|(H_0+n+1)\Psi\|,$$

$$\|\mathbb{G}^{\#}\{f\}\Psi\| \leq C\|f\|\cdot\|\Psi\|.$$

$\mathbb{G}$ は $\mathbb{H}$, N, V_1, B など（V_1, B はのちに定義）の代表。

（証明）．［4－L］などによる．

§3，物理的 1 粒子状態および束縛状態．

Haag－Ruelle 理論における物理的 1 粒子状態を調べる。

1）．（$n_1=1$, $n_2=1$）sector，（V－($N\mathbb{H}$)）系．

物理的 V 粒子（V_1）の状態を Ψ とすると

$$\Psi = \{\varphi_{100}, \varphi_{011}\} = \{\underset{V}{\underset{\uparrow}{g(p)}},\ f(\underset{N}{\underset{\uparrow}{p-k}}, \underset{\mathbb{H}}{\underset{\uparrow}{k}})\}.$$

g，f は次のように定まる

$$f(p-k,k) = \varphi_V(p,k)\,g(p),$$

$$\varphi_V(p,k) = \lambda F^*(p,k)\{W_V(p) - w_{\mathbb{H}}(k) - w_N(p-k)\}^{-1},$$

たゞし $W_V(p)$ は次式を満足するものとする.

$$W_V(p) = w_V(p) + \lambda^2 \int dk \, |F(p,k)|^2 \{W_V(p) - w_{Ⓗ}(k) - w_N(p-k)\}^{-1}.$$

この関係は $w_V(p)$ が§2で定められたよりも広く任意の関数であるときにも用いられるが $W_V(p)$ は複相となる。

とくに Galilei 不変のときには，[6]

$$\varphi_V(p-k,k) = \hat{\varphi}_V(q) = \lambda \hat{F}^*(q)(\upsilon - q^2/2\mu_1)^{-1},$$

たゞし υ は次の方程式の根である，($\upsilon<0$ の根が1つ)

$$\upsilon - \upsilon_1 = \lambda^2 \int dq \, |\hat{F}(q)|^2 \{\upsilon - q^2/2\mu_1\}^{-1}, \quad (1/\mu_1 = 1/m_{Ⓗ} + 1/m_N)$$

以上により物理的 1 粒子状態を真空から作る演算子 $V_1^*(p)$ は

$$V_1^*(p) = Z(p)^{\frac{1}{2}} \{V^*(p) + \int dk \, \varphi_V(p-k,k) N^*(p-k) Ⓗ^*(k)\}$$

$$Z(p) = \{1 + \int dk \, |\varphi_V(p-k,k)|^2\}^{-1} < 1.$$

(なお Galilei 不変のとき $Z(p)$ は p によらない。)

また，次式は§4以降重要である。

$$\begin{aligned}[H, V_1^*(p)] = {} & W_V(p) V_1^*(p) \\ & + \lambda Z(p)^{\frac{1}{2}} \int dp' dk \, \varphi_V(p-k,k) F(p', p'-p+k) \times \\ & \quad \times V^*(p') Ⓗ^*(k) Ⓗ(p'-p+k) \\ & + \lambda Z(p)^{\frac{1}{2}} \int dp' dk \, \varphi_V(p-k,k) F(p',k) \times \\ & \quad \times V^*(p') N^*(p-k) N(p'-k).\end{aligned}$$

2). ($n_1=1$, $n_2=2$) sector, $((V\textcircled{H})-(N\textcircled{H}\textcircled{H}))$ 系.

この sector における束縛状態 Ψ : B 状態(粒子) と呼ぶ。

$$\Psi=\{\varphi_{101}(p,k),\ \varphi_{012}(l,k_1,k_2)\}$$
$$=\{g(\underset{V}{p-k},\underset{\textcircled{H}}{k}),\ f(\underset{N}{p-k_1-k_2},\underset{\textcircled{H}}{k_1},\underset{\textcircled{H}}{k_2})\}$$

f, g は次の連立方程式から求められる。

$$\{z-w_V(p-k)-w_{\textcircled{H}}(k)\}\cdot g(p-k,k)$$
$$=\sqrt{2}\lambda\int dk'\,F(p-k,k')f(p-k-k',k,k'),$$
$$\{z-w_N(p-k_1-k_2)-w_{\textcircled{H}}(k_1)-w_{\textcircled{H}}(k_2)\}\cdot f(p-k_1-k_2,k_1,k_2)$$
$$=\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\{F^*(p-k_1,k_2)g(p-k_1,k_1)+F^*(p-k_2,k_1)g(p-k_2,k_2)\}.$$

ここで p を定めると z は固有値となり、束縛状態 B の1粒子エネルギー・スペクトル $W_B(p)$ を与える。

上の連立方程式から次のような g についての方程式が導かれる。

$$\left\{z-w_V(p-k)-w_{\textcircled{H}}(k)-\lambda^2\int\frac{dk'\,|F(p-k,k')|^2}{z-w_N(p-k-k')-w_{\textcircled{H}}(k)-w_{\textcircled{H}}(k')}\right\}g(p-k,k)$$
$$=\lambda^2\int\frac{dk'\,F(p-k,k')F^*(p-k',k)\,g(p-k',k')}{z-w_N(p-k-k')-w_{\textcircled{H}}(k)-w_{\textcircled{H}}(k')}$$

これはまた変形すれば、

$$\psi(k;p,z,\lambda)=\int H(k,k';p,z,\lambda)\,\psi(k';p,z,\lambda)\,dk', \qquad (1)$$

ただし，

$$\psi \equiv \sqrt{\rho(k;\cdots)}\, g(p-k, k),$$

$$H(k,k';\cdots) \equiv \frac{\lambda^2 F(p-k, k') F^*(p-k', k)}{\sqrt{\rho(k;\cdots)}\,\{-z + w_N + w_{\theta} + w_{\theta}\}\sqrt{\rho(k';\cdots)}},$$

$$\rho(k; p, z, \lambda) \equiv -z + w_V + w_{\theta} + \lambda^2 \int dk' |F(\cdots)|^2 \{z - w_N - w_{\theta} - w_{\theta}\}^{-1}.$$

ここで $\int dk\, dk' |H(k,k';\cdots)|^2 < \infty \quad (z < W_V(p))$

から (1) は Hilbert-Schmidt 形の積分方程式である。(1) の解は束縛状態の"波動関数" g, f を決定する。ここでは簡潔さのためにとくに Galilei 不変の場合を詳しく検討してみた。その結果 $\hat{F}(q)$ が連続かつ $\hat{F}(0) \neq 0$ であれば，(勿論条件 [2-A] のもとで) 次のことが導かれる。(計算は省略)

i) $d=1,2$ のとき，任意の λ に対して少くとも1つの束縛状態が存在する。

ii) $d=3$ のとき，十分大きい $|\lambda|$ に対して少くとも1つの束縛状態が存在する。

これらのときに，$z = W_B(p)$ とおくと

$$W_B(p) - \frac{p^2}{2(m_V + m_{\theta})} = U_B < 0$$

は p によらない定数である。

以上の考察を基礎として束縛状態 B に対応して次のような束縛粒子生成演算子を定義することが意味をもつ。(g, f は (1) の解から導かれるものとする)：

$$B^*(p) = Z_B(p)^{\frac{1}{2}}\Big\{\int dk\, V^*(p-k)\textcircled{H}^*(k)g(p-k,k)$$
$$+\frac{1}{\sqrt{2}}\int dk_1 dk_2 N^*(p-k_1-k_2)\textcircled{H}^*(k_1)\textcircled{H}^*(k_2)f(p-k_1-k_2,k_1,k_2)\Big\},$$

$$B(p) = (B^*(p))^*,$$
$$Z_B(p) = \Big\{\int dk\,|g(p-k,k)|^2 + \int dk_1 dk_2\,|f(p-k_1-k_2,k_1,k_2)|^2\Big\}^{-1}.$$

なお次式は§4 以降重要である：

$$[H, B^*(p)] = \overline{W}_B(p)B^*(p)$$
$$+\lambda\int d\bar{k}\,d\bar{p}\,V^*(\bar{p})V^*(p-\bar{k})N(\bar{p}-\bar{k})F(\bar{p},\bar{k})g(p-\bar{k},\bar{k})$$
$$+\lambda/\sqrt{2}\int d\bar{p}\,d\bar{l}\,dk\,V^*(\bar{p})\textcircled{H}^*(k)\textcircled{H}^*(p-\bar{l}-k)\textcircled{H}(\bar{p}-\bar{l})F(\bar{p},\bar{p}-\bar{l})f(\bar{l},k,p-\bar{l}-k)$$
$$+\sqrt{2}\lambda\int d\bar{p}\,dk\,d\bar{k}\,V^*(\bar{p})\textcircled{H}^*(k)N^*(p-k-\bar{k})N(\bar{p}-\bar{k})F(\bar{p},\bar{k})f(p-k-\bar{k},k,\bar{k}).$$

3). $(n_1=2,\ n_2=1)$ sector, $((VN)-(NN\textcircled{H}))$ 系

V, N が boson のときは 2) と同様の結果が得られる。fermion の場合には多少異る。ここでは立入らない。

§4. 物理的1粒子状態（束縛状態を含む）に対する漸近場の存在．（§4 では証明の記述を省略したい。詳細は別に発表の予定）

$\mathbb{O} = \textcircled{H}, N, V_i, B$ などに対して次の極限の存在を示す．

$$\operatorname*{s-lim}_{t\to\pm\infty} \mathbb{O}_t^{\#}\{f(t)\},$$

ただし，

$$\mathbb{O}_t^{\#}\{f(t)\} = U(t)\,\mathbb{O}\{f(t)\}\,U^{-1}(t),\quad U(t) = e^{iHt},\quad f(t) = f(p)e^{-iE(p)t},$$
$$E(p) = w_{\textcircled{H}}(p),\ w_N(p),\ \overline{W}_V(p),\ \overline{W}_B(p)\ \text{など}.$$

形式的計算によって

$$\frac{d}{dt}\Theta_t^{\#}\{f(t)\} = iK_t[\Theta^{\#}\{f(t)\}], \quad K_t = U(t)KU^{-1}(t),$$

$$K[\Theta^{\#}\{f\}] = [H, \Theta^{\#}\{f\}] \mp \Theta^{\#}\{Ef\},$$

複号 $\mp$ は $\Theta^{\#}/\Theta$ に対応.

Lemma [6−L]. $F(p,q)$ が仮定[2−A]をみたすならば, $K[\Theta^{\#}\{f\}]$ は各 (n_1, n_2) sector に作用する演算子として有界である.

仮定[7−A]. $F(p,k)$ および $F(p,p-k)$ のそれぞれに対して次の条件をみたす関数 $f(k) \in \mathcal{S}$ および関数列 $\{\eta_n(k)\}$ ($\tilde{\eta}_n \in L_1$, $n=0,1,2,\cdots$, $\tilde{\eta}_n$ は η_n の Fourier 変換) が存在する:

$$\| F_f - \sum_{n=0}^{N} c_n(p)\eta_n(k) \| \to 0 \quad (N \to \infty),$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \bar{c}_n d_n < \infty,$$

ただし $\bar{c}_n = \sup_p |c_n(p)|$, $d_n = \int dx |\tilde{\eta}_n(x)|$, $F_f = Ff$.

Lemma [8−L]. $F(p,k)$ が Galilei 不変[1−D]であって, 仮定[2−A], [7−A]をみたすものとする. $f \in \mathcal{S}$ のとき十分大きい $|t|$ に対して

$$\| K[\Theta^{\#}\{f(t)\}] \| \leqq \text{const.} |t|^{-\frac{d}{2}} \quad d = 1, 2, 3.$$

定理[9−T]．$d=3$ のとき Lemma [8−L] の条件のもとで $\varphi\in D(H_0)\cap\mathcal{F}(n_1,n_2)$ (n_1, n_2 任意）に対して

$$\Theta_\pm^{\#}\{f\}\varphi = \Theta^{\#}\{f\}\varphi + i\int_0^{\pm\infty}dt\, K_t[\Theta^{\#}\{f(t)\}]\varphi$$
$$= \underset{t\to\pm\infty}{s\text{-}\lim}\ \Theta_t^{\#}\{f(t)\}\varphi$$

が存在する。また同じ φ に対して $f\in L^2$ のとき

$$\Theta_\pm^{\#}\{f\}\varphi = \underset{t\to\pm\infty}{s\text{-}\lim}\ \Theta_t^{\#}\{f(t)\}\varphi$$

が存在し，各 (n_1, n_2) sector で有界である。

§5．交換関係と全系のエネルギー・スペクトル．

本節の定理中[9−T]，[10−T]，[12−T]の証明はたとえば[4]，[5]と類似の方法でえられる。[11−T]についてはここでは記述を省略するが別の場所に詳細を記したい。

定理[9−T]．$f\in L^2$，$\varphi\in\mathcal{F}(n_1,n_2)$，$n_1, n_2$ 任意のとき，

$$\Theta_\pm^{\#}\{f\}\varphi = \underset{t\to\pm\infty}{s\text{-}\lim}\ \Theta_t^{\#}\{f(t)\}\varphi$$

が存在するならば

$$e^{itH}\Theta_\pm^{\#}\{f(t)\}e^{-itH}\varphi = \Theta_\pm^{\#}\{f\}\varphi.$$

（注意）一粒子エネルギーのスペクトルは $f(t)=f(p)e^{-iE(p)t}$ という形であらわれている。$E(p)$ が自由一粒子と物理的一粒子とで一致する場合には，この定理はいわゆる inter−

twining property なるものに帰着する。

定理［10－T］．H の固有値，"固有関数"を $\{E_j\}$, $\{\varphi_j\}$，

$$H\varphi_j = E_j \varphi_j, \qquad j = 0, 1, \cdots, m,$$

ただし $E_0 = 0$ で $\varphi_0 \in \mathfrak{F}(0,0)$ は"真空"，とする。
このとき

$$\Theta_\pm\{f\}\varphi_j = 0 \qquad j = 0, 1, \cdots, m.$$

定理［11－T］．$d = 3$ とし定理［9－T］と同じ条件のもとで，

$$[\Theta_\pm\{h\}, \Theta_\pm^*\{k\}]\varphi = (h, k)\varphi,$$

$$[\Theta_\pm\{h\}, \Theta'_\pm\{k\}]\varphi = [\Theta_\pm^*\{h\}, \Theta'^*_\pm\{k\}]\varphi = 0,$$

$$h, k \in L^2, \quad \varphi \in \mathfrak{F}(n_1, n_2), \quad n_1, n_2 \text{ 任意}.$$

ここに $[\ ,\ ]$ は交換関係（fermion 間の場合には反交換関係），$\Theta = \Theta'$ の場合も含む。

定理［12－T］．Fock 空間 $\mathfrak{F}$ の次のような2通りの分解が可能である．

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_\pm \otimes \mathfrak{F}_\pm', \qquad \mathfrak{F}_\pm = \prod_{j=0}^{m} \otimes \mathfrak{F}_{\pm j},$$

$\mathfrak{F}_{\pm j}$ は φ_j を"真空"とする漸近場 $\Theta_\pm^\#$ の Fock 表示，
$\Theta_\pm\{f\}(\prod \otimes \varphi_j) \otimes \mathfrak{F}_\pm' = 0$．このとき H のスペク

トルは $\mathcal{H}_{\pm j}$ では物理的一粒子状態のスペクトルの重ね合わせであり，$\mathcal{H}'_{\pm}$ では或る連続スペクトルとなっている。

（注意）一粒子状態に対するエネルギー・スペクトルの差，および，束縛状態（Bなど）の存在によって，$\mathcal{H}$ におけるHoのスペクトルと $\mathcal{H}_{\pm j}$ におけるHのスペクトルの構造は一致しない。

文献

[1] たとえば Lehmann, H et al; Nuovo Ciment 1 (1955) 205.

[2] Haag, R; Phys. Rev. 112 (1958), 669 その他.

[3] Ruelle, D; Helv. Phys. Acta 35 (1962), 147.

[4] たとえば Kato, Y., Mugibayashi, N; Prog. Theor. Phys 30 (1963) 103, 45 (1971) 628.

[5] Höegh-Krohn, R; J. Math. Phys 10 (1969) 639 など.

[6] Schrader, R; Commun. Math. Phys. 10 (1968) 155.

[7] Eckmann, J.-P.; Commun. Math. Phys. 18 (1970) 247.

[8] Kato, T.; Perturbation theory for linear operators, Berlin, Heidelberg, New York, Springer 1966.