数理解析研究所講究録
209巻 1974年 1-3

Kowalevskian System.

矢野 環.

実は，あまり進歩がなかった。Volevič方式で行なう方法には，色々と進歩もあったようである。しかし，det の定義が，我々のものしかありえない以上，最終的な精密な結論は，我々の立場から従うであろう．溝畑先生には，発表前の論文原稿[1]をみせていただいた．

det の定義は，以前の講究録をみよ．[2]
ここでは，予想と，2つの実例のみ示しておく．

$P(x, D)$: $m \times m$ matrix of diff. operators.

予想 $\quad \det(D_t - P(x,D))$ が Kowalevskian polynomial

我々の.

$\Updownarrow$

$D_t - P(x,D)$ について，Cauchy-Kowalevskaja 成立.

(もちろん，t を時間変数．D_t とは $\left.\begin{pmatrix} D_t & & \\ & \ddots & \\ & & D_t \end{pmatrix}\right\} m$.)

examples. cf. [1]

$$P = \begin{pmatrix} D_x^3 & -b D_x^3 \\ \frac{1}{b} D_x^3 & -D_x^3 \end{pmatrix} \qquad b = 1-x.$$

$D_t - P(x,D)$ の，普通のとり方の行列式は λ^2.

よってみかけは Kowalevskian だが，Cauchy-Kow は成立しないことがわかる．我々の意味では，$D_t - P(x,D)$ について

$$\det\left(\lambda - P(x,D)\right) = \lambda^2 + \frac{3}{1-x}\xi^2\lambda \qquad (\xi \text{ は } D_x \text{ の symbol})$$

となって，Kowalevskian poly. ではない．(at $x=0$)

又，
$$P = \begin{pmatrix} D_x^2 + a_{11}D_x & b\,D_x^3 \\ -cD_x + c_0 & -D_x^2 + a_{22}D_x \end{pmatrix}$$

$$b = 1-x,\quad c = (1-x)^{-1}\quad c_0 = k(1-x)^{-2/3}$$
$$a_{11} = \frac{3}{2}\frac{1}{1-x} - \frac{k}{2}(1-x)^{1/3}$$
$$a_{22} = \frac{1}{2}\frac{1}{1-x} + \frac{k}{2}(1-x)^{1/3}$$

普通の意味で $\lambda - P(x,D)$ の行列式をとると，

$$\lambda^2 - \frac{2}{1-x}\xi\lambda - \frac{1}{1-x}\xi^3 + \cdots$$

となって，Kowalevskian であることがみえる．しかし，Cauchy-Kow. の定理が $D_t - P(x,D)$ について成立することが，証明される．さて，我々の意味でとりあえず行列式をとってみれば

$$\lambda^2 + f_1(x)\lambda + f_2(x)\xi^2 + \cdots$$

となる．f_1, f_2 は x の函数 hol. at $x=0$．ここで，Newton polygon の規約によって，f_1 は無視され，

$\det(\lambda - P(x,D)) = \lambda^2 + f_2(x)\xi^2$ となり，これは Kowalevskian poly. になっている.

上の二例をみるだけでも，我々の定義が，事態をうまく反映していることがわかるであろう.

筆者はただいま，他方面のことに忙しく，この問は手がまわらない．興味をもっていただいた方々のためにも，いずれ，必ず予想を証明するであろう.

P の iteration P^m の order との関係もまた考えてある.

[1] S. Mizohata : Petrowsky 記念号に出るもの.
[2] T. Yano : Definition of Delicate Determinant.
RIMS 講究録 No.