

コード事象の性質と正規事象上の単射準同型の性質

東北大 電通研 橋口攻三郎  
本多 波雄

1. はしがき

[1]において McNaughton-Papert は、一つの興味ある例として、 $(w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$ ,  $n \geq 2$  で  $w_i \in \Sigma^+$  の形の正規事象(彼らはコード事象と呼んだ)の性質を調べた。彼らは事象  $w^*$  が、それぞれ、ノンカウンティング、ローカリテスタブルであるための条件を求め、また、ローカリパーザブルの概念を定義しいくつかの他のコード事象の性質を明らかにした。彼らはつぎの未解決の問題を提起した:  $R$  をコード事象とする。Q1.  $R$  がノンカウンティングであるための条件は何か。Q2.  $R$  がローカリテスタブルであるための条件は何か。Q3.  $R$  が単義かつローカリテスタブルならば  $R$  はローカリパーザブルか。

本論文においては、まず、これらの問題に対する一つの解(Q3に対しては肯定解)を与える。つぎに上の問題に関連して、単射準同型  $f: \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$  がノンカウンティング事象、ローカ

リテスタブル事象としてストリフトリテスタブル事象を, それぞれ, 保存するための条件が, コード事象  $f(\Sigma^*)$  が, それぞれ, ノンカウンティング, ローカリテスタブルとしてストリフトリテスタブルであるための条件に帰着されることを示す. 最後に,  $f$  が正規事象のスターハイトを保存するための必要条件と十分条件を求めらる.

## 2. 記法と定義

$\Sigma$  を有限アルファベットとする.  $\Sigma^*$  は  $\Sigma$  の上のすべての語の集合を表わし,  $\lambda$  は空語,  $\Sigma^+$  は  $\Sigma$  の上の空語を除くすべての語の集合を表わす. 正規演算を  $\cup, \cap, -, \cdot, *$  によって表わす.  $w \in \Sigma^*$  に対して  $|w|$  は  $w$  の長さを表わし, 集合  $Q$  に対して  $\#Q$  は,  $Q$  の濃度を表わす.  $\phi$  は空事象を表わす.  $A = \langle \Sigma, Q, M, S, F \rangle$  は  $\Sigma$  の上のオートマトン (有限) を表わし,  $\equiv$  で,  $Q$  は状態の有限集合,  $M$  は遷移関数  $M: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$ ,  $S \subseteq Q$  は初期状態の集合,  $F \subseteq Q$  は最終状態の集合, である. " $A \Leftrightarrow B$ " によって, " $A$  が成立するときかつそのときに限り  $B$  が成立する" ことを表わす.

つぎに, いくつかの基本的定義を [1] に基づいて与える.

[定義 2.1]  $R \subseteq \Sigma^*$  が正規事象であり, かつ, ある  $k \geq 0$  が存在して, 任意の  $x, y, z \in \Sigma^*$  に対して,  $xy^kz \in R \Leftrightarrow xy^{k+1}z$

$\in R$  が成立するとき,  $R$  はノンカウンティング (以下 n.c. と略す) である. n.c. 事象の族を NC によって表わす.

[定義 2.2].  $l \geq 1$  と  $l$  以上の長さをもつ  $w \in \Sigma^*$  に対して,  $L_l(w)$ ,  $R_l(w)$ ,  $I_l(w)$ , そして  $T_l(w)$  をつぎのように定義する:

$L_l(w) = w$  の長さ  $l$  の接頭辞,  $R_l(w) = w$  の長さ  $l$  の接尾辞

$I_l(w) = \{y \in \Sigma^* \mid |y| = l \text{ かつある } x, z \in \Sigma^* \text{ に対して } w = xyzy\}$

$T_l(w) = \langle L_l(w), I_l(w), R_l(w) \rangle$ .

[定義 2.3].  $R \subseteq \Sigma^*$  に対してある  $l \geq 1$  が存在して,  $l$  以上の長さの任意の  $w, w' \in \Sigma^*$  に対して,  $T_l(w) = T_l(w')$  ならば,  $w \in R \Leftrightarrow w' \in R$  が成立するとき,  $R$  は  $l$ -テストابل (以下  $l$ -t. と略す) である.  $R$  がある  $l$  に対して  $l$ -t. ならば,  $R$  はローカリテストابل (以下 l.t. と略す) である. l.t. 事象の族を, LT によって表わす.

[定義 2.4].  $R \subseteq \Sigma^*$  に対してある  $l \geq 1$  と  $\alpha, \beta, \gamma \subseteq \Sigma^l$  が存在して,  $l$  以上の長さの任意の  $w \in \Sigma^*$  に対して,  $w \in R \Leftrightarrow L_l(w) \in \alpha, I_l(w) \in \beta$ , かつ,  $R_l(w) \in \gamma$  が成立するとき,  $R$  はストリクトリ  $l$ -テストابل (以下  $l$ -s.t. と略す) である.  $R$  がある  $l$  に対して  $l$ -s.t. ならば,  $R$  はストリクトリテストابل (以下 s.l.t. と略す) である. s.l.t. 事象の族を SLT によって表わす.

$R \subseteq \Sigma^*$  が  $l$ -s.t. ならば,  $R$  は  $l$ -t. である ([1]). つぎの

ことが知られている (17) : SLT はブール演算で閉じていない。  
 SLT のブール演算による閉包が LT である。LT はコンカテネーションで閉じず、ブール演算とコンカテネーションによる LT の閉包が NC である。

[定義 2.5].  $R = (w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  において, 任意の  $w \in R$  に対して,  $w = w_{i_1} w_{i_2} \dots w_{i_p} = w_{j_1} w_{j_2} \dots w_{j_r}$  ( $p, r \geq 1$ ) ならば,  $p=r$  が  $i_\ell = j_\ell$  ( $1 \leq \ell \leq p$ ) が成立するとき,  $R$  は単義 (unambiguous) である。単義でないコード事象は多義 (ambiguous) である。

例:  $(10 \cup 01)^*$  単義,  $(00 \cup 000)^*$  多義。

記法 1. コード事象を正規表現  $(w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  によって表わすとき, 表現  $(w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  は  $\cup$  の意味で既約であるとする: 任意の  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) に対して,  $w_i \notin (w_1 \cup \dots \cup w_n - w_i)^*$ 。

記法 2. コード事象  $R$  と  $w \in R$  に対して,  $w \stackrel{R}{=} w_0 - w_1$  によって,  $w_0, w_1 \in R$  を意味する。特に  $R$  が明らかなきとき,  $w = w_0 - w_1$  と書く。

McNaughton-Papert は, ローカリパーガブルの概念を単義コード事象に対して定義したが, この概念を, 単義の制限を除くことにより, 一般のコード事象へ拡張する。

[定義 2.6].  $k \geq 1$  とする。  $w \in \Sigma^*$  に対して  $P_k(w)$  と  $S_k(w)$  を  $\cup$  のように定義する: (1).  $|w| \geq k$  のとき  $P_k(w) = L_k(w)$ ,  $S_k(w)$

$= R_R(w)$ . (2).  $|w| < k-1$  のとき,  $P_R(w) = S_R(w) = w$ .

[定義 2.7]. コード事象  $R$  に対してある  $k \geq 1$  が存在して, 任意の  $w \in R$  と  $w$  の任意の分解  $w = u_1 u_2$  に対して ( $u_1, u_2 \in \Sigma^*$ ),  $S_R(u_1)$  と  $P_R(u_2)$  を知るにより,  $u_1, u_2 \in R$  が否かを決定できるとき,  $R$  は  $k$ -パーサブル (以下  $k$ -P. と略す) である.  $R$  がある  $k$  に対して  $k$ -P. であるとき,  $R$  はローカリパーサブル (以下  $l$ -P. と略す) である.

例:  $(1010101001)^*$  は  $1$ -P.

### 3. コード事象の分類

McNaughton-Papert は, つぎの三つの定理を証明した (11).

[定理 1]. 事象  $w^*$ ,  $w \in \Sigma^+$ , において, ある  $v \in \Sigma^+$  と  $m \geq 2$  に対して,  $w = v^m$  ならば,  $w^* \notin NC$ . 任意の  $v \in \Sigma^*$  と  $m \geq 2$  に対して  $w \neq v^m$  ならば,  $w^* \in LT$ .

[定理 2]. 単義コード事象  $(w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  が  $k$ -P. ならば,  $(w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  は  $(2P + 2k - 1)$ -t. である, ここで  $P = \max\{|w_i|\}$ .

[定理 3]. 事象  $(w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  が,  $l$ -t. であり, かつ, つぎの (1) または (2) を満たすならば, 事象  $(w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  は  $l$ -P. である:

(1). 任意の  $w_i \neq w_j$ ,  $1 \leq i, j \leq n$ , に対して,  $w_i$  は  $w_j$  の接頭辞でない. (2). 任意の  $w_i \neq w_j$ ,  $1 \leq i, j \leq n$ , に対して,  $w_i$  は  $w_j$  の接尾辞でない.

この節において我々は、上記の定理の一つの一般化を得るが、これらは問題 Q1, Q2, Q3 に対する解を与える。まず、コード事象の二つの性質を述べる。

[定理 3.1]  $R \subseteq \Sigma^*$  がコード事象であるための条件は、 $R = R^*$ 、かつ、事象  $R - (R - \lambda)^2$  が有限であることである。

証明.  $R = (w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  ならば、 $R = R^*$ 、かつ、 $R - (R - \lambda)^2 = (\lambda \cup w_1 \cup \dots \cup w_n)$ 。逆に、 $R = R^*$ 、かつ、 $R - (R - \lambda)^2 = (\lambda \cup w_1 \cup \dots \cup w_n)$  とする。  $R' = (w_1 \cup \dots \cup w_n)^*$  とおく。  $R = R^* \supseteq (w_1 \cup \dots \cup w_n)^* = R'$ 。  $w \in R$  とする。  $w = \lambda$  ならば、 $w \in R'$ 。  $w \neq \lambda$  ならば、 $H(w) = \max\{i \mid w = w_{i_1} \dots w_{i_k}, w_{i_j} \in R - \lambda\}$  とおく。  $H(w)$  に関する帰納法で  $w \in R'$  を証明できる。(証明終)

定理 3.1 は、任意の正規事象  $R$  に対して、 $R$  がコード事象であるか否かを決定するための、アルゴリズムを与える。

[定理 3.2] コード事象  $R$  が単義であるための条件は、任意の  $x, y, z \in \Sigma^*$  に対して、 $x, xy, yz, z \in R$  ならば  $y \in R$  が成立することである。

証明.  $x, xy, yz, z \in R$  かつ  $y \notin R$  ならば、 $xyz \in R$  は、 $xy-z$ 、 $x-yz$  という二通りの分解をもつ。逆に、 $R$  が多義ならば、ある  $w \in R$  が存在して、 $w$  は二通りの分解をもつ： $w = xy-z$  と  $w = x-yz$ 。このとき、 $x, xy, yz, z \in R$  かつ  $y \notin R$ 。

定理 3.2 は、つぎのアルゴリズムを与える： $R$  をコード事

象とする。  $R \setminus R \cap R/R \cap \bar{R} = \emptyset \Leftrightarrow R$  は単義である。ただし、 $R \setminus R = \{x \mid \text{ある } y \in R \text{ に対して } yx \in R\}$ ,  $R/R = \{x \mid \text{ある } y \in R \text{ に対して } xy \in R\}$ . ( $R$  を受理するオートマトン  $A = \langle \Sigma, Q, \delta, S, F \rangle$  に対して  $A' = \langle \Sigma, Q, \delta, F, F \rangle$  により  $R \setminus R$  は受理される).

つぎに、コード事象が n.c. であるための条件を求めよう。

[定義 3.1] 正規事象  $R$  に対して、ある  $u \in \Sigma^+$ ,  $l \geq 0$ ,  $m \geq 2$  が存在して、任意の  $i \geq l$  に対して、 $u^i \in R \Leftrightarrow i \equiv 0 \pmod{m}$  が成立するとき、 $R$  は一般巡回語  $u$  をもつという。特に、 $l=0$  のとき、巡回語  $u$  をもつという。

注意.  $R$  の既約オートマトンの状態数を  $\#Q$  により表わすならば、上の定義の  $l$  を  $\#Q$  で置き換えることができる。

[定義 3.2] 正規事象  $R$  に対して、ある  $u \in \Sigma^+$ ,  $m \geq 2$  が存在して、 $u \notin R$ , かつ、 $u^m \in R$  が成立するとき、 $R$  は巡回語  $u$  をもつという。

[定理 3.3]. (Schützenberger <sup>(1) 参照</sup> [6]). 正規事象  $R$  が n.c. でないための条件は、ある  $x, y, z \in \Sigma^*$  と  $m \geq 2$  が存在して、 $x(y^m)^*z \subseteq R$ , かつ、 $x(y^m)^*yz \cap R = \emptyset$  が成立することである。

証明. 必要性.  $R \notin NC$  とし  $A = \langle \Sigma, Q, \delta, q_1, F \rangle$  を  $R$  の既約オートマトンとする。ある  $y \in \Sigma^*$  と  $m \geq 2$  個の状態  $q_0, q_1, \dots, q_{m-1}$  が存在して、 $\delta(q_0, y^i) = q_i$  ( $0 \leq i < m$ ) かつ  $\delta(q_0, y^m) = q_0$ . ([1]).  $R_i$  を  $A_i = \langle \Sigma, Q, \delta, q_i, F \rangle$  で受理される事

象とする。系列  $(R_0, R_1, \dots, R_{m-1}, R_0)$  を考へれば、 $g_{i_0}, g_{i_1} \in Q$  が存在して、 $\delta(g_{i_0}, y) = g_{i_1}$  かつ  $R_{i_0} - R_{i_1} \neq \emptyset$  が成立することを知る。  $z \in R_{i_0} - R_{i_1}$ ,  $\delta(\alpha_1, x) = g_{i_0}$  とする。任意の  $j \geq 0$  に対して、 $\delta(\alpha_1, x y^{mj} z) \in F$ , かつ、 $\delta(\alpha_1, x y^{m(j+1)} z) \notin F$ . 十分性。  
 $x(y^m)^* z \subseteq R$  かつ  $x(y^m)^* y z \cap R = \emptyset$  ならば、任意の  $k \geq 0$  に対して、 $x(y^m)^{k+1} z = x y^{mk+m-k} \cdot y^k z \in R$  かつ  $x y^{mk+m-k} \cdot y^{k+1} z = x y^{m(k+1)} y z \notin R$ . ゆえに  $R \notin NC$ . (証明終)

定理3.3を利用して、コード事象に対する条件を求めらる。

[定理3.4]. コード事象  $R$  が  $nc$  であるための条件は、 $R$  が一般巡回語をもたないことである。

証明. 必要性. 定理3.3より明らか. 十分性.  $R \notin NC$  とする。定理3.3より、 $x, y, z \in \Sigma^*$  と  $m \geq 2$  が存在して、 $x(y^m)^* z \subseteq R$  かつ  $x(y^m)^* y z \cap R = \emptyset$ . 十分大きな整数  $k$  に対して、 $w = x y^{km} z$  とおく。  $w$  は、 $w = x y^{m_0} y_0 - y_1 y^{m_1} y_0 - y_2 y^{m_2} z$  という分解をもつ、 $= z$ ,  $y = y_0 y_1$ .  $u = y_1 y_0$ ,  $P = m(m_1 + 1)$  ( $\geq 2$ ) とおく。  $u^{m_1+1} = (y_1 y_0)^{m_1+1}$  より、任意の  $i \geq 0$  に対して、 $u^{Pi} \in R$ . ある  $i \geq 0$  に対して  $u^{Pi+1} \in R$  とすれば、 $u^{(Pi+1)(m_1+2)} \in R$ . ところが、 $x y^{m_0} y_0 (y_1 y_0)^{(Pi+1)(m_1+2)} y_1 y^{m_2} z \in R$ ,  $m_0 + (Pi+1)(m_1+2) + m_2 + 1 \equiv 1 \pmod{m}$ , 二れは矛盾。 よって、 $(u^P)^* u \cap R = \emptyset$ .  $R$  の既約オートマトン  $A = \langle \Sigma, Q, \delta, \alpha_1, F \rangle$  とする。 ある  $t \geq 0$ ,  $l \geq 1$  が存在して、 $\delta(\alpha_1, u^{Pt}) = \delta(\alpha_1, u^{P(t+l)})$ .  $0 \leq i \leq l$  に対して、 $R_i$



$= \{x \mid v^{P(t+i)} x \in R\}$  とおく.  $R = R^*$  と  $R_0 = R_\ell$  より,  $R_0 = R_1$  を容易に証明できる. よって,  $\delta(\alpha_1, v^{P(t+1)}) = \delta(\alpha_1, v^{Pt}) \in F$ .  $q_j = \delta(\alpha_1, v^{Pt+j})$  ( $0 \leq j < p$ ) とおく.  $r = \min\{j > 0 \mid q_j \in F \text{ または } j = p\}$  とおく.  $\delta(\alpha_1, v^{Pt+1}) \notin F$  より  $r \geq 2$ . 任意の  $i \geq Pt$  に対して,  $v^i \in R \Leftrightarrow i \equiv 0 \pmod{r}$  を証明する.  $p = p_0 r + r_p$  ( $0 \leq r_p < r$ ) とおけば,  $v^{(Pt+r)(p_0+1)} \in R$ ,  $(Pt+r)(p_0+1) \equiv p_0 r + r \equiv r - r_p \pmod{p}$ , よって  $r_p = 0$ . 任意の  $q_j \in F$  ( $0 < j < p$ ) に対して, 同様に  $j \equiv 0 \pmod{r}$  を証明できる. また, 任意の  $j \equiv 0 \pmod{r}$  ( $0 < j < p$ ) に対して,  $q_j \in F$  を証明できる. ゆえに,  $v$  は  $R$  の一般巡回語である. (証明終)

例:  $(0^4 v 0^6)^* \notin NC$ . ( $v=0, \ell=4, m=2$  とおく)

例:  $(00)^* \cup (000)^*$ ,  $(1v00)^*(000)^*$ ,  $1(00)^*$  は, いづれも n.c. でないが, 一般巡回語をもたない.

二つの系として, 単義コード事象が n.c. であるための条件を与える.

[系 3.1]. 単義コード事象  $R$  が n.c. であるための条件は,  $R$  が巡回語をもたないことである.

証明. 必要性. 定理 3.3 より明らか. 十分性.  $R \notin NC$  とする. 定理 3.4 より,  $v \in \Sigma^*$ ,  $\ell \geq 0$ ,  $m \geq 2$  が存在して, 任意の  $i \geq \ell$  に対して  $x^i \in R \Leftrightarrow i \equiv 0 \pmod{m}$ .  $x^i \in R$ ,  $i \geq 0$ , とすれば,  $x^{m\ell+i} \in R$ .  $m\ell+i \equiv 0 \pmod{m}$ .  $i \equiv 0 \pmod{m}$ . 逆に,  $i$

$= l^m, l \geq 0$ , とする.  $l \neq 0$  ならば,  $x^{(l+k)m} = x^{lm} \cdot x^{km} = x^{km} \cdot x^{lm}$   
 $\in R$  かつ  $x^{lm} \in R$ . 定理3.2より  $x^{km} \in R$ . (証明終)

[系3.2]. 単義コード事象  $R$  が n.c. であるための条件は,  $R$  が  
 凝巡回語をもたないことである.

証明. 十分性. 定理3.4より明らか. 必要性.  $x \in \Sigma^*, m \geq 2$ ,  
 $l \geq 0$  が存在して,  $x \notin R, x^m \in R$  かつ任意の  $x', y', z' \in \Sigma^*$  に対  
 して,  $x'y'^l z' \in R \Leftrightarrow x'y'^{l+1} z' \in R$ .  $x^{lm} \in R$  より  $x^{lm+1} = x^{lm} \cdot x$   
 $\in R$ . すると  $x^{lm+1} = x^{lm} \cdot x = x^{lm} \cdot x$ . 定理3.2より  $x \in R$ , 矛盾. (証明終)

例:  $(010101)^* \notin NC$ . ( $01 \notin R$  かつ  $010101 \in R$ )

例:  $(0101011)^* \notin NC$ . ( $01011 \notin R$  かつ  $010101011 \in R$ )

例:  $(01010)^* \in NC$ . (単義であり凝巡回語をもたない)

注意. n.c. であるが凝巡回語をもつ多義コード事象が存在  
 する:  $(000000)^*$ , ( $x=0, m=2$  とおけば,  $x$  は凝巡回語)

つぎに, コード事象が l.p. であるための条件を求めるが,  
 この条件は s.l.t. であるための条件であることを後で示す.

[定理3.5]. コード事象  $R$  が l.p. でないための条件は, ある  $x$ ,  
 $y \in \Sigma^*$  が存在して,  $xy, yx \in R$  かつ  $x(yx)^* \cap R = \emptyset$  が成立す  
 ることである.

証明. 十分性.  $R$  が l.p. でありかつ  $xy, yx \in R, x(yx)^* \cap R$   
 $= \emptyset$  とする.  $w = u_1 u_2, u_1 = x(yx)^k, u_2 = (yx)^k y, w' = u_1' u_2',$   
 $u_1' = u_2' = (yx)^k$  とおく.  $w, w', u_1', u_2' \in R, R_R(u_1) = R_R(u_1'), L_R(u_2)$

$=L_k(u_2)$  かつ  $R$  が  $k$ -P. であるから  $u_1 \in R$ , 矛盾. 必要性.  $R = (w_1 u \dots u w_n)^*$  とし  $R$  が  $k$ -P. でないとする.  $k = 2pn^2r + 1$  とおく,  $\Sigma = \Sigma^*$ ,  $P = \max\{|w_i|\}$ ,  $r = \#\Sigma$ ,  $A = \langle \Sigma, Q, \delta, \Delta, F \rangle$  は,  $R$  の既約オートマトンである.  $R$  は  $k$ -P. でないから,  $u_1, u_2 \in R$ ,  $v \in \Sigma^*$  が存在して,  $v = L_k(u_1) = L_k(u_2)$  または  $v = R_k(u_1) = R_k(u_2)$  であり, かつ,  $v$  は  $w_1, \dots, w_n$  による,  $u_1$  と  $u_2$  に従った  $\Sigma$  通りの分解をもつ.  $v = L_k(u_1) = L_k(u_2)$  とする ( $v = R_k(u_1) = R_k(u_2)$  のとき同様に証明できる).  $\Sigma$  通りの分解に従って  $v$  を表現して,  $v = w_{i_1} w_{i_2} \dots w_{i_s} z_1$  (分解 A),  $v = y_0 w_{j_1} w_{j_2} \dots w_{j_t} z_2$  (分解 B),  $\Sigma = \Sigma^*$ ,  $y_0$  はある  $w_i$  の接尾辞,  $z_1, z_2$  はそれぞれある  $w_j, w_m$  の接頭辞,  $y_0 w_{j_1} \dots w_{j_\mu} \in R$  ( $0 \leq \mu \leq t$ ). 三組  $(w_{i_0}, l, w_{j_\mu})$  の系列  $W$  を分解 A と分解 B によりつぎのようにつくる: (1).  $W$  は三組  $(w_{i_0}, l, w_{j_1})$  で始まる,  $\Sigma = \Sigma^*$   $\nu = \min\{m \mid |w_{i_1} \dots w_{i_m}| > |y_0|\}$ ,  $k \leq l$   $l = |y_0| - |w_{i_1} \dots w_{i_{\nu-1}}|$ . (2). 三組  $(w_{i_0}, l, w_{j_\mu})$  の直後に続く三組  $(w_{i_0}, l', w_{j_{\mu'}})$  は,  $\nu' = \min\{m \mid |w_{i_1} \dots w_{i_m}| > |y_0 w_{j_1} \dots w_{j_\mu}|\}$  かつ  $m > \nu$ ,  $\mu' = \min\{m \mid |w_{i_1} \dots w_{i_\nu}| < |y_0 w_{j_1} \dots w_{j_m}|\}$  かつ  $m > \mu$ ,  $k \leq l'$   $l' = |y_0 w_{j_1} \dots w_{j_{\mu'-1}}| - |w_{i_1} \dots w_{i_{\nu-1}}|$  を満たす.  $W$  をつぎのようにつくる.  $k = 2pn^2r + 1$  より, ある三組  $(w_{i_0}, l, w_{j_\mu})$  が存在して,  $(w_{i_0}, l, w_{j_\mu})$  は少なくとも,  $(r+1)$  回  $W$  に現われることを知る. よって,  $v$  はつぎの  $\Sigma$  通りの分解をもつ:

$$v = v_0 w_{i_0} v_1 w_{i_0} \dots v_r w_{i_0} v_{r+1} = v_0' w_{j_\mu} v_1' w_{j_\mu} \dots w_{j_\mu} v_r' w_{j_\mu} v_{r+1}', \Sigma = \Sigma^*$$

$\mathbb{Z}^r$ ,  $|v_0' w_{j\mu} v_1' \dots w_{j\mu} v_m'| - |v_0 w_{i\mu} v_1 \dots w_{i\mu} v_m| = l \quad (0 \leq m \leq r)$ ,  
 $v_0, v_i, v_i' \in R \quad (1 \leq i \leq r)$ ,  $v_0' w_{j\mu} v_1' \dots w_{j\mu} v_m' \notin R \quad (0 \leq m \leq r)$ .  
 $g_m = \delta(\alpha_1, v_0 w_{i\mu} v_1 \dots w_{i\mu} v_m) \in \mathbb{F} \quad (0 \leq m \leq r)$  とおく. ある  $0 \leq m_0 < m_1 \leq r$  が存在して  $g_{m_0} = g_{m_1}$ .  $w = v_0 w_{i\mu} \dots v_{m_0}$ ,  $v_0' = v_0 x$ ,  $w_{i\mu} = x x'$  かつ,  $y = x' v_{m_0+1} w_{i\mu} \dots w_{i\mu} v_{m_1}$  とおく.  $w \in R$ ,  $x y = w_{i\mu} v_{m_0+1} \dots w_{i\mu} v_{m_1} \in R$ ,  $y x = w_{j\mu} v_{m_0+1}' \dots w_{j\mu} v_{m_1}' \in R$ . したがって  $\delta(\alpha_1, w x (y x)^*) = \delta(\alpha_1, w x)$  すなわち,  $x (y x)^* \cap R = \emptyset$ . (証明終)

上の証明より, つぎのアルゴリズムを得る:  $R = (w_1 u \dots u w_n)^*$  とする.  $\alpha = \{x \mid x \text{ はある } w_i, 1 \leq i \leq n, \text{ の接頭辞}\}$  とおく.  $R$  が l.p.  $\Leftrightarrow R \alpha \cap \alpha R \cap \bar{R}$  は無限事象.

[定理 3.6]. コード事象  $R$  が s.l.t. であるための条件は,  $R$  が l.p. であることである.

証明. つぎの二つの補題を証明すれば十分である.

(補題 3.1) 事象  $(w_1 u \dots u w_n)^*$  が l.p. ならば, 事象  $(w_1 u \dots u w_n)^*$  は  $(2k+p)$ -s.l.t. である,  $\Rightarrow$   $p = \max\{|w_i|\}$ .

証明.  $R = (w_1 u \dots u w_n)^*$  とし  $m = 2k+p$  とおく.

$\alpha = \{x \mid \text{ある } y \in R \text{ に対して } x = L_m(y)\}$ ,  $\beta = \{x \mid \text{ある } y \in R \text{ に対して } x = R_m(y)\}$   
 とし  $\beta = \{x \mid \text{ある } y \in R \text{ に対して } x \in I_m(y)\}$  とおく. 長さ  $m$  以上の任意の  $w \in \Sigma^*$  に対して,  $w \in R \Leftrightarrow L_m(w) \in \alpha, I_m(w) \subseteq \beta$  かつ  $R_m(w) \in \beta$  であることを証明する.  $w$  を  $m$  以上の長さの任意の語とする.  $w \in R$  なら定義より  $L_m(w) \in \alpha, I_m(w) \subseteq \beta$  かつ

$R_m(w) \in \mathcal{J}$ . 逆に  $L_m(w) \in \mathcal{A}$ ,  $I_m(w) \leq \beta$  かつ  $R_m(w) \in \mathcal{J}$  とする.  $|w| \geq m+2$  の場合の証明を与えろが,  $|w|=m$  または  $m+1$  の場合と同様に証明できる.  $w = x a_1 a_2 z = b_1 x' a_2 z = w' a_3$  とおく, 二二で,  $|x|=|x'|=m$ , かつ  $a_1, a_2, b_1, a_3 \in \Sigma$ .  $w$  を  $w_1, \dots, w_n$  で左から分解する. ある  $v \in R$  に対しても,  $x = L_m(w) = L_m(v)$ .  $v = x u_1$  とおく.  $v$  に従った  $x$  の分解  $x = x_0 x_1$  が存在して,  $x_0, x_1 u_1 \in R$ ,  $l < |x_0| \leq l+p$  かつ  $l \leq |x_1| < p+l$ . ある  $v' \in R$  に対しても  $x' \in I_m(v')$ .  $v' = v'_0 x' u'_1$  かつ  $x_0 = b_1 z_0$  とおけば,  $v' = v'_0 z_0 x_1 a_1 u'_1$ .  $R_{-l}(v'_0 z_0) = R_{-l}(x_0)$ ,  $L_{-l}(x_1 a_1 u'_1) = L_{-l}(x_1 u_1)$  かつ  $v' \in R$ .  $R$  が  $l-p$  であるから,  $v'_0 z_0, x_1 a_1 u'_1 \in R$ . よって,  $b_1 x'$  の分解  $b_1 x' = x'_0 x'_1$  が存在して,  $x'_0, x'_1 u'_1 \in R$ ,  $l+1 < |x'_0| \leq l+p+1$  かつ  $l \leq |x'_1| < p+l$ . この操作を繰り返して,  $w'$  の分解  $w' = w'_0 w'_1$  を得る, 二二で,  $w'_0 \in R$ , ある  $z' \in \Sigma^*$  に対しても  $w'_1 z' \in R$ , かつ  $l \leq |w'_1| < p+l$ .  $y = R_m(w)$  とおく. ある  $v'' \in R$  に対しても  $y = R_m(v'')$ .  $v'' = v''_0 y = v''_0 z''_0 w'_1 a_3$  とおく. 前と同様にして,  $v''_0 z''_0, w'_1 a_3 \in R$ . ゆえに  $w \in R$ . (証明終).

(補題3.2) コード事象  $R$  が s.t. ならば,  $R$  は l.p. である.

証明.  $R$  が  $m$ -s.t.,  $m \geq 1$ , でかつ l.p. でないとする. 定理3.5よりある  $x, y \in \Sigma^*$  が存在して,  $xy, yx \in R$  かつ  $x(yx)^* \cap R = \emptyset$ .

$w = x(yx)^m$  とおく.  $L_m(w) = L_m((xy)^m)$ ,  $I_m(w) \leq I_m((xy)^{m+1})$ ,  
 $R_m(w) = R_m((yx)^m)$ , かつ  $(xy)^m, (xy)^{m+1}, (yx)^m \in R$ .  $R$  が  $m$ -s.t. であるから  $w \in R$ , 矛盾. (証明終)

注意 補題3.1は定理2を包含する。

[定理3.7] 単義コード事象  $R$  に対して,  $\Gamma$  型の三つの命題は等価である: (1)  $R \in \text{LT}$  (2)  $R \in \text{SLT}$  (3)  $R$  は l.p.

証明 (1)  $\Rightarrow$  (3) を証明すれば十分である.  $R$  が l.t. でありかつ l.p. でないとする. 定理3.3より  $x, y \in \Sigma^*$  が存在して,  $xy, yx \in R$  かつ  $x(yx)^* \cap R = \emptyset$ .  $u_1 = (xy)^k (yx)^k (xy)^k$ ,  $u_2 = (xy)^k (yx)^k (xy)^k x (xy)^k$  かつ  $u_3 = (xy)^k x (xy)^k (yx)^k (xy)^k$  とおく.  $T_R(u_1) = T_R(u_2) = T_R(u_3)$  と  $u_1 \in R$  より  $u_2, u_3 \in R$ .  $u_2, u_3$  と定理3.2より  $(xy)^k x (xy)^k = x (yx)^k (xy)^k \in R$ . 同様に,  $(yx)^k (xy)^k x \in R$ . これらと定理3.2より,  $x \in R$ , 矛盾. (証明終)

定理3.7は Q3 に対して肯定解を与える.

注意. l.t. であるが s.l.t. でない多義コード事象が存在する:  $R = (1000100001100000111000101100110100)^*$  とおく.  $\bar{R} = 0(10)^* \cup 1(01)^*$ .  $T_2(\bar{R}) = \{T_2(w) \mid w \in \bar{R}\}$  とおけば,  $T_2(\bar{R}) = \{\langle 01, \emptyset, 10 \rangle, \langle 10, \emptyset, 01 \rangle, \langle 01, 110, 01 \rangle, 10 \rangle, \langle 10, 101, 10 \rangle, 01 \rangle\}$ . 任意の  $w \in \Sigma^*$ ,  $|w| \geq 2$ , に対して  $w \in \bar{R} \Leftrightarrow T_2(w) \in T_2(\bar{R})$ . よって,  $\bar{R}, R$  は 2-t.  $t=3$  が  $R$  は l.p. でない. したがって  $R$  は s.l.t. でない.

McNaughton と Zalcstein は  $\Gamma$  型の定理を証明した (12). (ただし  $\Sigma^*$  ではなく半群の命題を語の命題に言い換えた).

[定理4]  $R \subseteq \Sigma^+$  が l.t. であるための条件はある  $w, e, u, w, w_2 \in \Sigma^*$  が存在して  $\Gamma$  型の命題中, 一つが成立する  $\Leftrightarrow$  とである:

- (a).  $w, e \in^* v \in^* w_2 \subseteq R$  から  $w, e \in^* v \in^* v \in^* w_2 \cap R = \emptyset$ .  
 (b).  $w, e \in^* v \in^* w_2 \cap R = \emptyset$  から  $w, e \in^* v \in^* v \in^* w_2 \subseteq R$ .  
 (c).  $w, e \in^* v \in^* w, e \in^* w_2 \subseteq R$  から  $w, e \in^* w, e \in^* v \in^* w_2 \cap R = \emptyset$ .

この定理より, コード事象に対する条件をつぎの定理のよ  
うに得る. 証明は省略するがその概略は: 十分性は明らか.  
必要性は, 定理4の(a), (b), (c)より, それぞれ定理3.8の(1), (2)または  
(3), あるいは(4)または(5), が成立することを, 定理3.4の証明と  
同様な方法により証明される.

[定理3.8]. コード事象  $R$  が l.t. でないための条件は,  $x, y, z, v, w, e \in \Sigma^*$  が存在してつぎの命題中, 一つが成立することを示す:

(1).  $x, y, y, x, v \in R$  から  $(xy)^* \cup (yx)^* \cup y \cup (yx)^* \cap R = \emptyset$ .

つぎの(2)~(5)において,  $x, y, z, y, z, x, z, x, y, v, w \in R$  とする:

(2).  $(xyz)^* \cup (yzx)^* \cup yz \cup y(zxy)^* \subseteq R$  から  $(xyz)^* \cup y(zxy)^* \cap R = \emptyset$ .

(3).  $(xyz)^* \cup (zxy)^* \cup z \cup zx(yzx)^* \subseteq R$  から  $(xyz)^* \cup zx(yzx)^* \cap R = \emptyset$ .

(4).  $(xyz)^* \cup x \cup (zxy)^* \cup zw(yzx)^* \cap R = \emptyset$ .

(5).  $(xyz)^* \cup xy \cup (yzx)^* \cup yzw(zxy)^* \cup zx \cap R = \emptyset$ .

注意. 上の(1)~(5)の各条件は, ある  $x', y' \in \Sigma^*$  が存在して,  $x', y', y', x' \in R$  から  $x'(y', x')^* \cap R = \emptyset$  が成立することを保証する.

4. NC, LT, SLT をそれぞれ保存する単射準同型

以後 "f" により, "単射準同型  $f: \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$ " を表わす.

[定義4.1]  $f$ が $\Gamma$ 型の(1),(2),(3)を満たすとき,  $f$ はそれぞれ NC, LT, SLTを保存するという: (1). 任意の  $R \subseteq \Sigma^*$  に対して,  $R \in NC \Leftrightarrow f(R) \in NC$ . (2). 任意の  $R \subseteq \Sigma^*$  に対して,  $R \in LT \Leftrightarrow f(R) \in LT$ . (3). 任意の  $R \subseteq \Sigma^*$  に対して,  $R \in SLT \Leftrightarrow f(R) \in SLT$ .

[定理4.1] 任意の  $R \subseteq \Sigma^*$  に対して,  $\Gamma$ 型の命題が成立する:

- (1)  $R \notin NC$  ならば  $f(R) \notin NC$ . (2)  $R \notin LT$  ならば  $f(R) \notin LT$ .
- (3)  $R \notin SLT$  ならば  $f(R) \notin SLT$ .

証明は省略するが, (3)の場合,  $f(R)$ が $R$ -st. ならば  $R$ は  $(R^2)$ -st. であることを証明できる.

$\Gamma$ 型の定理は,  $\Sigma$ の上の $n.c$ 事象の族は,  $a_i \in \Sigma$  と  $\wedge$  を含み  $\Gamma$ 型演算とコンカテネーションで閉じた最小の族である (1)参照) ことから, 証明される.

[定理4.2]  $f$ がNCを保存するための条件は  $f(\Sigma^*) \in NC$  が成立することである.

[定理4.3]  $f$ がSLTを保存するための条件は  $f(\Sigma^*) \in SLT$  が成立することである.

証明. 必要性は明らか. 十分性.  $f(\Sigma^*) \in SLT$  とする. 定理3.6より  $f(\Sigma^*)$ はある  $n \geq 1$  に対して  $n-p$ . 定理4.1より  $R \in SLT$  ならば  $f(R) \in SLT$  を証明すれば十分.  $\alpha, \beta, \gamma \subseteq \Sigma^l$  が存在して任意の  $w \in \Sigma_1^*$ ,  $|w| \geq l$ , に対して  $w \in R \Leftrightarrow L_\alpha(w) \in \alpha, I_\beta(w) \subseteq \beta, \text{かつ } P_\gamma(w) \in \gamma$  とする.  $m = 2n + lp$  とおき,  $l = 2, p = \max\{|w_0| \mid w_0 \in f(\Sigma)\}$ .  $\alpha'$



$= \{x \mid x = L_m(y), y \in f(R)\}, \beta' = \{x \mid x \in I_m(y), y \in f(R)\}$  かつ  $\gamma' = \{x \mid x = R_m(y), y \in f(R)\}$  とおく.  $w \in \Sigma_2^*, |w| \geq m$  とする.  $w \in f(R)$  ならば  $L_m(w) \in \alpha', I_m(w) \in \beta'$  かつ  $R_m(w) \in \gamma'$ . 逆に  $L_m(w) \in \alpha', I_m(w) \in \beta', R_m(w) \in \gamma'$  とする. 補題3.1の証明と同様にし  $\Sigma_2^*$  に  $x \neq \perp$  かつ  $w = f(x)$  を証明できる.  $v = L_R(x) \cdot u_0$  とおく. ある  $y \in f(R)$  に対し  $L_m(w) = L_m(y)$ .  $y = f(L_R(x))y_0$  とおく.  $L_R(y_0) = L_R(f(u_0))$ ,  $f(\Sigma_1^*)$  は  $R$ -p. かつ  $f(L_R(x)), f(u_0) \in f(\Sigma_1^*)$  より,  $y_0 \in f(\Sigma_1^*)$ . よって  $L_R(x) \in \alpha$ . 同様に  $R_R(x) \in \gamma$ .  $x \in I_R(x)$  かつ  $v = u_0 \cdot x \cdot u_1$  とする. 三つの場合に分ける. (1).  $|f(u_0)| \geq R$  かつ  $|f(u_1)| \geq R$  の場合. ある  $y' \in f(R), z_0, z_0', z_1, z_1' \in \Sigma_2^*$  が存在し  $z_0 f(x) z_1 \in I_m(y'), w = z_0' z_0 f(x) z_1 z_1'$  かつ  $|z_0|, |z_1| \geq R$ .  $y = y_0' z_0 f(x) z_1 y_1'$  とおく. 上と同様にし  $y_0' z_0 z_1 y_1' \in f(\Sigma_1^*)$ . よって  $x \in \beta$ . (2).  $|f(u_0)| < R$  の場合.  $|f(u_0 x)| < R + lP$ .  $L_m(w) = L_m(y)$  かつ  $y \in f(R)$ .  $y = f(u_0 x) y_2$  とおく.  $L_R(y_2) = L_R(f(u_1))$ . 上と同様にし  $y_2 \in f(\Sigma_1^*)$ . よって  $x \in \beta$ . (3).  $|f(u_1)| < R$  の場合. (2)と同様にし  $x \in \beta$ . よって  $v \in R$ . ゆえに  $w \in f(R)$ . (証明終)

つぎの定理は,  $\Sigma$  の上の l.t. 事象の族は,  $\Sigma$  の上の s.l.t. 事象の族のブール演算による閉包であることから証明される.

[定理4.4]  $f$  が SLT を保存するならば  $f$  は LT を保存する.

[系4.1]  $f$  に対し, つぎの命題は等価である:

- (1).  $f(\Sigma^*) \in LT$ . (2).  $f(\Sigma^*) \in SLT$ . (3).  $f(\Sigma^*)$  は l.p. (4).  $f$  は LT を保存する. (5).  $f$  は SLT を保存する.

定理4.2と系4.5は,  $f$ が,  $\kappa$ や $\kappa'$ , NC, LT (SLT)を保存する  
か否かを決定するアルゴリズム $\mathcal{A}$ を与える。

### 5. スターハイトを保存する単射準同型.

$f$ が正規事象のスターハイト(以下s.h.と略す)を保存する  
ための必要条件と十分条件を求める. この節では“正規表現”  
は $\cup, \cdot, *$ のみで表わされるとし,  $\langle E \rangle$ により正規表現 $E$ を  
もつ正規事象を表わす.  $h(E)$ により正規表現 $E$ のs.h.を表わ  
し,  $h(R)$ により正規事象 $R$ のs.h.を表わす.  $\Sigma_1$ の上の任意の  
正規事象 $R$ に対し,  $h(R) = h(f(R))$ が成立するとき,  $f$ はs.h.を  
保存するといふ. McNaughtonはつぎの定理を証明した(3).

[定理5].  $\Sigma_1 = \{a_1, \dots, a_p\}$ ,  $\Sigma_2 = \{0, 1\}$ とする.  $f_1(a_i) = 10^i 10^{p-i+1}$ ,  $f_2(a_i)$   
 $= 0^i 1^{p-i+1}$ ,  $f_3(a_i) = 01^i$ ,  $\kappa$ として  $f_4(a_i) = 01^i 0$ とする ( $1 \leq i \leq p$ ).  $f_1$ と $f_2$ は  
s.h.を保存するが,  $f_3$ と $f_4$ の二つはs.h.を保存しない。

つぎに, この定理に対する一つの一般化を求める。

[定義5.1].  $xy, x'y, x'y', x'y' \in f(\Sigma_1)$ ,  $x \neq x'$ かつ $y \neq y'$ を満たす $x, y,$   
 $x', y' \in \Sigma_2^+$ が存在しないとき,  $f$ は非交差性をもつといふ。

[定義5.2].  $w_i \neq w_j$ である任意の $w_i, w_j \in f(\Sigma_1)$ に対し,  $w_i$ が  
 $w_j$ の接頭辞でも接尾辞でもないとき,  $f$ はPS-性をもつといふ。

[定義5.3].  $P(f) = \{x \mid \exists y \in \Sigma^+ \text{ と } w_i \in f(\Sigma_1) \text{ に対し } w_i = xy\}$ ,  $\kappa$ として  
 $S(f) = \{x \mid \exists y \in \Sigma^* \text{ と } w_i \in f(\Sigma_1) \text{ に対し } w_i = yx\}$ とおく.  $R \subseteq \Sigma_2^*$ を正

規事象とする.  $U_1 R U_2 \subseteq f(\Sigma^*)$  を満たす任意の  $U_1, U_2 \in \Sigma^*$  に対し,  
 つぎの (1), または (2) が成立するとき  $R$  は TAG-性をもつという:

(1) ある  $y \in S(f)$  が存在して, 任意の  $w \in R - \{\lambda\}$  に対し  $U, X \in \Sigma^*$   
 が存在して  $w = yUX, X \in P(f), U_1 y, U_1 X U_2 \in f(\Sigma^*)$  かつ  $Xy \in f(\Sigma_1)$ .

(2) ある  $X \in P(f)$  が存在して, 任意の  $w \in R - \{\lambda\}$  に対し  $U, y \in \Sigma^*$   
 が存在して  $w = yUX, y \in S(f), U_1 y, U_1 X U_2 \in f(\Sigma^*)$  かつ  $Xy \in f(\Sigma)$ .

(1), (2) の場合,  $R$  は  $(U_1, U_2)$  に関して, 左のタック"  $y$  と  
 後のタック"  $X$  をもつという.  $T(R, U_1, U_2)$  により (1) または (2) の条件  
 を満たす  $X, y$  の対  $(X, y)$  の集合を表わす. ( $T(R, U_1, U_2)$  は有限集合)

[定理 5.1].  $f$  が s.h. を保存するならば  $f$  は非交差性をもつ.

証明.  $xy, x'y, xy', x'y' \in f(\Sigma), x \neq x'$  かつ  $y \neq y'$  とする.  $xy \neq x'y'$  と  
 仮定できる.  $R = x(yx \cup y'x')^* y$  とおく.  $R \subseteq f(\Sigma^*)$  かつ  $h(R) = 1$ .  $E$  を  
 $f^+(R)$  の任意の正規表現とする.  $E$  に現われる記号と文字の個数を  
 $r$  とおく.  $U_1 = f^+((xy)^{2r}), U_2 = f^+(xy'(x'y)^{2r}x'y), U_3 = f^+((xy)^{2r}xy'(x'y)^{2r}$   
 $x'y)^r)$  とおく.  $U_1, U_2, U_3 \in f^+(R)$ .  $U_1, U_2$  より  $E$  が " $E_0 = (f^+((xy)^r) \cup E_1)^*$   
 $E_0' = (f^+(x'y)^r) \cup E_1'$ " の形の部分表現をもつことを知る. 二のよう  
 な  $E_0, E_0'$  の形のすべての部分表現の集合をそれぞれ  $A, B$  とすれば,  
 $A \cap B = \emptyset$ .  $U_3$  と  $E$  より  $h_a(E) \geq 2$ . かつ  $h(f^+(R)) \geq 2$ . (証明終)

$\langle E \rangle \subseteq f(\Sigma^*)$  かつ  $f^+(\langle E \rangle)$  の正規表現を,  $a_i \in \Sigma_1$  に対し  $E$  の  $f(a_i)$  を  
 $a_i$  で置き換えて得られるとき, 正規表現  $E$  を標準形という.

[定理 5.2].  $f$  が非交差性と PS-性をもてば,  $f$  は s.h. を保存する.

証明.  $r(R) \geq r(f(R))$  は明らか. 逆はつぎの補題より証明される.

(補題)  $E$  は正規表現,  $u_1, u_2 \in \Sigma_2^*$ ,  $u_1 \langle E^* \rangle u_2 \in f(\Sigma_2^*)$  から  $r(\langle E^* \rangle) = r_\alpha(E) + 1$  ならば, つぎの(1), (2) が成立する: (1)  $\langle E^* \rangle$  は TAG-性をもつ. (2)  $\langle E \rangle$  の正規表現  $E_1$  が存在して,  $E_1 = (u_i y_i E_i x_i) \cup \delta(E)$ ,  $\delta(E)$  <sup>(\*)</sup> として  $r_\alpha(E_1) = r_\alpha(E)$ ,  $\Rightarrow$   $T(\langle E \rangle, u_1, u_2) = \{u_i (y_i x_i)\}$  として  $E_i$  は標準形.

(証明は紙数の関係で省略する). 例:  $\Sigma_1 = \{a_1, \dots, a_p\}$ ,  $\Sigma_2 = \{0, 1\}$  とする.  $f_{1,j}(a_i) = (1^i 0^i)^j$ ,  $f_{2,j}(a_i) = (10^{2^i-1})^j$ , として  $f_3(a_i) = |0^{S(i)}|$  とする,  $\Rightarrow$   $1 \leq i \leq p$ ,  $j \geq 1$  として  $S(i) = 1 + \dots + i$ .  $f_{1,j}$  と  $f_{2,j}$  は s.h. を保存するが  $f_3$  は保存しない. つぎの系の証明は省略する.

[系5.1] 任意の  $n \geq 1$  に対して  $r(R) = n$  である  $\Sigma = \{0, 1\}$  の上の s.t. 事象  $R$  が存在する.

## 6. おおび

コード事象が n.c., l.t., s.l.t. であるための条件と単射準同型が NC, LT, SLT を保存するための条件 <sup>と</sup> s.h. を保存するための必要条件と十分条件を求めた. 謝辞. 本学, 本多研, 木村研の皆様の熱心な討論と有益な助言に対し深謝いたします.

## 参考文献

1. McNAUGHTON AND PAPER, "Counter-Free Automata", MIT Press, 1971.
  2. ZALCSTEIN, Locally testable languages, J.C.S.S. 6. (1972).
  3. McNAUGHTON, The loop complexity of regular events, Infor. Sci. 1 (1969).
- (\*)  $\lambda \in \langle E \rangle$  のとき  $\delta(E) = \lambda$ .  $\lambda \notin \langle E \rangle$  のとき  $\delta(E) = \phi$ .