数理解析研究所講究録
229巻 1975年 110-121

Penalty Automaton による記号系列パターンの識別

静岡大学　工学部　阿部圭一

1. はじめに

パターン認識の識別対象として離散記号の系列を考えるとき，当然，オートマトンならびに言語理論の成果の適用が考えられる．しかしながら，従来のオートマトン理論は余りに決定的かつ精緻でありすぎるために，大規模なパターンの集合にたいしては効率の点からほとんど適用不可能であろうと筆者は推測している．

そこで，有限オートマトンを「あいまい化」したものとして，Penalty Automaton をさきに提案した[1]．しかしながら，Penalty Automaton ですらもパターン認識の目的には複雑すぎると考えられるので，以下では，さらに Feed-forward 型の Penalty Automaton にのみ限定して議論を進めたい．

2. Feed-forward Penalty Automaton の定義

Feed-forward Penalty Automaton は，Penalty Automaton

の1つのサブセットであって，枝分かれのないPenalty Automatonでかつ自己ループを除いては前方の状態から後方の状態へ戻る推移の存在しないものをいう．枝分かれを許さないことについては，最終節の［性質2］より（効率の点を除いては）問題はないし，前方から後方へ戻る推移を許さないことについては，例えば音声認識においては状態の推移は時間の進行に対応することから，ほぼ妥当な仮定と言い得る．Feed-forward Penalty Automaton は記号系列パターンの識別に適したモデルであると言えるし，またその例もある[2]．以下では，Penalty Automatonをpen. a.，Feed-forward Penalty Automatonをf. pen. a. と略記する．

f. pen. a. はつぎの6-tupleで形式的に定義される．

$$A=(K,\Sigma,w,s_0,s_k,\alpha) \tag{1}$$

$K=\{s_0,s_1,s_2,\cdots,s_k\}$：状態集合．

$\Sigma=\{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\cdots,\sigma_\ell\}$；入力記号の集合．

$w: K\times\Sigma\times K\longrightarrow[0,\infty]$ への写像．

$w(s,\sigma,s')$を「入力記号σによって状態sから状態s'へ推移するのに要する罰金」と称する．ただし，wはつぎの条件を満足するものとする（すなわち，feed-forwardである）．

$$w(s_i,\sigma_h,s_j)\begin{cases}\leqq\infty & (i\leqq j)\\ =\infty & (i>j)\end{cases} \tag{2}$$

s_0：初期状態.

s_k：最終状態.

α：閾値.　$\alpha \in [0, \infty)$

入力記号系列$\xi = \xi_1 \xi_2 \cdots \xi_n \in \Sigma^*$にたいして，$\xi$にたいするf. pen. a. の罰金$W(\xi)$を

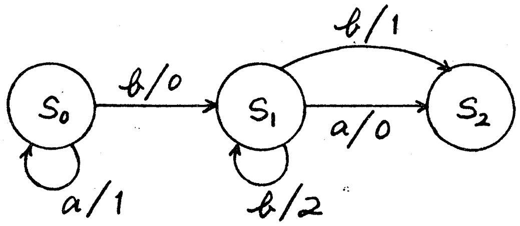
$$W(\xi) \equiv \min_{s^{(1)}, \cdots, s^{(n-1)}} \sum_{i=1}^{n} w(s^{(i-1)}, \xi_i, s^{(i)}) \tag{3}$$

ここに，$s^{(0)} \equiv s_0$，$s^{(n)} \equiv s_k$，$s^{(i)} \in K$ $(i = 1, \cdots, n-1)$

と定義するとき，f. pen. a. の動作をつぎのように定める.

$$\left.\begin{array}{ll} W(\xi) \leqq \alpha & \text{ならば}\ \ \xi\text{を accept} \\ W(\xi) > \alpha & \text{ならば}\ \ \xi\text{を reject} \end{array}\right\} \quad (4)$$

3. Feed-forward Penalty Automaton の例と性質



$\Sigma = \{a, b\}$
$\alpha = 2$

入力記号/罰金 →　　（罰金∞の推移は省略する）

図 1．f. pen. a. の例

図1にf. pen. a. の一例を示す．この例のように，f. pen. a. の推移は一般に非決定的である．図1のf. pen. a. でacceptされる記号系列がつぎの6個のみであることは容易に確かめられる.

$$ba,\ bb,\ bba,\ abb,\ aba,\ aaba \qquad (5)$$

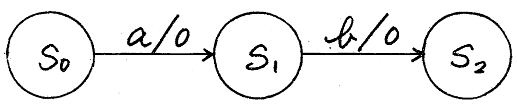
f. pen. a. の識別能力については，つぎの性質が成り立つ。

［性質1］ f. pen. a. の識別する系列集合の族は，正規表現の＊演算を，単一の記号または単一の記号のみからなる集合にたいしてのみ適用可能であると制限した，正規表現の部分集合に等しい。

（証明の方針）

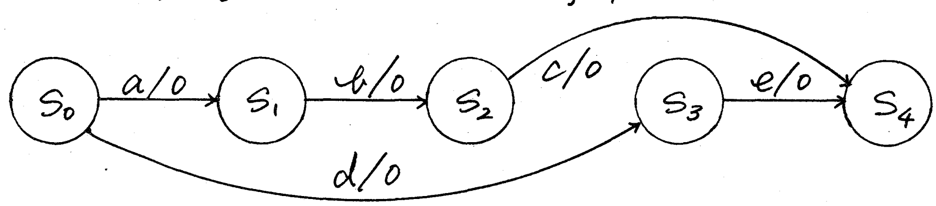
(i) 例えば $(ab)^*$ を f. pen. a. が識別できないことは明らか。

(ii) 例えば ab を識別する f. pen. a. は



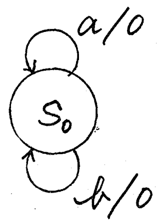
$\alpha=0$

(iii) 例えば $abc \vee de$ を識別する f. pen. a. は



$\alpha=0$

(iv) 例えば $(a \vee b)^*$ を識別する f. pen. a. は



$\alpha=0$

（終）

$(ab)^*$ を f. pen. a. が識別できないことは，音声認識において時間の逆転を許さないこと（2ページ参照）に対応する．パターン認識の対象とすべき記号系列集合は，正規表現ですらなくて，上のような正規表現の部分集合ではなかろうか．

4. Feed-forward Penalty Automaton と動的計画法との関係

上記の f. pen. a. にたいして入力記号系列 ξ を与えたときの罰金和 $W(\xi)$ は，動的計画法を用いてつぎのように求められる．$t(i,j)$ を，i 番目の記号 ξ_i によって状態 s_j へ推移するまでに得た部分罰金和とすると，

$$t(i,j) = \min_{h \leq j}[t(i-1,h) + w(s_h, \xi_i, s_j)]. \qquad (6)$$

これを，出発値

$$\left.\begin{aligned} &t(i,-1) = \infty \quad (i = 0, 1, \cdots) \\ &t(-1,j) = \infty \quad (j = 0, 1, \cdots) \\ &t(0,0) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

にたいして計算し，$t(n,k)$ を求めれば，

$$W(\xi) = t(n,k) \qquad (8)$$

となる．

このように，pen. a. を feed-forward 型に限定したために，これまで2つの系列の間で動的計画過程を考えていたものが，入力記号系列と状態との間で考えられることになり，

見通しが良くなった.

5. Feed-forward Penalty Automaton の構成法

入力記号の集合Σ(要素数l)は与えられているとして,状態数$k+1$を定めれば,f. pen. a. の可能な状態間推移の最大個数は$\frac{(k+1)(k+2)}{2}\cdot l$である.すなわち,すべての($s_i$, o_h, s_j)($i \leq j$)にたいして$w(s_i, o_h, s_j)$を定めれば,f. pen. a. は一意に定まる.式(3),(4)の罰金和$W(\xi)$は,min演算を除けばこれらのwの線形不等式であるから,組合せ的な方法でこれらの式を満足するwの値を決定することは可能ではあろう.しかし,一般にパターン認識の問題では学習パターン†の個数は非常に多く,したがって,組合せ的手法でなく,いわゆる訓練(training)アルゴリズムに類する方法をとらざるを得ないと思われる.その場合,線形識別関数にたいして成立するような訓練アルゴリズムの収束定理が成立することは期待できないであろう.なぜなら,式(3)から知られるように,状態列$s^{(1)}, \cdots, s^{(n-1)}$の「少なくとも1つの」

---

† ここで考えているのは教師つきパターン認識であり,属すべき正しい類を指示されたパターンを用いて識別機構を学習により構成する.このようなパターンを学習パターンと呼ぶ.

組合せにたいして$W(\Xi) \leqq \alpha$となるか否かが問題となるため，どの組合せについてwを変更するかという，区分的線形識別関数の訓練の場合と同様な問題（6節の問題点(5)参照）が生ずるからである．

f. pen. a. の1つの訓練法として，つぎのような方法が考えられる．学習パターンの集合を1つの順序のついた列（訓練パターン列）に並べ，この列を繰返し入力するものとする．また，f. pen. a. の状態数はあらかじめ与えられているものとする†．入力記号系列Ξがacceptすべき系列であるときは，つぎの操作を行なう．

(A-i) $W(\Xi) \leqq \alpha$ならば，f. pen. a. は変更する必要がない．そのまま，つぎの入力にたいする検査へ行く．

(A-ii) $\alpha < W(\Xi) < \infty$ならば，閾値αを変更し，新しい閾値を$\alpha = W(\Xi)$とおく．

(A-iii) $W(\Xi) = \infty$ならば，$W(\Xi) < \infty$となるように新しい推移（罰金0）を付加する．一般に，このような推移の付加の仕方は複数通りある．したがって，その1つを

---

† この状態数は，与えられたacceptすべき学習パターンの集合中の，系列長の最小値＋1以上，系列長の最大値＋1以下の範囲で選ぶのが適当である．

選択して手順を先へ進め，収束しなかった場合には back track して別の選択を採るような考慮が必要と考えられる．

また，reject すべき入力記号系列 ξ にたいしては，

(R-i) $W(\xi) > \alpha$ ならば，f. pen. a. は変更する必要がない．

(R-ii) $W(\xi) \leqq \alpha$ ならば，α 以下の $W(\xi)$ の値をもたらす全ての推移の path の「全ての」枝にたいする罰金を1だけ増す．

6. Feed-forward Penalty Automaton の訓練の例

式(5)の6個の系列を accept すべき学習パターンとし，つぎの10個の系列を reject すべき学習パターンとする，状態数3の f. pen. a. を構成してみよう．

a, b, aa, ab, aaa, aab, baa, bab, bbb, abba

訓練パターン列をつぎのようにとったと仮定する．

ba(A), a(R), b(R), bb(A), aa(R), ab(R), bba(A), aaa(R), aab(R), abb(A), baa(R), bab(R), aba(A), bbb(R), aaba(A), abba(R)

ここに，括弧内の A および R は，accept すべき系列，reject すべき系列の別を示す．

前節の訓練アルゴリズムは，(A-iii) に述べた選択により任意性があるが，ある選択を行なった場合には，訓練は収束し

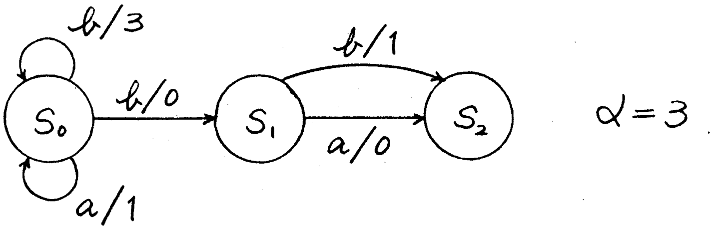


図2. 訓練アルゴリズムによって得られたf. pen. a.

図2のf. pen. a. が得られる.

しかし，つぎのような構造を選択した場合には，訓練は収束しない.

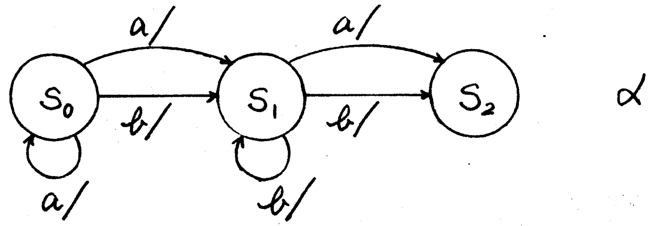


図3. 訓練アルゴリズムの収束しないf. pen. a. の例

上記の訓練アルゴリズムでは，つぎのような点が問題となる.

(1) f. pen. a. の状態数をどのように与えれば良いか.

(2) 学習パターンをどのような順序で訓練パターン列に並べれば良いか.

(3) 操作(A-iii)において，どのような推移を付加すれば訓練の収束が期待できるか.

(4) 収束しないことをどのようにして検出するか. また，そのときどのようにしてback trackするか.

(5) 操作(R-II)において，「全ての」枝の罰金を増すことは妥当か.

これらの問題点の解決については，今後考察を進めていきたい．その場合に，区分的線形識別関数にたいする訓練アルゴリズムの研究が大いに参考になると考えられる．

7. 並列 Feed-forward Penalty Automaton

f. pen. a. は構造がきわめて簡単で扱いやすい反面，その識別能力は限られている．そこで，f. pen. a. をパターン認識に適用するには，つぎのようなモデルを考えるべきであろう．いま，パターンが R 個の類からなるものとし，各類 C_r にたいして Q_r 個，全体で $\sum_{r=1}^{R} Q_r$ 個の f. pen. a. の組を考える（このとき，各 f. pen. a. の閾値 α は無視する）．入力記号系列 ξ にたいする，類 C_r の q 番目の f. pen. a. のもたらす罰金を $W_{rq}(\xi)$ とするとき，

$$W_{r^*q^*}(\xi) = \min_{r,q} W_{rq}(\xi) \tag{9}$$

ならば，系列 ξ は類 C_{r^*} に属すると決定する．これは，区分的線形識別関数などと同様，各類を multi-modal（分布の山が複数個あること）として扱うことを意味する．

このような multi-modal な識別手法においては，各学習パターンを与えられた類のどの mode（サブクラス）q に割り当てるべきかを決定することが識別率に大きく影響するが，

この決定にたいしては，系列間の一様な距離(1)を利用したクラスタリング手法が有効であろうと考えている．

つぎの性質から知られるように，パターン認識を目的とする限り，並列f. pen. a. の識別能力は，並列pen. a. およびpen. a. の能力と本質的な差はない．

［性質2］並列f. pen. a. の識別する記号系列集合の族は，罰金和0の閉ループ（自己ループを除く）を持たない並列pen. a. の識別する記号系列集合の族に等しく，罰金和0の閉ループ（自己ループを除く）を持たないpen. a. の受理する記号系列集合の族を真に含む．

8. 結び

記号系列パターンを識別するためのモデルとして，さきに提案したPenalty Automatonのサブセットである，Feed-forward Penalty Automatonをとりあげた．学習パターンを用いた訓練によってこのオートマトンを構成する問題は，区分的線形識別関数の訓練と類似するところがあり，収束定理は成立しそうにないが，興味深い問題を提起している．

参考文献

(1) 阿部：記号系列パタンを識別するあるオートマトンの構成法について，電子通信学会パターン認識と学習研究会資料 PRL 74－5（'74．5）．

(2) 磯道；時系列パターンのセグメンテーションフリーな認識システム，電子通信学会パターン認識と学習研究会資料 PRL 74-22（'74.9）.