

丹羽敏雄, 大槻筈一両氏の講演に対する質問とコメント

九州大学理学部 占部 実

質問 1. Hamiltonian system は mechanical system としては特殊な system で, このため扱いの上では, 簡単になる面と, また一方その特殊性のためにかえって困難になる面とがある.

例として挙げられた Hamiltonian system で, Hamiltonian が

$$H = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2) + \varepsilon(\cos q_1 - 1)$$

である場合の, cylindrical な  $(q_1, p_1)$ -phase space 上における orbits の挙動についていえば,  $(\pm\pi, 0)$  は centers になっており, この点と separatrices とを除けば; すべての orbits は closed orbits (separatrices で囲まれた領域  $\Delta$  内にあるものは center のまわりをまわる closed orbits,  $\Delta$  の外にあるものは,  $q_1 = \pi$  のときと  $q_1 = -\pi$  のときの  $p_1$  が等しく cylinder 上で closed orbits) になっており, separatrices 自身も幾何図形としてはまた cylinder 上の閉曲線になっている. orbits がこのようになるのは, 考えている system が Hamiltonian system で

あるためであって, Hamiltonian system の特性がここには, 変り渡わられている。

たとえば, 回転磁子の運動をする synchronous motor の運動の場合には, たとえば文献

N. Minorsky : Introduction to Non-Linear Mechanics, 1947,

M. Urabe : Infinitesimal deformation of the periodic solution of the second kind and its application to the equation of a pendulum, J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A, 18 (1954), 183-219.

M. Urabe : The least upper bound of a damping coefficient ensuring the existence of a periodic motion of a pendulum under constant torque, J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A, 18 (1955), 379-389, に示されているように, cylindrical な phase surface 上の orbits の挙動は上のものとよく似ているが, この場合には system に damping が働き, system は Hamiltonian system ではなく, center のところは focus になり, separatrixes は幾何図形として一般には閉曲線にはならず, cylinder 上の closed orbits は現われず discrete にしか現われぬ。そして parameter の特定の値のときのみ,

*separatrices* が幾何図形として *cylinder* 上で閉曲線になる。

*Hamiltonian system* は、どうでもいいものにと比べると、上述したようにいろいろ特殊性をもっているので、最初には述べたように、その研究には容易な面と、また一方ではその特殊性のために困難な面とがあると思う。講演者のこれに対するご意見を承りたい。

質問2. 初めの質問に関連するが、*Hamiltonian system* は明らかに *structurally stable* ではない。*structurally stable* であるという事は、あらゆる小さな変位に対して *system* の *orbits* の *topological characters* がかわらない、という事で、これでは条件が強すぎるのではないかと、という疑問は *Smale*, *Zeman* などもよく知っている。何か、ある制限のもとでの変位に対して不変である、ということに弱められないか。たとえば、*Hamiltonian system* の範囲内での変位という事では、どうなるのであろうか。講演者の話はこういう事になっているような気がするが、これをめぐってのご意見を承りたい。

コメント. 厳密にいえば、*Hamiltonian system* とよ

れているものでも、微少な *damping* などがあるので、数学的には *Hamiltonian system* ではないかも知れないが、現実の現象を解釈する上では *Hamiltonian system* と見做して扱う方がより適切であるものが多く、とくに天体力学の場合はそうであるように思われる。こう考えると、*structurally stable* ではない *system* も現実には重要な意味をもっており、質問者自身、最近人工衛星の軌道計算に関して若干研究を行っているので、本講演には少なからず興味をおぼえた。