数理解析研究所講究録
245巻 1975年 146-148

『ホモロジー理論と力学系（一楽重雄）』招待討論

中央大 理工　松江 広文

一楽氏の講演の中から、特に次の問題をとりあげ、今までに知られている結果を述べる。なお詳しくは [1] を参照。

問題　$f \in \mathrm{Diff}^r(M)$ が structurely stable
かつ f の top. entropy $= 0$
$\Longrightarrow$ f は Morse-Smale diffeo か？

まず、Palis-Smale の予想 [2] をあげる。

予想　$f \in \mathrm{Diff}^r(M)$ が structurely stable
$\Longleftrightarrow$ f が Axiom A と strong transversality condition を満たす。

$\Longleftarrow$ は Robbin [3], Robbinson [4] により云えている。
$\Longrightarrow$ が未解決。

もしも問題が否定的だとすると、予想の（$\Longrightarrow$）に反例がある。

なぜならば、問題の条件を満たし、かつ Morse-Smale

diffeo でないfが存在する。そして、予想の ($\Longrightarrow$) が正しいと仮定すると、そのfは Axiom A と strong transv. condition を満たす。ところが Bowen [5] の次の定理により、$\Omega(f)$ は finite 。よってfは Morse-Smale diffeo. これは矛盾。

定理 $f \in \mathrm{Diff}^r(M)$ が Axiom A を満たすとする。

f の top. entropy $= 0$

$\Longleftrightarrow \Omega(f)$: finite

ただし $\Omega(f)$ は $f : M \longrightarrow M$ の nonwandering set.

問題が肯定的な場合、Morse-Smale diffeo は simplest diffeo であるということが、[1] に詳しく述べられている。

また、次の結果が知られている。

定理 (Palis - Smale) [2]

$f \in \mathrm{Diff}^r(M)$: Morse-Smale

$\Longleftrightarrow \Omega(f)$: finite かつ f : structurely stable.

References

[1] M. Shub, Dynamical Systems, Filtrations and Entropy, Bull. A.M.S. vol 80. No. 1. (1974) pp. 27-41.

[2] J. Palis - S. Smale, Structural Stability Theorems. Proc. Sympos. Pure Math. vol. 14. (1970) pp. 223-232.

[3] J. Robbin, A Structural Stability Theorem. Ann. of Math. vol. 94. (1971) pp. 447-493.

[4] C. Robinson, Structural Stability of Vector Fields, Ann. of Math. vol. 99. (1974) pp. 154-175.

[5] R. Bowen, Topological Entropy and Axiom A, Proc. Sympos. Pure Math. vol. 14. (1970) pp. 23-41.