

双曲型混合問題の L^2 -well-posedness について

奈良女子大 坂本礼子

はじめに 強双曲型方程式は、いかなる境界条件のもとで L^2 -well posed になるかという問題について、必要条件・十分条件の両面から研究がすすめられてきた。とくに定数係数、半空間の場合には、上見-白田による、 L^2 -well-posedness が成り立つための必要十分条件の1つの定式化がある。これは、 (t, y) についての Laplace-Fourier 変換によって得られるパラメータ付きの常微分方程式にかんする一様に well-posedness であった。しかしこれは一様ロパチンスキー条件とのかかわりをあまり明確にするものではなかったように思われる。ここでは、そのような問題を同じくしたから、元の方程式によ、とかなり直接的に求められる代数的量によって L^2 -well-posedness を特徴づけることを試みた。

問題 $t > 0, x > 0, y \in \mathbb{R}^{n-1}$ において、

$$(P) \begin{cases} A(D_t, D_x, D_y)u = f \\ B_j(D_t, D_x, D_y)u|_{x=0} = 0 \quad j=1, \dots, m \\ D_t^j u|_{t=0} = 0 \quad j=0, 1, \dots, m-1 \end{cases}$$

この問題に対する L^2 -well-posedness とは：任意の $T > 0$ に対して、 $C_T > 0$ が存在して、 $C_T \rightarrow 0$ ($T \rightarrow +\infty$) がつ

$$\sum_{i+j+|\nu| \leq m-1} \int_0^T dt \int_{\mathbb{R}_+^n} |D_t^i D_x^j D_y^\nu u(t, x, y)|^2 dx dy$$

$$\leq C_T \int_0^T dt \int_{\mathbb{R}_+^n} |f(t, x, y)|^2 dx dy$$

が成り立つときをいうことにしよう。 ($0 \leq r_j \leq m-1$)

仮定 A : m 次同次, B_j : r_j 次同次 $\underbrace{\hspace{10em}}$ であって,

- i) A は t 軸の方向に強双曲型,
- ii) $x=0$ は A の特性面であり,
- iii) $\{A, B_j\}$ は, ロバチンスキ条件 (Hersh の条件) を満たす.

いま, (t, y) について Laplace-Fourier 変換すれば,

問題は

$$\begin{cases} A(\tau, \eta; D_x) \hat{u}(x) = \hat{f}(x), & x > 0 \\ B_j(\tau, \eta; D_x) \hat{u}(0) = 0, & j=1, \dots, \mu \end{cases}$$

となる。これに対する Green 函数を $G(\tau, \eta; x, y)$ とかくと,

これの $\hat{f} \in L^2$ に対する L^2 解は,

$$\hat{u}(x) = \int_0^\infty G(\tau, \eta; x, y) \hat{f}(y) dy, \quad x > 0$$

と表わせる。このとき, 上見-白田の考察から, つぎのことがいえている。

補題 (P) に対し L^2 -well-posedness が成り立つための必要十分条件は,

$$\|G(\tau, \nu; x, y)\| \Rightarrow \sum_{k=0}^{m-1} \left\| \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^k G(\tau, \nu; x, y) \right\|_{\mathcal{L}(L^2, L^2)} \leq \frac{C}{|\operatorname{Im} \tau|}$$

$$(\tau \in \mathbb{C}^1, \operatorname{Im} \tau < 0, \nu \in \mathbb{R}^{n-1}, |\tau|^2 + |\nu|^2 = 1)$$

である。ただし、 C は (τ, ν) に無関係である。したがってまた

$$G(\tau, \nu; x, y) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{e^{i(x-y)\xi}}{A(\tau, \xi, \nu)} d\xi = G_\tau(\tau, \nu; x, y)$$

とおけば、上の条件において G を G_τ でおきかえてよい。

ここでは、この事実を事実として考察していく。

§1. 1つ毎条件について。

1.1. 準備. いま、実数 (σ, ν_0) をとると、 $A=0$ の ξ に
 属する実根を $\{\xi_i \text{ (} m_i \text{重根)}\}_{i=1, \dots, N}$ とする。このとき、
 この近傍では

$$A(\tau, \nu; \xi) = \prod_{i=1}^N H_i(\tau, \nu; \xi) E(\tau, \nu; \xi) = H \cdot E,$$

$$H_i(\tau, \nu; \xi) = (\xi - \xi_i)^{m_i} + a_{i,1}(\tau, \nu) (\xi - \xi_i)^{m_i-1} + \dots + a_{i,m_i}(\tau, \nu),$$

$$(a_{i,j}(\tau, \nu) : \text{正則}, a_{i,j}(\sigma, \nu_0) = 0)$$

と分解ができる。また、仮定から、

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{i,j}(\sigma, \nu) \text{ (} (\sigma, \nu) \in \mathbb{R}^n \text{)} \text{ は実数値,} \\ \frac{\partial}{\partial \nu} a_{i,m_i}(\tau, \nu) \neq 0, \end{array} \right.$$

と性質をもつ ν の値をとることができる。さて、 $0 < \theta < 1$ を 1 つ

とめたとき,

$$\begin{aligned} \Delta_i &: \left| \frac{\partial a_{im_i}(\sigma_0, \tau_0)}{\partial \tau} (\tau - \sigma_0) + \frac{\partial a_{im_i}(\sigma_0, \tau_0)}{\partial \tau} (\tau - \tau_0) \right| \\ &\geq \theta \left(\left| \frac{\partial a_{im_i}(\sigma_0, \tau_0)}{\partial \tau} \right|^2 + \left| \frac{\partial a_{im_i}(\sigma_0, \tau_0)}{\partial \tau} \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \times d \\ &\quad \left(d = \text{dis} \{ (\tau, \tau), (\sigma_0, \tau_0) \} \right) \end{aligned}$$

とある。また,

$$\begin{aligned} \Delta_{i\delta} &= \{ d < \delta, \text{Im} \tau < 0 \} \cap \Delta_i && (m_i \geq 2 \text{ のとき}) \\ &= \{ d < \delta, \text{Im} \tau < 0 \} && (m_i = 1 \text{ " }), \end{aligned}$$

また, $\Delta_{i\delta}$ の部分では

$$\frac{\partial a_{im_i}(\sigma_0, \tau_0)}{\partial \tau} (\text{Re} \tau - \sigma_0) + \frac{\partial a_{im_i}(\sigma_0, \tau_0)}{\partial \tau} (\tau - \tau_0) \geq 0 \quad (\leq 0)$$

その部分を $\Delta_{i\delta}^+$ ($\Delta_{i\delta}^-$) とかく。さらに,

$$\Delta_\delta = \bigcap \Delta_{i\delta}, \quad \Delta_\delta^* = \bigcap \Delta_{i\delta}^\pm, \quad \Delta_\delta = \bigcup_* \Delta_\delta^*$$

補題 1.1 $\delta > 0$ が存在して, $\Delta_{i\delta}$ では $H_i(\tau, \tau; \xi) = 0$ の根

$\{ \xi_{ij}^\pm(\tau, \tau) \}_{j=1,2,\dots,m_i^\pm}$ ($\text{Im} \xi_{ij}^\pm \geq 0$) は,

$$(\xi - \xi_i)^{m_i} + \frac{\partial a_{im_i}(\sigma_0, \tau_0)}{\partial \tau} (\tau - \sigma_0) + \frac{\partial a_{im_i}(\sigma_0, \tau_0)}{\partial \tau} (\tau - \tau_0) = 0$$

の根を全部とし, 誤差は $O(d^{\frac{1}{m_i}})$ である。

系 i) $c_1 d^{\frac{1}{m_i}} < |\xi_{ij}^\pm(\tau, \tau) - \xi_i|, |\xi_{ij}^\pm(\tau, \tau) - \xi_{ik}^\pm(\tau, \tau)| < c_2 d^{\frac{1}{m_i}}$
 $\Delta_{i\delta}$ では,

ii) m_i : 偶数のとき, Δ_{is} において $\text{Im} \tau \rightarrow 0$ とすると, $\text{Im} \xi_{i1}^+$, $\text{Im} \xi_{i1}^- \rightarrow 0$. m_i : 奇数のときは, Δ_{is} において $\text{Im} \tau \rightarrow 0$ とすると, $\frac{\partial a_i m_i}{\partial \tau}(\sigma_0, \eta_0) > 0$ なら $\text{Im} \xi_{i1}^+ \rightarrow 0$, $\frac{\partial a_i m_i}{\partial \tau}(\sigma_0, \eta_0) < 0$ なら $\text{Im} \xi_{i1}^- \rightarrow 0$. そこで, Δ_S^* において, $\text{Im} \tau \rightarrow 0$ とすれば実となる根を $\xi_{ij}^{(\pm)}$, そうでないものを $\xi_{ij}^{(\pm)}$ と区別してかくと,

$$C_1 \frac{\gamma}{d^{1-\frac{1}{m_i}}} < |\text{Im} \xi_{ij}^{(\pm)}(\tau, \eta)| < C_2 \frac{\gamma}{d^{1-\frac{1}{m_i}}} \quad (\gamma = -\text{Im} \tau)$$

$$C_1 d^{\frac{1}{m_i}} < |\text{Im} \xi_{ij}^{(\pm)}(\tau, \eta)| < C_2 d^{\frac{1}{m_i}}$$

同様にして,

iii) Δ_S において,

$$\textcircled{R} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i^{\pm}} C_{ij}^{\pm}(\tau, \eta) \begin{pmatrix} B_1(\xi_{ij}^{\pm}(\tau, \eta)) \\ \vdots \\ B_p(\xi_{ij}^{\pm}(\tau, \eta)) \end{pmatrix} + \sum_{j=1}^M C_{0j}^{\pm}(\tau, \eta) \begin{pmatrix} \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{B_1(z) z^{j-1}}{E_{\pm}(z)} dz \\ \vdots \\ \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{B_M(z) z^{j-1}}{E_{\pm}(z)} dz \end{pmatrix}$$

とかき表せて, $\{ C_{ij}^{\pm}(\tau, \eta) \cdot d^{1-\frac{1}{m_i}}, C_{0j}^{\pm}(\tau, \eta) \}$ は Δ_S で同値である。ただし, $E(z) = E_+(z)E_-(z)$, $E_{\pm}(z) = 0$ の根は $\frac{1}{\sqrt{d}}$ 半平面にあり, z の次数はともに M .

1.2. Green関数の Δ_S における表現.

$${}^{\pm}E_{\pm}(x) = \left(\frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{ixz}}{z - \xi_{11}^{\pm}} dz, \dots, \frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{ixz}}{z - \xi_{1m_1}^{\pm}} dz, \dots, \frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{ixz}}{E_{\pm}(z)} dz, \dots, \frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{ixz} z^{M-1}}{E_{\pm}(z)} dz \right),$$

$${}^t E_-(z) = \left(\frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{-i\theta z}}{\xi - \xi_{11}^-} d\xi, \dots, \frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{-i\theta z}}{\xi - \xi_{1m_1}^-} d\xi, \dots, \frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{-i\theta z}}{E_-(z)} dz, \dots, \frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{-i\theta z} \xi^{M_1}}{E_-(z)} dz \right)$$

$$B_{\pm} = \begin{pmatrix} B_1(\xi_{11}^{\pm}) \cdots B_1(\xi_{1m_1}^{\pm}) & \cdots & \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{B_1(z)}{E_{\pm}(z)} dz & \cdots & \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{B_1(z) \xi^{M_1}}{E_{\pm}(z)} dz \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_m(\xi_{m1}^{\pm}) \cdots B_m(\xi_{m_{m_1}}^{\pm}) & \cdots & \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{B_m(z)}{E_{\pm}(z)} dz & \cdots & \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{B_m(z) \xi^{M_1}}{E_{\pm}(z)} dz \end{pmatrix}$$

$$Q_- = \left(\frac{1}{2\pi i} \oint \tilde{E}_-(z) {}^t \tilde{E}_-(z) A(z) dz \right)^{-1} \left(E_-(z) = \frac{1}{2\pi i} \int e^{-i\theta z} \tilde{E}_-(z) dz \right)$$

$$= \left(\begin{array}{c} \frac{1}{i A'_z(\xi_{11}^-)} \quad \frac{1}{i A'_z(\xi_{12}^-)} \quad \cdots \\ \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{E_+(z) H(z)}{E_-(z)} dz \quad \cdots \quad \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{E_+(z) H(z) \xi^{M_1}}{E_-(z)} dz \\ \vdots \\ \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{E_+(z) H(z) \xi^{M_1}}{E_-(z)} dz \quad \cdots \quad \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{E_+(z) H(z) \xi^{2M_1-2}}{E_-(z)} dz \end{array} \right)^{-1}$$

$$B = (B_+)^{-1} B_- Q_- = \beta Q_-$$

とあると、

補題 1.2. Δ_{θ} において、

$$\begin{aligned} G_c(x, z) &= {}^t E_+(x) B E_-(z) \\ &= {}^t E_+(x) \beta Q_- E_-(z). \end{aligned}$$

1.3. Δ_{θ} における Green 関数の評価について。

一般に、

$$\|G_c\|_{\infty}(L^2 \times L^2, C^1) \leq \|G_c\|_{\infty}(L^2, L^2) \leq \|G_c(x, z)\|_{x, z}$$

であらう, Δ_δ ではこれらが同等になることを見てみよう。

いま,

$$N_\pm = \begin{pmatrix} |\operatorname{Im} \xi_{11}^\pm|^{-\frac{1}{2}} & & & \\ & |\operatorname{Im} \xi_{1m}^\pm|^{-\frac{1}{2}} & & \\ & & \dots & \\ & & & 1 \dots 1 \end{pmatrix},$$

$$F_\pm(x) = N_\pm^{-1} E_\pm(x)$$

とおくと, $F_\pm(x)$ の L^2 ノルムは有界となるから,

$$\left| \int \overline{F_+}(x) G_c(x, y)^t \overline{F_-}(y) dx dy \right| \leq C \|G_c\|_{\mathcal{L}(L^2 \times L^2, C^1)}$$

(左辺の $|\cdot|$ は行列のノルムを表す). 更に,

$$S_+ = \int_0^\infty \overline{F_+}(x)^t F_+(x) dx,$$

$$S_- = \int_0^\infty \overline{F_-}(y)^t F_-(y) dy$$

とおけば

$$\int \overline{F_+}(x) G_c(x, y)^t \overline{F_-}(y) dx dy = S_+ N_+ B N_- S_-$$

となる. ところで,

補題 1.3 Δ_δ で S_\pm は正値エルミート行列で,

$$c_1 I_d < S_\pm < c_2 I_d. \quad (I_d = \text{単位行列})$$

であらう,

$$c_1 |N_+ B N_-| < \left| \int \overline{F_+}(x) G_c(x, y) \overline{F_-}(y) dx dy \right| < c_2 |N_+ B N_-|$$

が成り立つ。また他方, Δ_δ において

$$\begin{aligned} \|G_c(x, y)\|_{x, y} &= \|\overline{F_+}(x) B \overline{F_-}(y)\|_{x, y} \\ &\leq C |N_+ B N_-| \end{aligned}$$

が成り立つ。また同様に, Δ_δ において $\|(\frac{\partial}{\partial x})^k G_c(x, y)\|_{x, y} \leq C_k |N_+ B N_-|$ が成り立つから

補題 1.4 Δ_δ において,

$$\sum_{k=0}^{m-1} \|(\frac{\partial}{\partial x})^k G_c(x, y)\|_{x, y} \leq C |N_+ B N_-| \leq C' \|G_c\|_{\mathcal{L}(L^2, L^2, C^1)}.$$

そこで, Δ_δ^* において N_\pm の各要素を,

$$\operatorname{Im} \sum_{i,j}^{(\pm)} \rightarrow \frac{\delta}{d^{1-m_i}}$$

$$\operatorname{Im} \sum_{i,j}^{(\pm)} \rightarrow d^{\frac{1}{m_i}}$$

とおまじし得る対角行列を D_\pm^* とすると,

命題 1 Δ_δ^* において,

$$\|G_c\|_{\mathcal{L}(L^2, L^2)} \sim |D_+^* B D_-^*|$$

i.e.

$$c_1 |D_+^* B D_-^*| \leq \|G_c\|_{\mathcal{L}(L^2, L^2)} \leq c_2 |D_+^* B D_-^*|$$

また,

$$D_- = \begin{pmatrix} \begin{matrix} \text{---} m_1 \text{---} \\ d^{-1+\frac{1}{m_1}} & \dots & d^{-1+\frac{1}{m_1}} \\ \vdots & & \vdots \\ d^{-1+\frac{1}{m_1}} & \dots & d^{-1+\frac{1}{m_1}} \end{matrix} \\ \vdots \\ \begin{matrix} \text{---} 1 \text{---} \\ 1 & & \\ & & 1 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

とあけは、

命題 1 Δ_δ^* において、

$$\|G_\epsilon\|_{L(L_1, L_2)} \sim |D_+^* \circ B D_-^*|.$$

したがって、

定理 I (P) が L^2 -well posed であるならば、任意

の乗数 (σ_0, τ_0) に対し、 Δ_δ^* において、 $\epsilon > 0$ は

$$|D_+^* B D_-^*| < \frac{C}{\delta}$$

i.e.

$$|D_+^* \circ B D_-^*| < \frac{C}{\delta}$$

が成り立つ。

すなわち、

$$B = \begin{pmatrix} \begin{matrix} \text{---} m_1 \text{---} \\ \beta_{11,11} & \dots & \beta_{11,m_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{m_1,11} & \dots & \beta_{m_1,m_1} \end{matrix} \\ \vdots \\ \begin{matrix} \text{---} 1 \text{---} \\ \beta_{01,01} & \dots & \beta_{01,m_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{m_1,01} & \dots & \beta_{m_1,m_1} \end{matrix} \end{pmatrix}$$

$$(B_+)^{-1} = \begin{pmatrix} r_{11,1} & \cdots & r_{11,m} \\ \vdots & & \vdots \\ r_{1m^+,1} & \cdots & r_{1m^+,m} \\ \vdots & & \vdots \end{pmatrix}$$

とかくと,

定理Iの系 (P) が L^2 -well posed であるならば, 任意の真実 (σ_0, τ_0) に対し, Δ_δ が L^2 として, ϵ に対しては

$$(a) \begin{cases} |\beta_{ij, \ell h}| d^{-\frac{1}{2m_\ell} + \frac{1}{2m_\ell}} < C \frac{d}{8} & (i=1, \dots, N, \ell=1, \dots, N) \\ & (j=1, \dots, m_\ell^+, h=1, \dots, m_\ell^-), \\ |\beta_{0j, \ell h}| d^{\frac{1}{2m_\ell}} < C \frac{d}{8} & (j=1, \dots, M, \ell=1, \dots, N) \\ & (h=1, \dots, m_\ell^-), \\ |\beta_{ij, 0h}| d^{-\frac{1}{2m_\ell}} < C \frac{1}{8} & (i=1, \dots, N) \\ & (j=1, \dots, m_\ell^+, h=1, \dots, M), \\ |\beta_{0j, 0h}| < C \frac{1}{8} & (j=1, \dots, M, h=1, \dots, M) \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} |r_{ij, \ell}| d^{-\frac{1}{2m_\ell}} < C \frac{1}{8} & (i=1, \dots, N) \\ & (j=1, \dots, m_\ell^+), \\ |r_{0j, \ell}| < C \frac{1}{8} & (j=1, \dots, M) \end{cases}$$

が成り立つ。

§2. 十分条件について,

実数 (σ_0, τ_0) が正則実数でありとす, その実数において $A=0$ の実根 $\xi = \xi_i$ が m_i 重根であるとすれば, その近傍でこれらは m_i 重根かまたは単根としてしか現れないときをいうことにしよう. (σ_0, τ_0) が正則実数であるとき, その実数の分解 $A = \prod_{i=1}^n H_i \cdot E$ において, $m_i \geq 2$ に対応する i については, (σ_0, τ_0) を通る実解析的曲面 $S_i: \sigma = \varphi_i(\tau)$ がとれて, $H_i = 0$ の m_i 重根は τ 度 S_i 上にのっていきることがわかる.

補題 2.1. 正則実数 (σ_0, τ_0) の近傍 U において, $U \cap S_i$ の任意の実数 (σ_1, τ_1) に一様な $\Delta_\delta(\sigma_2, \tau_2)$ を与えたとて, $\Delta_\delta^*(\sigma_1, \tau_1)$ において,

$$c_1 \frac{\delta}{\text{dis}((\tau, \tau), (\sigma_1, \tau_1))^{1-m_i}} < |\text{Im } \xi_{ij}^{(\pm)}| < c_2 \frac{\delta}{\text{dis}((\tau, \tau), (\sigma_1, \tau_1))^{1-\frac{1}{m_i}}},$$

$$c_1 \text{dis}((\tau, \tau), (\sigma_2, \tau_2))^{\frac{1}{m_i}} < |\text{Im } \xi_{ij}^{(\pm)}| < c_2 \text{dis}((\tau, \tau), (\sigma_1, \tau_1))^{\frac{1}{m_i}}$$

が成り立つ (c_1, c_2 は (σ_2, τ_2) に無関係).

そこで, $m_i \geq 2$ のとき,

$$d_i = \text{dis}((\sigma, \tau), S_i)$$

とおけば,

系 正則実数 (σ_0, τ_0) の近傍 U ($\delta > 0$ の側) において,

$$c_1 \frac{\delta}{d_i^{1-m_i}} < |\text{Im } \xi_{ij}^{(\pm)}| < c_2 \frac{\delta}{d_i^{1-m_i}},$$

$$c_1 d_i^{\frac{1}{m_i}} < |\operatorname{Im} \xi_{ij}^{(\pm)}(\tau, z)| < c_2 d_i^{\frac{1}{m_i}}$$

(ただし, $m_i = 1$ なる i については

$$c_1 \gamma < |\operatorname{Im} \xi_{i1}^{(\pm)}(\tau, z)| < c_2 \gamma$$

また, §1 の考察を詳しく見なおせば,

補題 2.2. 正則関数の近傍 ($\gamma > 0$ の側) において,

$$\sum_{k=0}^{m-1} \|(\frac{\partial}{\partial x})^k G_c(x, y)\|_{x, y} \leq C |N_+ B N_-| \leq C' \|G_c\|_{\mathcal{L}(L^2, L^2)}$$

よって, N_{\pm} において,

$$\operatorname{Im} \xi_{ij}^{(\pm)} \longrightarrow \frac{\gamma}{d_i^{1-\frac{1}{m_i}}}$$

$$\operatorname{Im} \xi_{ij}^{(\pm)} \longrightarrow d_i^{\frac{1}{m_i}}$$

とおきかえたものを D_{\pm}^* , また,

$$\tilde{D}_- = \begin{pmatrix} d_1^{-i+\frac{1}{m_1}} & & & \\ & d_1^{-i+\frac{1}{m_1}} & & \\ & & & \\ & & & \begin{matrix} 1 & \\ & 1 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

とおけば,

命題 2. 正則関数の近傍 ($\gamma > 0$ の側) において,

$$\|G_c\|_{\mathcal{L}(L^2, L^2)} \sim |D_+^* B D_-^*| \sim |D_+^* \circ D_- \circ D_-^*|$$

定理II 実数 γ がすべて正則点であるような場合には, (P) が L^2 -well posed になるための必要十分条件は, 各実数の近傍 ($\gamma > 0$) で,

$$|\tilde{D}_+^* B \tilde{D}_-^*| < \frac{C}{\gamma},$$

すなわち,

$$|\tilde{D}_+^* \delta_3 \tilde{\delta}_2 \tilde{D}_-^*| < \frac{C}{\gamma}$$

が成り立つことである。

定理IIの系 実数 γ がすべて正則点である場合には, 各実数の近傍 ($\gamma > 0$) で,

$$(a) \begin{cases} |\beta_{ij, eh}| d_i^{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{m_i})} d_e^{-\frac{1}{2}(1-\frac{1}{m_e})} < C \\ |\beta_{0j, eh}| d_e^{-\frac{1}{2}(1-\frac{1}{m_e})} < C \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{\frac{1}{2}} \\ |\beta_{ij, oh}| d_i^{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{m_i})} < C \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{\frac{1}{2}} \\ |\beta_{0j, oh}| < \frac{1}{\gamma} \end{cases}$$

が満たされていれば, (P) は L^2 -well posed になる。