数理解析研究所講究録
168巻 1972年 76-86

定数係数線型偏微分方程式系の解の存在について.

東大 理 大島利雄

§1. 序

Pを成分が定数係数の偏微分作用素の行列とし, fを領域Ω上の函数のベクトルとする.

$$Pu = f$$

という方程式において, fが *compatibility condition* を満たすならば解uが存在するか? という問題を扱う.

Pが *Cauchy-Riemann* や *de Rham* の *system* の場合はよく知られているし, Ωが *convex* のときは, 多くの函数空間で上の事実が成立することが知られている.

<u>記号</u>

$\mathcal{P}$: n変数の定数係数線型偏微分作用素の環

M: 有限生成の$\mathcal{P}$-*module* すなわち方程式

$\mathcal{F}$: $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{D}'$, $\mathcal{E}$; $\mathcal{O}$ のいずれかの *sheaf*

$\mathcal{P}$, Mは. $\mathbb{R}^n$上の *sheaf* ともみなし. 同一視する.

$\mathcal{F}^M$：方程式Mの solution sheaf i.e. $\mathcal{H}om_{\mathcal{P}}(M, \mathcal{F})$

Ωを$\mathbb{R}^n$の中の領域（ただし，$\mathcal{F} = \mathcal{O}$のときは，Ωは$\mathbb{C}^n$の中の擬凸領域）とし，$\mathcal{F}(\Omega)$をΩ上の section とする．

<u>定義</u> $\mathcal{P}$-module NがM-convex とは．

(1) $\mathrm{Ext}^k(M, N) = 0 \quad \forall k \geq 1$ が成立すること．

[4] の記号に従えば，任意の locally closed set Z に対し

(2) $\mathbb{R}\mathrm{Hom}(M, \mathbb{R}\Gamma_Z \mathcal{F}) = \mathbb{R}\Gamma_Z \mathbb{R}\mathcal{H}om(M, \mathcal{F})$

Z = Ωとおくと

$$\left.\begin{array}{ll} \mathcal{E}xt^i(M, \mathcal{F}) = 0 & \forall i \geq 1 \\ H^i(\Omega, \mathcal{F}) = 0 & \forall i \geq 1 \end{array}\right\}$$ であるから

(3) $\mathrm{Ext}^k(M, \mathcal{F}(\Omega)) = H^k(\Omega, \mathcal{F}^M)$

$\mathcal{F} = \mathcal{B}$のときは，$\mathcal{B}$が flabby sheaf であることより．

(4) $\mathrm{Ext}^k(M, \Gamma_Z(\mathcal{B})) = H^k_Z(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^M)$

§2. $\mathbb{R}^n \setminus \Omega$が compact connected component をもつときに．$\mathcal{B}(\Omega)$がM-convex となるための条件

<u>定理1</u> Ωを$\mathbb{R}^n \setminus \Omega$が compact connected component をもつような領域とする．

$\mathcal{B}(\Omega)$がM-convex ならば dim proj. $M \leq 1$

<u>証明</u> 仮定より．open set Vと．Vに含まれる空集合でない compact set Kが存在して．$\Omega = V \setminus K$ となる．

このとき、$\forall i \geqq 1$ に対し、

$$(5) \quad 0 \to H^i(V, \mathcal{B}^M) \longrightarrow H^i(\Omega, \mathcal{B}^M) \longrightarrow H_K^{i+1}(V, \mathcal{B}^M) \to 0$$

が、*exact sequence* となる。（cf. [5]）

$\mathcal{B}(\Omega)$ が M-*convex* であるから、(3)、(5) より

$$(6) \quad H_K^{i+1}(V, \mathcal{B}^M) = 0 \qquad i \geqq 1$$ となる。

平行移動することにより、$K \ni \{0\}$ と仮定してよい。

$$(7) \quad 0 \leftarrow M \leftarrow \mathcal{P}^{r_0} \xleftarrow{{}^tP_0} \cdots\cdots \leftarrow \mathcal{P}^{r_i} \xleftarrow{{}^tP_i} \mathcal{P}^{r_{i+1}} \xleftarrow{{}^tP_{i+1}} \mathcal{P}^{r_{i+2}} \longleftarrow \cdots\cdots$$

を M の *projective resolution* とすると、（^{t} は *transposed*）

$$(8) \quad \mathcal{D}'^{r_i}_{\{0\}}(V) \xrightarrow{P_i} \mathcal{D}'^{r_{i+1}}_{\{0\}}(V) \xrightarrow{P_{i+1}} \mathcal{D}'^{r_{i+2}}_{\{0\}}(V) \quad \textit{exact}.$$

を示せば、$\mathcal{D}'^{l}_{\{0\}} \xleftarrow{\sim} \mathcal{P}^l$ という自然な同型により、

$$\mathcal{P}^{r_i} \xrightarrow{P_i} \mathcal{P}^{r_{i+1}} \xrightarrow{P_{i+1}} \mathcal{P}^{r_{i+2}} \quad \textit{exact} \quad \text{となるので、}$$

$$(9) \quad \mathrm{Ext}^{i+1}(M, \mathcal{P}) = 0 \qquad i \geqq 1$$

<u>(8) の証明</u>（cf. [5]）まず、$P_{i+1} \cdot P_i = 0$ は明らか。次に、$f \in \mathcal{D}'^{r_{i+1}}_{\{0\}}(V) \subset \mathcal{B}_K^{r_{i+1}}(V)$ が $P_{i+1} f = 0$ を満たせば、(4)、(6) より $u \in \mathcal{B}_K^{r_i}(V)$ が存在して、$P_i u = f$ となる。u の Fourier 変換は整函数、f の Fourier 変換は多項式となるので、[7] の *Theorem* 7.6.11. の u をとり直したときの評価より (8) がでる。

次に、任意の有限生成$\mathcal{P}$-module Nをとり、Nのprojective resolutionを(10)とおく。

(10) $$0 \leftarrow N \leftarrow \mathcal{P}^{l_0} \xleftarrow{{}^tQ_0} \cdots\cdots \leftarrow \mathcal{P}^{l_i} \xleftarrow{{}^tQ_i} \mathcal{P}^{l_{i+1}} \xleftarrow{{}^tQ_{i+1}} \mathcal{P}^{l_{i+2}} \leftarrow \cdots\cdots$$

(9)より、$\mathrm{Ext}^2(M, N) = \mathrm{Ext}^3(M, \ker {}^tQ_0) = \cdots\cdots$
$$= \mathrm{Ext}^{n+1}(M, \ker {}^tQ_{n-2})$$

$\dim \mathrm{proj}\, M \leq n$ だから、上式$=0$. よって、証明おわり.

<u>定理2</u>　$\dim \mathrm{proj}\, M \leq 1$　ならばすべての領域Ωに対し$\mathcal{B}(\Omega)$はM-convexとなる.

<u>証明</u>　$Z = \mathbb{R}^n \setminus \Omega$ とおくと、(11)がexact sequenceとなる.

(11) $$\cdots\cdots \longrightarrow H^i(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^M) \longrightarrow H^i(\Omega, \mathcal{B}^M) \longrightarrow H_Z^{i+1}(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^M) \rightarrow \cdots\cdots$$

$\mathbb{R}^n$はM-convexであるから $H^i(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^M) = 0 \quad i \geq 1$

一方(4)より $H_Z^{i+1}(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^M) = \mathrm{Ext}^{i+1}(M, \Gamma_Z(\mathcal{B}^M)) = 0 \quad i \geq 1$

よって、$H^i(\Omega, \mathcal{B}^M) = 0 \quad i \geq 1$　　Q.E.D.

<u>定理3</u>　$n = 2$ のとき

$\mathrm{Ext}^2(M, \mathcal{P}) \neq 0$ ならば$\mathcal{B}(\Omega)$がM-convex $\Leftrightarrow H^1(\Omega, \mathbb{C}) = 0$

$\mathrm{Ext}^2(M, \mathcal{P}) = 0$ ならばすべての領域Ωに対し、$\mathcal{B}(\Omega)$はM-convexとなる.

<u>証明</u>　定理1、2.より、$H^1(\Omega, \mathbb{C}) = 0$ ならば、$\mathcal{B}(\Omega)$がM-convexなることを示せば十分. そこで、$\mathcal{P}$の任意のideal Jに対し、$\mathrm{Ext}^1(\mathcal{P}/J, \mathcal{B}(\Omega)) = 0$ を示せば十分である.

Jの生成元を$P_1, \cdots\cdots, P_l$とするとき、方程式 $P_i u = f_i$（但し、$f_i \in \mathcal{B}(\Omega)$、$1 \leq i \leq l$）において、compatibility condition をf_i達が満たすときに解の存在を示せばよい。
$P_i = P_i' Q_i$ とおき、P_i'達に共通因子がないようにできる。方程式 $P_i' w = f_i$（$1 \leq i \leq l$）は maximally overdetermined system になり、しかもf_i達はこの方程式の compatibility condition をも満たしているので、解wが存在する。[6]
あとは、単独方程式 $Q u = w$ を解けばよいが、$\mathcal{B}(\Omega)$で考えているから解uが存在する。 Q.E.D.

§3. Partial de Rham system

$M = \mathcal{P}/(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2})\mathcal{P}^2$ のときを考える。（$n \geqq 2$）
Ωの点の座標を (x_1, x_2, y) とかく。（$y \in \mathbb{R}^{n-2}$）

$$
\begin{array}{rccc}
\pi : & \Omega & \longrightarrow & \mathbb{R}^{n-2} \\
 & \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\
 & (x_1, x_2, y) & \longmapsto & y
\end{array}
\qquad \text{projection}
$$

$\Omega \ni x, x'$ に対し、同値関係 $x \sim x'$ とは、$\pi(x) = \pi(x')$ で、かつ x と x' が、$\pi^{-1}\pi(x)$ の同じ連結成分に属すること、と定義し、Ωをこの同値関係で割ったものをBと定義する。

$$
\mathbb{R}^n \supset \Omega \xrightarrow[\text{open, fibre connected}]{\pi_1} B \xrightarrow[\text{local homeo.}]{\pi_2} \pi(\Omega) \subset \mathbb{R}^{n-2}
$$

$\pi = \pi_2 \cdot \pi_1$

$\left.\begin{array}{l}\mathcal{F}_{n-2} : \mathbb{R}^{n-2} \text{上の} \mathcal{F} \text{に対応する } sheaf \\ \mathcal{F}_B \quad = \pi_2^{-1} \mathcal{F}_{n-2}\end{array}\right\}$ と定義すると.

(12) $\mathcal{F}^M = \pi^{-1}\mathcal{F}_{n-2} = \pi_1^{-1}\mathcal{F}_B$

<u>例</u>　$\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus A$ とする.

1. $A = \{x_1 = 0,\ y = 0\}$ のとき

$D = \mathbb{R}^1 \setminus \pi(A)$ とおくと. Leray の covering による cohomology により. 簡単な計算で次式がわかる.

$$\mathrm{Ext}^1(M, \mathcal{F}(\Omega)) = \Gamma(D, \mathcal{F}_{n-2}) / \Gamma(\mathbb{R}^1, \mathcal{F}_{n-2})|_D$$

これは. $\mathcal{F} = \mathcal{B}$ のときは消えるが、他のときは消えない.

たとえば、$\mathcal{F} = \mathcal{E}$ のとき. $\varphi \in \Gamma(D, \mathcal{E})$. $\varphi \notin \Gamma(\mathbb{R}^1, \mathcal{E})|_D$

とすれば. $\theta \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^1)$. $\int \theta(x_1)\, dx_1 = 1$ となる θ を1つとる

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x_1} = (\theta(x_1/y)/y) \cdot \varphi(y) \\ \dfrac{\partial u}{\partial x_2} = 0 \end{cases}$$

が解けない例となる.

2. i) $A = \{x_1 = x_2 = 0\}$

ii) $A = \{x_1 = x_2 = 0,\ y \geqq 0\}$

iii) $A = \{x_1 = x_2 = y = 0\}$

$$\mathrm{Ext}^1(M, \mathcal{F}(\Omega)) = \Gamma_{\pi(A)}(\mathbb{R}^1, \mathcal{F}_{n-2})$$ となり

i) すべての場合において消えない.

ii) $\mathcal{F} = \mathcal{A}$ のときのみ消える.

iii) $\mathcal{F} = \mathcal{A}, \mathcal{E}$ のときのみ消える.

具体的に．解けない例をかくと，

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x_1} = \dfrac{1}{x_1 + i x_2} \cdot \varphi(y) \\ \dfrac{\partial u}{\partial x_2} = \dfrac{i}{x_1 + i x_2} \cdot \varphi(y) \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x_1} = \delta(x_1) \cdot Y(x_2) \cdot \varphi(y) \\ \dfrac{\partial u}{\partial x_2} = 0 \end{cases}$$

但し．$0 \neq \varphi \in \Gamma_{\pi(A)}(\mathbb{R}^1, \mathcal{F}_{n-2})$

<u>定理4</u>　$\mathcal{B}(\Omega)$ が M-convex

$\Longleftrightarrow H^1(\pi^{-1}(y), \mathbb{C}) = 0 \quad for\ {}^\forall y \in \mathbb{R}^{n-2}$

<u>補題1</u>　$\mathcal{B}_B$ は B 上の flabby sheaf である．

<u>証明</u>　$B = \bigcup_{\lambda \in I} B_\lambda$ という open covering を

$\pi_2 : B_\lambda \xrightarrow{\sim} \pi_2(B_\lambda)$ が homeo. となるようにとる．

${}^\forall U \subset B$ open ${}^\forall f \in \Gamma(U, \mathcal{B}_B)$ に対し．

$\mathcal{M} = \{ g \in \Gamma(V, \mathcal{B}_B) ;\ {}^\exists J \subset I,\ V = U \cup \bigcup_{\lambda \in J} B_\lambda,\ g|_U = f \}$

とおくとき．${}^\exists g \in \mathcal{M}$．$g \in \Gamma(B, \mathcal{B}_B)$ を示せばよい．

g' が g の拡張のとき $g < g'$ と定義すると．Zorn's lemma より

極大元 $g \in \Gamma(V, \mathcal{B}_B)$ の存在がわかる．$V \neq B$ ならば．

$B_\lambda \not\subset V$ となる $\lambda \in I$ が存在する．$h = g|_{B_\lambda \cap V}$ とおくと

$\mathcal{B}_{n-2}$ が flabby であることから．h の拡張の $\bar{h}$ が存在する．

$$\bar{h} \in \Gamma(B_\lambda, \mathcal{B}_B) \xrightarrow{\sim} \Gamma(\pi_2(B_\lambda), \mathcal{B}_{n-2})$$

$\bar{g}$ を V 上で g．B_λ 上で $\bar{h}$ と定めれば g の真の拡張になり．g の極大性に反する．よって $g \in \Gamma(B, \mathcal{B}_B)$ が示された．

<u>補題2</u>　$x = (x_1, \cdots\cdots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ のとき $|x| = \max_i |x_i|$ とおく

Ω が次の条件を満たすならば $H^1(\Omega, \mathcal{B}^M) = 0$

$$\begin{cases} \forall y \in \mathbb{R}^{n-2} \text{ に対し. } \pi^{-1}(y) \text{ が連結かつ単連結} \\ U_0 = \{|x_1|<1, |x_2|<1, |y|<1\} \subset \Omega \subset \{|y|<1\} \end{cases}$$

証明　$\frac{\partial u}{\partial x_i} = f_i \ (i=1,2、f_i \in \mathcal{B}(\Omega))$ という方程式が f_i 達が compatibility condition（i.e. $\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{\partial f_1}{\partial x_2}$）を満たすならば解けるということを示せばよい.

$\Omega = \bigcup_{\lambda \in I} U_\lambda$ という open convex covering をとれば.

$u_\lambda \in \Gamma(U_\lambda, \mathcal{B})$ が存在して $\frac{\partial u_\lambda}{\partial x_i} = f_i|_{U_\lambda}$ とできる.

$\forall x \in \Omega$ に対し. $\exists \lambda_0 \in I$ s.t. $U_{\lambda_0} \ni x$ 　そこで.

x と $(0, 0, \pi(x))$ とを結ぶ $\pi^{-1}\cdot\pi(x)$ 内の curve をとり. それを l とおくと. $\{U_{\lambda_i}\}_{0 \le i \le m}$ が存在して.

$$U_{\lambda_{i-1}} \cap U_{\lambda_i} \neq \phi \qquad \bigcup_{i=0}^{m} U_{\lambda_i} \supset l \qquad U_{\lambda_m} = U_0 \quad \text{となる.}$$

$\delta > 0$ が存在して. $V_\delta = \{|y|<\delta\} \subset \bigcap_{i=1}^{m} \pi(U_{\lambda_{i-1}} \cap U_{\lambda_i}) \subset \mathbb{R}^{n-2}$

$$u|_{\pi^{-1}(V_\delta) \cap U_{\lambda_0}} = \pi^* \sum_{i=1}^{m} v_i + u_{\lambda_0} \quad \text{と定めればよい.}$$

ただし. $\begin{cases} v_i \in \Gamma(V_\delta, \mathcal{B}_{n-2}) \\ \pi^* v_i = u_i - u_{i-1} \quad \text{on } \pi^{-1}(V_\delta) \cap U_{\lambda_{i-1}} \cap U_{\lambda_i} \end{cases}$

$\pi^{-1}(y)$ が単連結であることより. u が well-defined であることがわかる.

定理4の証明　[8] の証明の手順と同様にすればよい.

$\mathrm{Ext}^2(M, \mathcal{B}(\Omega)) = 0$ は常に成立する.

$\Rightarrow$ の証明　$\mathcal{B}(\Omega)$ が M-convex ならば.

$$(13)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial x_1} = f_1(x_1, x_2) \\ \dfrac{\partial v}{\partial x_2} = f_2(x_1, x_2) \end{cases} \quad \text{on } \pi^{-1}(y) \qquad \text{但し,}\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial x_1}$$

が解けることを示せばよい.

$$(14)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x_1} = f_1 \cdot \delta(y) \\ \dfrac{\partial u}{\partial x_2} = f_2 \cdot \delta(y) \end{cases} \quad \text{on } \Omega$$

は解 u が存在するので.

それを. $V = \Omega \setminus \pi^{-1}(y)$ に制限すると.

$$(15)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x_1} = 0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x_2} = 0 \end{cases} \quad \text{on } V$$

$$\therefore\ u|_V \in \Gamma(V, \mathcal{B}^M) \xrightarrow{\sim} \Gamma(\pi_1(V), \mathcal{B}_B)$$

補題1より. $\tilde{u} \in \Gamma(\Omega, \mathcal{B}^M)$ が存在して. $\tilde{u}|_V = u$

$w = u - \tilde{u}$ とおけば.

$$(16)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial w}{\partial x_1} = f_1 \cdot \delta(y) \\ \dfrac{\partial w}{\partial x_2} = f_2 \cdot \delta(y) \end{cases} \quad \text{on } \Omega \quad \text{かつ } \operatorname{supp} w \subset \pi^{-1}(y)$$

よって, $v = \int w\, dy$ は (13) を満たす.

<u>$\Leftarrow$ の証明</u> [4] の記号を用いれば、容易に (17) がわかる.

$$(17)\quad \mathbb{R}\Gamma(B, \mathbb{R}\pi_{1*}\pi_1^{-1}\mathcal{B}_B) = \mathbb{R}\Gamma(\Omega, \pi_1^{-1}\mathcal{B}_B)$$

$$(18)\quad \begin{cases} R^0\pi_{1*}\cdot\pi_1^{-1}\mathcal{B}_B = \mathcal{B}_B & (\pi_1 : \textit{open}, \textit{fibre connected}) \\ R^1\pi_{1*}\cdot\pi_1^{-1}\mathcal{B}_B = 0 & (\text{補題2}) \end{cases}$$

よって. $H^1(\Omega, \mathcal{B}^M) = H^1(B, \mathcal{B}_B)$ ((17). (18) より)

$= 0$ (補題 1) Q.E.D.

同様の考察により. 次の定理が示される.

<u>定理5</u>　$\mathrm{Ext}^1(M, \mathcal{D}'(\Omega)) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B\text{ の位相が Hausdorff.} \\ H^1(\pi^{-1}(y), \mathbb{C}) = 0 \qquad \forall y \in \mathbb{R}^{n-2} \end{cases}$$

証明は次の２つの補題を使う．

<u>補題1</u>　$y \in \mathbb{R}^{n-2}$ に対し，$V = \Omega \setminus \pi^{-1}(y)$　とおくと

$$\Gamma(\Omega, \mathcal{D}')|_V \cap \Gamma(V, \mathcal{D}'^M) = \Gamma(\Omega, \mathcal{D}'^M)|_V$$

<u>補題2</u>　B が Hausdorff でない $\Rightarrow H^1(B, \mathcal{D}'_B) \neq 0$

<u>証明</u>　x, x' を分離されぬ２点とする．$(\pi_2(x) = \pi_2(x'))$

$$\left.\begin{array}{l} U_1 : x \text{ の近傍で } \pi_2 : U_1 \xrightarrow{\sim} \pi_2(U_1) \text{ homeo.} \\ U_2 = B \setminus \{x\} \end{array}\right\} \text{ととる．}$$

$$(19)\quad \begin{array}{ccccccc} \to \Gamma(U_1, \mathcal{D}'_B) & \oplus & \Gamma(U_2, \mathcal{D}'_B) & \xrightarrow{p} & \Gamma(U_1 \cap U_2, \mathcal{D}'_B) & \to H^1(B, \mathcal{D}'_B) \to \\ \cup\!\!\!\!\!\shortmid & & \cup\!\!\!\!\!\shortmid & & \cup\!\!\!\!\!\shortmid & \text{exact} \\ (\varphi_1 & , & \varphi_2) & \mapsto & \varphi_1 - \varphi_2 & \end{array}$$

$\pi_2(x) \notin \pi(U_1 \cap U_2) \subsetneqq \pi(U_1) \cap \pi(U_2) = \pi(U_1)$ であるから

$$(20)\quad \begin{cases} \varphi \in \Gamma(U_1 \cap U_2, \mathcal{D}'_B) \xrightarrow{\sim} \Gamma(\pi(U_1 \cap U_2), \mathcal{D}'_{n-2}) \\ \varphi \notin \Gamma(U_1, \mathcal{D}'_B) \qquad \xrightarrow{\sim} \Gamma(\pi(U_1), \mathcal{D}'_{n-2}) \end{cases}$$

を満たす φ が存在する．明らかに，$\varphi \notin \mathrm{Im}\, p$．よって，$p$ は surjective でないから　$H^1(B, \mathcal{D}'_B) \neq 0$　　Q.E.D.

同様に，次の定理も成立する

<u>定理6</u>　$\Omega = \mathrm{int}\,\overline{\Omega}$　のとき

$$\mathrm{Ext}^1(M, \mathcal{E}(\Omega)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B\text{ の位相が Hausdorff.} \\ H^1(\pi^{-1}(y), \mathbb{C}) = 0 \qquad \forall y \in \mathbb{R}^{n-2} \end{cases}$$

参考文献

[1] Ehrenpreis : Fourier Analysis in Several Complex Variables , New York.

[2] Palamodov : Linear Differential Operators with Constant Coefficients , Nauka Moskva , 1967.

[3] 佐藤 : Theory of hyperfunctions II , J. Fac. Sci. Univ. Tokyo , Vol. 8 , 1960 , p.p. 387 - 437 .

[4] Hartshorne : Residues and Duality . Lecture Notes in Math. 20 , Springer , Berlin , 1966.

[5] 小松 : Relative cohomology of sheaves of solutions of differential equations , Sem. Lions Schwarts , 1966.

[6] 松浦 : Finite type system of partial differential operators and decomposition of solutions of partial differential equations . 数理研講究録 22. p.p. 10 - 17.

[7] Hörmander : An Introduction to Complex Analysis in Several Variables , Van Nostrand , Princeton , 1966.

[8] 鈴木 : この報告集にのる講演