

### 超函数の台と特異台

(佐藤予想と層  $C_{N|X}$ )

上智大 理工 森本光生

§1 で, 余法球束  $S^*_N X$  を定義する. §2 で,  $S^*_N X$  上に層  $\tilde{C} = C_{N|X}$  を定義する. §3 で, 層  $\tilde{C}$  のセグションは,  $S^*_N X$  の "複素変数" に関して一意接続性をもつという予想を述べる. そして, この予想より, 超函数の台と特異台に関する佐藤予想がみらびかれることを示す. 今までに知られている超函数の台と特異台の相互依存性は, 佐藤予想により説明されることになる.

#### §1 余法球束 (conormal spherical bundles)

$$\begin{array}{ccc}
 X & \longleftarrow & M \\
 \uparrow & & \uparrow \\
 Y & \longleftarrow & N
 \end{array} \tag{1}$$

上図のように実解析的多様体が4つ与えられているとしよう. ( $M, Y$  は  $X$  の部分多様体,  $N$  は  $M$  と  $Y$  の部分多様体.) 標準的単射に双対な写像は, 次のように  $N$  上の余接ベクトル

束 (cotangent vector bundles) の間の完全列をいふは =  
あ:

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 & & 0 & & 0 & & \\
 & \searrow & \downarrow & & \downarrow & & \\
 & T^*_N X & T^*_Y X|_N & & T^*_N M & & \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 0 \rightarrow & T^*_M X|_N & \rightarrow & T^*_X|_N & \rightarrow & T^*_M|_N & \rightarrow 0 \\
 & & & \downarrow & \searrow & \downarrow & \\
 0 \rightarrow & T^*_N Y & \rightarrow & T^*_Y|_N & \rightarrow & T^*_N & \rightarrow 0 \\
 & & & \downarrow & & \downarrow & \searrow \\
 & & & 0 & & 0 & 0
 \end{array} \quad (2)$$

==2<sup>o</sup>  $T^*_N M$  は

$$T^*_N M = \text{Ker} (T^*_M|_N \rightarrow T^*_N)$$

で定義される  $N$  上のベクトル束で,  $N$  上の ( $M$  に関する) 余法ベクトル束 (conormal vector bundle) と呼ぶ.  $T^*_Y X$ ,  $T^*_N X$ ,  $T^*_M X$  も同様の意味をもつ. また,  $|_N$  は  $N$  上への制限を表わす.

図式 (2) の可換性より, 次の可換図式 (3) が定義できる. (3) の各行, 各列は完全である:

$$\begin{array}{ccccccc}
& & 0 & & 0 & & \\
& & \downarrow & & \downarrow & & \\
0 & \rightarrow & T_M^* X|_N \cap T_Y^* X|_N & \rightarrow & T_Y^* X|_N & \xrightarrow{P} & T_N^* M \rightarrow 0 \\
& & \downarrow & & \downarrow & & \parallel \\
0 & \rightarrow & T_M^* X|_N & \rightarrow & T_N^* X & \xrightarrow{P} & T_N^* M \rightarrow 0 \\
& & \cong \downarrow & & \cong \downarrow & & \\
& & T_N^* Y & = & T_N^* Y & & (3) \\
& & \downarrow & & \downarrow & & \\
& & 0 & & 0 & & 
\end{array}$$

$S_N^* M = (T_N^* M - N) / \mathbb{R}^+$  など、対応する球束 (sphere bundle) を表わす.  $S_N^* M \in N$  上の ( $M$  に関与する) 余法球束 (conormal sphere bundle) とよぶ. 上の完全列 (3) より, 次の球束の間の関係 (4), (5), (6) が得る.

$$\begin{array}{ccc}
S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N & \hookrightarrow & S_Y^* X|_N \\
\downarrow & & \downarrow \\
S_M^* X|_N & \hookrightarrow & S_N^* X
\end{array} \quad (4)$$

$$\begin{array}{ccc}
S_Y^* X|_N \setminus (S_Y^* X|_N \cap S_M^* X|_N) & \xrightarrow{P} & S_N^* M \text{ (proj)} \\
\downarrow & & \parallel \\
S_N^* X \setminus S_M^* X|_N & \xrightarrow{P} & S_N^* M \text{ (proj)}
\end{array} \quad (5)$$

$$\begin{array}{ccc}
 S_M^* X|_N \setminus (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N) & \xrightarrow{q} & S_N^* Y \text{ (proj)} \\
 \downarrow & & \parallel \\
 S_N^* X \setminus S_Y^* X|_N & \xrightarrow{q} & S_N^* Y \text{ (proj)}
 \end{array} \quad (6)$$

**仮定** 以後,  $X$  は  $M$  の複素化,  $Y$  は  $N$  の複素化,  $Y$  は  $X$  の複素部分多様体であると仮定する.  $\pm \alpha$  とし,

$$\begin{aligned}
 T^* X|_M &\cong T^* M \oplus \sqrt{-1} T^* M, \\
 T^* Y|_N &\cong T^* N \oplus \sqrt{-1} T^* N.
 \end{aligned} \quad (7)$$

したがって

$$\begin{aligned}
 T_M^* X &\cong \sqrt{-1} T^* M, \\
 T_N^* Y &\cong \sqrt{-1} T^* N, \\
 T_M^* X|_N \cap T_Y^* X|_N &\cong \sqrt{-1} T_N^* M
 \end{aligned} \quad (8)$$

存在同型が存在する.

$\pm \alpha$ ,

$$\begin{aligned}
 \text{id} : T^* M &\xrightarrow{m} T^* X|_M \longrightarrow T^* M \\
 \text{id} : T^* N &\xrightarrow{m} T^* Y|_N \longrightarrow T^* N
 \end{aligned} \quad (9)$$

と  $\text{id}$  (恒等写像) に分解する写像  $m$  が存在するから,

$$\begin{aligned}
 \text{id} : T_N^* M &\xrightarrow{m} T_N^* X \longrightarrow T_N^* M \\
 \text{id} : T_N^* M &\xrightarrow{m} T_Y^* X|_N \longrightarrow T_N^* M
 \end{aligned} \quad (10)$$

存在写像  $m$  が誘導される. 故に図式 (3) の各行は split である:

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 \rightarrow & T_M^* X|_N \cap T_Y^* X|_N & \rightarrow & T_Y^* X|_N & \xrightarrow[\rho]{m} & T_N^* M & \rightarrow 0 \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \parallel & (11) \\
 0 \rightarrow & T_M^* X|_N & \rightarrow & T_N^* X & \xrightarrow[\rho]{m} & T_N^* M & \rightarrow 0
 \end{array}$$

また、次の球束の間の写像も定義できる:

$$\begin{array}{ccc}
 S_Y^* X|_N & \xleftarrow{m} & S_N^* M \\
 \downarrow & & \parallel \\
 S_N^* X & \xleftarrow{m} & S_N^* M
 \end{array} \quad (12)$$

(以下で、写像  $m$  により  $S_N^* M \in S_Y^* X|_N$  の部分集合とみてもよいためがある.)

$$\begin{array}{ccc}
 S_Y^* X|_N \setminus m(S_N^* M) & \xrightarrow{\pi} & S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N \text{ (proj)} \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 S_N^* X \setminus m(S_N^* M) & \xrightarrow{\pi} & S_M^* X|_N \text{ (proj)}
 \end{array} \quad (13)$$

注意 (8) の同型より, spherical bundles による次の同型を得る:

$$\begin{array}{l}
 S_M^* X \cong \sqrt{-1} S^* M \\
 S_N^* Y \cong \sqrt{-1} S^* N
 \end{array} \quad (8')$$

$$S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N \cong \sqrt{-1} S_N^* M$$

(6) の各行の写像は、次のように簡単に表わされる:

$$\sqrt{-1} S^* M, \sqrt{-1} S_N^* M \xrightarrow{\cong} \sqrt{-1} S^* N.$$

注意 余接ベクトル束  $T^* M$  etc. のかわりに、接ベクトル

IV 束  $TM$  と考えると, 法ベクトル束  $TNM$  が

$$TNM = \text{Coker}(TN \rightarrow TM)$$

で定義される.  $TNM$  と  $T^*NM$  は互に双対的である.  $TNM$  に対応する球束を  $SNM$  と書くことはある. 余法球束の間の関係は双対な関係が, 法球束に対しては成立する.

例 1  $M = \mathbb{R}, \quad N = (0)$

$$X = \mathbb{C}, \quad Y = (0)$$

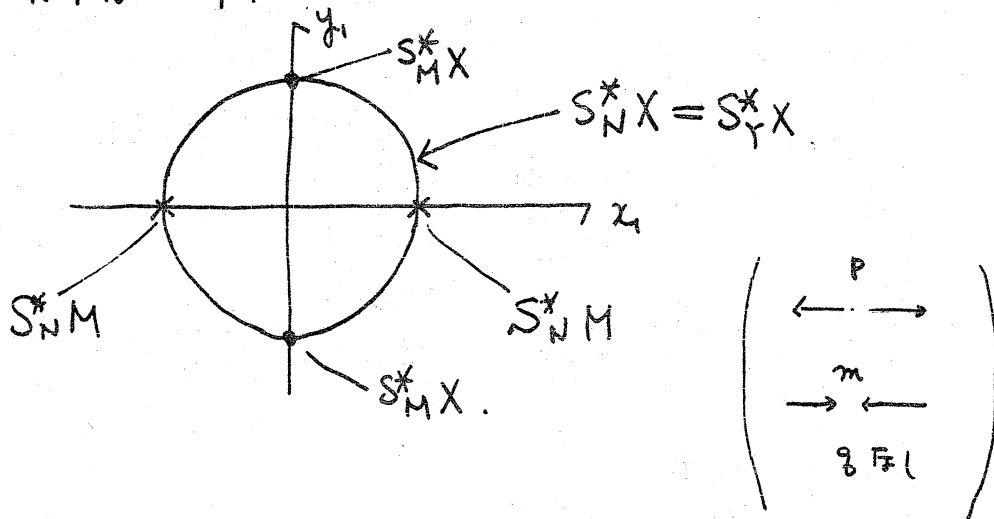
$$S_N^* X|_0 = \{(x_1, y_1); x_1^2 + y_1^2 = 1\}$$

$$S_Y^* X|_0 = \{(x_1, y_1); x_1^2 + y_1^2 = 1\}$$

$$S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1); x_1 = 0, y_1 = \pm 1\}$$

$$\times S_N^* M|_0 = \{x_1; x_1 = \pm 1\} \cong_m \{(x_1, y_1); y_1 = 0, x_1 = \pm 1\}$$

$$\triangle S_N^* Y|_0 = \phi$$



例2  $M = \mathbb{R}^2, N = \mathbb{R} = \{(x_1, x_2); x_1 = 0\}$

$X = \mathbb{C}^2, Y = \mathbb{C} = \{(z_1, z_2); z_1 = 0\}$

$N \ni 0 = (0, 0)$  上の  $\mathcal{F}_1$  の  $\epsilon$ -近傍  $\in \mathbb{C}^2$  と同一視する:

$S_N^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2); x_1^2 + y_1^2 + y_2^2 = 1\}$

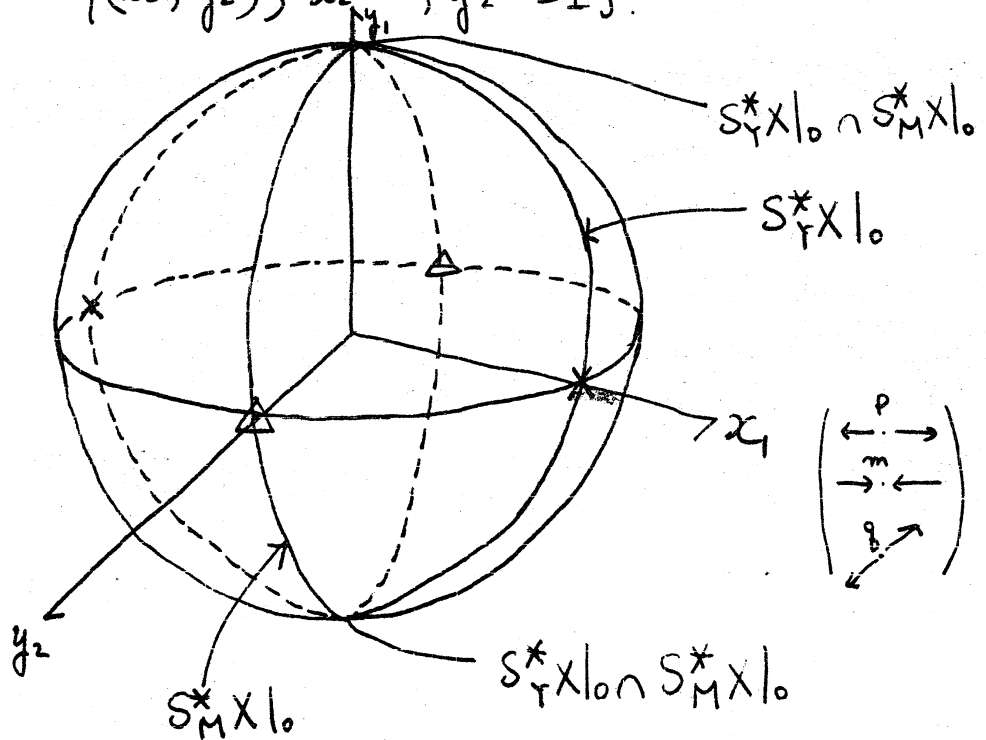
$S_Y^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2); y_2 = 0, x_1^2 + y_1^2 = 1\}$

$S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2); x_1 = 0, y_1^2 + y_2^2 = 1\}$

$S_Y^* X|_0 \cap S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2); x_1 = y_2 = 0, y_1 = \pm 1\}$

$\times S_N^* M = \{(x_1, x_2); x_2 = 0, x_1 = \pm 1\} \cong_m \{(x_1, y_1, y_2); y_1 = y_2 = 0, x_1 = \pm 1\}$

$\Delta S_N^* Y = \{(x_2, y_2); x_2 = 0, y_2 = \pm 1\}$



例3  $M = \mathbb{R}^2$ ,  $N = (0)$

$X = \mathbb{C}^2$ ,  $Y = (0)$

$S_N^* X|_0 = \{(x_1, x_2, y_1, y_2); x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 = 1\}$

$S_Y^* X|_0 = \text{同上}$

$S_M^* X|_0 = \{(x_1, x_2, y_1, y_2); x_1 = x_2 = 0, y_1^2 + y_2^2 = 1\}$

$S_Y^* X|_0 \cap S_M^* X|_0 = S_M^* X|_0$

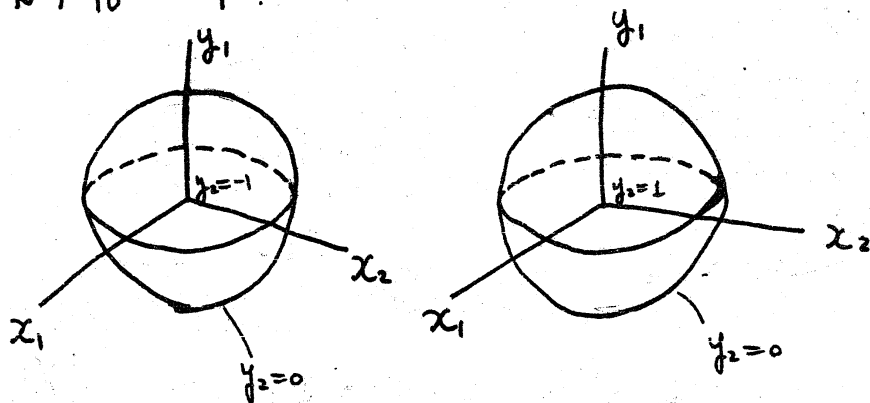
$p: S_N^* X|_0 - S_M^* X|_0 \rightarrow S_N^* M|_0$  は

$(x_1, y_1, x_2, y_2) \mapsto \left( \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}, \frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} \right)$

で与えられる。

\*  $S_N^* M|_0 = \{(x_1, x_2); x_1^2 + x_2^2 = 1\}$   
 $\cong \{(x_1, x_2, y_1, y_2); y_1 = y_2 = 0, x_1^2 + x_2^2 = 1\}$

△  $S_N^* Y|_0 = \emptyset$



$S_N^* X|_0$  は  $\Rightarrow$  のボールと表面に  $\Rightarrow$  てはりあわせて得られる。  
 $S_M^* X|_0$  は  $\Rightarrow$  の球の  $y_1$  軸を両端どおし  $\Rightarrow$  てはりあわせて得られる。  
 $S_N^* M|_0$  は赤道である。また写像  $p$  は、各点と



$(x_1, x_2)$  平面に射影して, その点と原点と結ぶ半直線と赤道との交点を求めることである.

例 4  $M = \mathbb{R}^3, N = \mathbb{R}^2 = \{(x_1, x_2, x_3); x_1 = 0\}$

$$X = \mathbb{C}^3, Y = \mathbb{C}^2 = \{(z_1, z_2, z_3); z_1 = 0\}$$

$$S_N^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2, y_3); x_1^2 + y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1\}$$

$$S_Y^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2, y_3); y_2 = y_3 = 0, x_1^2 + y_1^2 = 1\}$$

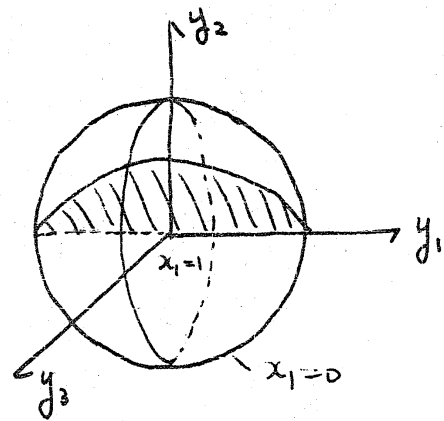
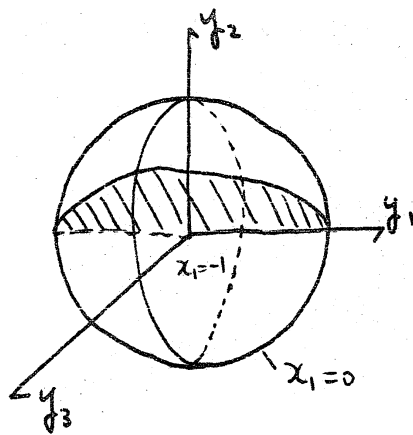
$$S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2, y_3); x_1 = 0, y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1\}$$

$$S_Y^* X|_0 \cap S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2, y_3); x_1 = y_2 = y_3 = 0, y_1 = \pm 1\}$$

$$\times S_N^* M|_0 = \{(x_1, x_2, x_3); x_2 = x_3 = 0, x_1 = \pm 1\}$$

$$\cong_m \{(x_1, y_1, y_2, y_3); y_1 = y_2 = y_3 = 0, x_1 = \pm 1\}$$

$$\triangle S_N^* Y|_0 = \{(x_2, y_2, x_3, y_3); x_2 = x_3 = 0, y_2^2 + y_3^2 = 1\}$$



$S_N^* X|_0$  は二つの球と球面ではり合わせたもの.  $S_Y^* X|_0$  は二つの  $y_1$  軸 (各球内にある線分) とはり合わせた二作った円周.  $S_M^* X|_0$  は  $x_1 = 0$  の球面.  $S_N^* M|_0$  は二つの球の中心.  $S_N^* Y$  は図にある大円と同型.

写像  $p$  は左の球内の点と左の中心に, 右の球内の点と右の中心にうつす写像. 写像  $q$  は 点と  $(y_2, y_3)$ -平面に射影し, その点と通る原点と端点とある半直線と円周の交点を求めることである.  $q$  のファイバーは, 斜線をひいた二つの半円(二の弧は同一視してゐるから実は南円板である). 写像  $m$  はある点に, その点と通る原点よりの半直線と球面  $x_1=0$  との交点を対応させること.

## §2 層 $\tilde{C} = C_{N \times X}$ の構成.

$S_M^* X$  上は, 層  $C$  が構成され, それの助けにより, 超函数の特異性と分解して調べることができた. 我々は,  $S_N^* X$  上にある層  $\tilde{C}$  を作り, それを用いることにより, 台が  $N$  に集中している超函数の構造を調べることが出来ることを示した. 台が,  $N$  によつて正切られる閉集合に含まれるような超函数の構造も,  $\tilde{C}$  の助けで理解出来るであろう. 上の  $S_N^* X$  上の層  $\tilde{C}$  は, 柏原正樹により既に構成されたが, 筆者の知りかぎり彼の結果は未発表である. ここにその構成法の概略を示す. これは "数学のあゆみ" 所載の佐藤-柏原の論文をヒントに考えられたものである. ([3])

$X, M, Y, N \in$  図(1)の如きものとし, p. 4 の仮

定のもとで考える.  $\tilde{X}_N$  は,  $X \cap N = i\mathbb{R}$  の spherical blowing up とおける:

$$\begin{array}{ccc} \tilde{X} = \tilde{X}_N = (X \cdot N) \cup S_{NX} & \longleftarrow & S_{NX} \\ \tau = \tau_N \downarrow & & \downarrow \\ X & \longleftarrow & N \end{array} \quad (14)$$

$\tilde{X}_N$ ,  $\tau_N$  などは,  $\tilde{X}$ ,  $\tau$  などはと略読しよう.

定義  $\tilde{X}$  上の層  $\tilde{\mathcal{O}}_N$  を次のように定める:

$$\tilde{\mathcal{O}}_N = \tilde{\varepsilon}_* (\tilde{\varepsilon}^{-1} \tau^{-1} \mathcal{O}) = \tilde{\varepsilon}_* \varepsilon^{-1} \mathcal{O},$$

また,  $S_{NX}$  上の層  $\tilde{\mathcal{A}}_N$  を次のように定める:

$$\tilde{\mathcal{A}}_N = \tilde{\mathcal{O}}_N|_{S_{NX}}.$$

但し,  $\mathcal{O}$  は  $X$  上の正則函数層の層,  $\varepsilon, \tilde{\varepsilon}$  は下図の写像である:

ある:

$$\begin{array}{ccc} \tilde{X} & \xleftarrow{\tilde{\varepsilon}} & \tilde{X} \setminus S_{NX} \\ \tau \downarrow & & \downarrow \cong \\ X & \xleftarrow{\varepsilon} & X \setminus N \end{array}$$

命題 (2.1)  $\tilde{X}$  の層  $\tau^{-1} \mathcal{O}$  に関して,  $\tilde{X}$  の部分集合  $S_{NX}$  は純余次元 1 である.

証明  $d = \text{codim } N$  とする. これは局所的であるから,  $N = \mathbb{R}^{n-d}$ ,  $X = \mathbb{C}^n$  と 1 原点の近傍を考えたほうがよい. 定義より, 次式が成立する.

$$\text{Dist}^k(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O})|_{(x', P)} = \lim_{\tilde{U} \downarrow (x', P)} \text{ind } H^k_{SNX \cap \tilde{U}}(\tilde{U}; \tau^{-1}\mathcal{O}), \quad (15)$$

= 0,  $\tilde{U}$  は  $\tilde{X}$  にあける  $(x', P) \in SNX$  の近傍を動く。  
 $\mathbb{R}$  のコホモロジ-の長い完全列を考えよう:

$$\begin{aligned} \dots \rightarrow H^k_{\tilde{U} \cap SNX}(\tilde{U}; \tau^{-1}\mathcal{O}) &\rightarrow H^k(\tilde{U}; \tau^{-1}\mathcal{O}) \\ &\rightarrow H^k(\tilde{U} \setminus SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow \dots \end{aligned} \quad (16)$$

第2項は

$$\lim_{\tilde{U} \downarrow (x', P)} \text{ind } H^k(\tilde{U}; \tau^{-1}\mathcal{O}) = \begin{cases} (\tau^{-1}\mathcal{O})|_{(x', P)} = \mathcal{O}_{x'} & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

また,  $\mathbb{C}^n$  の凸領域は正則領域であるから,  $\tilde{U} \setminus SNX$  が正則領域となるような  $\tilde{U}$  が  $(x', P)$  の基本近傍系となる。故

に (16) で

$$\lim_{\tilde{U} \downarrow (x', P)} \text{ind}(\text{第3項}) = 0 \quad k \neq 0$$

を得る。従って (16) で  $\lim_{\tilde{U} \downarrow (x', P)} \text{ind}$  をとると  $\tau^{-1}\mathcal{O}$  の完全列

$$0 \rightarrow \text{Dist}^0(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow \tau^{-1}\mathcal{O} \rightarrow \tilde{\mathcal{O}} \rightarrow \text{Dist}^1(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow 0$$

および,

$\text{Dist}^k(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) = 0 \quad k > 1$   
 を得る。一方、解析接続の一貫性より、

$$\tau^{-1}\mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} \quad (17)$$

は単射的である。故に、

$$\text{Dist}^0(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) = 0$$

も得られた。

(証明終わり)

### 定義

$$\mathcal{O}_f = \text{Dist}^1(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O})$$

と置く。  $\mathcal{O}_f$  は  $SNX = \mathbb{A}^1 \setminus \{0\}$  上の sheaf であるから、  
 必要に応じて、 $SNX$  上の sheaf と考えることができる。

次の系列は完全である：

$$0 \rightarrow \tau^{-1}\mathcal{O} \rightarrow \tilde{\mathcal{O}} \rightarrow \mathcal{O}_f \rightarrow 0 \quad (\tilde{X} \text{ 上})$$

$$0 \rightarrow \tau^{-1}\mathcal{O} \rightarrow \tilde{\mathcal{O}} \rightarrow \mathcal{O}_f \rightarrow 0 \quad (SNX \text{ 上})$$

さて、次の3組に対する長完全列を考えよう：

$$\begin{array}{ccc} \tilde{X} \setminus SNX & \hookrightarrow & \tilde{X} \xrightarrow{\tau} X \\ & & \vdots \\ & & \mathcal{O} \end{array} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow H^k(X \leftarrow \tilde{X}; \mathcal{O}) &\rightarrow H^k(X \leftarrow \tilde{X} \setminus SNX; \mathcal{O}) \\ &\rightarrow H^k(\tilde{X} \leftarrow \tilde{X} \setminus SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow \end{aligned} \quad (19)$$

これの第2項は、次のように示す:

$$H^k(X \leftarrow X \setminus N; \mathcal{O}) = \begin{cases} \mathcal{B}_M(N), & k = n \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases}$$

== 2,

$$\mathcal{B}_M(N) = \{N \text{ 上の } \mathcal{E} \text{ 上の } M \text{ の hyperfunctions}\} \\ = H_N^n(X; \mathcal{O})$$

である。(18)の第3項は純余次元性より次のように示す:

$$H^k(\tilde{X} \leftarrow \tilde{X} \setminus S_N X; \tau^{-1} \mathcal{O}) = H^{k-1}(S_N X; \mathcal{O}_0).$$

すなわち、 $\tau: \tilde{X} \rightarrow X$  なる写像は proper であり、 $\tau$  の  $\tau^{-1}(x)$  は、 $x \in N$  のときは  $S^{d+n-1}$  ( $d+n-1$  次元球面) に同相であり、 $x \in X \setminus N$  のときは 1 点である。故に、拍原は  $\tau$  の位相的考察により、

$$\text{Dist}_\tau^k(\mathcal{O})_x = H^n(\{x\} \leftarrow \tau^{-1}(x); \mathcal{O}_x) \\ = \begin{cases} \mathcal{O}_x & k = n+d, x \in N. \\ 0 & k \neq n+d \text{ or } x \notin N. \end{cases}$$

つまり、

$$\text{Dist}_\tau^k(\mathcal{O})|_N = \begin{cases} \mathcal{A}_M|_N & k = n+d \\ 0 & k \neq n+d \end{cases}$$

と示す。1. F が、 $\tau$ ,

$$H^k(X \leftarrow \tilde{X}; \mathcal{O}) = H^{k-n-d}(N; \mathcal{A}_M) = \begin{cases} \mathcal{B}_M(N) & k = n+d \\ 0 & k \neq n+d \end{cases} \quad (20)$$

となる。一方、自然な写像  $\alpha(M) \rightarrow \beta(M)$  は単射であるから、 $\text{codim } N = 0$  (亦即ち、 $N = M$ ) の時は、良く知られた完全列

$$0 \rightarrow \alpha(M) \rightarrow \beta(M) \rightarrow H^{n-1}(S_M X; \mathcal{O}_M) \rightarrow 0$$
 を得る。(佐藤-相原の論文の式(2.12))。([3])

$\text{codim } N \geq 1$  の場合は、次の定理で与えられる。

定理(2-2)

1)  $\text{codim } N = 1$  の場合、次の系列は完全である:

$$0 \rightarrow \beta_M[N] \rightarrow H^{n-1}(S_N X; \mathcal{O}_N) \rightarrow \alpha_M(N) \rightarrow 0 \quad (21)$$

2)  $\text{codim } N \geq 2$  の場合、次の2つの系列は完全である:

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \beta_M[N] \rightarrow H^{n-1}(S_N X; \mathcal{O}_N) \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow H^{n+d-2}(S_N X; \mathcal{O}_N) \rightarrow \alpha_M(N) \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (22)$$

系  $S_N X$

$\downarrow$

$N \hookrightarrow M$

と写像に名前を付けると、完全列(21)および(22)を sheaf 化して得られる完全列は次の通り。

1)  $\text{codim } N = 1$  の場合、次は完全:

$$0 \rightarrow \text{Dist}^0(N, \beta_M) \rightarrow R^{n-1} \tau_* \mathcal{O}_N \rightarrow \tau^* \alpha_M \rightarrow 0 \quad (21')$$

2)  $\text{codim } N \geq 2$  の場合, 次の完全:

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \text{Dist}^0(N, \beta_M) \rightarrow R^{n-1} \tau_* \mathcal{O}_N \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow R^{n+d-2} \tau_* (\mathcal{O}_N) \rightarrow \tau^{-1} \alpha_M \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (22')$$

注意.

$$R^k \tau_* \mathcal{O}_N = 0 \quad k \neq n-1, n+d-2.$$

そこで, 次の "グイヤエ" を考えよう:

$$\begin{array}{ccc} & D_N X & \\ \pi_N \swarrow & & \searrow \tau_N \\ S_N X & & S_N^* X \\ \tau_N \searrow & & \swarrow \pi_N \\ & N & \end{array} \quad (23)$$

但し,

$D_N X = \{ (x, P, Q) \in S_N X \times_N S_N^* X ; \langle P, Q \rangle_x \geq 0 \}$   
と定義する.  $\tau_N, \pi_N, \langle \cdot, \cdot \rangle_x$  は  $(T_N X)_x$  と  $(T_N^* X)_x$  の自然な内積である.  $P, Q$  は  $\text{mod } \mathbb{R}^+$  でベクトルより定まるから, その内積の正, 負, ゼロは確定した意味をもつ. ま  
た,

$$\tau_N: D_N X \rightarrow S_N X$$

および



$$\tau_N : D_N X \longrightarrow S_N^* X$$

は其に proper  $\tau$ ,  $\tau$  の  $\tau^{-1} \cap N$  は  $(n+d-1)$  次元の閉半球に可縮である。

(以下,  $\tau$  及び  $N$  は省略する.)

定理 (2.3)

$\tau^{-1} \circ \sigma$  に関し,

$$\tau : D_N X \rightarrow S_N^* X$$

は写像は, 純  $(n-1)$  次元射である。

証明 問題は局所的であるから,

$$M = \mathbb{R}^n, \quad X = \mathbb{C}^n$$

$$N = \mathbb{R}^{n-d} = \{x \in \mathbb{R}^n; x_1 = \dots = x_d = 0\}$$

とし, 原点  $0$  の近傍を考慮すればよい。

$$T^* X|_0 \cong \{(\zeta_1, \dots, \zeta_n); \zeta_j \in \mathbb{C}\} \text{ とおける.}$$

$$T_N^* X|_0 \cong \{(\zeta_1, \dots, \zeta_d, \eta_{d+1}, \dots, \eta_n); \zeta_j = \xi_j + i\eta_j \in \mathbb{C}, \eta_k \in \mathbb{R}\}$$

とおくから,

$$S_N^* X|_0 \cong \{|\zeta_1|^2 + \dots + |\zeta_d|^2 + \eta_{d+1}^2 + \dots + \eta_n^2 = 1\}$$

と成る。

$T_N X, S_N X$  に関し同様にして,

$$T_N X|_0 = \{(z_1, \dots, z_d, y_{d+1}, \dots, y_n); z_j \in \mathbb{C}, y_k \in \mathbb{R}\}$$

$$S_N X|_0 = \{|z_1|^2 + \dots + |z_d|^2 + y_{d+1}^2 + \dots + y_n^2 = 1\}$$

とおく。内積  $\langle, \rangle_0$  は,

$$\begin{aligned} & \langle (z_1, z', y''), (\zeta_1, \zeta', \eta'') \rangle_0 \\ &= z_1 \bar{\zeta}_1 + z_2 \bar{\zeta}_2 + \cdots + z_d \bar{\zeta}_d + y_{d+1} \bar{\eta}_{d+1} + \cdots + y_n \bar{\eta}_n \end{aligned}$$

と与えられる。但し,

$$z' = (z_2, \dots, z_d), \quad y'' = (y_{d+1}, \dots, y_n)$$

$$\zeta' = (\zeta_2, \dots, \zeta_d), \quad \eta'' = (\eta_{d+1}, \dots, \eta_n)$$

とし、

$d=0$  の時は、佐藤-柏原によつて議論せられるから、  
 $d \geq 1$  と仮定する。この場合には、佐藤-柏原の議論が平行  
 的に成立することは以下で示す。

今、 $S_N^* X$  の点  $P$  (原点  $0$  の近傍で)  $(x'', (z_1, z', y'')_0)$   
 と与えられる。  $P \in S_N^* X$  として、

$$P = (0, (1, 0, 0)_0)$$

に対して、

$$R^k \tau_x \pi^{-1} \sigma_N \big|_P = 0 \quad \text{for } k \neq n-1.$$

を証明すれば証明はあつた。

今、定義より、

$$\begin{aligned} R^k \tau_x \pi^{-1} \sigma_N \big|_P &= H^k(\tau^{-1}(P); \pi^{-1} \sigma_N) \\ &= H^k(\pi \tau^{-1}(P); \sigma_N) \quad (i) \end{aligned}$$

である。  $\pi \tau^{-1}(P) = \{(0, (z_1, z', y'')_0) ; z_1 = \operatorname{Re} z_1 \geq 0\}$

と示すことは容易である。

$z$ ,  $\tilde{X}$  はある  $\pi z^{-1}(P)$  の基本近傍系として, 次のように  $\tilde{D}_\varepsilon$  をとる ( $\varepsilon > 0$ )

$$\tilde{D}_\varepsilon = \{ \tilde{z} = x'' + z_1 + z' + iy''; x_1 + \varepsilon \sqrt{y_1^2 + |z'|^2 + |y''|^2} > 0 \}$$

$$= z'',$$

$$|z'|^2 = |z_2|^2 + \dots + |z_d|^2$$

$$|y''|^2 = y_{d+1}^2 + \dots + y_n^2$$

と  $E$ ,  $F = \{ \dots \}$  の中の条件は

$$\tilde{z} = z = x'' + z_1 + z' + iy'' \in \tilde{X} \setminus \text{SNX} = X \setminus N$$

(あるから,  $z' + iy'' \neq 0$ ) なるは, 上の通り,

$$\tilde{z} = x'' + (z_1 + z' + iy'')_0 \in \text{SNX} \text{ なるは,}$$

$|x''_j| < \varepsilon$ ,  $j = d+1, \dots, n$ ,  $x_1 + \varepsilon \sqrt{y_1^2 + |z'|^2 + |y''|^2} > 0$   
 $\varepsilon$  意味ある  $\varepsilon$  とある.

$$D_\varepsilon = \tilde{D}_\varepsilon \setminus \text{SNX}$$

$$= \{ z = z_1 + z' + z''; |z_j| < \varepsilon \quad \forall j = 1, \dots, n, \\ x_1 + \varepsilon \sqrt{y_1^2 + |z'|^2 + |y''|^2} > 0 \}$$

と取る.

(i) の計算を続けよう:

$$H^k(\pi z^{-1}(P); \sigma_P) = \lim_{\varepsilon} \text{ind } H^k(\tilde{D}_\varepsilon; \sigma_P)$$

$$= \lim_{\varepsilon} \text{ind } H_{\text{SNX} \cap \tilde{D}_\varepsilon}^{k+1}(\tilde{D}_\varepsilon; z^{-1}\sigma)$$

$\tau$  であるから、次の (ii) が成り立つ、定理は証明された  $E = \tau$  になる。

$$\lim_{\varepsilon} \text{ind } H_{S_N \times \cap \tilde{D}_\varepsilon}^k(\tilde{D}_\varepsilon; \tau^{-1}\mathcal{O}) = 0 \quad \text{for } k \neq n \quad (\text{ii})$$

そこで、次の完全列を考へよう：

$$\begin{aligned} \rightarrow H^{k-1}(D_\varepsilon; \mathcal{O}) &\rightarrow H_{S_N \times \cap \tilde{D}_\varepsilon}^k(\tilde{D}_\varepsilon; \tau^{-1}\mathcal{O}) \\ &\rightarrow H^k(\tilde{D}_\varepsilon; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow \dots \end{aligned}$$

$\pi\tau^{-1}(P)$  は可縮であるから、この完全列の  $n$  項で、

$\lim_{\varepsilon} \text{ind } E$  と  $\tau$  の  $n$  項に一致する。

$$\lim_{\varepsilon} \text{ind } H^k(\tilde{D}_\varepsilon; \tau^{-1}\mathcal{O}) = H^k(\pi\tau^{-1}(P); \tau^{-1}\mathcal{O})$$

$$= H^k(\pi\tau^{-1}(P); \mathcal{O}_0) = \begin{cases} \mathcal{O}_0 & \text{for } k=0 \\ 0 & \text{for } k \neq 0. \end{cases}$$

さらに、解析接続の一貫性より

$$\mathcal{O}_0 \rightarrow \lim_{\varepsilon} \text{ind } H^0(D_\varepsilon; \mathcal{O})$$

は単射射影である。(Eが、 $\tau$ .)

$$\lim_{\varepsilon} \text{ind } H_{S_N \times \cap \tilde{D}_\varepsilon}^0(\tilde{D}_\varepsilon; \tau^{-1}\mathcal{O}) = 0$$

$\tau$  である、故に、次の (iii) を示す (これは成り立つ (= $\tau$  の

$n > 1$  と仮定している。  $n=1$  の時は簡単に成り立つ。) )

$$\lim_{\varepsilon} \text{ind } H^k(D_\varepsilon; \mathcal{O}) = \begin{cases} \mathcal{O}_0 & \text{for } k=0 \\ 0 & \text{for } k \neq 0, n-1 \end{cases} \quad (\text{iii})$$

$\Gamma_\varepsilon = \{z = z_1 + z' + z''; x_1 + \varepsilon \sqrt{x_1^2 + |z'|^2 + |y''|^2} \leq \varepsilon\}$   
 とおこう。また  $\{U_m\} \varepsilon 0$  の  $X$  における基本近傍系とする。  
 明らかに、

$$\lim_{\varepsilon} \text{ind } H^k(D_\varepsilon; \mathcal{O}) \\ = \lim_{\varepsilon} \text{ind } \lim_{m} \text{ind } H^k(U_m - \Gamma_\varepsilon; \mathcal{O})$$

が成立する。そこで、次の完全列を考えよう。

$$\begin{aligned} \rightarrow H_{\Gamma_\varepsilon}^k(U_m; \mathcal{O}) \rightarrow H^k(U_m; \mathcal{O}) \rightarrow H^k(U_m - \Gamma_\varepsilon; \mathcal{O}) \\ \rightarrow \dots \end{aligned} \quad (\star)$$

この  $k$  項は、次の  $k$  に計算される。

$$\lim_{m} \text{ind } H^k(U_m; \mathcal{O}) = \begin{cases} \mathcal{O}_0 & \text{for } k=0 \\ 0 & \text{for } k \neq 0. \end{cases}$$

また  $k=1$  項は

$$\lim_{m} \text{ind } H_{\Gamma_\varepsilon}^k(U_m; \mathcal{O}) = \text{Dist}^k(\Gamma_\varepsilon; \mathcal{O}).$$

であり、これは  $k \neq n$  のとき次に引用する柏原の定理に  
 等しい。

定理 (柏原)

$\Gamma \in \mathbb{C}^n$  の原点を頂点とする閉じた凸錐とする。さらに、  
 $\Gamma$  がどんな  $\mathbb{C}$ -linear subspace も含まないならば

$$\text{Dist}^k(\Gamma; \mathcal{O})_0 = 0 \quad \text{for } k \neq n.$$

(この定理は 1969 年に既に証明されているが未発表である)

したがって  $n > 1$  の仮定のもとで、 $(\star)$  の  $k$  項は

$$\lim_{\substack{\text{ind} \\ m}} H^k(U_m - \Gamma_\varepsilon; \theta) = \begin{cases} \theta_0 & \text{for } k=0 \\ 0 & \text{for } k \neq 0, n-1 \end{cases}$$

と計算される。故に (iii) が示せた。= して 定理 (2.3) が、柏原の定理よりみえうかぬ。 (q. e. d.)

定義  $S_N^* X$  上 a sheaf  $\tilde{C} = C_{NIX} \in$   
 $\tilde{C} \equiv C_{NIX} = R^{n-1} \tau_* (\pi^{-1} \mathcal{O}_0)$

と定義する。

さて、 $\pi^{-1} \mathcal{O}_0$  に関して  $\pi: D_N X \rightarrow S_N X$ ,  
 $\tau: D_N X \rightarrow S_N^* X$  存在  $\Rightarrow$  写像が  $\tau$  の  $\tau$  の純 0 次元的、純  $(n-1)$  次元的  $\tau$  があることに注意すれば、次の計算が可能である。

$$\begin{aligned} R^k \tau_* \tilde{C} &= R^k \tau_* (R^{n-1} \tau_* (\pi^{-1} \mathcal{O}_0)) \\ &= R^{k+n-1} (\tau \pi)_* (\pi^{-1} \mathcal{O}_0) \quad (\textcircled{1} \tau: \text{純 } n-1 \text{ 次元的}) \\ &= R^{k+n-1} (\tau \pi)_* (\pi^{-1} \mathcal{O}_0) \\ &= R^{k+n-1} \tau_* \pi_* \pi^{-1} \mathcal{O}_0 \quad (\textcircled{2} \pi: \text{純 } 0 \text{ 次元的}) \\ &= R^{k+n-1} \tau_* \mathcal{O}_0 \end{aligned}$$

故に、

$$R^k \tau_* \tilde{C} = 0 \quad k \neq 0, d-1,$$

$$\tau_* \tilde{C} = R^{n-1} \tau_* \mathcal{O}_0,$$

$$R^{d-1} \tau_* \tilde{C} = R^{n-d-2} \tau_* \mathcal{O}_0.$$

よ、定理 (2.2) より次の定理を得る:

定理 (2.4)  $\tilde{C} = C_N \times \mathbb{R}$  は 1 次が成立する。

1)  $\text{codim } N = 1$  の場合, 次は完全列である。

$$0 \rightarrow \mathcal{B}_M[N] \xrightarrow{\tilde{\rho}} \tilde{C}(S_N^* X) \rightarrow \mathcal{A}_M(N) \rightarrow 0 \quad (26)$$

2)  $\text{codim } N \geq 2$  の場合, 次は完全列である。

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \mathcal{B}_M[N] &\xrightarrow{\tilde{\rho}} \tilde{C}(S_N^* X) \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow H^{d-1}(S_N^* X; \tilde{C}) &\rightarrow \mathcal{A}_M(N) \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (27)$$

但し  $d = \text{codim } N \in \mathbb{Z}$ 。

= の定理は "sheaf 化" 可なり, 次は  $\mathbb{R}$  による。

系 1)  $\text{codim } N = 1$  の場合, 次は完全:

$$0 \rightarrow \mathcal{B}_{M, [N]} \xrightarrow{\tilde{\rho}} \pi_* \tilde{C} \rightarrow \mathcal{A}_M|_N \rightarrow 0 \quad (28)$$

2)  $\text{codim } N = d \geq 2$  の場合, 次は完全:

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \mathcal{B}_{M, [N]} &\longrightarrow \pi_* \tilde{C} \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow R^{d-1} \pi_* \tilde{C} &\rightarrow \mathcal{A}_M|_N \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (29)$$

但し,  $\mathcal{B}_M, \mathcal{A}_M$  は  $M \in \mathbb{R}$  の hyperfunctions, analytic functions の芽の層,  $\mathcal{B}_{M, [N]} = \text{Dist}^0(N, \mathcal{B}_M)$  とし  $\mathbb{R}$ 。また  $\pi = \pi_N: S_N^* X \rightarrow N$  は射影,  $R^i \pi_*$  は  $i$  番目の "順像" を示す。

注意  $\text{codim } N = 0$ , 可なり  $N = M$  の場合,  $\mathbb{R}$  に構成した  $C_N \times \mathbb{R}$  は勿論 佐藤の層  $C = C_M$  と一致する。そのとき (28) (29) に対応する完全列は次のものがある:

$$0 \rightarrow \mathcal{A}_M \rightarrow \mathcal{B}_M \xrightarrow{\rho} (\pi_M)_* C_M \rightarrow 0.$$

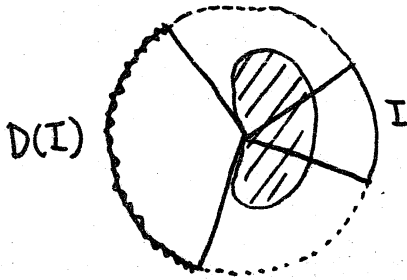
例  $M = \mathbb{R}$ ,  $N = (0)$  とする. 前節の例 1 に参照.

$I \in S_N^* X \cong \{(x, y); x^2 + y^2 = 1\}$  の開凸集合とする.

$D(I) = I$  の non positive dual cone  $C_{TNX}$

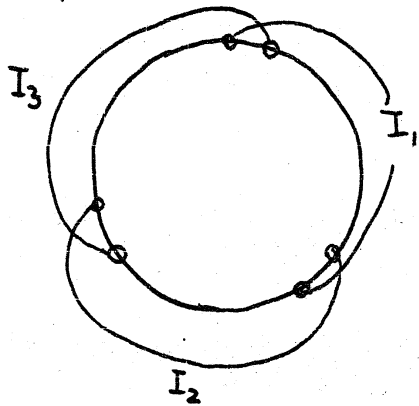
$$\tilde{C}(I) = \lim_{I' \subset\subset I} \text{proj} \lim_{U \ni x} \text{ind} \frac{\mathcal{O}(U \cap D(I)^c)}{\mathcal{O}(U)}$$

$S_N X$  と  $S_N^* X$  を同一視してえがいた下図において,  $I$  は



斜線と似たような領域が存在して,  $\tilde{C}(I)$  の元は  $\mathbb{R} = \mathfrak{a}$  上の正則函数で代表される。(もちろん斜線部の領域は,  $\tilde{C}(I)$  の元に依存する.)

$S_N^* X$  上の  $\tilde{C}$  のセクションとは何か?



$\bigcup_{j=1}^3 I_j = S^*$  と  $S^*$  の凸閉集合による被覆を考える.

$S^*$  上のセクションは各  $I_j$  上のセクションとつなぎ合わせて得られる.  $\mathfrak{a}$  各々の代表函数を  $f_j$

とする.  $f_j$  は  $U \cap D(I_j)^c$  に近い領域 (上のような斜線部) で正則かつ,  $g_{kj} \in \mathcal{O}(0)$  が存在して

$$f_j - f_k = g_{kj}$$



が,  $U \cap (D(I_j) \cup D(I_k))$  の凸包<sup>c</sup> で成立する.  $\alpha =$   
 とより  $f_j$  は  $U \setminus 0$  で 多価正則函数 を定め.

$$f(z e^{2\pi i}) = f(z) + g(z)$$

$$(\alpha = z \text{ なら } g(z) = g_{12}(z) + g_{23}(z) + g_{31}(z) \in Q(0))$$

なる関係式をみたす.  $\Gamma$  が,  $z$  次  $\alpha = z$  が結論される:

$\tilde{C}$  の  $S_N^* X$  上のセグメントは

$$\varphi(z) + \psi(z) \log z \pmod{Q(0)}$$

( $\varphi \in \mathcal{O}(U \setminus 0)$ ,  $\psi \in \mathcal{O}(U)$ ,  $U$  は  $0$  の近傍)

に  $\Gamma$  と  $z$  と  $z$  による.  $\mathcal{B}[N]$  の (26) に  $\Gamma$  による像は,

$$\varphi(z) \pmod{\mathcal{O}(0)}$$

( $\varphi \in \mathcal{O}(U \setminus 0)$ ,  $U$  は  $0$  のある近傍)

に  $\Gamma$  と  $z$  と  $z$  による.  $\tilde{C}(S_N^* X) \rightarrow Q(0)$  は

$$\varphi(z) + \psi(z) \log z \pmod{\mathcal{O}(0)} \longmapsto \psi(z)$$

に  $\Gamma$  と  $z$  と  $z$  による.

\*  $\forall \psi \in Q(0)$  に  $\exists!$ .  $\psi(z) \log(z)$  は  $\tilde{C}(S_N^* X)$  の  
 元を定めるから  $\tilde{C}(S_N^* X) \rightarrow Q(0)$  は 全射 である.

\*  $\mathcal{B}[N] \rightarrow \tilde{C}(S_N^* X)$  は, 上の例  $z$  により  $\Gamma$  も明らかに 単射 である.

\*  $\mathcal{B}[N]$  の元は  $0$  以外で 一個正則函数 により代表される.

= これは自然に  $\tilde{C}(S_N^* X)$  の元を定めるが,  $Q(0)$  により  $\Gamma$  と

ゼロになってしまう。

### §3 $C_{N \times X}$ に関する予想.

$\text{codim } N \geq 1$ であれば,  $S^*N \times X$  には“複素”変数がとれる. 我々の予想は,  $\tilde{C} = C_{N \times X}$  のセグメンションは,  $\equiv$  の複素変数に関しては一意に接続されることを主張する.  $\equiv$  の予想は,  $\text{codim } N = 0$  の場合 (あるいは  $N = M$  の場合)  $C = C_{M \times X}$  が flabby であるという柏原の結果と対比する. ([1])

$M, N, X, Y$  は今までの通り,  $p \perp$ , (1) の如きもので,  $p$  の 仮定 のもとで考える.

$\mathcal{B}_{[N]} = \text{Dist}^n(\otimes N; \mathcal{O}_X) = \text{Dist}^0(N, \mathcal{B}_M)$  と  $N$  上の層を定義する. これは  $N$  台をもつ  $M$  上の超函数の芽の層である.  $\mathcal{O}_M, \mathcal{B}_M$  で,  $M$  上の実解析的函数の層, 超函数の芽の層をそれぞれ表わす.

#### 予想 (3.1)

(6) の  $F$  の写像

$$g: S^*N \times X \setminus (S^*_Y X|_N) \longrightarrow S^*N \times Y$$

を考えよう. 層  $\tilde{C} = C_{N \times X}$  は,  $g$  のファイバーに沿って, 一意接続性をもつ. つまり, 次のことが成立する (であろう)

$U \subset S_N^* X \setminus (S_Y^* X|_N)$  を開集合で、任意の  $\xi \in S_N^* Y$  に対し  $U \cap g^{-1}(\xi)$  が連結なものであるとしよう。層  $\tilde{C}$  の  $U$  上のセグニョニフが、 $U$  の開集合  $u$  でゼロにならないば、 $U \cap g^{-1}(g(u))$  でもゼロになる。

予想 (3.2)

$\tilde{C}|_{S_Y^* X|_N}$  もまた一意接続性をもつ。つまり、次のことが成り立つ (2.6.3):  $S_Y^* X|_N$  の連結開集合で定義された  $\tilde{C}|_{S_Y^* X|_N}$  のセグニョニフが、その開部分集合でゼロで"あ"ければ、もともとゼロである。

予想 (3.3) ( $\tilde{C} = C_{N|X}$  と  $C = C_{M|X}$  の関係)

$\tilde{C} = C_{N|X}$ ,  $C = C_{M|X}$  とおく。

$$\tilde{C}|_{S_M^* X|_N} \longrightarrow C|_{S_M^* X|_N}$$

存在する単射的層の準同型が存在し、次の図式が可換である:

$$(\pi_N)_* \tilde{C} \longrightarrow (\pi_M)_* \tilde{C}|_{S_M^* X|_N} \longrightarrow (\pi_M)_* C|_{S_M^* X|_N}$$

$$\uparrow \tilde{\rho}$$

$$\uparrow$$

$$\mathcal{B}_{[N]}$$

$$\longleftarrow \longrightarrow$$

$$\mathcal{B}_{M|N}$$

定理 予想 (3.1), (3.2), (3.3) が正しいければ、

$\mathcal{B}_{[N]} \ni \varphi$  の特異台の形状は、佐藤予想の通りである。すなわち、 $\varphi|_N \neq 0$  なら、 $S_N^* Y$  の閉集合  $F$  が存在して

$$S. S. \varphi = g^{-1}(F) \cup (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N)$$

と存る. 但し  $1 = \tau$

$$q: S_M^* X|N \setminus (S_M^* X|N \cap S_Y^* X|N) \longrightarrow S_N^* Y$$

は (6) の身振影である.

(§ 1 の注意 1 = 1 F が,  $\tau$ ,

$$q: \sqrt{1} S^* M|N \setminus \sqrt{1} S^* N M \longrightarrow \sqrt{1} S^* N$$

と考へ.  $F \subset \sqrt{1} S^* N$ .

$$S, S, \varphi = q^{-1}(F) \cup \sqrt{1} S^* N M$$

と書く方が, 今まで流用して  $\tau$  記号 = せい.)

証明.

$\varphi \in \mathcal{B}[N]$  とする.  $\tilde{\beta}\varphi$  は  $S_N^* X$  上の  $\tilde{C}$  のセリ  $\equiv \equiv$  とみせせる. もし,  $\beta\varphi \in \Gamma(S_M^* X|N; C)$  がある南集合  $\omega$  で  $\tau$  であるならば, 予想 (3.3) より,  $\tilde{\beta}\varphi$  は  $\omega$  の  $S_N^* X$  でのある近傍  $\tilde{\omega}$  で  $\tau$  である.

$\omega \cap (S_M^* X|N \cap S_Y^* X|N) \neq \emptyset$  ならば, 予想 (3.2) より,  $\tilde{\beta}\varphi$  は  $S_Y^* X$  の近傍  $\tau$  である. 故に 予想 (3.1) より,

$\tilde{\beta}\varphi \equiv 0$ . 定理 (2.4) を用いると  $\varphi \equiv 0$  と存る. せいは仮定に反する.

$\omega \cap (S_M^* X|N \cap S_Y^* X|N) = \emptyset$  とし, 予想 (3.1) より,

$$q: S_N^* X \setminus S_Y^* X|N \longrightarrow S_N^* Y$$

と  $\tau$  とし,  $\tilde{\beta}\varphi$  は  $q^{-1}q\tilde{\omega}$  で  $\tau$  である. 故に, 予想 (

3.3) より,  $\beta\varphi$  は

$$S_M^*X|_N \cap \tilde{\omega} = g^{-1}g\omega$$

で成り立つ。但し 上式の右辺の  $g$  は

$$g: S_M^*X|_N \setminus (S_M^*X|_N \cap S_T^*X|_N) \rightarrow S_N^*T$$

である。ゆえに 定理の主張が  $F=F$  ならば成り立つ。

(g.e.d.)

さて

$$m: S_N^*X \setminus S_N^*M \longrightarrow S_M^*X|_N$$

とある。  $\mathcal{B}[N] \ni \varphi \mapsto \beta\varphi \in \Gamma(S_M^*X|_N; \mathbb{C})$

および  $\tilde{\beta}\varphi \in \Gamma(S_N^*X; \tilde{\mathbb{C}})$  が定義されているが、

これらに關して、次のことがいえる。

### 予想の系

$\varphi \in \mathcal{B}[N]$  に対して 次の 2 条件は同値

1)  $\beta\varphi|_N = 0$  in an open set  $\omega \subset S_M^*X|_N$ .

2)  $\tilde{\beta}\varphi = 0$  in  $m^{-1}(\omega) \subset S_N^*X \setminus S_N^*M$ .

実際 これは予想 (3.1) と (3.3) の系に可成なり。

$\text{codim } N = 1$  としよう。局所的に

$$N = \{h = 0\}, \quad dh|_N \neq 0$$

と実解析的函数  $h$  によって  $N$  が表示されている。つまり、

$$N_- = \{h \leq 0\}$$

は,  $N$  で区切られる  $M$  の閉集合の 1 つである.  $\equiv$  のとき,  
 $d \in \infty | N$  は  $S_N^* M$  のセリ  $\equiv \infty$  と定義ある. これをかり  
 に  $(+)$  と書く.

注意  $N$  が向きづけ可能であれば,  $N_-$ ,  $(+)$  は, 大域的  
 に定義できる.  $\equiv$  はこちらのえらび方は,  $N$  の向きづけ方の数(  
 可なり 2 コ) だけある. 我々の興味は局所的であるから,  
 $N$  が向きづけられ,  $N_-$ ,  $(+)$  が選ばれていると仮定する.

超函数  $\varphi \in \mathcal{B}(M)$  で, その台が  $N_-$  に含まれているもの  
 の  $N$  との芽  $\varphi|_N$  が以下の研究対象である.  $\equiv$  のような超函  
 数の特異台  $S, S, \varphi$  の形に因して佐藤先生は次の予想  
 を立てられた.

### 佐藤予想 (3.4)

$\varphi \in \mathcal{B}(M)$ ,  $\text{supp } \varphi \subset N_-$ ,  $\varphi|_N \neq 0$   
 とする.  $\equiv$  のとき,  $S_N^* Y$  の閉部分集合  $F$  が存在して

$S, S, \varphi|_N = \varphi^{-1}(F) \cup (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N)$   
 となる. 但し,

$\varphi: S_M^* X|_N \setminus (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N) \rightarrow S_N^* Y$   
 は射影である.

注意 佐藤予想の仮定のもとで

$S, S, \varphi|_N \supset S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N$   
 を主張するのが, 河合-柏原の補題である. ([3])

注意 佐藤予想は、[2]における超函数の台と特異点の相互依存性の一側の一階化にまつている。

佐藤予想(3.4)を層  $C$  と層  $\tilde{C}$  とに関するいくつかの予想とみなす性質に帰着せよ。

$$p: S_N^* X, S_M^* X|_N \rightarrow S_N^* M$$

を射影とし、 $p^{-1}(+) = S_N^* X^{(+)}$  と書えう。 $p^{-1}(+)$  の各ファイバ-は開いた半球である。また

$$m^+: S_N^* X^{(+)} \setminus (+) \rightarrow S_M^* X|_N$$

とおく。このとき、定理(2.4)に類似の性質を予想する。

予想(3.5)

単射

$$\text{Dist}^0(N-; \mathcal{B}_M)|_N \xrightarrow{\tilde{\beta}} \tilde{C}(S_N^* X^{(+)})$$

が定義できる。

予想(3.6) (p29の予想の系の類似)

$\text{Dist}^0(N-; \mathcal{B}_M)|_N$  の  $N$  上のセグメント  $\equiv N$  に対し、

$$\beta\varphi \in \Gamma(S_N^* X^{(+)}; \tilde{C}) \text{ および}$$

$$\beta\varphi|_N \in \Gamma(S_M^* X|_N; C) \text{ が定義できるが、これらに}$$

并して次の2つは同値:

1)  $\beta\varphi|_N = 0$  in an open set  $\omega$  of  $S_M^* X|_N$ .

2)  $\tilde{\beta}\varphi = 0$  in  $(m^+)^{-1}(\omega)$ .

これらの予想が正しいければ、佐藤予想(3.4)も正しい。

とが p28 の証明と同様に示せる。

### 文献

- [1] 柏原正樹:  $C_a$  flabbiness と Radon 変換.  
 数理研講究録 114, 佐藤の超函数とその応用 (1970)  
 1-4.
- [2] MORIMOTO, M: Support et support  
 singulier de l'hyperfonction. Proc. Japan Acad.  
 47 (1971), 648-652.
- [3] 佐藤幹夫・柏原正樹: 超函数の構造, 数学のあゆみ  
 15 (1970), 9-71.