

非線形遷移領域の解析

東大宇宙研. 本橋 龍 郎
斎藤 博え助
佐藤 浩

§ 1. 序

一様な流れの中に流れに平行におかれた平板の後流に現われる速度変動は、流れ方向に様々な変化を呈する。その変化の様子は、三つの領域に分けて考えると便利である。実験は、低乱風洞において、熱線風速計を用いて行なわれ、外乱として、ラウドスピーカーより一定周波数の音を加えた。風速は 10 m/s, 板の長さは 30 cm である。実験装置の配置及び座標のとり方は、Fig. 1 に示すとおりである。

(i) 線形領域 (Linear Region)

平板の後縁より 40 mm くらいまでを線形領域とよぶ。この領域では、速度変動は正弦的であり、その周波数、振幅などは、線形安定理論を用いて計算された結果と非常によく一致する。この領域をスペクトルの方から考えてみると、ある一定の周波数のところに卓越した線スペクトルが存在するこ

とに対応する。今、ここで、速度変動中のこの成分を基本成分 (Fundamental Component) と呼ぶことにすると、速度変動の波形は、流れ方向に伝わるに従って波形がくずれ、基本成分の2倍、3倍、……の周波数をもった高調波 (Higher Harmonics) を含むようになり、最終的には、乱れた波形へと変化していく。線形領域については、理論的にも、実験的にもほぼ説明されたと考えてよい。

(ii) 非線形領域 (Non-linear Region)

速度変動の波形が、高調波を含み、しかも周期性の存在している領域は、非線形領域と呼ばれる。大体、 $X = 4.0 \text{ mm}$ から 600 mm くらいまでがこの領域にあたる。又、この領域では、流れが三次元的になる。流れが二次元的であるのは $X = 160 \text{ mm}$ くらいまでであると考えられる。(文献1。)

(iii) 偶然化領域 (Randomization Region)

乱流の特性は、速度変動の波形が、偶然性 (Randomness) を含むことにある。非線形領域では、速度変動は周期的であったが、さらに下流では、周期性 (規則性) が破られ、偶然性 (不規則性) が増大してくる。従って、流れが乱流状態になる前に、偶然性の増大する偶然化領域が存在する筈である。

以上の三つの領域と乱流領域における典型的な波形とその

1.3

スペクトルのグラフを Fig. 2 に示す。(斜線は、連続スペクトルを表わす。)

今回は、非線形領域に現われる高調波の振幅や位相などが、流れの場の中で、どのように分布しているかを調べた。

解析方法は、まず、速度変動の波形を数値化(一周期を 42 等分)し、その値を用いてフーリエ係数を計算し、それより高調波の振幅と位相を求めた。従って、次のようにフーリエ級数に展開できる。

$$u = \sum_{n=1}^N u_n \sin(n\omega_0 t + \theta_n)$$

ω_0 ; 基本成分の周波数, u_1 ; 基本成分の振幅,
 θ_1 ; 基本成分の位相, u_n ; n 高調波の振幅,
 θ_n ; n 高調波の位相, N ; 高調波の数,

加えに音の周波数は、600 Hz で、それが基本成分の周波数である。

§ 2. 基本成分の振幅 (Fig. 3)

基本成分の振幅や位相の分布については、すでに文献 1. に報告されている。しかし、前報告では、データをアナログ処理したものであるのに対し、今回は、デジタルに処理した

ものである。Fig. 3は、 X をパラメーターにした基本成分の振巾の Y -分布である。 U_0 は、一様流の速度である。実際の解析は、 $Y \geq 0$ のみについて行なった。 $X = 40 \text{ mm}$ では、2つの山は中心に近い $Y = \pm 2.0 \text{ mm}$ にある。(線形理論と非常により一致を示している。) $X = 40 \text{ mm}$ から 60 mm までは、後流の中が急激に広がり、それに伴って山の位置も中心軸から離れていく。 $X = 60 \text{ mm}$ では、 $Y = \pm 4.3 \text{ mm}$ で最大値をとる。 $X = 80 \text{ mm}$ から 100 mm までの基本成分の振巾分布は、持異な形をしている。すなわち、 $X \leq 60 \text{ mm}$ では、中心線上で小さな値をとっていたのが、この領域では、 $Y = \pm 1.5 \sim 2.0 \text{ mm}$ において小さな値をとるようになる。ところが、 $X = 160 \text{ mm}$ くらいから、また、中心線上で小さな値をとるようになり、 $X = 600 \text{ mm}$ くらいまでは、分布の型はあまり変化しない。従って、 $X = 160 \text{ mm}$ から $X = 600 \text{ mm}$ くらいまでは、一種の平衡状態にあると考えられる。又、中心線上での基本成分の大きさが、ほとんど変化しないのも一つの特長である。

§3. 高調波の振巾。(Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6)

才 \geq 高調波の振巾は、 $X = 40 \text{ mm}$ では、中心線上で最大値をもち、左右に山をもつ分布をしている。下流に行くに従

して中心軸から離れ、しかも小さくなっていく。又、 $X = 70$
 mm , $90 mm$ では、中心付近で平坦な分布をしている。 X
 $= 200 mm$ から $X = 600 mm$ くらいまでは、中心付近で
 丸い形をした分布にもどり、一定の分布をしている。第3高
 調波は、基本成分と同じように、中心軸から離れた点で最大
 値をもつ。 $X = 80 mm \sim 90 mm$ では、 $Y = 1.0 mm$ くら
 いから $Y = 6.0 mm$ くらいまでほぼ一定の値を示している。
 第4高調波は、第2高調波と相似な形をしている。ただし、
 $X = 60 mm \sim 90 mm$ では、中心軸から離れたところで最
 大値をもつことが多い。又、 $X = 60 mm$, $90 mm$ では、
 中心付近で分布が平坦になっているのが特長である。

§4. 基本成分の位相分布 (Fig. 7)

2本の熱線風速計を用いて、基本成分の位相を測定した。
 それらの値をもとにして、高調波の位相を計算した。基本成
 分の位相分布より、非線形領域は、さらに3つの領域に分け
 て考えることができる。まず、 $X = 50 \sim 70 mm$ では、線
 形領域から非線形領域へと変化する領域であり、一応、 $X =$
 $60 mm$ にみられるように Y 軸に沿って単調に増加する分布
 があらわれる。($Y = 9.0 mm$ を位相の基準にとっている。)
 さらに下流、 $X = 80 \sim 120 mm$ においては、 $Y = 2.0 \sim -2.0$

$m m$ において位相が急激に変化する非線形領域特有の位相を示す。才三の領域、すなわち、 $X = 160 \sim 600 m m$ では、一種の平衡状態に達し、 $X = 60 m m$ と同じように単調に増加する位相分布を示す。

高調波の位相の分布も計算したが、振巾の小さなところで大きく位相が変化するということが分からなかった。Fig. 7には、才二高調波の位相分布も示す。(解析は、 $Y \geq 0$ で行なっていない。)

Fig. 8は、基本成分の位相のゆらぎを示しており、ゆらぎは、 $X = 80 m m$ までは増加し、一度減少してから、また増大する。従って、 $X = 160 \sim 600 m m$ の平衡領域では、位相の Y -分布自身は変化せず、位相のゆらぎが増大する領域のように思える。残念なことに、 $X = 300 m m$ より下流の位相のゆらぎについては、ゆらぎの周波数が速くなるために計器の応答が追いつかず、定量的なことは分らないが、オシロスコープで観測したかぎりでは、ゆらぎが増大していることは、確かである。乱流への遷移は、このような“位相のゆらぎ”の面からも研究されなければならぬと思う。

§5. 高調波の相似性

基本成分と才三高調波及び才二高調波と才四高調波の振巾分布を比較してみると、それらの間に1つの相似性が成りす

ることがわかる。Fig. 9は、基本成分と第3高調波の比較を示している。X = 40 mmでの振巾を比較してみると、大きさと最大値をとるY座標の位置は互いに異なっているが、分布の型は、明らかに相似である。基本成分と第3高調波の相似性が成立する範囲は、X = 40 mm から 70 mm くらいまでの非線形性の弱い領域である。第2高調波と第4高調波を比較したのが、Fig. 10である。最大値をとるY座標の位置は異なるが、分布の形状は相似である。又、X = 70 mmにみられるように、中心付近で平坦な分布を示すのが、第2高調波と第4高調波の特長である。(X = 90 mmにおいても、この傾向がみられる。) 第2高調波と第4高調波の相似性は、X = 40 mmより下流では、大体、成立する。以上の結果から、さらに、偶数次の高調波同志、奇数次の高調波同志の相似性が、言えるかもしれない。しかし、第5、第6、...の高調波の振巾は、非常に小さいため、比較できない。

§ 6. 高調波のエネルギー

Y方向に積分した高調波のエネルギーのX方向への変化をFig. 11に示す。非線形性の強いと考えられるX = 70 ~ 100 mmでは、変動のエネルギーは、いずれも減少している。X = 100 mmより下流では、ゆるやかに減少している。

が、ほとんど平衡状態にあるといつてよい。

§ 7. U_c/U_0 , b , $\sqrt{\epsilon}/\epsilon_0$ の分布

後流の平均速度分布から得られる U_c/U_0 (一様流速に対する中心線上の平均速度の比) と半値半巾 b (定義は、図の如し) を Fig. 12 に示す。これからも、非線形領域が、 $\epsilon > 1$ に分かれることがわかる。すなわち、 b , U_c/U_0 が増加している $\epsilon < 1$ の領域と b , U_c/U_0 が減少している $\epsilon = 1$ の領域、さらに、 b , U_c/U_0 とともにほとんど一定値をとる $\epsilon > 1$ の領域である。

Fig. 13 には、 $\epsilon > 1$ の高調波と基本成分の振巾の比の“等高線”を示した。上に述べた $\epsilon < 1$ の領域では、中心軸上でこの比が大きく、 $\epsilon = 1$ の領域では、値の大きな場所が軸から離れており、最大値が 1.5 より少し大きい程度で、 Y -方向の分布がほとんど変化しなりのが $\epsilon > 1$ の領域である。

§ 8. 結 論

1), 平板の後流にできる非線形遷移領域は、次の $\epsilon > 1$ の領域に分けることができる。

a) 線形領域から非線形領域への遷移領域 ($X=40 \sim 70\text{mm}$)

b) 非線形性の強い領域 ($X=70 \sim 120\text{mm}$)

c) 非線形の平衡領域 ($X = 120 \sim 600 \text{ mm}$)

- 2) 非線形性の強い領域 b) においては、エネルギー、 b 、 U_c/U_0 などが、一様に減少している。又、基本成分の位相分布や $\sqrt{u_x}/\sqrt{u_y}$ の分布も特異な形をしている。
- 3) c) の領域では、ほとんどの物理量が、一定の値や分布を示す。一方、“位相のゆらぎ”は、この領域において増大している。
- 4) 非線形遷移領域においては、速度変動の基本成分と第 3 高調波、第 2 高調波と第 4 高調波同志の分布に関する相似性が成立することが分かった。

< 参考文献 >

- 1) Sato, H. & Kuriki, K. 1961 J. Fluid Mech. 11, pp. 321-352.
- 2) Sato, H. & Saito, H. 1972. IUTAM 予稿
- 3) Zabusky, N. J. & Deem, G. S. 1971 J. Fluid Mech 47, pp 353-379

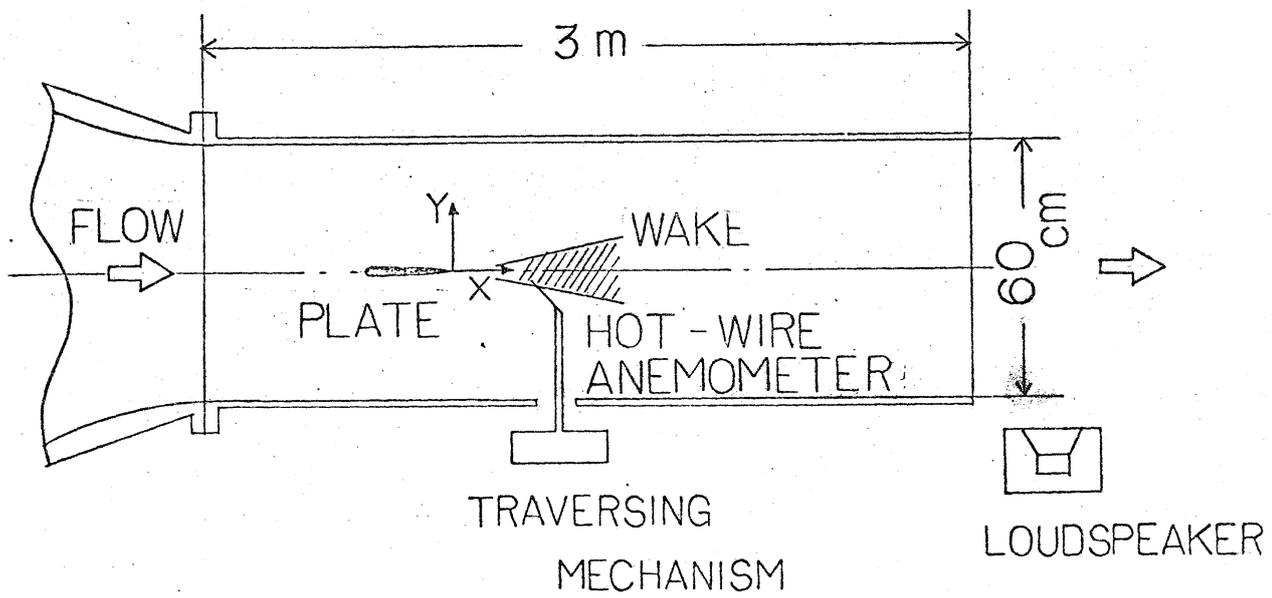
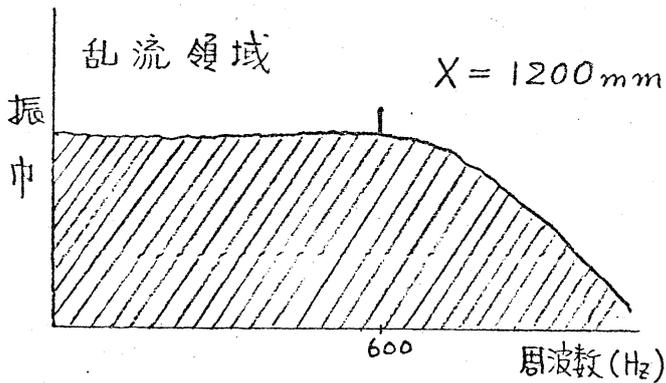
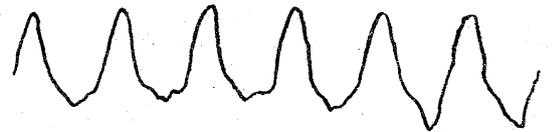
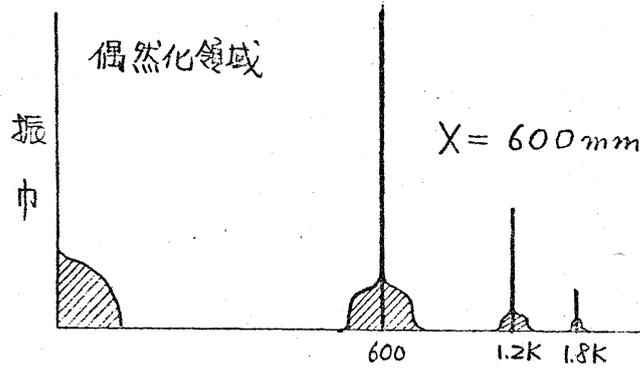
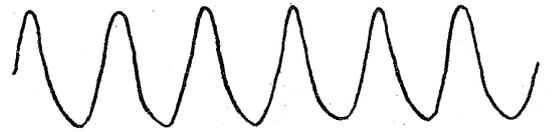
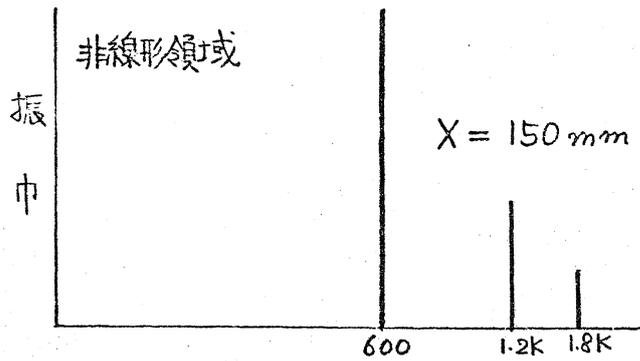
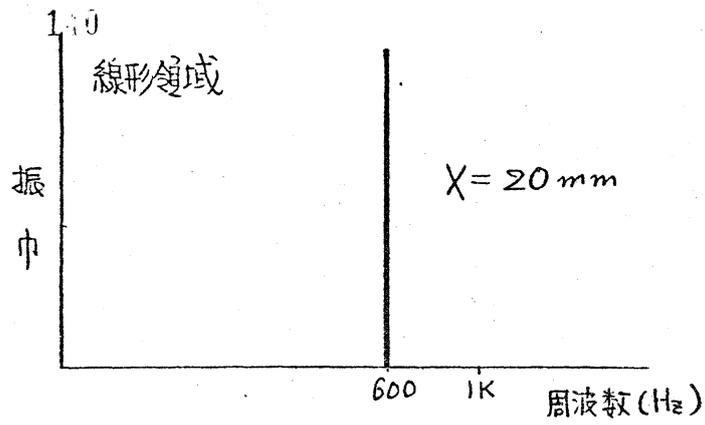


Fig. 1 実験装置



スペクトル

変動波形

Fig.2 変動波形とスペクトル

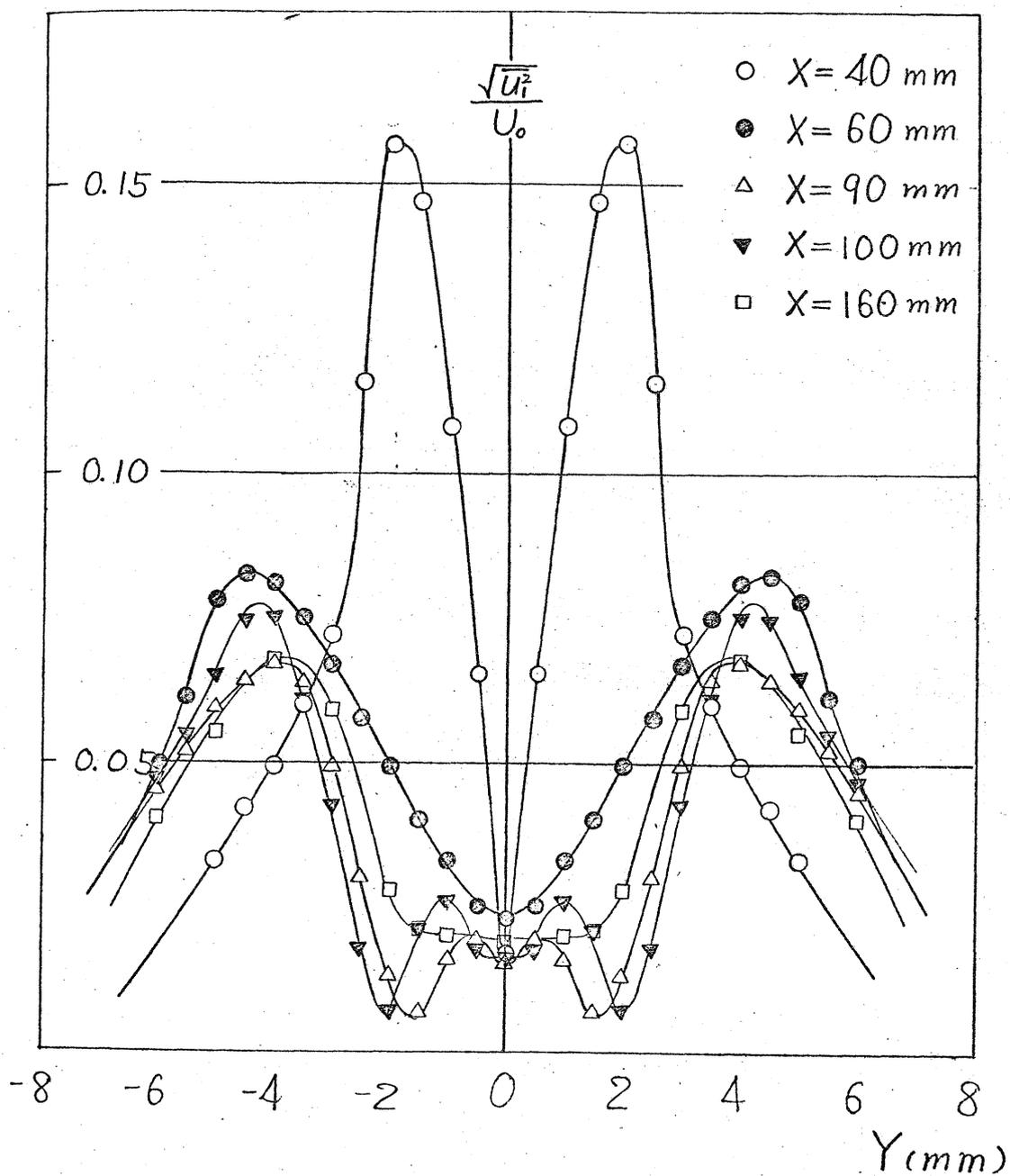


Fig.3 基本成分の振巾

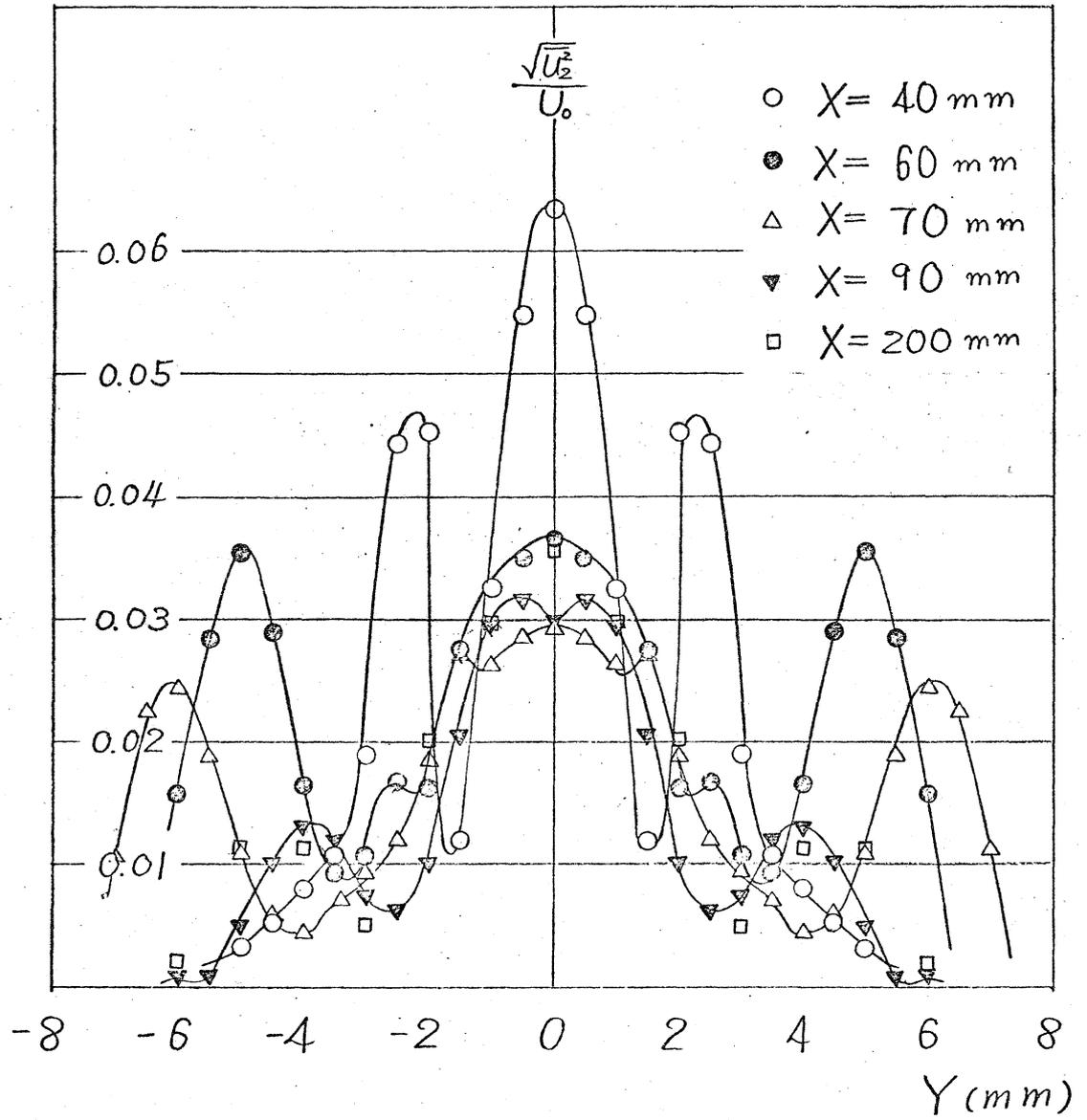


Fig. 4. 第2高調波の振幅

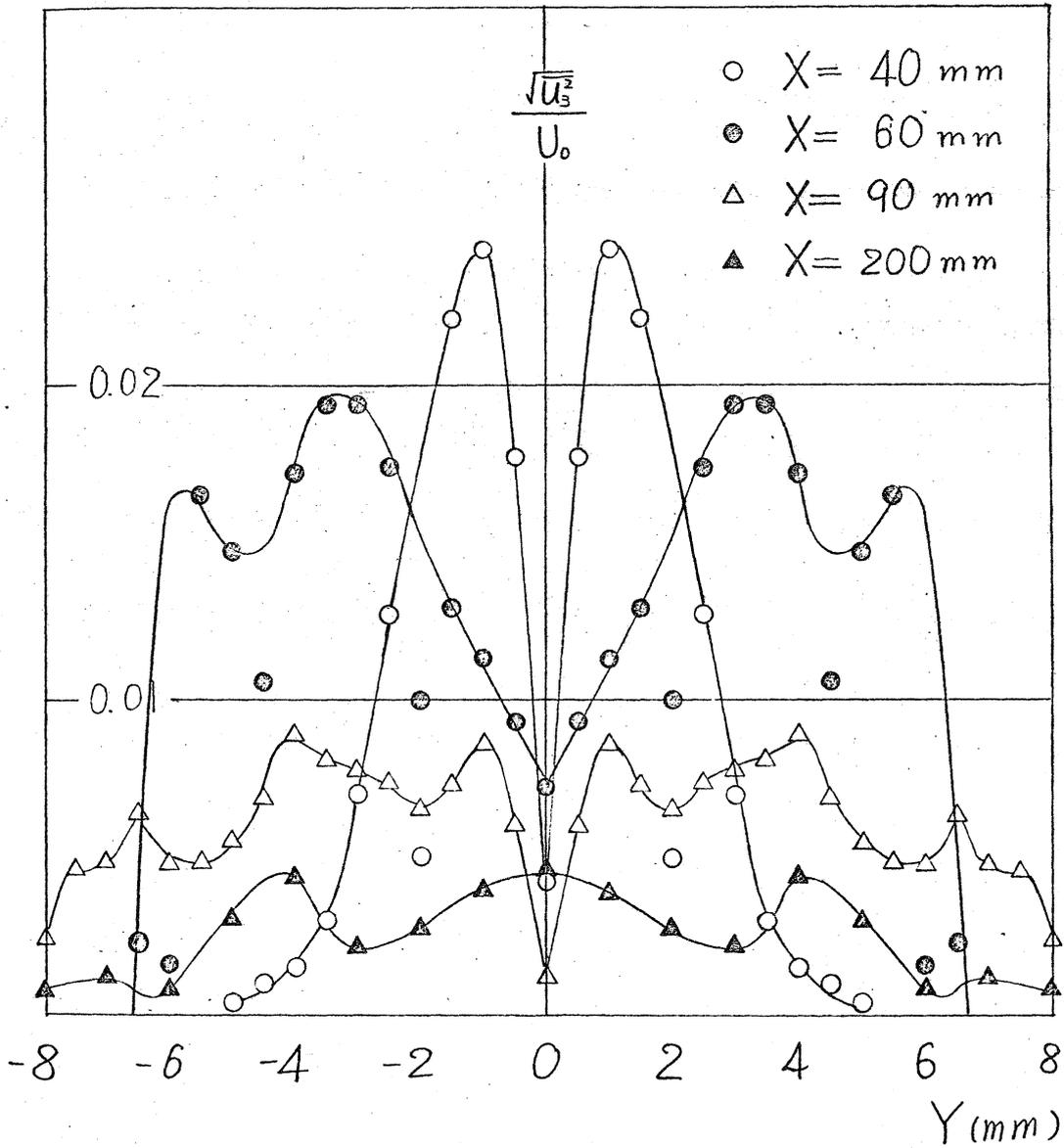


Fig. 5 第3高調波の振巾

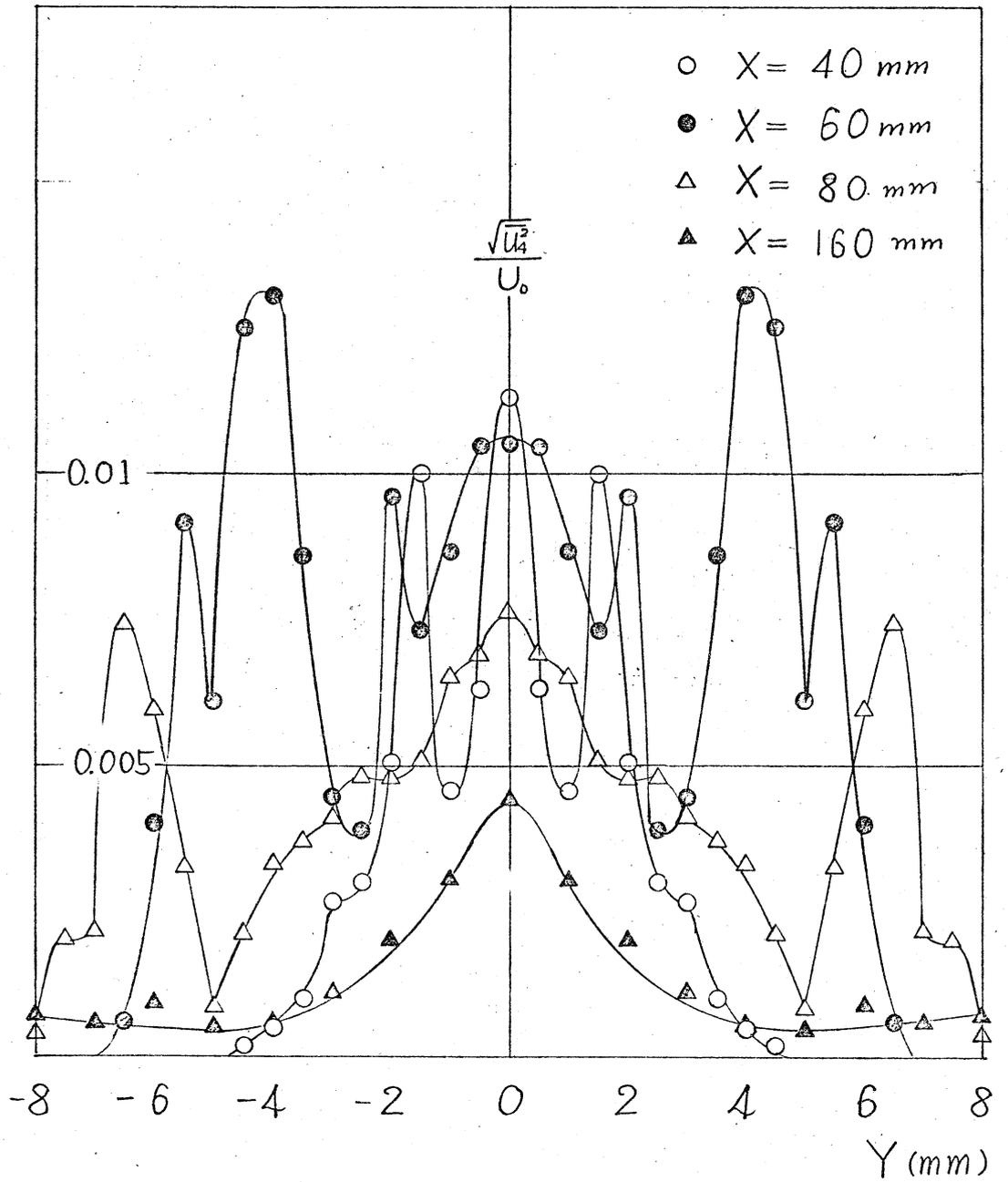


Fig. 6 第4高調波の振幅

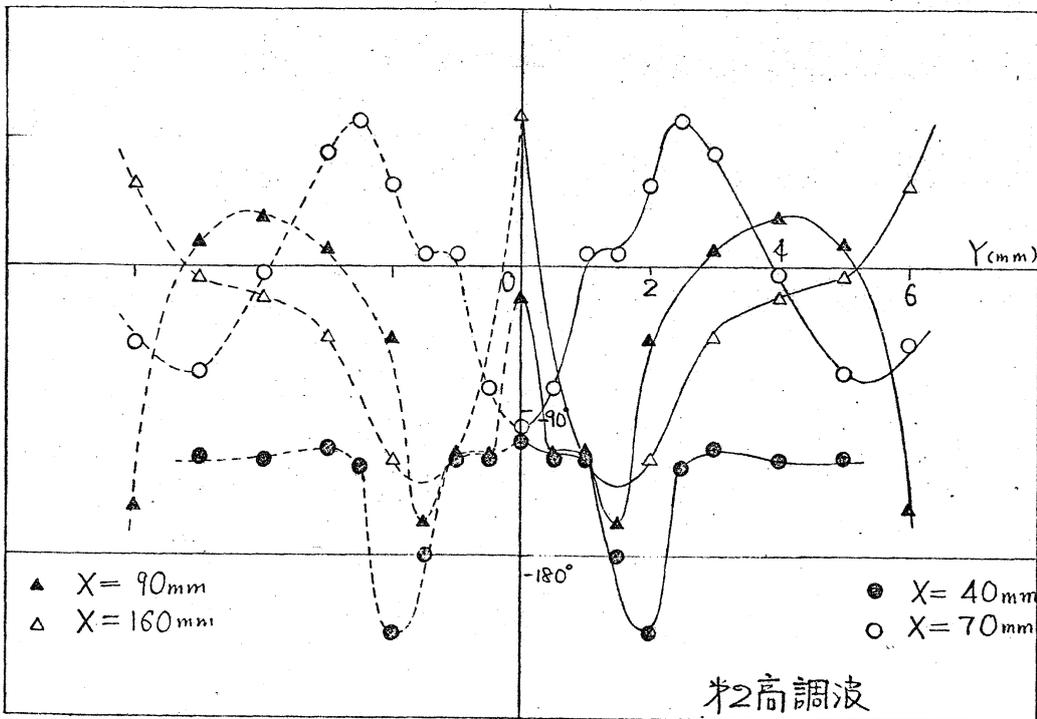
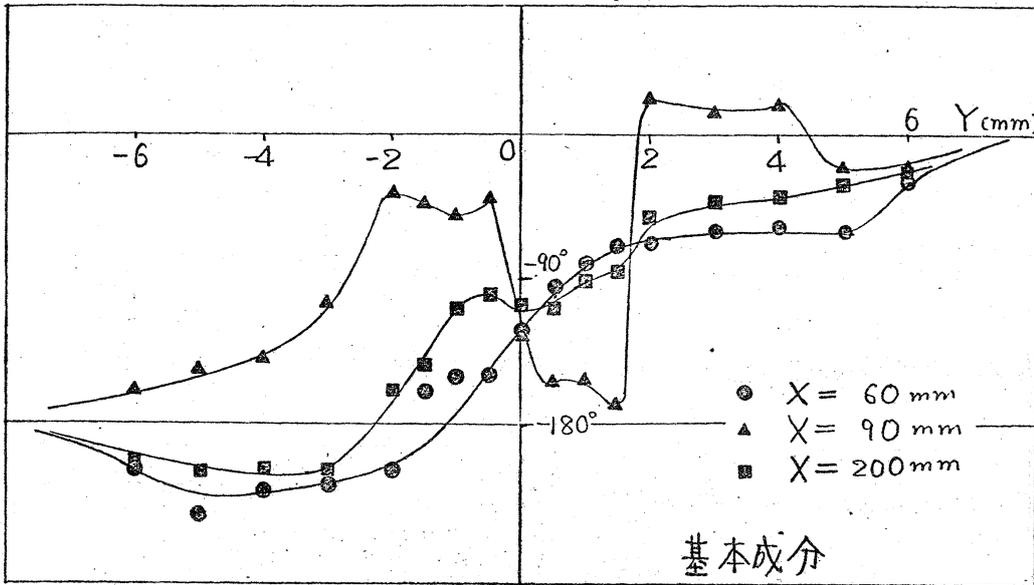


Fig. 7 基本成分と2次高調波の位相

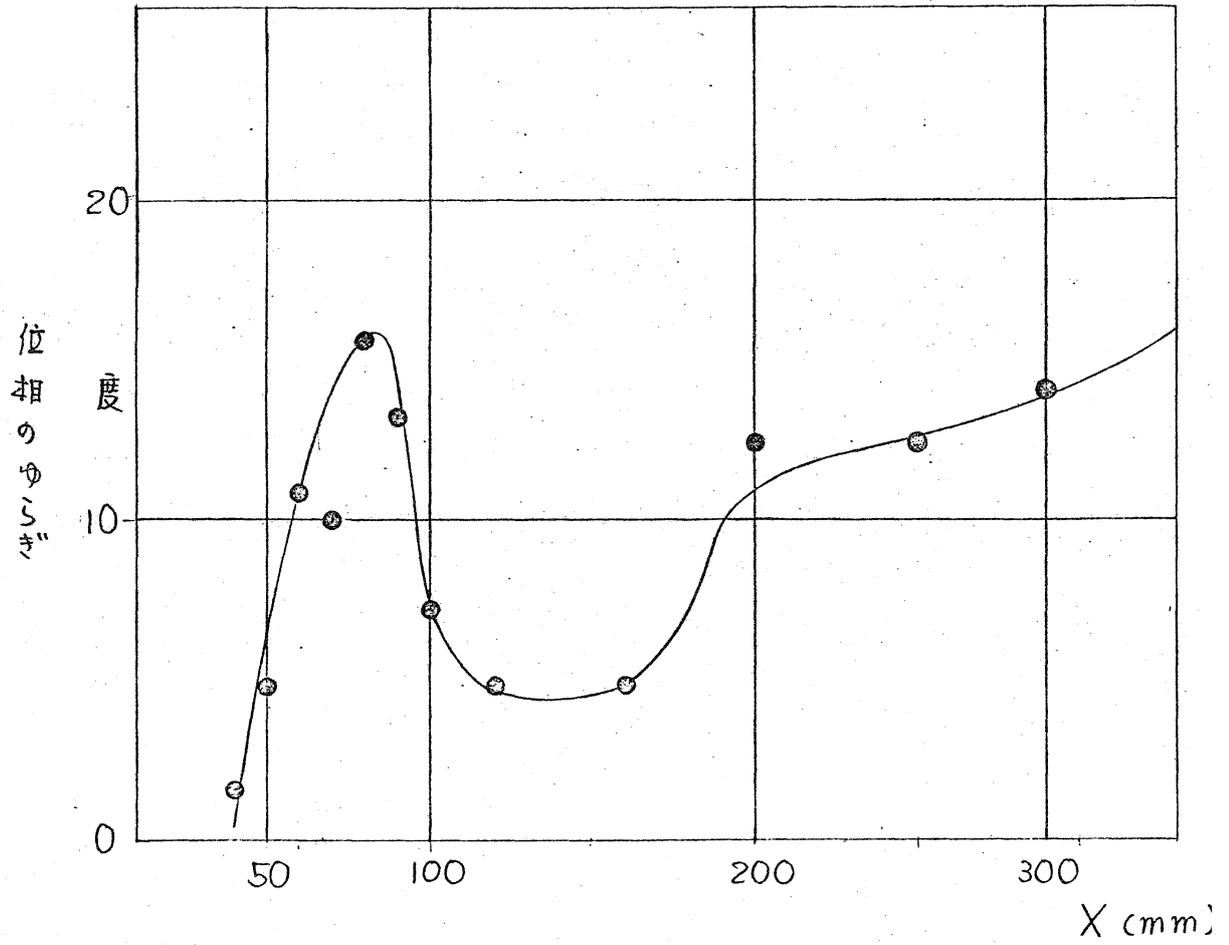


Fig. 8. 基本成分の位相のゆらぎ

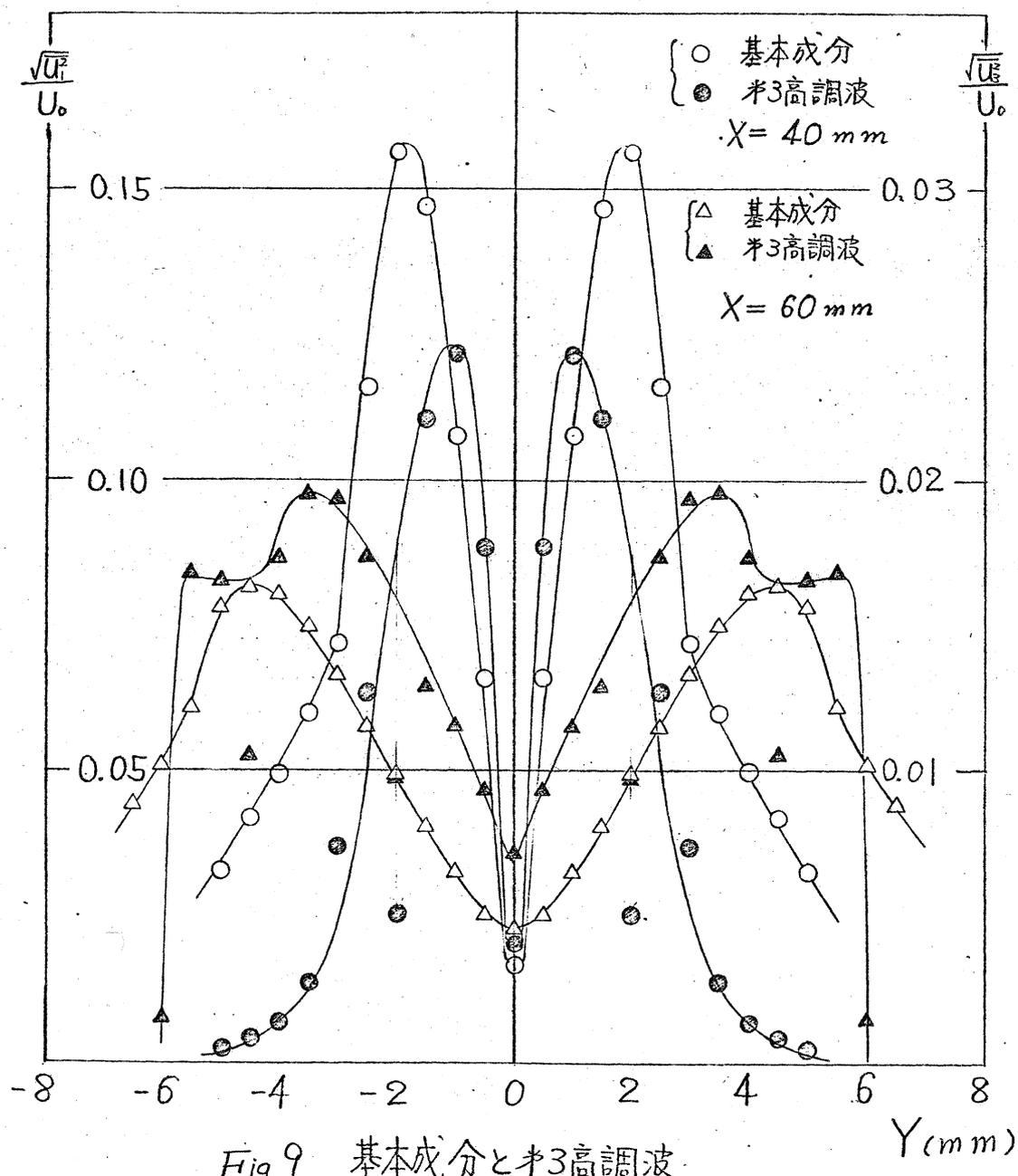


Fig. 9. 基本成分と3次高調波の振幅分布の比較

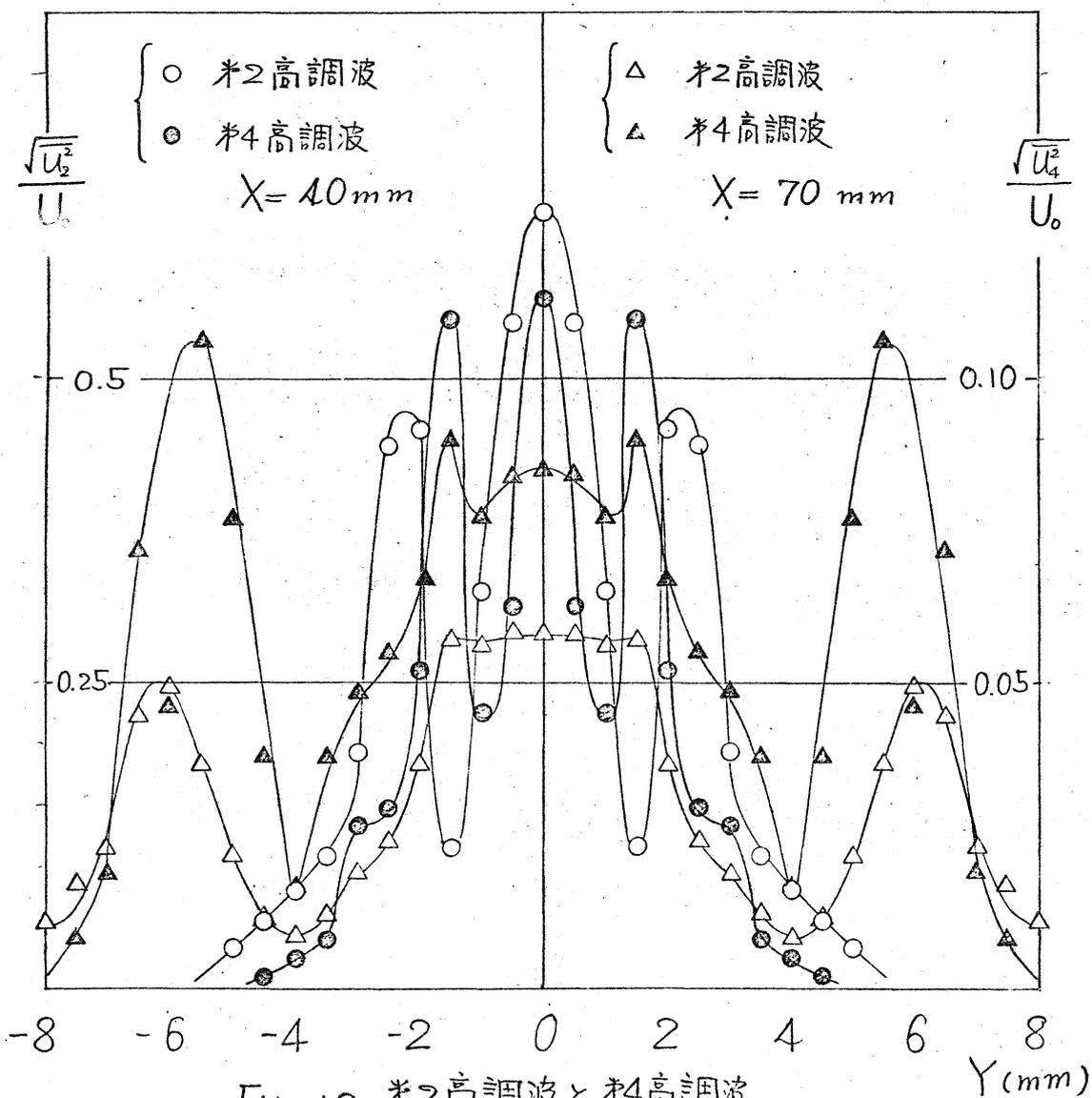


Fig. 10 2次高調波と4次高調波の振幅分布の比較

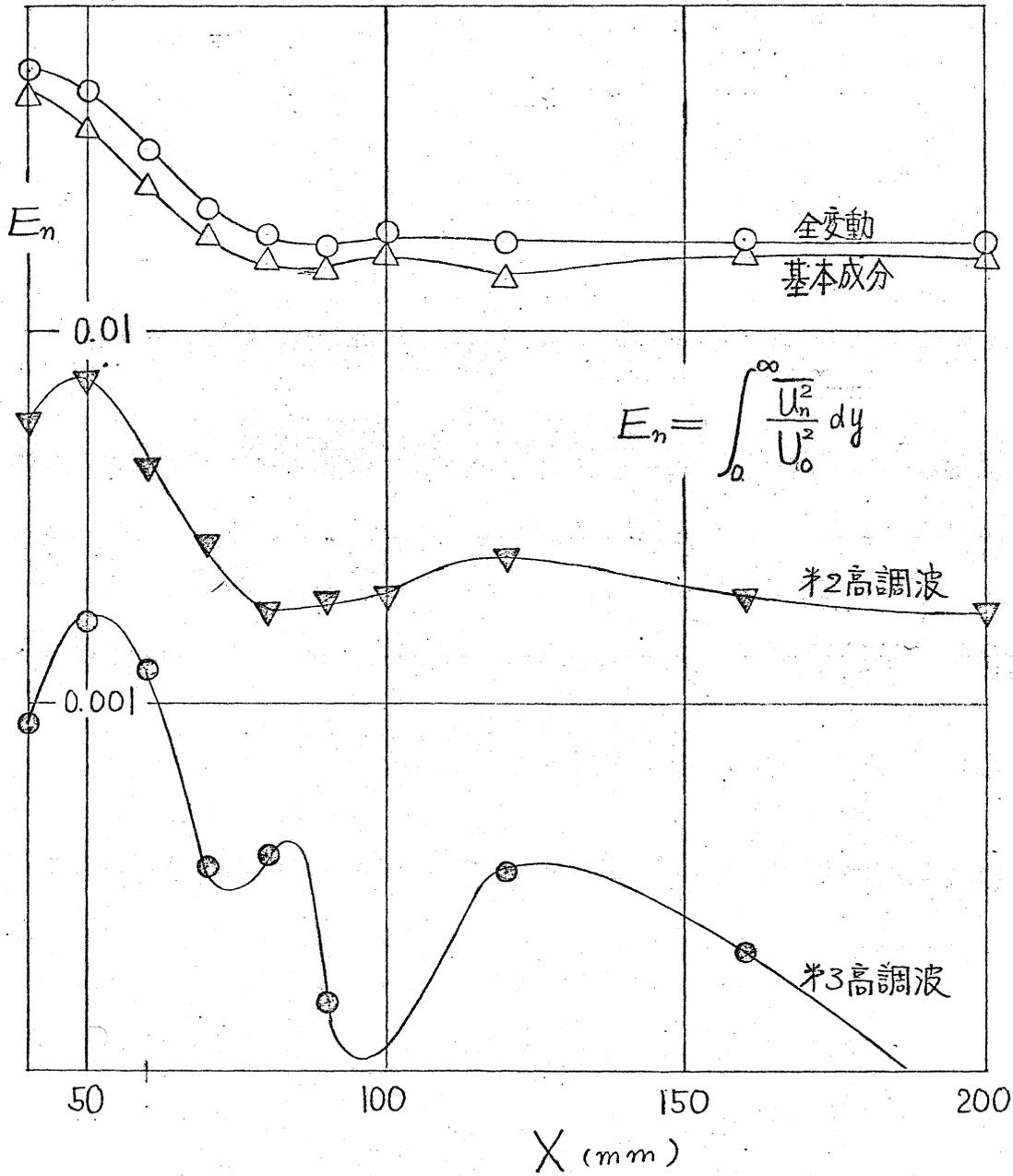


Fig. 11. Y-方向に積分したエネルギーの
流北方向への変化

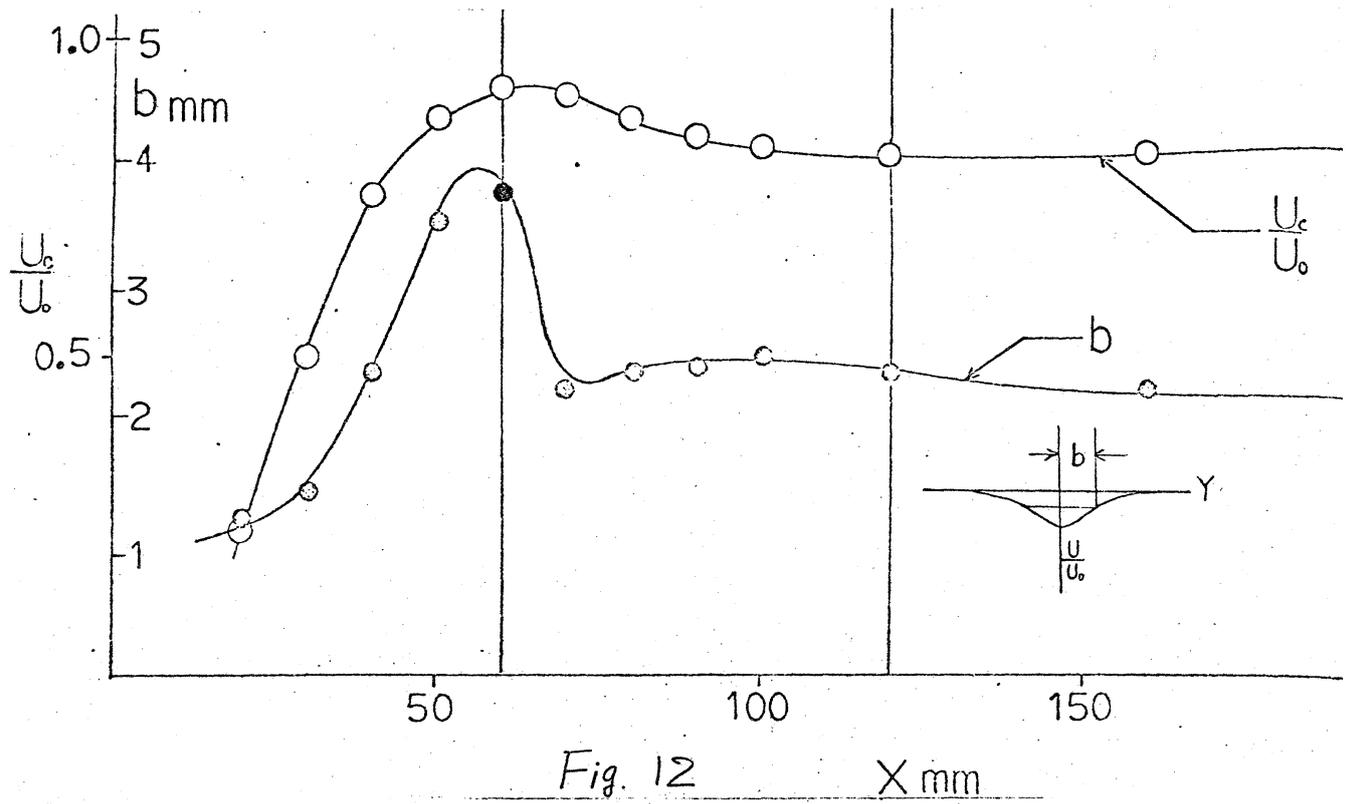


Fig. 12

X mm

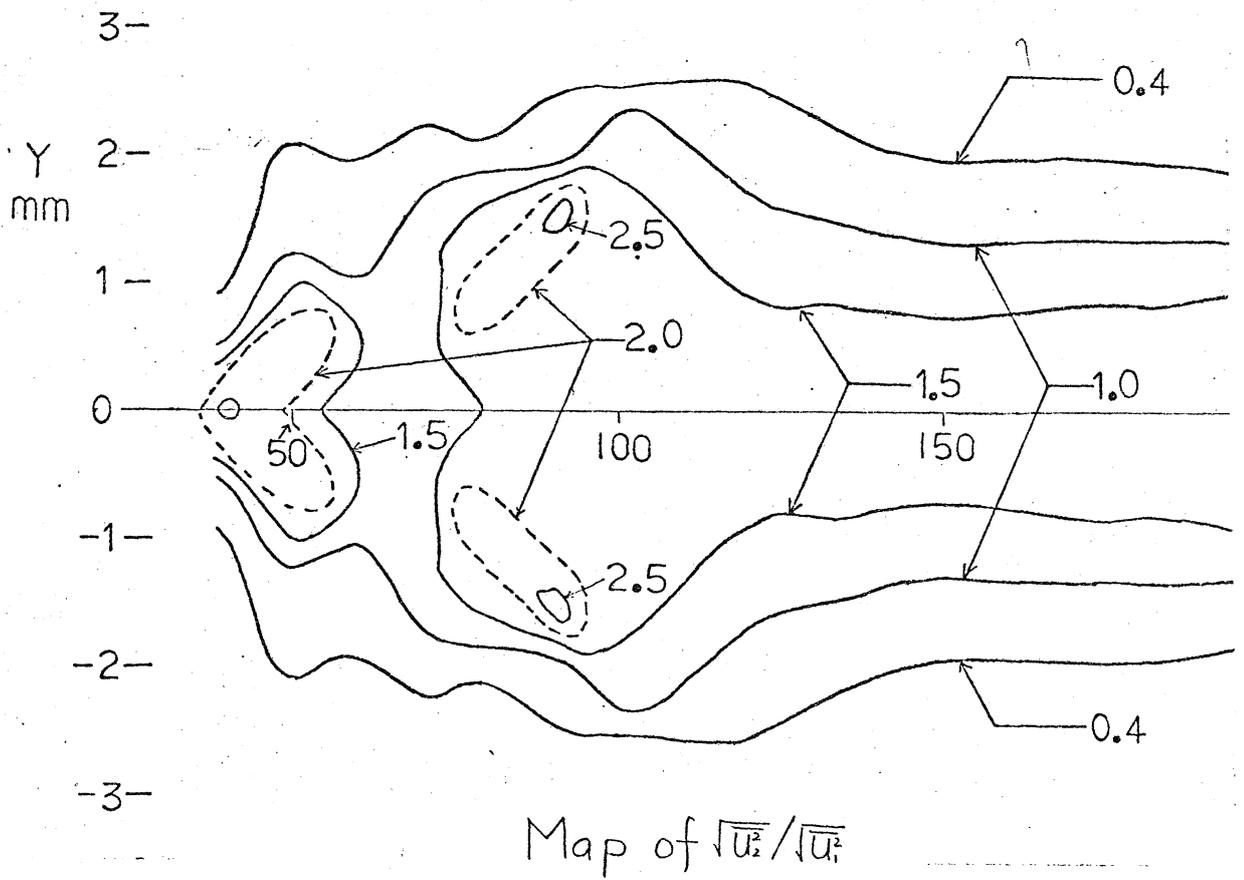


Fig. 13