

最大の $p+3$ である。これから(II) がえられる

$$(II) \text{ 一般に } \quad \max_{G \in \mathcal{G}} |G : Z_G(G)| = p^{\beta(\mathcal{G})}$$

$\beta(\mathcal{G})$ を \mathcal{G} の Breite とよぶことにすると, 上の \mathcal{G} では

$\beta(\mathcal{G}) = p+1$ であり, 従つて " $p+1 < \beta(\mathcal{G}) < \mathcal{G}$ の class"

となる ($\beta(\mathcal{G}) < p$ のときは " $\beta(\mathcal{G}) + 1 \geq$

\mathcal{G} の class" が Willandt によりえられたよう

である: 彼からの便りによる)。しかし $\beta(\mathcal{G}) > p$ では

もはや成立たないことを \mathcal{G} は示している。更に

$$(III) \quad \mathcal{G} \text{ で } \mathcal{N} = \{ A_2, \dots, A_{p+1}, B \} \text{ と}$$

おくと

(1) \mathcal{G} で \mathcal{N} は quasi-normal *

(2) \mathcal{N} は \mathcal{G} の E 以外の normal subgroup を含まない。即ち $\mathcal{N} = E$ (ただし $\mathcal{N} = \bigcap_{X \in \mathcal{G}} X \mathcal{N} X^{-1}$)

(3) \mathcal{N} は abelian である。

* \mathcal{N} は \mathcal{G} のどの部分群とも全体として可換である

一般に p 群で \mathcal{G} 又は (normal である) quasi-normal subgroup \mathcal{N} に行き条件をつけると

\mathcal{N}/\mathcal{N} が abelian になることがわかつている ([1],

[5]) が, 上の \mathcal{G} は一般には成立たないことを示してい

る。更に必ずしも p 群とは限らぬ一般の有限群について

\mathcal{N}/\mathcal{N} は p 群になることがわかつている ([3]) が, 考を

ρ 群に限定したとき否定的の結果(少くとも一般には)
がえられたから一方, 一般の有限群の場合とは異なる結果
と考えられよう。

文献

- [1] Deskins, W. E. : On Quasinormal Subgroups of Finite Groups. *Math. Zeitschr.* 82, 125~132 (1963)
- [2] Kuppert, B. : Endliche Gruppen. Springer Verlag, Berlin Heidelberg (1967)
- [3] Ito, N. und Szép, J. : Über Quasinormalteiler von endlichen Gruppen. *Acta Sci. Math. Szeged* 23, 168~175 (1962)
- [4] Knoche, H. G. : Über den Frobenius-schen Klassenbegriff in nilpotenten Gruppen. *Math. Zeitschr.* 55, 71-83 (1951)
- [5] Nakamura, K. : Über einige Beispiele der Quasinormalteiler einer p -Gruppe. *Kagoya Math. Journ.*

Vol. 31 January, (1968)