

# Veneziano モデル について のコメント

阪大教養 神 吉 健

## §1. 序

Veneziano モデル<sup>(1)</sup>は Boson-Boson 散乱に應用した場合には、非常に有効である<sup>(2)</sup>。しかし一方 Boson-Fermion 散乱に対しては色々な欠点が目立つ。これは此のモデルが少々きゆうくうであつて、自由に調節の出来る部分、いゝか之れはモデルに含まれているパラメーターの数が少な過ぎるという事情によるのであろう。そこでこのモデルをよりフレキシブルなものに拡張しようと試みるのであるけれども、困つたことには此のモデルが既製のどの理論とも関係がうまく拡張にさつしてどんな指導原理に従えばよいか判然としないのである。此のノートで我々はいくつかの基礎的な仮定から出発して散乱振幅の型を出来るだけ Veneziano モデルに近い型にしほつて行くことを試みる。勿論基礎となる仮定は意味が比較的はっきりしてゐて、且つ実験的にも支持され

るものでなければならぬ。我々の目標は Veneziano の振幅そのものではなくて、むしろそれを含むより一般的形式を得ることである。そしてそこから Veneziano モデルを拡張する手がかりを得たいと思っている。

以下のノートの内容は完成されたものでなく、一つの見通しを大ざっぱにとらえたものと思つて頂きたい。問題はむしろこれからである。

## §2. 基礎的仮定

(1). meromorphy in complex  $l$ -planes.

これは次の二つの事項を含んでいる。

①  $s, t, u$  4チャンネルの complex  $l$ -plane について

Sommerfeld-Watson 変換の back-ground 積分の積分路はいくらでも左に押しやること出来る。

② 夫々の  $l$ -plane の有限領域に於ける部分波振幅の特異点は pole だけである。

$\alpha$  の事項は高エネルギー大角度散乱の断面積が momentum transfer の増大とともにいくらでも指数的に減少するという実験事実 [即ち,  $d\sigma/dt \sim \sum a_i \exp[+\alpha_i t]$ ] から暗示されるものである。 $\alpha =$  の事項についてはいくつかの問題点がある。Pomeranchuk Singularity の性質はよくわかっていない。いつかにして  $\alpha$  の Singularity の寄分は分離

して取扱うことが出来るものとしておく。又 Regge cut は存在するがその寄分は少しく  $\alpha$ -近似として無視出来るものと考へる。

## (2) Rising Regge trajectory

即ち

$$\lim_{s \rightarrow \infty} |\alpha_i(s)| = \infty \quad (2.1)$$

さらに  $\alpha_i(s) \equiv \alpha_i^R(s) + i \gamma_i(s)$  とかりて虚数部

$\gamma_i(s)$  は  $s \rightarrow \infty$  で

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \gamma_i(s) = \infty \quad (2.2)$$

と仮定する。実数部  $\alpha_i^R(s)$  により井々とは  $\alpha$  (Linear rising trajectory) と仮定する。<sup>(註)</sup> (2.2) の要求は今  $\alpha_i^R(s)$  が  $s \rightarrow \infty$  で無限大になることの時、高エネルギーでの断面積がエネルギーの Smooth 寄与数で山も谷があるという事実を実現するのに必要とものとして仮定された。

## §3. Duality

ポテンシャル散乱と異つて、素粒子反応では Crossed チャンネルの  $l$ -plane の back-ground 積分の積分路が  $\text{Re } l = -1$

<sup>(註)</sup> 以下の議論では (2.2) が本質的役割をし  $\lim_{s \rightarrow \infty} \alpha_i^R(s) = \infty$  は必要がないようにも思われる。この事は興味深い。

ある線の左側にあるか、又はさうでなければ従って理論に大きな違いが現われる。つまり前者の場合には、いわゆる D.H.S. Duality<sup>(3)</sup> があらわされてくる。今ある Crossing even を

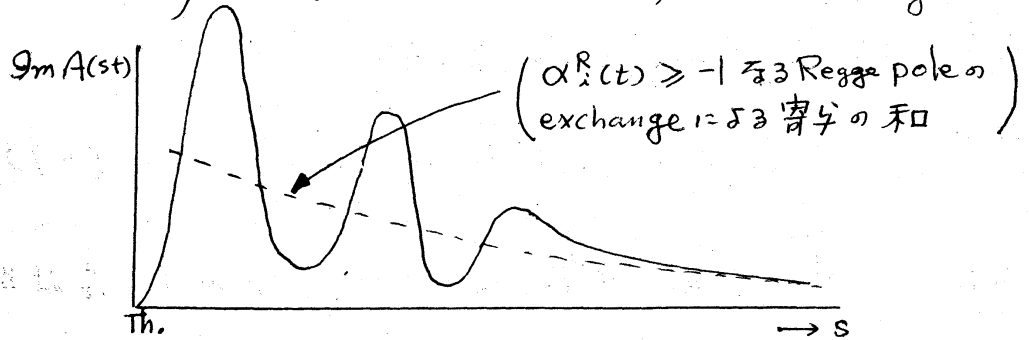


Fig.1. D.H.S. Duality

振幅  $A(s,t)$  を考へる。momentum Transfer  $t$  を固定して、 $\alpha_i^R(t) \geq -1$  なるすべての Regge pole の交換の寄与の和を  $A(s,t)$  から差し引くと残りは Superconvergent な振幅になる。その結果 Fig.1 の如き事情が生じる。Fig.1 での実線の上下の面積は相殺されることになる。これを Duality と呼ぶ。<sup>(註)</sup> 我々は前節の(1)を仮定するので、従ってその振幅は Duality を満たさねばならない。

#### §4. 散乱振幅の構成

本節では §2 の(1), (2)の仮定が散乱振幅の型にどのような制限を加へるかを議論しよう。先づ通常の Regge pole 項を参照する。

$$\beta_i(s) P_{\alpha_i(s)} \left( -\frac{s+2t}{s} \right) \left[ \frac{e^{i\pi\alpha_i(s)} \pm 1}{\sin \pi\alpha_i(s)} \right] \quad (4.1)$$

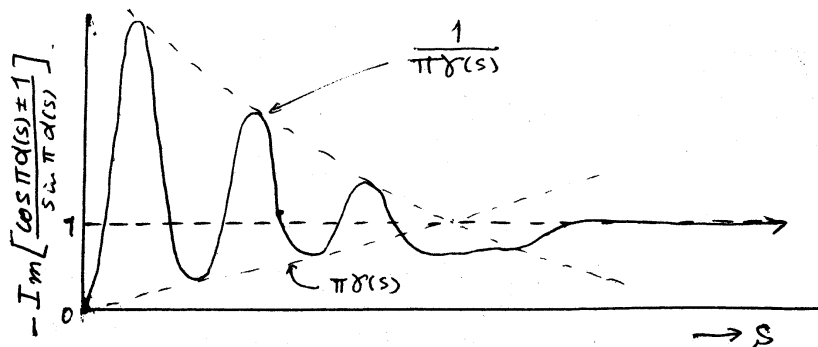
(註) このノートでは  $\pm$  を  $\pm$  とし、 $\pm$  を Duality の定義とする。

Sチャンネルの Resonance は Regge Trajectory  $\alpha_1(s)$  を通して上式の最後の [ ] の項によって記述される。この事情は Regge 理論の特徴であって当然我々の場合も、そのまま保存されるべきものである。たゞ (4.1) はそれだけでは実解析関数ではない。back-ground 積分項と合せて全体として実解析関数になっている。我々の場合、仮定 (1) によって back-ground 積分路は無限の左方に移動させる。それ故上記の事情をのぞいておくことは余り特策ではない。そこで (4.1) のかわりに 2 次の一般形を考える。即ち

$$R(st) \left[ \frac{\cos \pi \alpha_1(s) \pm 1}{\sin \pi \alpha_1(s)} \right] \quad (4.2)$$

$\alpha_1(s)$  のサフィックスは省略した。(4.2) はそれ自身で実解析関数になっている。[  $R(st)$ ,  $\alpha_1(s)$  は実解析関数である。]

さて、仮定 (2.2) を考慮しながら (4.2) の [ ] の中の量の虚数部を考える。そうすると、それは Fig. 2 に示されるような曲線と之がく。そこで大事なことは、" $s \rightarrow +\infty$  に対してそれ



は -1 と同じ零でない値をとる ということである。この事は  $R(st)$  という関数に非常に強い制限を加える。それぞれ (4.2) は  $S$  チャンネル Regge 項であるから

$$t \rightarrow +\infty \text{ に対しては: } R(st) \sim t^{\alpha(s)} \quad (4.3)$$

なる漸近形を保持しなければならない。所が (4.2) の [ ] の中が  $S \rightarrow +\infty$  に対して零にならないうで有限の値に近づく<sup>4</sup> 故に  $R(st)$  はさらに

$$S \rightarrow +\infty \text{ に対して } R(st) \sim S^{\alpha(t)} \quad (4.4)$$

なる漸近形をとらなければならない。2. に  $\alpha(t)$  は  $t$  チャンネル Regge pole のところかである。この事が仮定 (2.2) より出てくることは興味深い。こうして  $R(st)$  は  $S$  及び  $t$  チャンネルの Regge pole に関する。Crossing symmetry の立場から (4.2) はさらに次の一般形に拡張されるのである。<sup>(註)</sup>

$$R(st) \left[ C_1 \frac{\cos \pi \alpha(s) \pm 1}{\sin \pi \alpha(s)} + C_2 \frac{\cos \pi \alpha(t) \pm 1}{\sin \pi \alpha(t)} \right] \quad (4.5)$$

$R(st)$  は一般性を失うことなく次のように書ける。

$$R(st) = \frac{f(st)}{g(s)R(t)} \quad (4.6)$$

---

(註) Duality のもう一つの性質として  $s, t$  の pole が同時に <sup>(\*)</sup> Double pole として存在しない。それ故 [ ] の二項は積の形にならないう。

但し  $f, g, h$  の漸近形は

$$\left. \begin{aligned} f(s, t) &\underset{s \rightarrow +\infty}{\sim} s^{\alpha(s) + \bar{\alpha}(t)} \\ f(s, t) &\underset{t \rightarrow +\infty}{\sim} t^{\alpha(s) + \bar{\alpha}(t)} \end{aligned} \right\} (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} g(s) &\underset{s \rightarrow +\infty}{\sim} s^{\alpha(s)} \\ h(t) &\underset{t \rightarrow +\infty}{\sim} t^{\bar{\alpha}(t)} \end{aligned} \right\} (4.8)$$

さらに  $g(s), h(t)$  は夫々  $\alpha(s), \bar{\alpha}(t) = -n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) で pole を持つ。これは (4.5) の [ ] の中が  $z=2$  pole を持つのでこれを打消すためである。

さて一般型 (4.5) は次の性質を持つ。即ち

(1). Duality を満たす。S 4チャンネルの物理的領域では [ ] の中の  $\alpha$  項は実数で、従って Fig. (2) に示される性質と (4.4) とから Fig. (1) の特徴的な事情が再現される。

(2).  $R(s, t)$  を Legendre 展開すれば unit spacing を無限個の Daughter を含む。 (4.4) の故に  $R(s, t)$  は単純な Legendre 関数ではありえないからである。従って (4.5) は夫々一つの Regge family をあらわす。

(3) もし  $f(s, t)$  が  $(s+t)$  のみの関数であるとすれば、 $\alpha(s), \bar{\alpha}(t)$  はともに linear rising で同一勾配を持つたければならず。しかしこの仮定は物理的意味がはっきりしない。

(4). (4.4) の  $C_1, C_2$  により  $S$  チャンネルの Regge pole 項を与えるには  $t \rightarrow +\infty$  のふるまいを見ればよい。もし  $C_1 = \pm C_2$  であれば  $t \rightarrow +\infty$  で (4.4) の [ ] の中は  $(e^{\pm i\pi\alpha(s)} \pm 1) / \sin \pi\alpha(s)$  となる一つの Regge family をあらわす。もしそうでなければ back-ground 的項が存在する。<sup>(註)</sup> Veneziano モデルでは  $C_1 = C_2$  であるがこれでは Crossing symmetry を満たすために少しきつうくべきように思われる。

以上仮定(1)(2)の下で散乱振幅のありうべき一般形を求めた。その結果はいくつかの望ましい性質をえている。それはそれは Veneziano モデルよりよりフレキシブルである。もし linear rising trajectory を仮定し  $C_1 = C_2$ ,  $g(s) \rightarrow \Gamma(\alpha(s))$ ,  $h(t) \rightarrow \Gamma(\bar{\alpha}(t))$ ,  $f(st) \rightarrow \Gamma(\alpha(s) + \bar{\alpha}(t))$  とすれば Veneziano モデルが得られる。

### References.

- (1) G. Veneziano, *Nuovo Cimento*, 57A, (1968), 190.
- (2) 1312は. K. Kawarabayashi et al., *Phys. Letters*, 28B (1969), 432.
- (3) R. Dolen, D. Horn and C. Schmid, *Phys. Rev.* 166 (1968), 1768.
- (4) C. H. Mo, *Phys. Letters*, 28B (1969), 425.